

תרגיל

נחית קטבים ולפסים

$$H(z) = \frac{1 - 2z^{-3} + z^{-6}}{(1 + 2z^{-1})(1 + 0.5z^{-1})}$$

פתרון: 1. להכפיל ב $\frac{z^6}{z^6}$

$$H(z) = \frac{z^6 - 2z^3 + 1}{z^4(z+2)(z+\frac{1}{2})}$$

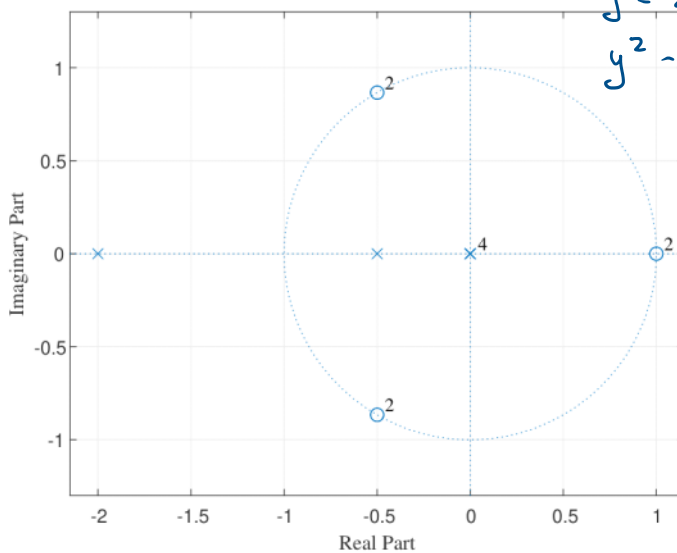
קטבים: $z = -2$

$z = -\frac{1}{2}$

$$y = z^3$$

לפסים:

$$y^2 - 2y + 1 = 0 \rightarrow y = 1 \rightarrow z = \sqrt[3]{y}$$



תנאי לפאזה מינימלית (תכונה 5.8): עבור מערכת סיבתית בעלת פאזה מינימלית היא מערכת בעלת:

□ כל הקטבים שלה נמצאים בתוך מעגל היחידה. מדובר בתנאי ליציבות (ראה תכונה 3.15).

□ כל האפסים שלה נמצאים בתוך מעגל היחידה. התנאי מבטיח בין היתר, כי מערכת הפוכה תהיה יציבה, עם קטבים בתוך מעגל יחידה.

והשהיית חבורה (group delay) נתונה ע"י

$$\tau_{gd}(\omega) = -\frac{d}{d\omega} \angle H(e^{j\omega})$$

$$H(e^{j\omega}) = \alpha\omega + \beta$$

$$\tau_{gd} = \alpha$$

2 שימוש בחלונות (25 נק')

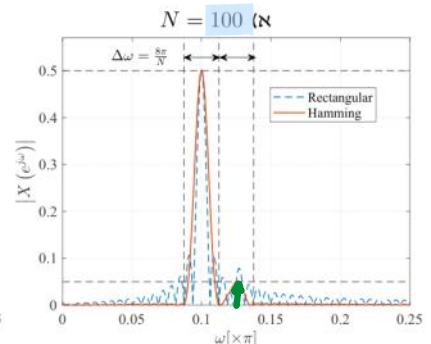
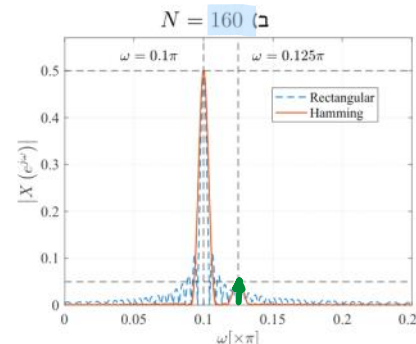
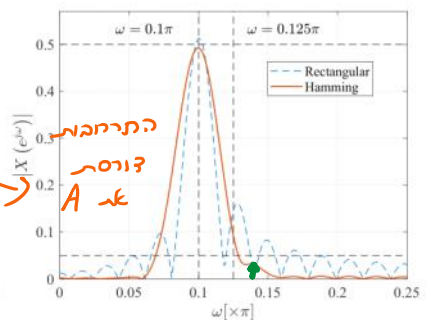
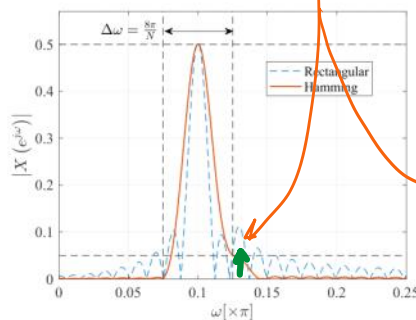
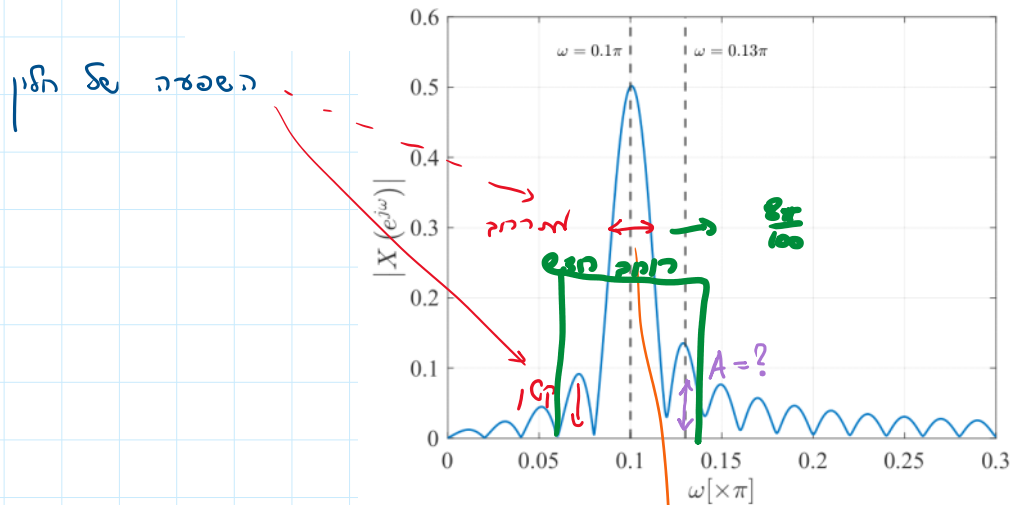
נתון אות ספרתי

$$x[n] = \cos(0.1\pi n) + A \cos(0.13\pi n), \quad N = 0, \dots, 99$$

כדי לבדוק את האמפליטודה A , בוצעה התמרת פוריה של האות, תוך שימוש בריפוד האפסים. תוצאה של ההתמרה מופיעה באיור 2.

ניכר מהגרף, כי יש השפעה משמעותית של גליות (sidelobes) על הרכיב $A \cos(0.13\pi n)$. **שאלה**: האם אפשר לשפר את התצוגה ע"י אחד החלונות שבטבלה בדף נוסחאות כדי לשפר את הדיוק של אמפליטודת האות? אם כן, איזה

חלון תמליצו?



נתון אות מהצורה

$$x[n] = \sum_{k=0}^6 \delta[n - 2^k]$$

1. האות מוזן למערכת בעלת תגובה להלם

$$h[n] = u[n] - u[n - 10]$$

$$y[n] = h[n] * x[n]$$

מהו ערך המקסימלי של $y[n]$, ועבור איזה ערכי n הוא מתקבל?

2. נתון

$$z[n] = h[n] \overset{N}{\odot} x[n]$$

$$x[n] = \sum_{k=0}^6 \delta[n - 2^k]$$

1. האות מוזן למערכת בעלת תגובה להלם

$$h[n] = u[n] - u[n - 10]$$

$$y[n] = h[n] * x[n]$$

מהו ערך המקסימלי של $y[n]$, ועבור איזה ערכי n הוא מתקבל?

2. נתון

$$z[n] = h[n] \oplus x[n]$$

מהו ערך המינימלי האפשרי של N ? עבור ערך N זה, מהו ערך המקסימלי של $z[n]$, ועבור איזה ערכי n הוא מתקבל?

מתקבל?

