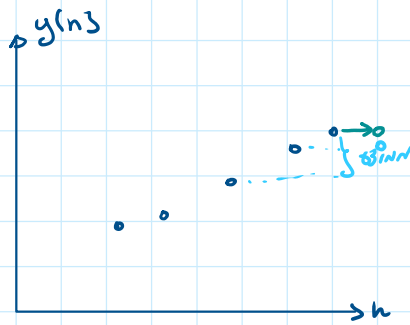


# Lec8 - Exponential smoothing

Wednesday, 14 August 2024 17:05



מטרה: חישוב אומדן

דקט

שיטת טריווילית

\* ערך האחרון / \* ממוצע של ערכים האחרונים

$$\hat{y}[n] = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^M y[n-i]$$

\* ממוצע של כל הערכים

$$\hat{y}[n] = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n y[i]$$

Exponential Smoothing

היתרון

(כז)

לעומת ממוצע מוביל של ערכים

ערך הסטטיסטי יקבל משקל נמוך יותר כאשר ממוצע בעבר נמוך יותר

אומדן תכונת

\* סכום המשקלים = 1

$$\hat{y}[n+1] = y[n]\alpha$$

$$+ y[n-1]\alpha(1-\alpha)$$

$$+ y[n-2]\alpha(1-\alpha)^2$$

$$+ \dots$$

$$+ y[n-k]\alpha(1-\alpha)^k + \dots$$

\* עדיין נמוך יותר משקל נמוך יותר

\* memory decay rate

$\alpha = 1 \Leftarrow$  אומדן של ערך הקודם

$\alpha$  קרוב ל-1  $\Leftarrow$  שכחה מהירה

$\alpha$  קרוב ל-0  $\Leftarrow$  הרכבה ערכים שלעברית

הסיס מתמטי:

The sequence is of the form

$$\sum_{k=0}^{\infty} (1-\alpha)^k = \frac{1}{\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1$$

תנאי התכונות

For example, for  $\alpha = \frac{1}{2}$ ,

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = 2$$

סדרה מתאמת לסכום 1

$$\sum_{k=0}^{\infty} \alpha(1-\alpha)^k = \alpha + \alpha(1-\alpha) + \alpha(1-\alpha)^2 + \dots + \alpha(1-\alpha)^k + \dots = 1$$

סכום:

\* אומדן

$$\hat{y}[n+1] = \alpha y[n] + (1-\alpha)y[n-1]$$

\* שם הרשמי

(SES)

simple exponential smoothing

\* ערך של א למחשב לספירה

כוח לחיזוי:

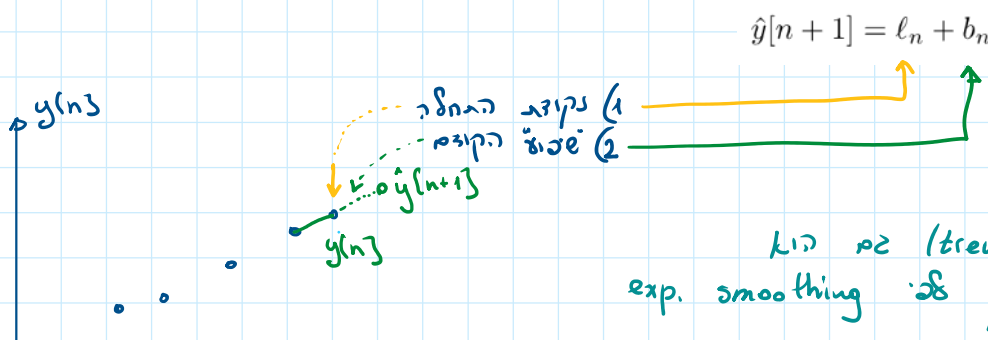
$$\arg \min_{\alpha} \sum_{i=2}^L \mathcal{L}(y[i], \hat{y}[i])$$

