

DFT - היבטים מעשיים

* ציר השמן
* ריבויז באפסים
* בעל

* ציר התדר

לחצו **הנה** שיוך צגמט של התמרת DFT ערכי תדר של FT $X(j\omega)$, $X[k]$
 $X[k] = \text{DFT}\{x[n]\}$

$n=0, \dots, N-1$, $k=0, \dots, N-1$ וקטור של ערכי התמרת DFT (מרוכב) באורך N
השאלה: מהו קשר בין ערך k לתדר אנלוגי ביחידות Hz ?

הערה: * עליון הרצאה, נניח שלדובר באת למעט \Leftarrow גאט אמפליטוד סימטריה
 * גיח שאת מקור בשמן כזלז גאזם בתדר "מגאים" (מספיק גבוה)
 * לא נבדק בהרצאה בבטיח הקטור עבר צגמה (aliasing).

חברה על סימונים והצגות:

* $X[k] = \text{DFT}\{x[n]\}$ - התמרת DFT

* התדר של התמרת DFT הוא תדר בדיד, k , כאשר $k=0, 1, \dots, N-1$. סה"כ לא ערכים, כאשר N הוא שוק

* התמרת DFT הא צגמט בתדר של התמרת DFT (שמן בדיד, תדר כזלז) $X(e^{j\omega})$ **התמרת**

כאשר צגמט חזר הן בתדירות: $\omega_k = \frac{2\pi}{N}k, k=0, 1, \dots, N-1$

* קשר בין ω ו- ΩT : $\omega = \Omega T$

תדר ω **ספיק**
 תדר Ω **ספיק**
 תדר Ω **ספיק**

* $F_s = \frac{1}{T}$ [Hz] תדר צגמה

צולמה מספרית:

$F_s = 1000 \text{ Hz}$, $T = \frac{1}{1000} = 10^{-3} \text{ sec}$

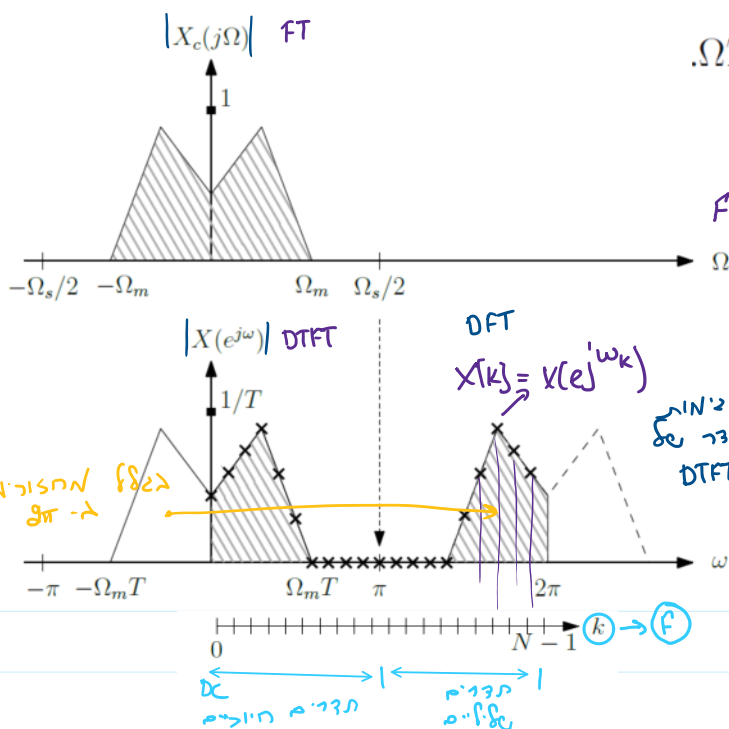
$x(t) = \cos(2\pi F_0 t)$

$F_0 = 125 \text{ Hz}$

$x[n] = x(nT) = \cos(2\pi F_0 nT)$

$= \cos(2\pi \frac{F_0}{F_s} n)$

$\dots F_0 = 125 \text{ Hz}$



תצורה
תצורה

$$= \cos\left(2\pi \frac{F_0}{F_s} k\right)$$

$$= \cos\left(2\pi \frac{125}{1000} k\right)$$

$$= \cos\left(\frac{\pi}{4} k\right)$$

$$X(jF) = \mathcal{F}\{\cos(2\pi F_0 t)\}$$

$$= \frac{1}{2} \delta(F - F_0) + \frac{1}{2} \delta(F + F_0)$$

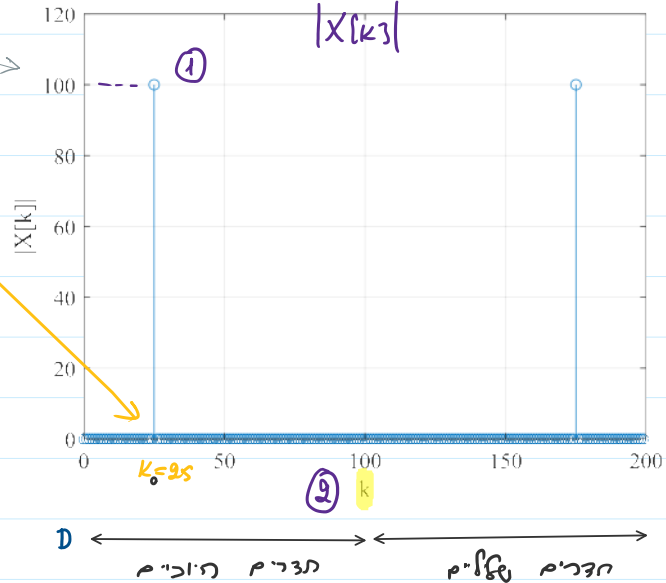
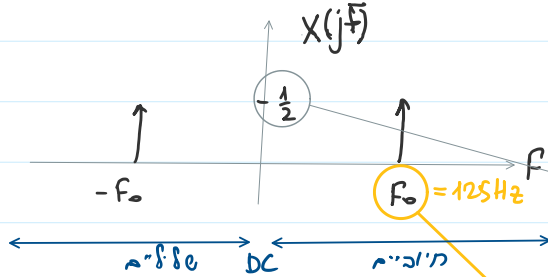
בציר

$$n=0, \dots, N-1$$

$$X[k] = \text{DFT}\{x[n]\} \quad k=0, \dots, N-1$$

$$N=200$$

למשל DFT → Matlab הוא סף פקודה fft.



דעו: 1. אמפליטודה - יש להחזק את

האמפליטודה ב-N

2. ציר התדר: אין להקשים

בין k ו-F0

קשר בין תדרים אנונימיים לספרות

$$\Omega T = (2\pi F)T = \omega \leftrightarrow \omega_k = \frac{2\pi}{N} k$$

$$2\pi FT = \frac{2\pi}{N} k$$

$$F_k = \frac{k}{N} \frac{1}{T} = \frac{k}{N} F_s$$

$$\Rightarrow F_0 = \frac{25}{200} \cdot F_s = \frac{25}{200} \cdot 1000 = 125 \text{ Hz}$$

נעשה סמלריה, נבחן תדרים חיוביים בלבד

התדרים $(\pi, 2\pi)$ המתיחסים לתחום תדרים שליליים של $(-\frac{\Omega_s}{2}, 0)$.

ב-Matlab, החזרת התדרים "למקומם" נעשת ע"י פקודה fftshift.

ריבוע באסיים

נחזור על הביולוגיה עם N=100

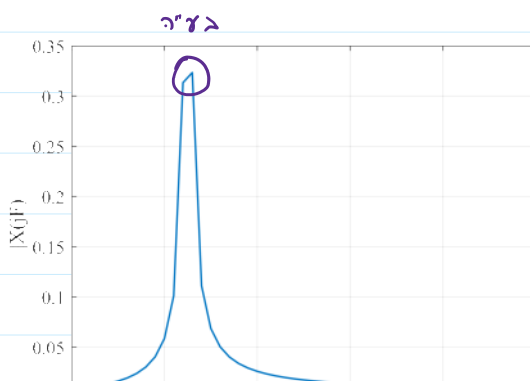
מקור הבסיס: אין ביטוי של התמרה

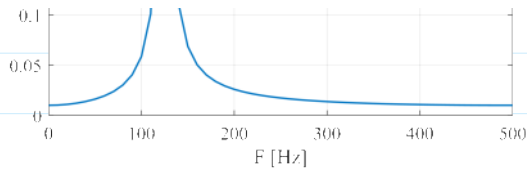
חישוב:

$$F_k = \frac{k}{N} \frac{1}{T} = \frac{k}{N} F_s$$

$$125 \text{ Hz} = \frac{k}{100} \cdot 1000 \Rightarrow k = 12.5$$

אז תמיד אריות אחדות יהיה |||

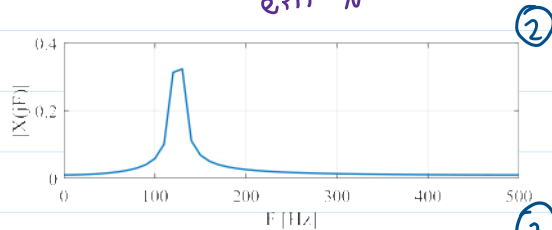




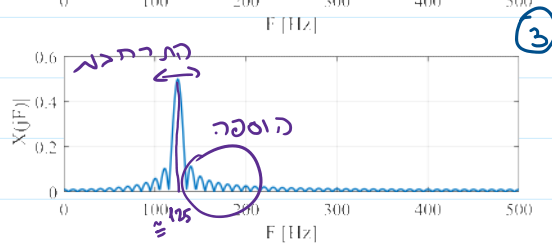
$$125 \text{ Hz} = \frac{K}{100} \cdot 1000 \Rightarrow K = 12.5$$

א תיג ערית למסר שלם !!!

תוספת ס' בנה
אפס'ם 0...0
את לקוי N לקוי

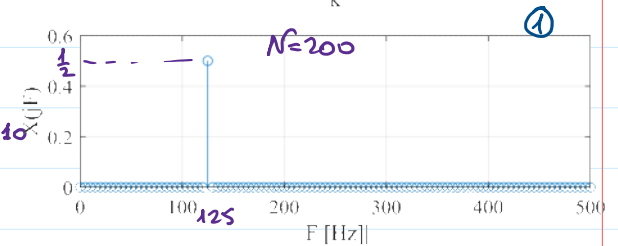
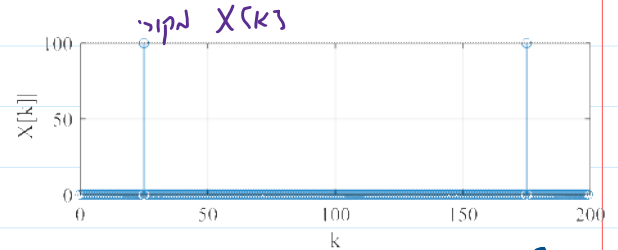


$$N = 100$$



$$N = 1024 = 2^{10}$$

פתרון: ריכוז באפסים
שלהי:



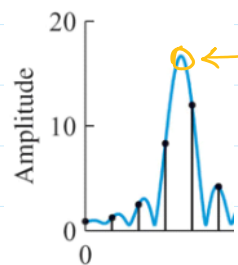
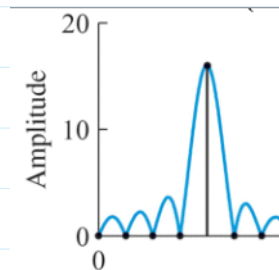
מצב שהצגה של תדר
בדיוק בפיק של 125

המסר גאווה עזרתי:

(1) ניתוח אמפליטודה עם N

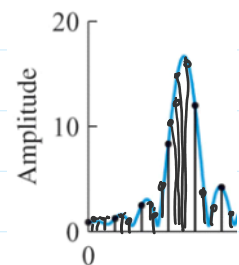
ציר תדר מסומן > [Hz]

מצב ליחיד לאוזן שלרף
יורא יפה!



(2) אין צגמה בתדר נקודה
מקסימום (פיק) של התדר

(3) מצב מעשי: 1. הוספת צגמה תדר בכמה
לצורך יתר (עריכה של הפיקים החסרים)
2. קימה התרחבה של הפיק
3. גאווה בצדדים



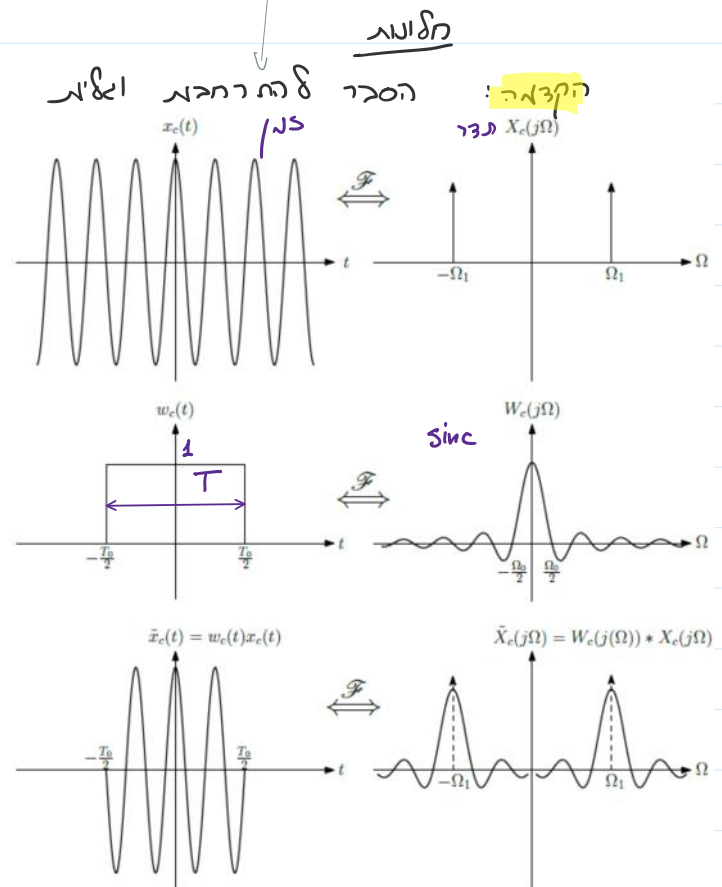
חלומות

הערות: הנתונים "עצמי" בזמן רצף, פשוט

$$x_c(t) = A \cos(\Omega_1 t + \varphi) \quad \text{למשל אף:}$$

אף מעשי תמיד סופי בזמן
משמעות = כפל ב"חלון" מוגבל

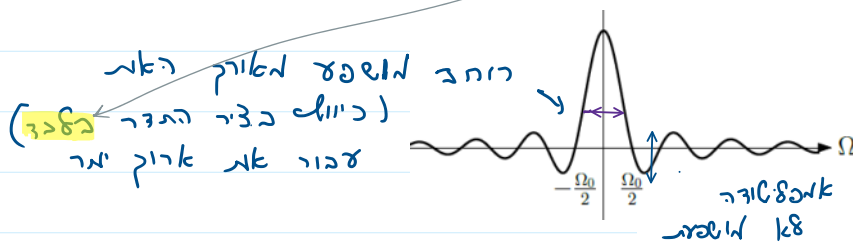
לכפל בזמן = קונבולוציה עם sinc בתדר



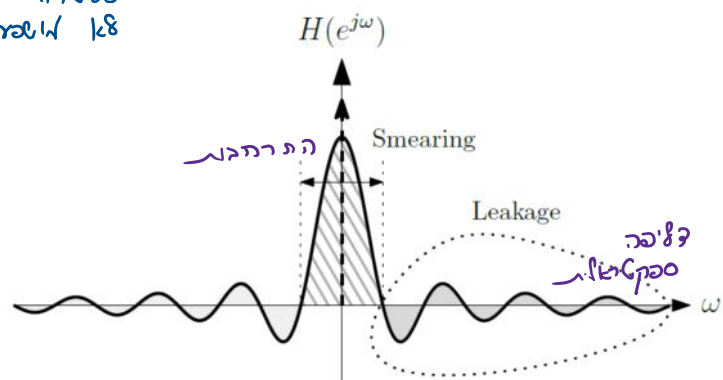
סיום והערה:

אות מעשי הוא סופי בזמן \Leftrightarrow התוצאה היא הכפלה בחלון בזמן = קונבולוציה עם sinc בתדר.

* העצם ארוך האם = sinc 3 יתר, אצל אלפסידות של העליות לא ישתנו את הכפלה, לא כיבוד באפסים

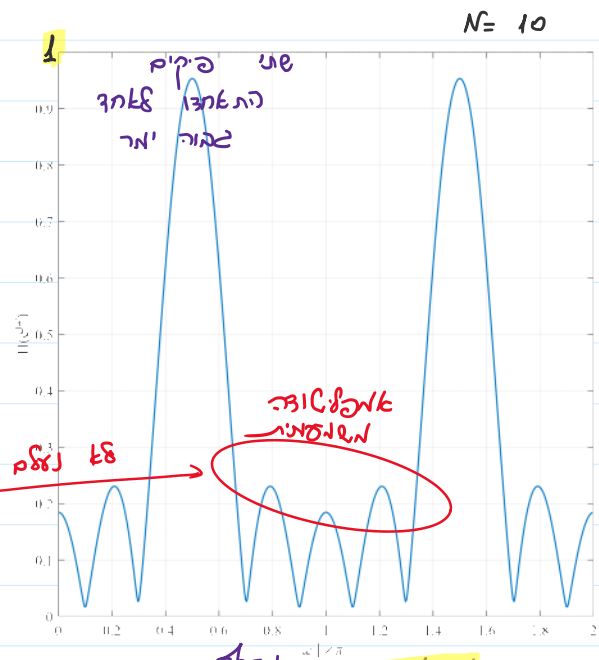
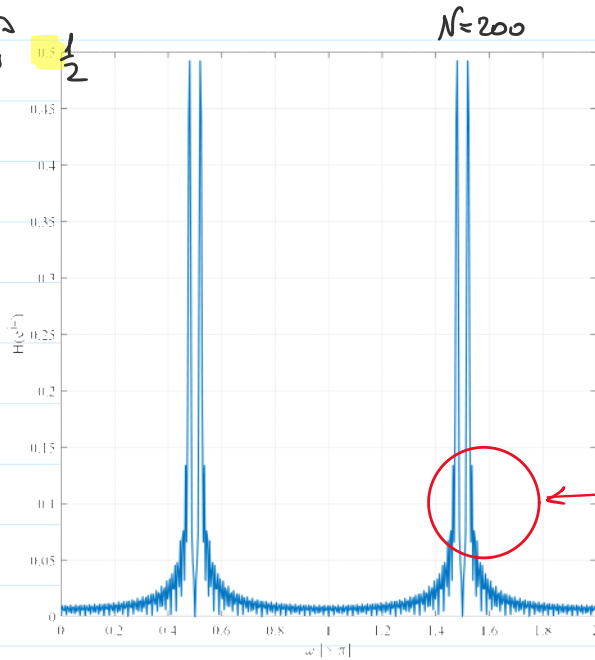


* מדובר במגבלה מובנת



$$x[n] = \cos(0.48\pi n) + \cos(0.52\pi n), \quad n = 0, \dots, N-1$$

דוגמה מספרית :