1. $x[n]$

$$x[n] = \sum_{k=0}^6 \delta[n - 2^k]$$

$$= \delta[n-1] + \delta[n-2] + \delta[n-4] + \dots + \delta[n-16] = \{0, 1, 1, 0, 1, \dots\}$$

$$x[n] = \{0, 1, 1, 0, 1\}$$

$$x[n-1 \bmod 5] =$$

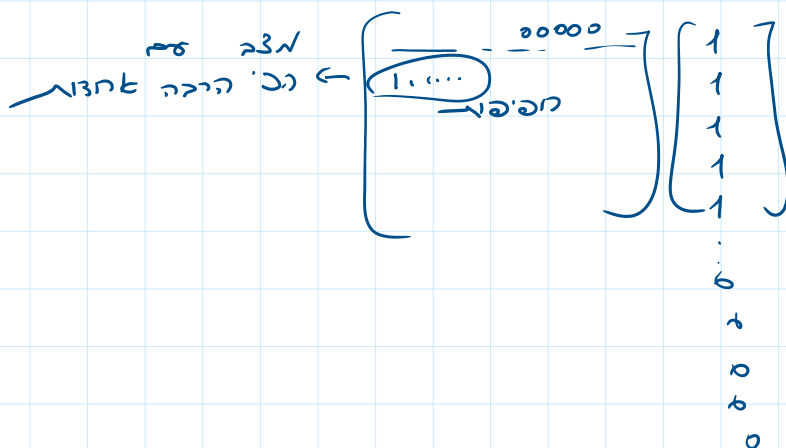
$$n=0 \quad -1 \bmod 5 = 4$$

$$n=1 \quad 0$$

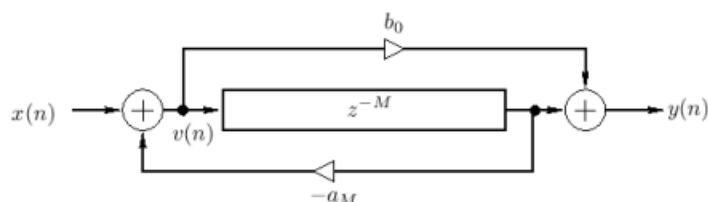
$$x_1[n] \oplus x_2[n] = \sum_{m=0}^{N-1} x_1[m] x_2[(n-m) \bmod N]$$

$$\begin{bmatrix} y[0] \\ y[1] \\ y[2] \\ y[3] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x[0] & x[3] & x[2] & x[1] \\ x[1] & x[0] & x[3] & x[2] \\ x[2] & x[1] & x[0] & x[3] \\ x[3] & x[2] & x[1] & x[0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h[0] \\ h[1] \\ h[2] \\ h[3] \end{bmatrix}$$

$h[n]$



$$H(e^{j\omega}) = \frac{1 + b_0 e^{j\omega M}}{a_M + e^{j\omega M}}$$



4. מה הם הערכים של b_0, a_M עבורם המערכת היא יבעלת פאזה לינארית?

$$-a_M$$

4. מה הם הערכים של b_0, a_M עוברים המערכת היא יבעלת פאזה לינארית?

• הערה: (1) ניתן להתייחס לערך זוגי או אי זוגי של M בלבד.

(2) יכול להיות שתכונות מסויימות לא מתקיימות עבור שום ערכים של b_0, a_M .

FIR + $a_n = 0$

1) $H(e^{j\omega}) = e^{-j\omega M} + b_0$

$h[n] = \{b_0, 0, 0, \dots, 1\}$ $b_0 = 1 \Rightarrow h[n] = h[M-n] \Rightarrow$ פלט 8 \rightarrow 1

2) $a_n = b_0 = 0 \Rightarrow H(e^{j\omega}) = e^{-j\omega M}$ \rightarrow 1 \rightarrow 8 \rightarrow 1

(ג) עבור האות הנתון, יש לתכנן מסנן עבור פעולת דסימציה לעיל. המסנן יתוכנן בשיטת החלונות, ומבוסס חלון Hamming.

• מהו הביטוי (תגובה להלם) של המסנן? \rightarrow 1 \rightarrow 8 \rightarrow 1

• מהו אורך המינימלי הנדרש של המסנן? \rightarrow 1 \rightarrow 8 \rightarrow 1

תשובה: תגובה להלם של המסנן היא מסנן LPF אידיאלי (הביטוי מופיע בחוברת) מוכפל בחלון באורך מתאים.

(2) מסנן צריך להבדיל בין זוג אותות, לכן רוחב עונת מעבר הוא 0.025π ורוחב העונה המרכזית לפחות 0.1π . לכן אורך

$$\frac{6.22\pi}{0.025\pi} \approx 249$$

