

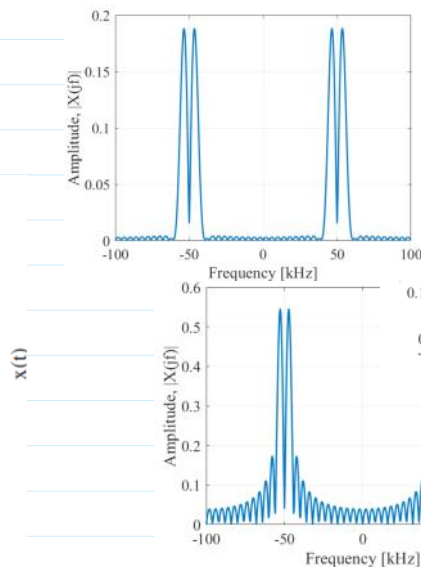
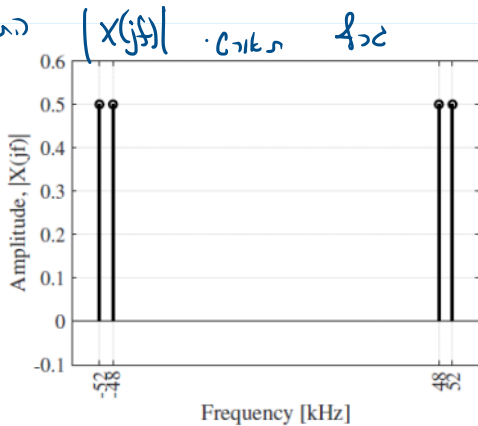
הקדמה

$$x(t) = \cos(2\pi F_1 t) + \cos(2\pi F_2 t)$$

$$F_1 = 48 \text{ kHz}$$

$$F_2 = 52 \text{ kHz}$$

התאמה פורייה  
 $\mathcal{F}\{x(t)\}$



דוגמה מספרית  
 דוגמה אנליטית

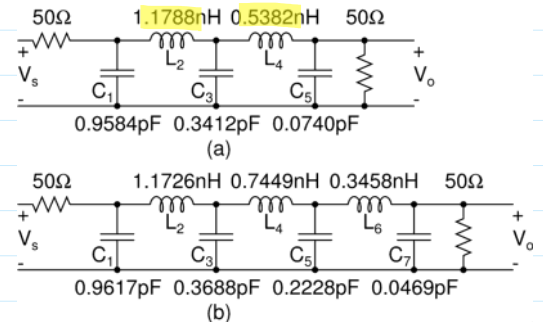
לכאורה  
 הכי טוב

לכאורה כותב טוב

משיב צה כעלית

דוגמאות למסגרים אלגוריתמים

\* צריך לציין ברכיבים  
 \* תלוי במספר  
 \* שינוי תדירות קטן - קשה לשמור  
 \* יחידות אחדות  
 \* יקר



סכמת

למספרים לא סגורים במסגרת  
 למערכת (מספר) היא אוסף פסוקים כפול ומחזור  
 למימוש ע"י מיקרו-מעבד:  
 קטן, זול, פרימטיבים מבוזבזים

תחום: אמליק, שימוש  
 משימות: בסיס: Matlab

סיכום

הערות	אחוז	קריטריון
תנאי לשקלול מרכיבי הציון הינו ציון 56 ומעלה בבחינה. במידה והציון נמוך מזה, הציון הסופי בקורס הינו ציון הבחינה.	80%, 65%	בחינה סופית:
בוחן מקוון. ציון מגן. כ- 15%	15%	בחנים:
מבטים: "פרוטקלים" עד חנוכה (25.12 חופש)	20%	פרויקט:
ציון מגן הינו ציון שישוקלל רק בתנאי שביא לעליה בציון הסופי.		הערות:

לכאורה: ציטה בחינה  
 dmitry@ac.sce.ac.il

# סיווג אותות בדידים ומערכות בדידות

בפני 333

זמן רציף (הגדרה 2.1): אות בזמן רציף יוגדר ע"י סוגריים עגולות, לדוגמה,  $x(t)$ .

כשאומרים אותות ספרתיים, הכוונה בחוברת היא לאותות בזמן בדיד.

זמן בדיד (הגדרה 2.2): אות בזמן בדיד יוגדר ע"י סוגריים מרובעים, לדוגמה,  $x[n]$ , כאשר

$n \in \mathbb{Z}$  (מספר שלם).

דגימה (הגדרה 2.3): בהינתן זמן דגימה  $T$  או תדר דגימה  $F_s = 1/T$ , הקשר בין אות אנלוגי לספרתי הוא

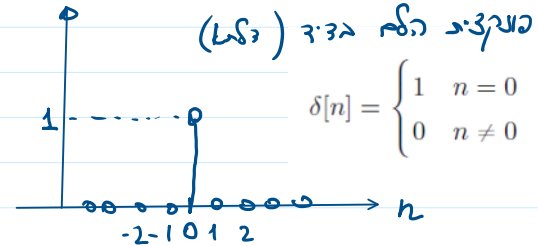
$$s[n] = s(nT).$$

(2.1)



אותות בדידים

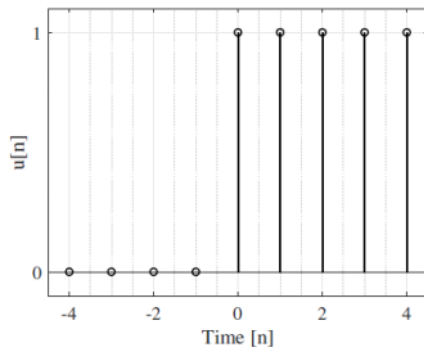
בעקבות הלם ב-333 (2.4)



$$\delta[n] = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$

מדרגה בדידה (הגדרה 2.5):

$$u[n] = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$



(2.5)

קשר בין אותות בסיסיים (תכונה 2.1): מתקיימים השוויונים

$$\delta[n] = u[n] - u[n-1]$$

$$u[n] = \sum_{k=-\infty}^n \delta[k]$$

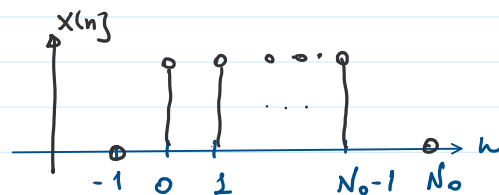
כאשר

$$x[n] = u[n] - u[n - N_0]$$

נמצא:

$$N_0 > 0 \text{ מ'ב' א'לם}$$

$$\begin{aligned} n = -1 & \quad x[-1] = u[-1] - u[-1 - N_0] = 0 \\ n = 0 & \quad x[0] = u[0] - u[0 - N_0] = 1 \\ n = 1 & \quad x[1] = u[1] - u[1 - N_0] = 1 \\ n = N_0 - 1 & \quad x[N_0 - 1] = 1 \\ n = N_0 & \quad x[N_0] = 0 \end{aligned}$$



הגדרת האות

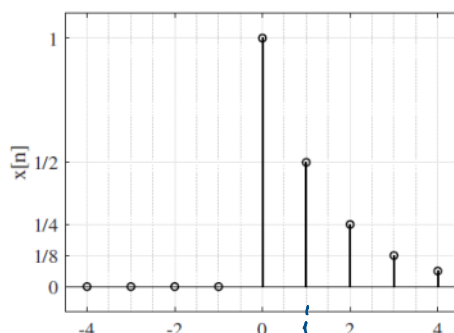
נמצא: את סיבה

\* את כל ה-8 שונים  
(ה-8 שונים ב-0)

$$y[n] = \{1, 2, 4\}$$

נ'ו  
6  
n=0

$$y[-1] = 1$$



$$x[n] = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^n & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$= (0.5)^n u[n] \quad (2)$$