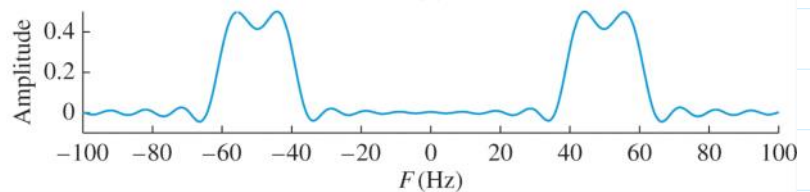
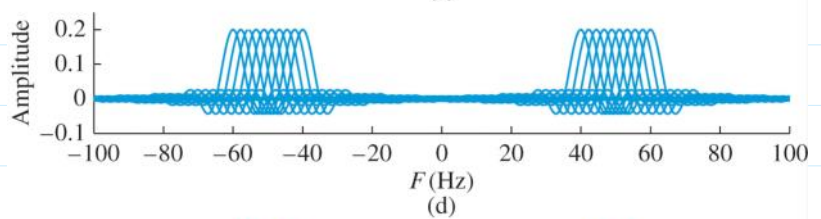
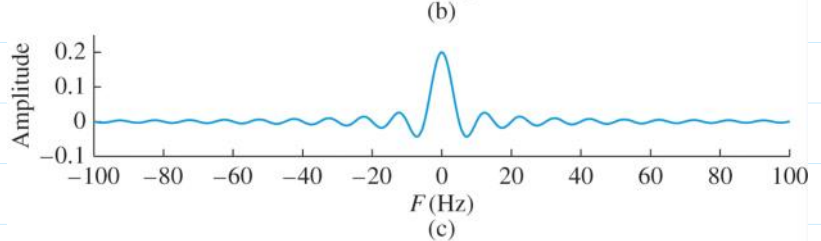
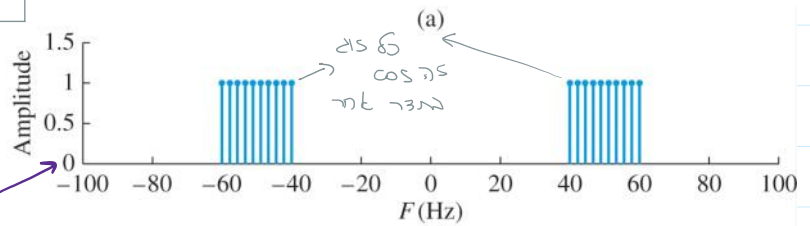
מסבירה: Matlab
 $\text{fft}(x)$ - תוצאת DFT
 $\text{fft}(x, N)$ - תוצאת אפסים עד N
 ערוך N

אם אפס N גדול, נחשב, ואם יש שם
 את נוסף או האם מדובר
 בקיבוע ספקטרום

דוגמה נוספת: אוסף של אמה \cos

גזירים סמוכים (פוסט גזירה)

תזז מקור



→ שום גזירה אורק את סופי
 (= התאמה של פוסט גזירה)

→ כל אמה מה (i) גזירה עליון
 עובר קונבולוציה עם שום

→ גילם המעקב כשר שום
 'עולים' אמה על השני

חלון דא מעבני

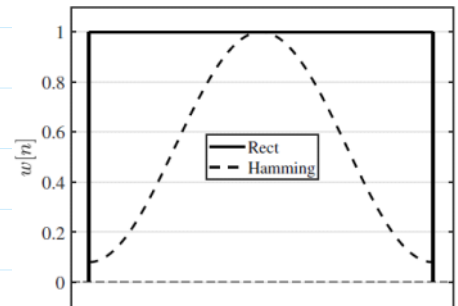
מטרה: המינימום עם זעיר

פתרון: הקטנת דליפה על חשבון הגדלת מריחה

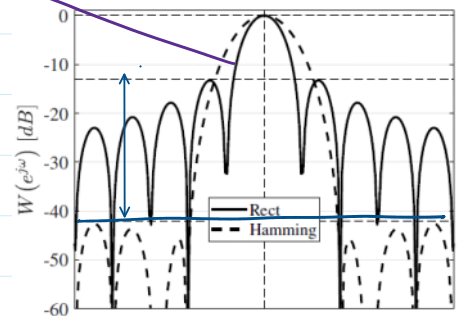
שיטה: אמרנו, שהמפה מתאמת, את ספי במין פירוש הכפלה גרס/חלון
גאגה 1 וברוחק מ (רוחק ד במין כ.ל.)
נתן 8 העזיר צורה חלון נוסף

$$w[n] = 0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{M-1}\right) \quad \text{Hamming חלון}$$

M-איק החלון
= איק הא



(א) חלונות במישור הזמן



(ג) חלונות במישור התדר ביחידות dB

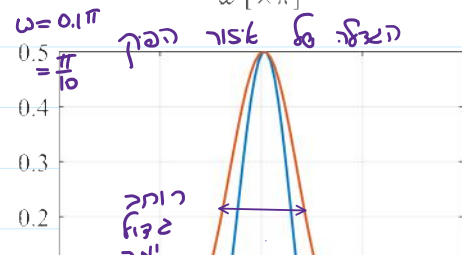
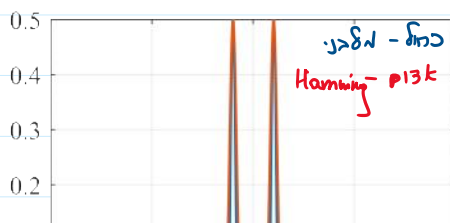
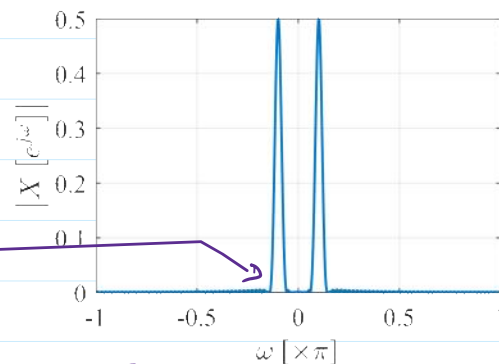
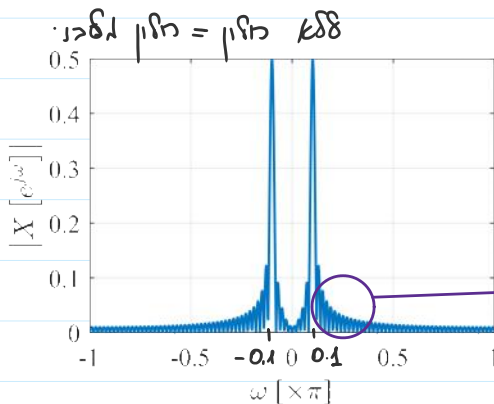
חלון מעבני - הכי צר עם זעיר ספקטללי לשימור

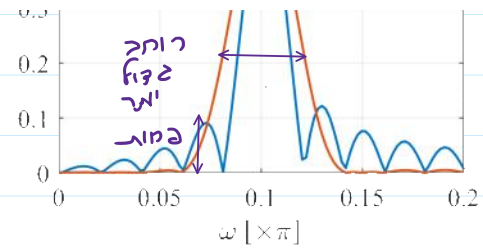
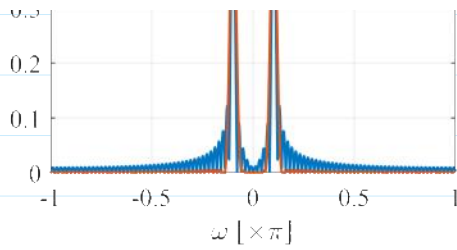
אופן השימוש: חלון - את לקור באורק מ

* כריר מתום
לחלון חלון DFT
פוס

* לחלון יכול להיות פונ אחר במטרה עספר
לצב במישור העבר

$$x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{10}n\right) \quad \text{צאמה מספר}$$





הצדדית: * ריפוד באפסים. נירמול אמפליטודה הוא 1. אורך את המקרי לפני
ריפוד באפסים.

* אנרגיה של המערכת שונה וזו של חלקן למאני
יש אנרגיה אמפליטודה ע"י הכפלה ב-
באשר א הוא אורך החלקן

$$\sum_{n=0}^N$$