

# FYS1120 - Oppsummering

Robin A. T. Pedersen

November 22, 2016

## Contents

<b>1</b>	<b>Forord</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Introduksjon</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Formler</b>	<b>5</b>
3.1	Før midtveis . . . . .	5
3.2	Etter midtveis . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Ladning og Coulombs lov</b>	<b>7</b>
4.1	Coulomb . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Elektriske felt</b>	<b>7</b>
5.1	generelt . . . . .	7
5.2	E-felt og spenning . . . . .	7
5.3	Parallele flater? . . . . .	8
<b>6</b>	<b>Dipoler</b>	<b>8</b>
6.1	Elektrisk dipol . . . . .	8
6.2	Dipol i e-felt . . . . .	8
<b>7</b>	<b>Fluks</b>	<b>9</b>
7.1	Hva er elektrisk fluks? . . . . .	9
<b>8</b>	<b>Gauss' lov</b>	<b>9</b>
8.1	Beskrivelse . . . . .	9
8.2	E-felt på lederflate . . . . .	9
<b>9</b>	<b>Elektrisk arbeid og potensiell energi</b>	<b>10</b>
9.1	Ladning i e-felt . . . . .	10
<b>10</b>	<b>Elektrisk potensial (spennende... nei vent. spenning.)</b>	<b>10</b>
10.1	Elektrisk potensial . . . . .	10
10.2	Ekvipotensialflater . . . . .	10

<b>11 Kondensatorer og Kapasitans</b>	<b>11</b>
11.1 Kondensator? . . . . .	11
11.2 Parallell-plate kondensator . . . . .	11
11.3 Energi i kondensator . . . . .	11
<b>12 Dielektrika</b>	<b>12</b>
12.1 dielektrikum . . . . .	12
12.2 Dielektrisitetskonstanten . . . . .	12
12.3 Indusert ladning . . . . .	13
<b>13 Elektrisk strøm, resistivitet og resistans</b>	<b>13</b>
13.1 Strømtetthet . . . . .	13
13.2 Resistivitet . . . . .	14
13.3 Resistans . . . . .	14
13.4 Strøm på mikroskopisk skala . . . . .	15
<b>14 Elektromotorisk spenning/kraft</b>	<b>15</b>
14.1 ems? emk? (engelsk, emf, electromotive force) . . . . .	15
<b>15 Energi og effekt i kretser</b>	<b>16</b>
15.1 Elektrisk effekt . . . . .	16
<b>16 Midtveis</b>	<b>16</b>
<b>17 Likestrømskretser</b>	<b>16</b>
17.1 Ekvivalent motstand . . . . .	16
17.2 Motstand i serie . . . . .	16
17.3 Motstand i parallell . . . . .	17
17.4 Kirchhoffs lover . . . . .	17
<b>18 Elektriske måleinstrumenter</b>	<b>17</b>
<b>19 Magnetisme</b>	<b>17</b>
19.1 Magnetfelt . . . . .	17
19.2 Magnetisk kraft . . . . .	18
19.3 Magnetfelt (enhet) . . . . .	18
19.4 Ladning i B-felt og E-felt . . . . .	18
19.5 Magnetisk fluks . . . . .	18
<b>20 Mer om magnetisk kraft</b>	<b>19</b>
20.1 Bane til ladd partikkel i B-felt . . . . .	19
20.2 Hastighetsselektor . . . . .	19
20.3 Magnetisk kraft på strømførende leder . . . . .	19
20.4 Dreiemoment . . . . .	20
20.5 Hall effekt . . . . .	20

<b>21 Biot-Savart og Amperes lov</b>	<b>21</b>
21.1 Biot-Savarts lov . . . . .	21
21.2 Magnetfelt rundt en rett strømleder . . . . .	21
21.3 Magnetfelt fra ved parallelle ledere . . . . .	21
21.4 Magnetfelt fra sirkulær sløyfe . . . . .	22
21.5 Amperes lov . . . . .	22
<b>22 Magnetisk materiale</b>	<b>22</b>
22.1 Magnetisering . . . . .	22
22.2 Paramagnetisme . . . . .	23
22.3 Diamagnetisme . . . . .	23
<b>23 Forskyvningsstrøm, Maxwell, superledning</b>	<b>23</b>
23.1 Faradays lov . . . . .	23
23.2 Lenz' lov . . . . .	24
23.3 Spenning fra bevegelse . . . . .	24
23.4 Indusert elektrisk felt . . . . .	24
23.5 Forskyvningsstrøm . . . . .	25
<b>24 Induktans</b>	<b>25</b>
24.1 Gjensidig induktans . . . . .	25
24.2 Selvinduktans . . . . .	26
<b>25 Energitetthet</b>	<b>26</b>
25.1 Mellom kondensatorplater . . . . .	26
25.2 I B-felt . . . . .	27
25.3 . . . . .	27
<b>26 Induktive strømkretser</b>	<b>27</b>
<b>27 AC-kretser, reaktans, filter, transformator</b>	<b>27</b>
<b>28 Maxwell og lys, plan elektromagnetisk bølge, lysfarten</b>	<b>27</b>
<b>29 Elektromagnetiske bølger, energiflyt, Poyntings vektor</b>	<b>28</b>

## 1 Forord

**ADVARSEL!** Teksten er shi... ikke top notch.

Denne teksten er ment som et sammendrag av emnet FYS1120.

Hensikten er, for meg personlig, å få en oversikt over fagets struktur. Hvis teksten også kan fungere som et oppslagsverk eller som generell støttelitteratur for andre, er det vel og bra. **Men vit at det kan finnes feil og mangler.** Jeg er ingen autoritet i feltet og skriver dette for selv å lære faget.

Innholdet er planlagt å struktureres etter forelesningene. Avvik vil forekomme der tema i forelesningene overlapper.

## 2 Introduksjon

Emnet ser ut til å ha flere tema felles med *Fysikk 2* fra vgs, og *FYS1210* for oss som har hatt det.

Følgende er en oversikt over begreper vi skal lære mer om. Mer detaljer kommer i senere seksjoner.

**Elektrostatikk** Det motsatte av elektrodynamikk. Statisk elektrisitet handler om elektrisk ladning som står i ro eller beveger seg langsomt.

**Elektrisk strøm** Bevegelse av elektrisk ladning. F.eks i form av elektroner eller ioner.

**Elektrisk kraft** Kraften som tiltrekker eller frastøter ladde partikler beskrives av Coulombs lov. Kraften mellom to ladde partikler er proporsjonal med produktet av ladningene, og omvendt proporsjonal med kvadratet av avstanden mellom dem.

**Kirchhoffs lov om strømmen** Summen av strømmene inn i et punkt, er lik summen av strømmene ut.

**Kirchhoffs lov om spenning** Summen av alle spenninger i en krets er null. Altså, spenningsfallet over komponentene tilsvarer spenningen fra batteriet.

**Lineære kretser** Krets-parametre (motstand, induktivitet, kapasitet, osv) er konstante. I komponentene er forholdet mellom strøm og spenning lineært. Inneholder ingen ikke-lineære komponenter (forsterkere, dioder, transistorer, osv).

**Elektroniske komponenter** Motstand, diode, transistor, spole, IC, kondensator, sensor, osv.

**Magnetfelt** Magnetiske felt kan lages ved bevegelse av ladde partikler og forekommer i magnetiske materialer. Deres retning og magnitudo beskrives av vektorfelt. To enheter brukes: tesla (magnetfelt) og ampere per meter (H-felt).

**Amperes lov** Det magnetiske feltet rundt en elektrisk strøm er proporsjonal med strømmen. På eksamen i *Fysikk 2* sitter folk med høyrehåndsregelen og peker med tommelen som en anvendelse av amperes lov.

**Elektromagnetisk induksjon** Forandring av magnetisk fluks gjennom en krets skaper spenning.

**Forskyvningsstrøm** Er ikke en strøm av ladde partikler, men et elektrisk felt som varierer i tid.

**Vekselstrøm** Elektrisk strøm hvor bevegelsesretningen periodisk reverseres. Som produsert i en alternator (generator) ved elektromagnetisk induksjon.

**Transiente strømmer (kompleks beskrivelse)** Kortvarige strømmer, som f.eks. kan komme i tillegg til en sinusformet strøm. Oppstår bl.a. pga. forandring i magnetisk fluks.

**Maxwells ligninger** En samling av fire ligninger som beskriver sammenhengen mellom elektriske og magnetiske felt. Gauss' lov, Amperes lov, Faradays induksjonslov, magnetiske monopoler.

**Elektromagnetiske bølger** Elektrisk felt som oscillerer i fase med magnetisk felt og brer seg som tversbølger. F.eks. synlig lys, radiobølger osv.

**Stråling fra ladning i bevegelse** