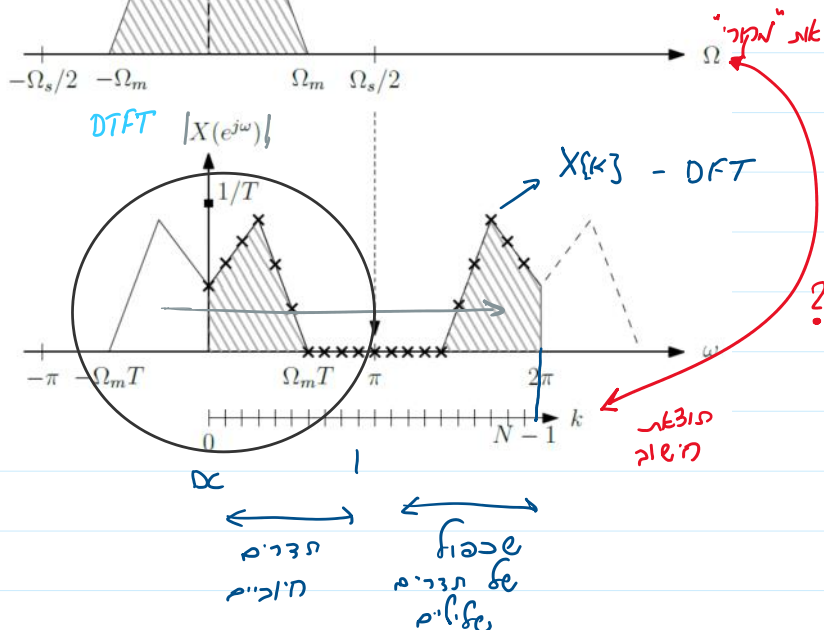


א קשר בין דז דז
א ריבוי גאבסי
א חלומי

התמרת פורייה
בזמן רצף
א סמלית

התמרת DFT - ריבויים לעשים
סקיצה דף



א התמרת יסוד לאורך הרצאה:
האזר נצטב בנדר "למאים".

א אותה למשים גלגל.
סמנים:

$$\Omega_s = 2\pi F_s = \frac{2\pi}{T}$$

כאשר F_s כה תנוד צמדה $[Hz]$

א התמרת פורייה
בזמן רצף - $X_c(j\Omega)$
א DFT - $X(e^{j\omega})$

קשר בין התמרת פורייה בזמן רצף ו DFT

N - אורך הסדרה

א התדר של התמרת DFT הוא תדר בדיד, כאשר $k = 0, 1, \dots, N-1$

א המרווח בין דגימות התדר של DFT הוא $\frac{2\pi}{N}$

$$\omega_k = \frac{2\pi}{N} k$$

א "נקודות" (תדרים) נצמדה

$$\omega = \Omega T$$

א גסס קשר בין א ד

א שלב למקדים: קשר בין ω ו Ω

$$\omega_k \rightarrow \Omega_k = \frac{\omega_k}{T} = 2\pi \frac{k}{N} \cdot \frac{1}{T} = 2\pi \frac{k}{N} F_s$$

DFT \rightarrow FT

$$F_k = \frac{\Omega_k}{2\pi} \rightarrow F_k = \frac{k}{N} \frac{1}{T} = \frac{k}{N} F_s$$

תדר $[Hz]$ של צמימה א של $[Hz]$

א תדרי ω הקשורים להתמרת DFT הם בתחום $[0, 2\pi)$

בהתאם לקשר $\omega_k = \frac{2\pi}{N} k, k = 0, 1, \dots, N-1$

התדרים $(\pi, 2\pi)$ המתייחסים לתחום תדרים שליליים של $(-\frac{\Omega_s}{2}, 0)$.

ב-Matlab, החזרת התדרים "למקומם" נעשת ע"י פקודה fftshift.

דוגמה מספרית:

$$x(t) = \cos(2\pi f_0 t) \quad \text{mk / ms}$$

$$F_s = \frac{1}{T} = 1 \text{ kHz}$$

$$f_0 = 125 \text{ Hz}$$

נקודת אפס $X[k]$

$$\Rightarrow x[n] = x(nT) = \cos(2\pi f_0 T n)$$

$$N = 200 : \sim N^{1/2}$$

$$h = 0, \dots, 199$$

$$= \cos\left(2\pi \frac{f_0}{f_s} k\right)$$

$$= \cos\left(\pi \cdot \frac{2 \cdot 125}{1000} n\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4} n\right)$$

$$k = 0, \dots, 199$$

$$X(k) = \text{DFT}\{x(n)\}$$

הצעה: לשלם כסף עבור
תוצר אנונימי

$$F_k = \frac{\Omega_k}{2\pi} \rightarrow \boxed{F_k = \frac{k}{N} \frac{1}{T} = \frac{k}{N} F_s}$$

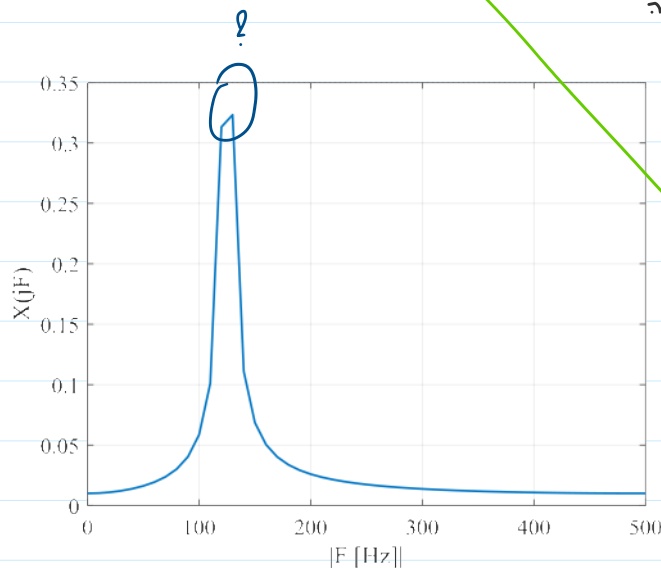
* קבלנו פיק ב $K=25$ באורך 100

- e' שנינו נעזר על מפת סיכום $\rightarrow N$.

$$F_{(k=25)} = \frac{K 25}{N 200} \cdot 1000 f_s = 125 \text{ Hz}$$

- עבודת אמת למאמרים אין צורך ע"כ

ת. צ. ר. מ. ש. פ. ג. ס. ח. א. ב. ג. ד. ה. ו. ז. ח. ט. י. יא. יב. יג. יד. טו. טז. יז. יח. יט. כ. כא. כב. כג. כד. כה. כו. כז. כח. כט. ל. לא. לב. לג. לד. לה. לו. לז. לח. לט. מ. מא. מב. מג. מד. מה. מו. מז. מח. מט. נ. נא. נב. נג. נד. נה. נו. נז. נח. נט. ס. סא. סב. סג. סד. סה. סו. סז. סח. סט. ע. עא. עב. עג. עד. עה. עו. עז. עח. עט. פ. פא. פב. פג. פד. פה. פו. פז. פח.פט. צ. צא. צב. צג. צד. צה. צו. צז. צח. צט. ק. קא. קב. קג. קד. קה. קו. קז. קח. קט. קכ. קכא. קכב. קכג. קכד. קכה. קכו. קכז. קכח. קכט. קל. קלא. קלב. קלג. קלד. קלה. קלו. קלז. קלח. קלט. קס. קסא. קסב. קסג. קסד. קסה. קסו. קסז. קסח. קסט. קפ. קפא. קפב. קפג. קפד. קפה. קפו. קפז. קפח. קפט. קצ. קצא. קצב. קצג. קצד. קצה. קצו. קצז. קצח. קצט. ר. רא. רב. רג. רד. רה. רו. רז. רח. רט. רכ. רכא. רכב. רכג. רכד. רכה. רכו. רכז. רכח. רכט. רל. רלא. רלב. רלג. רלד. רלה. רלו. רלז. רלח. רלט. רס. רסא. רסב. רסג. רסד. רסה. רסו. רסז. רסח. רסט. רפ. רפא. רפב. רפג. רפד. רפה. רפו. רפז. רפח. רפט. רצ. רצא. רצב. רצג. רצד. רצה. רצו. רצז. רצח. רצט. ש. שא. שב. שג. שד. שה. שו. שז. שח. שט. שכ. שכא. שכב. שכג. שכד. שכה. שכו. שכז. שכח. שכט. של. שלא. שלב. שלג. שלד. שלה. שלו. שלז. שלח. שלט. שס. שסא. שסב. שסג. שסד. שסה. שסו. שסז. שסח. שסט. שפ. שפא. שפב. שפג. שפד. שפה. שפו. שפז. שפח. שפט. שצ. שצא. שצב. שצג. שצד. שצה. שצו. שצז. שצח. שצט. ח. חא. חב. חג. חד. חה. חו. חז. חח. חט. חכ. חכא. חכב. חכג. חכד. חכה. חכו. חכז. חכח. חכט. חל. חלא. חלב. חלג. חלד. חלה. חלו. חלז. חלח. חלט. חס. חסא. חסב. חסג. חסד. חסה. חסו. חסז. חסח. חסט. חפ. חפא. חפב. חפג. חפד. חפה. חפו. חפז. חפח. חפט. חצ. חצא. חצב. חצג. חצד. חצה. חצו. חצז. חצח. חצט. ט. טא. טב. טג. טד. טה. טו. טז. טח. טט. טכ. טכא. טכב. טכג. טכד. טכה. טכו. טכז. טכח. טכט. טל. טלא. טלב. טלג. טלד. טלה. טלו. טלז. טלח. טלט. טס. טסא. טסב. טסג. טסד. טסה. טסו. טסז. טסח. טסט. טפ. טפא. טפב. טפג. טפד. טפה. טפו. טפז. טפח. טפט. טצ. טצא. טצב. טצג. טצד. טצה. טצו. טצז. טצח. טצט. י. יא. יב. יג. יד. יה. יו. יז. יח. יט. יכ. יכא. יכב. יכג. יכד. יכה. יכו. יכז. יכח. יכט. יל. ילא. ילב. ילג. ילד. ילה. ילו. ילז. ילח. ילט. יס. יסא. יסב. יסג. יסד. יסה. יסו. יסז. יסח. יסט. יפ. יפא. יפב. יפג. יפד. יפה. יפו. יפז. יפח. יפט. יצ. יצא. יצב. יצג. יצד. יצה. יצו. יצז. יצח. יצט. י. יא. יב. יג. יד. יה. יו. יז. יח. יט. יכ. יכא. יכב. יכג. יכד. יכה. יכו. יכז. יכח. יכט. יל. ילא. ילב. ילג. ילד. ילה. ילו. ילז. ילח. ילט. יס. יסא. יסב. יסג. יסד. יסה. יסו. יסז. יסח. יסט. יפ. יפא. יפב. יפג. יפד. יפה. יפו. יפז. יפח. יפט. יצ. יצא. יצב. יצג. יצד. יצה. יצו. יצז. יצח. יצט.



סך המסור סך הדואלה, $N=100$

מקור הדפס"ה: אן צמ"ה גבין ש

ההתאמה

$$125 = \frac{12}{100} \cdot 1000$$

$$\Rightarrow K = 12.5$$

אין 23'נה פארן 11

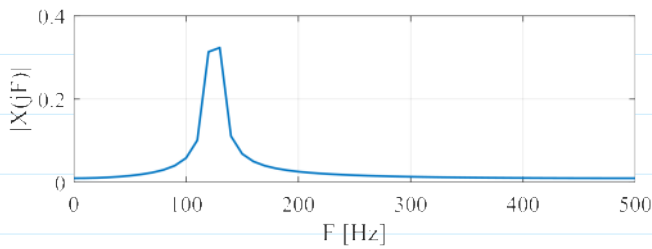
ג'כ"ו גא/כ"א

: ७८६

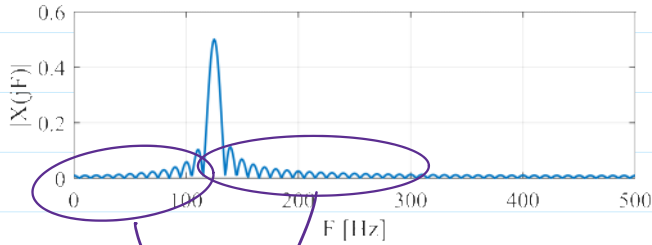
[illegible]

אורך חבל ∞ (המורה N)

מילה: הוצעה של מספר ציממ-חור (של DFT)



← 100 דגימות לקריאה



$2^{10} = 1024$ דגימות, מגובה 100 דגימות לקריאה והיתר אפסים

הערה: נראה אמפליטודה היא עם ה $N=100$ המקורי.

בעיה חזרה!

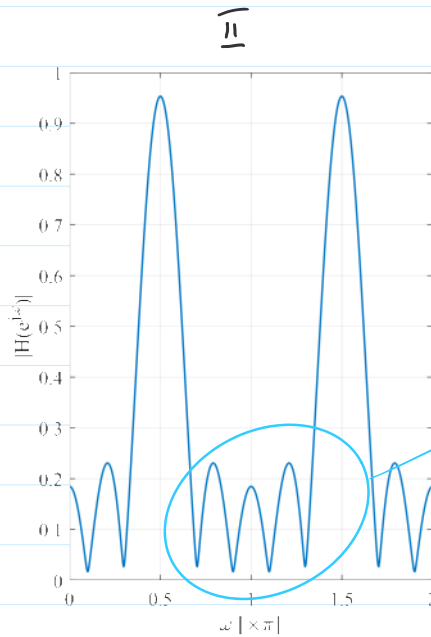
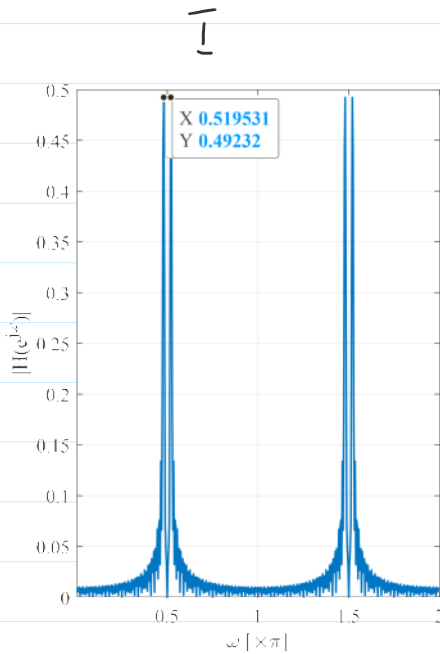
דוגמה לספירה:

$$x[n] = \cos(0.48\pi n) + \cos(0.52\pi n)$$

205 אמת cos

מטרה: הספדה של מספר דגימות "לקריאה" מול הוספת אפסים

I $N=200$ הספדה של 205 אמת
II $N=10$ אפסים



(2) בעיה: טוב פקים
האמת שלטח
(זכור יאמר)

(1) בעיה

חלומה

למירה: להסביר מקור δ -בסיס δ על
ניתוח "עשרה ע" למתן במתן כצנל למסמך נוסח

← המרה של \cos זר כזו פונ' δ

$$x_c(t) = A \cos(\Omega_1 t + \varphi) \\ = \frac{A}{2} e^{-j\Omega_1 t} e^{-j\varphi} + \frac{A}{2} e^{j\Omega_1 t} e^{j\varphi}$$

← את המשי הוא סופ' במתן

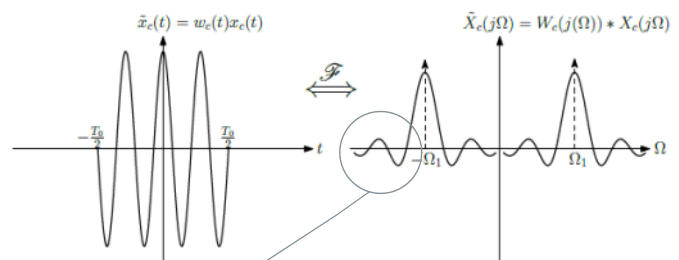
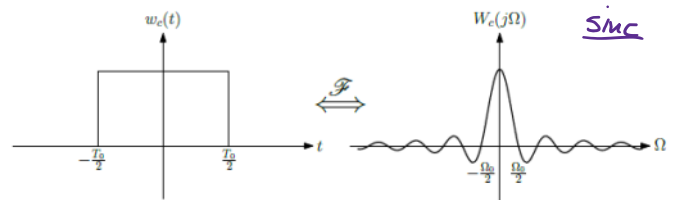
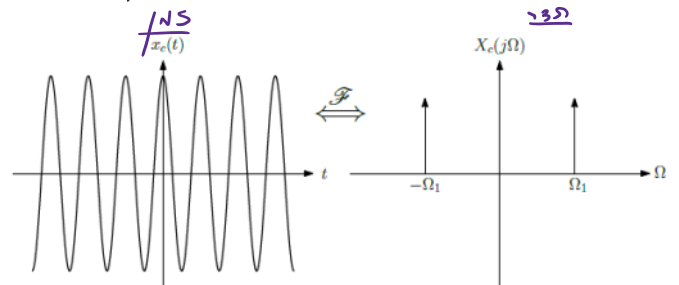
= הכפלה דחלון במתן גלוק T

$$w_c(t) = \begin{cases} 1 & t \in [-T/2, T/2] \\ 0 & \text{אחר} \end{cases} \xrightarrow{\mathcal{F}} \frac{\sin(\Omega T/2)}{\Omega/2}$$

← לכפלה במתן בין את δ חלון

= קונבולוציה בגדר בין זר δ sinc

← במקום זר δ למקבל זר sinc



$$\tilde{x}_c(t) = w_c(t)x_c(t) = \frac{A}{2} w_c(t) e^{-j\Omega_1 t} e^{-j\varphi} + \frac{A}{2} w_c(t) e^{j\Omega_1 t} e^{j\varphi}$$

$$\tilde{X}_c(j\Omega) = W_c(j\Omega) * X_c(j\Omega) = \frac{A}{2} W_c(j(\Omega + \Omega_1)) e^{-j\varphi} + \frac{A}{2} W_c(j(\Omega - \Omega_1)) e^{j\varphi}$$

סיכום:

□ אות מעשי הוא **סופי** בזמן ⇔ התוצאה היא הכפלה בחלון בזמן = קונבולוצה עם sinc בתדר.

□ אות ארוך יותר בזמן ⇔ ה- sinc בתדר הוא צר יותר. (אבל אפסלוצה של התנועה עללל טיטו)

□ מדובר במגבלה **מובנת**.

א. דליפה ספקטרלית (spectral leakage) הגורמת להופעת תדרים "חדשים".

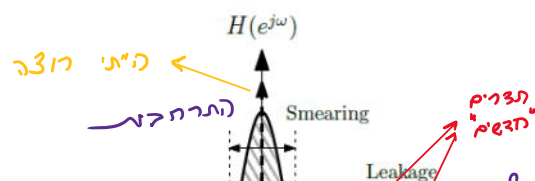
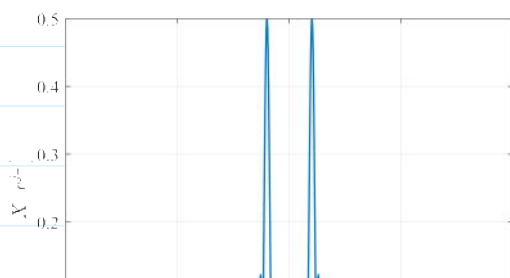
□ האות התאורטי הוא פול' דלתה.

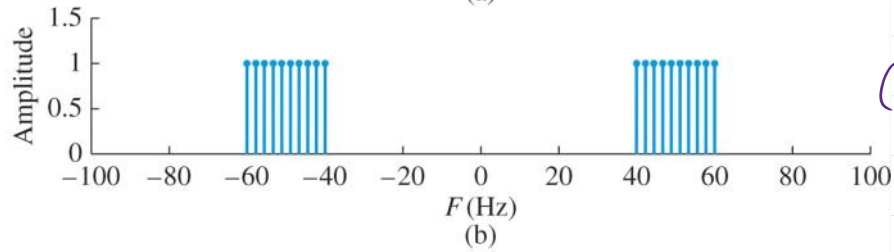
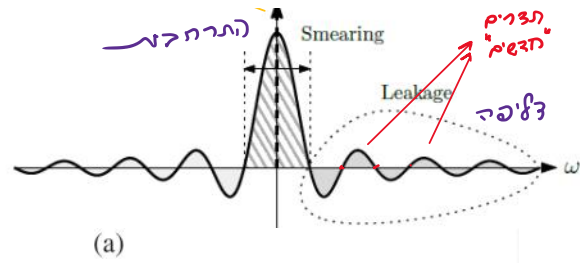
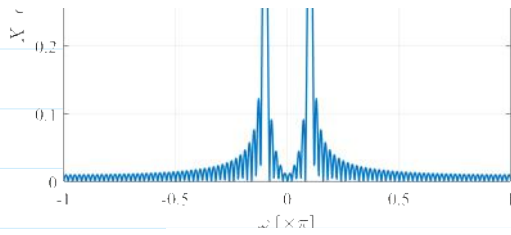
□ בפועל מתקבל פיק ברוחב משמעותי.

ב. התרחבות (smearing) ספקטרלית, הגורמת לפונציות דלתא להיות רחבות יותר.

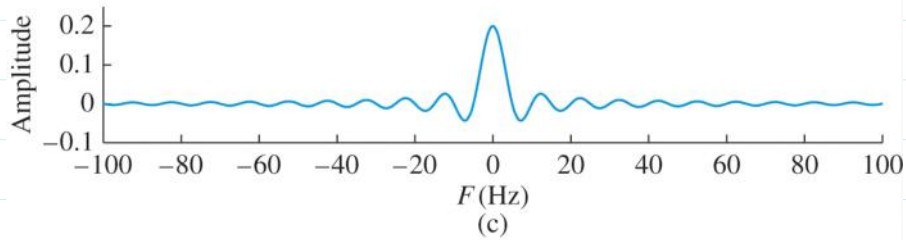
□ בתאוריה, האות אמור להיות שווה ל-0 למחוץ לפיק המרכזי.

□ בפועל ישנה גליות, דועכת או קבוע, בכל התדרים מחוץ לפיק המרכזי.

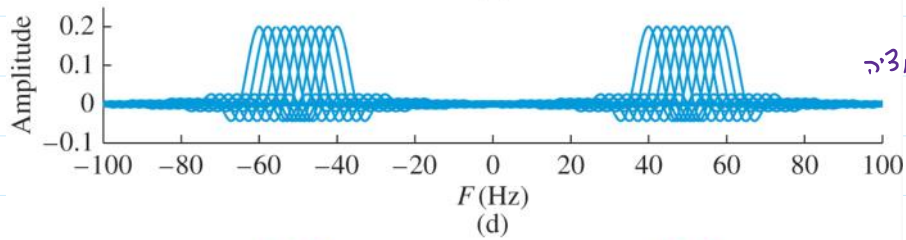




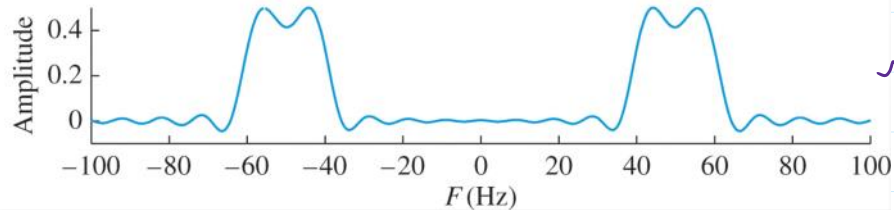
לספר אמת
(\cos (בגדר))



חלון



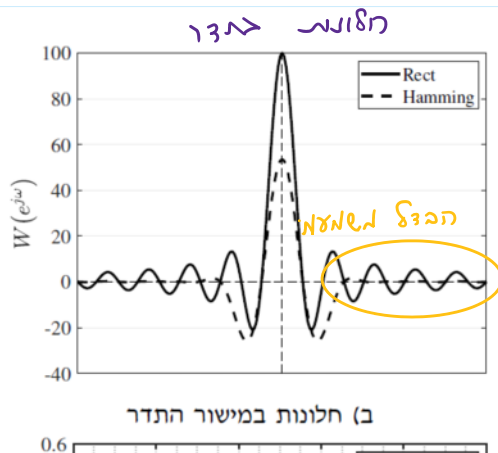
כא שחזר $\delta(\cdot)$
ש \cos עשה קובולציה
עם $\text{sinc}(\cdot)$



תוצאה המאקבלת

חלון לא מלבני

הקטנת דליפה על חשבון הגדלת מריחה
לחץ: פחת גלילי פיק רחב יותר
גזגזים

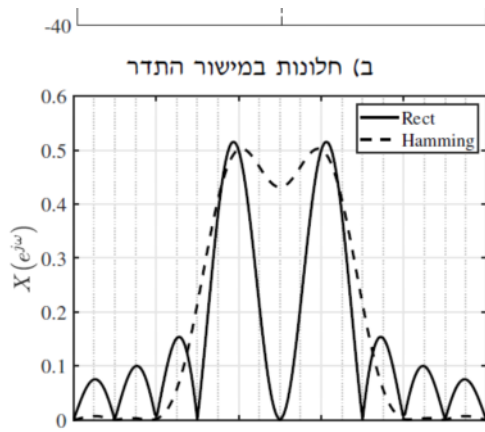


(ב) חלונות במישור התדר



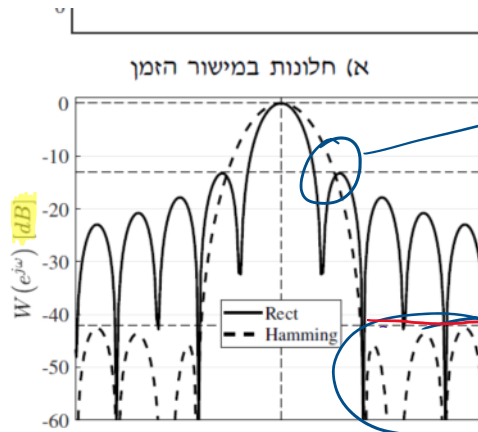
(א) חלונות במישור הזמן

רוחב



(ד) התמרה של האות $x(t)$ עם חלונות שונים

$$x[n] = \cos(0.48\pi n) + \cos(0.52\pi n)$$



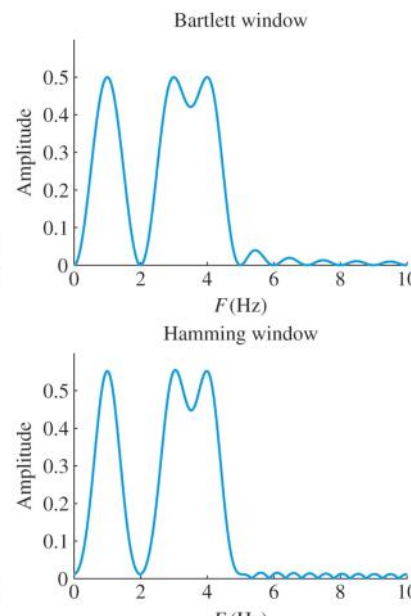
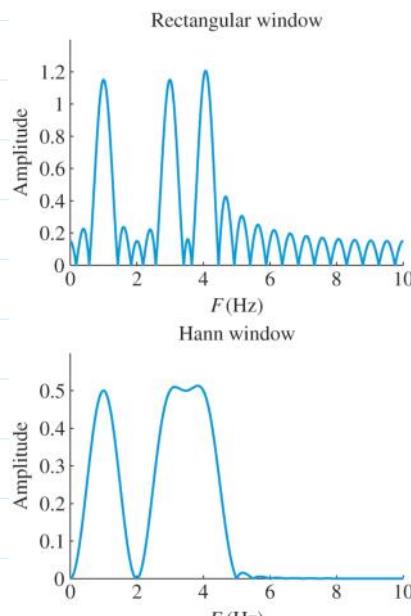
(ג) חלונות במישור התדר ביחידות dB

הבהרה: הכפלה בחלון היא עבור ניתוח גנרל בלבד!
לאחר והא מכנסה עולה במישור הזמן

הערה: לעיתים ישנה אפשרות לקבל יתר דגימה של האות (או תדר דגימה) מן אדוק יתר
עבור יתר ולפחות על הכפלה בחלון \leftarrow חלון רחב יתר = פיקים צרים יותר.

הערה שיש: שימוש בחלון לא נעני להשפיע על אנליזה של האות \Rightarrow
יש להכפל בפקטור "פיו" = $\frac{N}{\sum_{n=0}^{N-1} 1}$, כאשר N הוא ערכי החלון

* חלון הכי צר בתדר = חלון מלבני (וגם עם דליפה משמעותית ביותר)



צולמה עם
עוז 2 סוז
לעומר