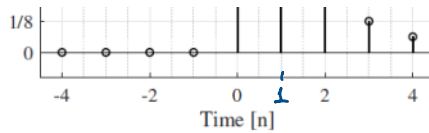
$$= \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots\right\} \quad (3)$$

$$y[-1] = 1$$

$$y[0] = 2$$

$$y[1] = 4$$

$$y[2] = ?$$

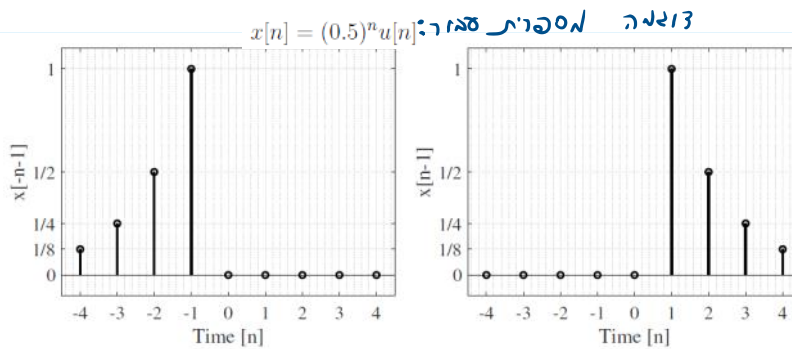


$$= \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots \right\} \quad (3)$$

אין צורך לסמן, כי מדובר בליבר הטימון

הערה: כל מה שלא נכתב באופן מפורש בייצוג  $x[n] = \{\dots\}$  הוא 0.

## פעולות על האות



(ב) שיקוף והזזה,  $x[-n-1]$

(א) הזזה,  $x[n-1]$

סיווג אותות בדידים

סיבה: (33 מ"י) \*  
 סיבה: (33 שאלה) \*  
 $x[n] = 0$   
 $n \leq N_0$   
 $n < 0$   
 $n = 0$   
 $n > 0$   
 $n$  שלילי \*  
 $n$  חיובי \*  
 $n = 0$  \*  
 $n$  חיובי \*  
 $n$  שלילי \*

\* מחזוריות:  $x[n+N] = x[n]$

א כי קטן = זמן מחזור

צוואה:

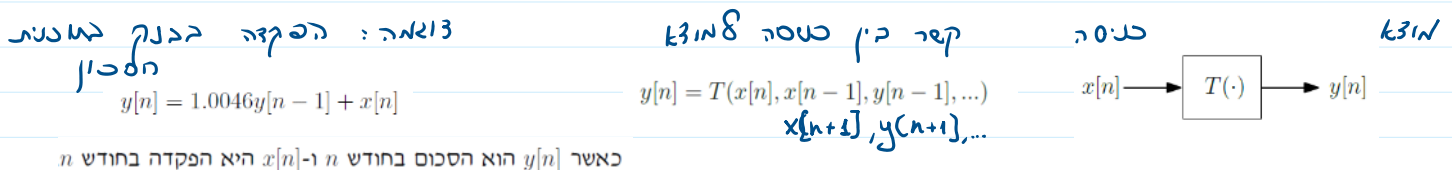
(א)  $x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)$   
 $x[n] = x[n+8]$   
 $8 \cdot \frac{\pi}{4} = 2\pi$   
 $\cos\left(\frac{\pi}{4}n\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}(n+8)\right)$

