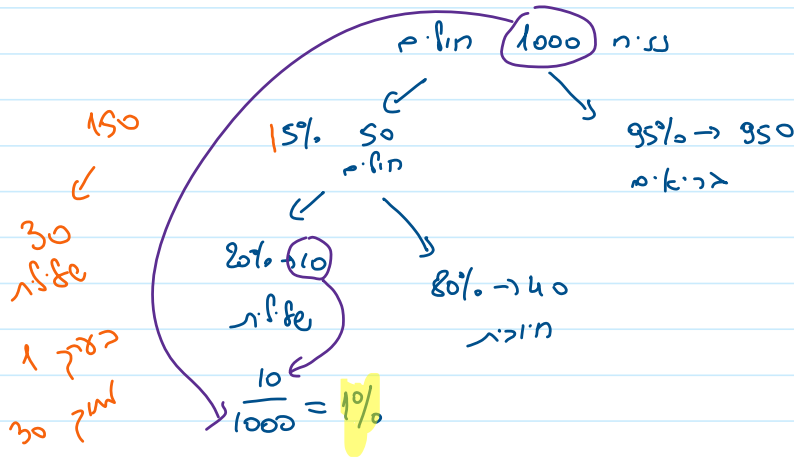
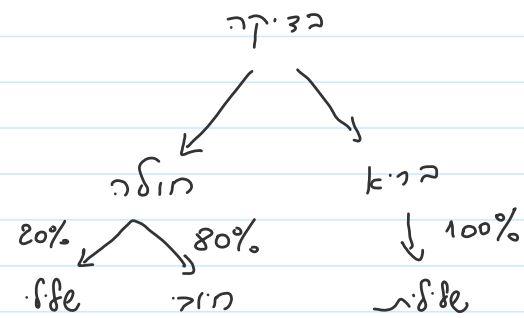


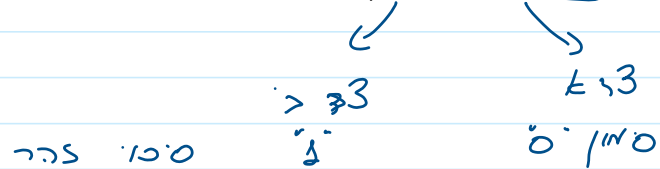
הקצנה - Covid-19 - אחוז מאומתים

נניח, ש 15% מהנבדקים הם חולים

לחץ הסיכוי עדיין נבדק חולה עקב תוצאה שלילי?



נניח של תוצאת בדיקה לא בע "הוא"



נבדוק מלבד מספר פסמים

N	בדיקה
1	פסמים תוצאה
0	" "
N-1	" "

למה: ניתוח תוצאת בדיקה N=2 מספרית

00, 01, 10, 11

תוצאות אפשריות

הסתברות	N-k	k	מספר תוצאות
$\frac{1}{4} \rightarrow 2$	2	0	00
$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \rightarrow 1$	1	1	01, 10
$\frac{1}{4} \rightarrow 0$	0	2	11

מספר אפשרי

N=3

N-k	k
3	0
2	1

$$3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$$

000
001, 010, 100 ← 3 ביטויים
011, 101, 110
111

k	N-k	
0	3	1/8
1	2	3/8
2	1	3/8
3	0	1/8

$$3 \cdot \underbrace{\left(\frac{1}{2}\right)}_{\text{הסתברות 1/2}} \cdot \underbrace{\left(\frac{1}{2}\right)^2}_{\text{הסתברות 1/4}} = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$$

N ביטוי

$$\left(\frac{1}{2}\right)^k \quad * \text{הסתברות } \delta \text{ אחת}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{N-k} \quad * \text{הסתברות } \delta \text{ N-k אפסים}$$

$$\binom{N}{k} = \frac{N!}{k!(N-k)!} \quad * \text{3 ביטויים}$$

הסתברות

שאלה: מה הסכום של תוצאות בין 80 ל-120.

$$\underbrace{\binom{200}{80} \left(\frac{1}{2}\right)^{80} \left(\frac{1}{2}\right)^{120}}_{\text{סכום } \delta \text{ 80}} + \underbrace{\binom{200}{81} \left(\frac{1}{2}\right)^{81} \left(\frac{1}{2}\right)^{119}}_{\text{סכום } \delta \text{ 81}} + \dots + \underbrace{\binom{200}{120} \left(\frac{1}{2}\right)^{120} \left(\frac{1}{2}\right)^{80}}_{\text{סכום } \delta \text{ 120}} \approx 0.996365$$

משפט אקראי (מקרי) בציר

הסתברות: שכיחות יחסית של תופעה כלשהי אחת אינסוף ניסויים
עוצאה: ניסוי של זריקת מטבע פעמים נגבש אינסוף פעמים

משפט אקראי (מקרי): פונקציה הלקיחה בין תוצאות הניסוי לתחום מספרים ממשיים
בהנחות: מוצא של ניסוי אקראי נפרדים

מ"א בציר: נתון מספר תוצאות הניסוי

דוגמאות:

- * מ"א המתאר תוצאה של זריקת קוביה
- * מ"א מספר זריקת קוביה עד שמוצא 6

אפיון של מ"א

PDF * probability density function
מטרה (עבור מ"א גזימי): קשר בין תוצאות הניסוי להסתברות לתוצאה זו

$$p_X[x_k] = P[X=x_k]$$

↓ ↓
תוצאה מ"א תוצאה של הניסוי

$$\left(\begin{matrix} \text{גזימי} \\ \text{מ"א} \end{matrix} \right) \quad \left(\begin{matrix} \text{מ"א} \\ \text{מ"א} \end{matrix} \right)$$

תכונות מסוי

$$0 \leq P_X[X_k] \leq 1 \quad \forall k \quad \text{תחום ערכים}$$

$$\sum_k P_X[X_k] = 1 \quad \text{סכום ערכים}$$

Cumulative Distribution Function CDF x

$$F_X(x) = \underbrace{P(X \leq x)}_{\text{הסתברות}} \quad \text{הגדרה:}$$

לכל $x \in \mathbb{R}$

$$F_X(x) = \sum_{k: X_k \leq x} P_X[X_k] \quad \text{קשר בין PDF ו CDF}$$

$$F_X(-\infty) = 0 \quad F_X(\infty) = 1$$

$$P(a < X \leq b) = F_X(b) - F_X(a)$$

פונקציה של יוצר, רשימה למיין

$$P(X > x) = 1 - F_X(x) \quad \text{הסתברות לשלילה}$$

התפלגות Bernoulli

למחרת כעלות של התפלגות: מפעל למחל

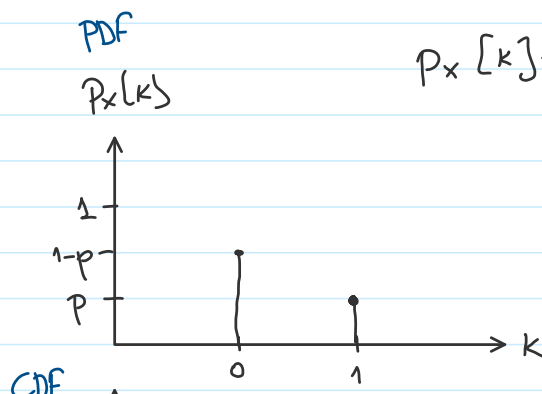
למחרת. עלתה ניסוי אקראי בעל 2 תוצאות אפשריות:

תוצאה	0	עם	הסתברות	$1-p$
תוצאה	1	'		p

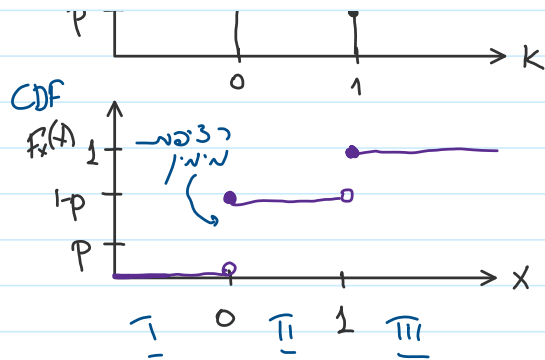
$$X \sim \text{Ber}(p) \quad \text{סימון}$$

$$P_X[k] = \begin{cases} 1-p & k=0 \\ p & k=1 \end{cases}$$

PDF



$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1-p & 0 \leq x < 1 \\ 1 & 1 \leq x \end{cases}$$



$$p_X(x) = \begin{cases} 1-p & 0 \leq x < 1 \\ p & x \geq 1 \end{cases}$$

תוחלת

מטרה: עזאפ"ן תוצאה הנסיון ע"י מספר בדיד

הצורה:

$$E[X] = \sum_k x_k p_X[x_k]$$

expectation כל תוצאה הנסיון תוצאת הנסיון הסתברות האמת תוצאה

$$E[g(X)] = \sum_k g(x_k) p_X[x_k]$$

פונקציה חשוכה:

$$E[g(X)] \neq g(E[X]) \quad \text{כאן כחל}.$$

צולא:

$$X \sim \text{Ber}(p)$$

$$E[X] = \underbrace{0 \cdot p_X[0]}_0 + \underbrace{1 \cdot p_X[1]}_p = p$$

שטח

מטרה: פנור של תוצאה הנסיון לסביב תוחלת

$$\begin{aligned} \text{Var}[X] &= E[(X - E[X])^2] \\ &= E[X^2] - E^2[X] \end{aligned}$$

הצורה:

$$X \sim \text{Ber}(p) \quad \text{צולא:}$$

$$\text{Var}[X] = E[X^2] - E^2[X] \quad E[X] = p^2$$

$$E[X^2] = 0^2 \cdot p + 1^2 \cdot (1-p) = 1-p$$

$$Var(X) = E(X^2) - (E(X))^2$$

$$E(X^2) = \underbrace{0^2 \cdot p_X(0)}_0 + \underbrace{1^2 \cdot p(1)}_p = p$$

\downarrow
 $g(x) = x^2$

$$\Rightarrow Var(X) = p - p^2 = p(1-p)$$

Binomial

למרה: נתונים ניסוי Bernoulli, תשובה הסתברות δ -א הצלחה
למק n ניסויים בלתי תלויים

$$X \sim \text{Bin}(n, p)$$

$$p_X(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$E(X) = np$$

$$Var(X) = np(1-p)$$

תכונה:

$$X \sim \text{Bin}(1, p) \Rightarrow X \sim \text{Ber}(p)$$

תצורה אצולתה להקצנה

נתן נוסף: התבוננת ברצף תוצאות

000001101110101111

נחלק את הסדרה אפ' רצף של 0 או של 1

מהו הסתברות של 0 רצף ורצף?

$$p(0) = \frac{1}{2}$$

$$p(00) = \frac{1}{4}$$

$$p(000) = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

הקצנה: שאלה 510: 000 . 00111 . 11111 :
תצ . תצ .

שאלה 2 צולד