השיטה MSE

$$\mathcal{L}(y[i], \hat{y}[i]) = (y[i] - \hat{y}[i])^2$$

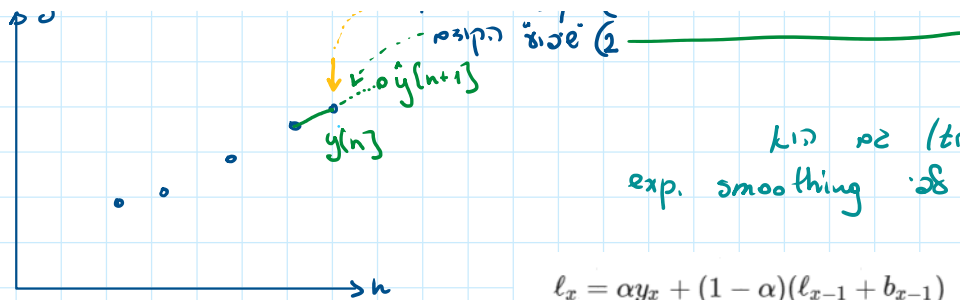
Double Smoothing

Exponential



$$\hat{y}[n+1] = \ell_n + b_n$$

שיטת (trend) גם היא למחשב / exp. smoothing



שיטת (trend) היא  
למתן exp. smoothing

<https://grisha.org/blog/2016/02/16/triple-exponential-smoothing-forecasting-part-ii/>

$$\begin{aligned} \ell_x &= \alpha y_x + (1 - \alpha)(\ell_{x-1} + b_{x-1}) & \text{level } \alpha \\ b_x &= \beta(\ell_x - \ell_{x-1}) + (1 - \beta)b_{x-1} & \text{trend } \beta \\ \hat{y}_{x+1} &= \ell_x + b_x & \text{forecast} \end{aligned}$$

שיטת ה'הצ' (trend)

<https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/pmc/section4/pmc433.htm>

תנאי ההתאמה:

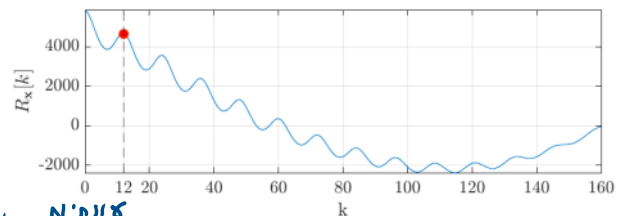
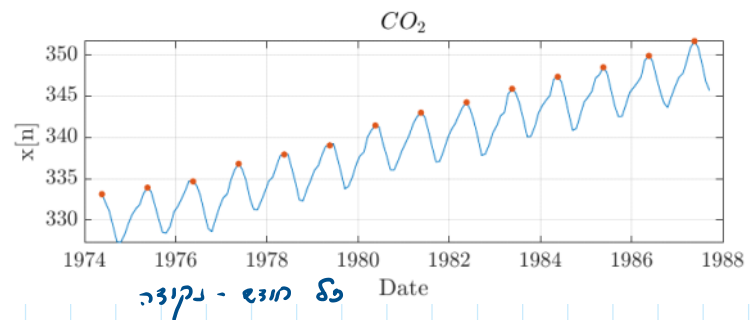
- 1)  $b_1 = y_2 - y_1$
- 2)  $b_1 = \frac{1}{3}[(y_2 - y_1) + (y_3 - y_2) + (y_4 - y_3)]$
- 3)  $b_1 = \frac{y_n - y_1}{n - 1}$

3 אפשרויות

## Triple Exponential Smoothing

### Seasonality

\* רכיב לעונות  
למשל חודש 23  
למשל חודש 12



עונות של כל חודש

שם נוסף לשיטה:  
מ-ב-א

למרה: הוספת רכיב עונות exp. smooth

<https://grisha.org/blog/2016/02/17/triple-exponential-smoothing-forecasting-part-iii/>

$$\begin{aligned} \ell_x &= \alpha(y_x - s_{x-L}) + (1 - \alpha)(\ell_{x-1} + b_{x-1}) & \text{level } \alpha \\ b_x &= \beta(\ell_x - \ell_{x-1}) + (1 - \beta)b_{x-1} & \text{trend } \beta \\ s_x &= \gamma(y_x - \ell_x) + (1 - \gamma)s_{x-L} & \text{seasonal } \gamma \\ \hat{y}_{x+m} &= \ell_x + mb_x + s_{x-L+1+(m-1) \bmod L} & \text{forecast} \end{aligned}$$

L - אורך העונה

$$b_0 = \frac{1}{L} \left( \frac{y_{L+1} - y_1}{L} + \frac{y_{L+2} - y_2}{L} + \dots + \frac{y_{L+L} - y_L}{L} \right)$$

יתרון: חזוי לעבר עם נאמנות