(ב)  $x[n] = \cos(n)$   
 $x[n] = x[n+N]$   
 $N = ?$

\* אנרגיה (הגדרה 2.17): אנרגיה של האות  $x[n]$  נתונה ע"י

$$E_x = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x^2[n]$$

## מערכות בדידות



סיווג מערכות בדידות

\* עם/בלי זכרון: תלות בדיוח בלבד

הווה < זמן  $n$

צוואה:  $y[n] = x[n]^2$  \*  
 בעל זכרון

עם זכרון

$y[n] = x[n] + x[n+1]$

זמן שהוא לא  $n$  בלבד

זמאני זמאני

עם זכרון  $y[n] = x[n] + x[n+1]$

נמן שהוא לא n בלבד

\* ליניאריות:  $T(a_1x_1[n] + a_2x_2[n]) = a_1T(x_1[n]) + a_2T(x_2[n])$

$x_1[n] \rightarrow T \rightarrow y_1[n]$

$a_1x_1[n] + a_2x_2[n] \rightarrow T \rightarrow a_1y_1[n] + a_2y_2[n]$

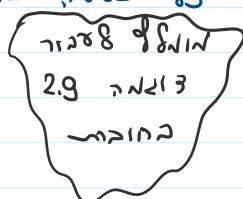
$x_2[n] \rightarrow T \rightarrow y_2[n]$

דוגמה 2.7: למשל, המערכת  $y[n] = x[n] - x[n-1]$  ליניארית, אך  $y[n] = x[n] + 3$  אינה ליניארית.

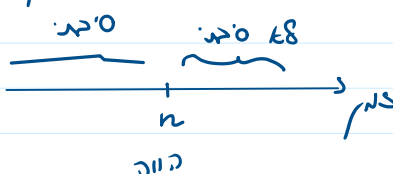
\* קביעות בזמן (הגדרה 2.20): מערכת בדידה מוגדרת על ידי הקשר כניסה מוצא  $y[n] = T(x[n])$  היא קבועה בזמן, כאשר אם מכניסים את אותה כניסה מוזזת  $x[n - n_0]$  יתקבל אותו מוצא מוזז  $y[n - n_0]$  (באותו פרמטר  $n_0$ ).

\* הפסיביות: ניתן לחבר

למערכת בעור, ולקבל מוצא עבור כל כניסה אפשרית



צולמה:  $y[n] = \sum_{k=0}^n x[k]$  לא קבוע בזמן



\* סיביות:

$x[n-2]$  סיביות

$x[n+2]$  לא סיביות

כניסה בעבר

זמן נכנס למערכת (כניסה עתידית)

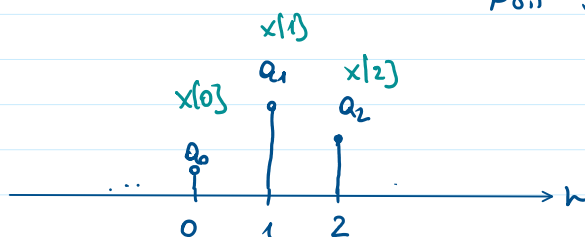
\* יציבות (הגדרה 2.22): מערכת בדידה היא יציבה כאשר עבור כל כניסה חסומה מתקבל מוצא חסום, הנקראת גם יציבות BIBO (Bounded input, bounded output).

## מערכות LTI (ליניאריות וקבועות בזמן)

$x[n] \rightarrow h[n]$

\* תאובת שהם

\* כל את ניתן להצב כסכום של פונקציות



$x[n] = a_0\delta[n] + a_1\delta[n-1] + a_2\delta[n-2]$

$= \sum_{k=0}^2 a_k \delta[n-k]$

זוהי כלשהי

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\delta[n-k]$$

## קונבולוציה בדידה

א נתון כניסה / מוצא עבור את כל

$x[n] \rightarrow h[n]$

$a_0x[n] \rightarrow a_0h[n]$

תוצאה שהם ליניארית

$$\begin{aligned} a_n &\rightarrow h_n && \text{תשובה עולה} \\ a_0 \delta[n] &\rightarrow a_0 h[n] && \text{עולה בלבד} \\ a_1 \delta[n-1] &\rightarrow a_1 h[n-1] && \text{עולה בלבד + קביעת הסמן} \end{aligned}$$

$$a_0 \delta[n] + a_1 \delta[n-1] \rightarrow a_0 h[n] + a_1 h[n-1]$$

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \delta[n-k] \rightarrow \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k h[n-k] \quad a_k = x[k]$$

קונבולוציה בסמן בזמן

$$y[n] = h[n] * x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] h[n-k]$$

אורך תגובה לאות סופי בזמן (תכונה 2.5): עבור אות כניסה באורך  $N_x$  ואורך תגובה להלם  $N_h$ , אורך התגובה המתקבלת

$$N_y = N_h + N_x - 1 \quad (2.16)$$

קומוטטיביות  $h_1[n] * h_2[n] = h_2[n] * h_1[n]$

$$(h_1[n] * h_2[n]) * h_3[n] = h_1[n] * (h_2[n] * h_3[n]) = h_1[n] * h_2[n] * h_3[n] \quad \text{אסוציאטיביות}$$

$$(h_1[n] + h_2[n]) * h_3[n] = h_1[n] * h_3[n] + h_2[n] * h_3[n] \quad \text{פילוג}$$

$$\begin{aligned} x[n] &= [3, -5, 9] & N_x &= 3 \\ h[n] &= [2, 4, 6] & N_h &= 3 \\ y[n] &= ? & N_y &= 3 + 3 - 1 = 5 \end{aligned}$$

צורה מספרית

$$\text{conv}([3 \ -5 \ 9], [2 \ 4 \ 6])$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 2 & 16 & 6 & 54 \end{bmatrix}$$

מישור ע"פ הצורה:

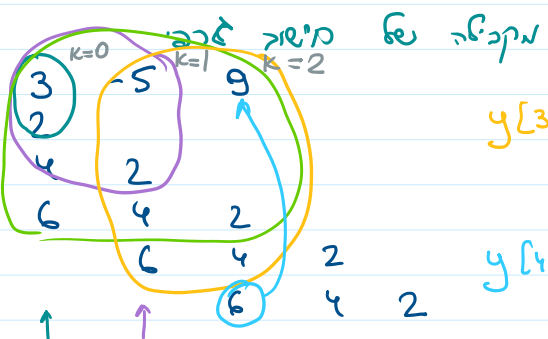
$$y[n] = h[n] * x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] h[n-k]$$

$$y[0] = \sum_k x[k] h[-k] \quad h[-k] = 0 \quad k \neq 0$$

$$\begin{aligned} &= x[0] h[0] \quad \leftarrow k=0 \\ &= 3 \cdot 2 \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y[1] &= \sum_{k=0}^1 x[k] h[1-k] \quad k=0, 1 \\ &= x[0] h[1] + x[1] h[0] \\ &= 3 \cdot 4 + (-5) \cdot 2 = 12 - 10 \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$h[n] \text{ Fe (SSIN) } \rightarrow \begin{aligned} &x[k] \\ &h[1-k] \\ &h[2-k] \\ &h[3-k] \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} y[3] &= 6 \cdot (-5) \\ &\quad + 9 \cdot 2 \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$y[4] = 6 \cdot 9 = 54$$

$$\begin{aligned} y[n] &= 6 \cdot 3 + 4 \cdot (-5) + 2 \cdot 9 \\ &= 18 - 20 + 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 n=0 \quad n=1 \quad n=2 \quad y(n) &= 6 \cdot 3 + 4 \cdot (-5) + 2 \cdot 9 \\
 &= 18 - 20 + 18 \\
 &= 16
 \end{aligned}$$

### סיבתיות ויציבות עבור מערכות LTI

\* סיבתיות אם ורק אם  $\underbrace{h[n] = 0}_{\text{את סיבתי}} \text{ עבור } n < 0$

\* יציבות (תכונה 2.10): נתונה מערכת LTI מוגדרת על ידי תגובתה להלם  $h[n]$ . המערכת יציבה אם ורק אם

$$(2.22) \quad \sum_{k=-\infty}^{\infty} |h[k]| < \infty.$$

FIR ו-IIR



Infinite Impulse Response

Finite Impulse Response

תשובה להלם אינסופית

תשובה להלם סופית במא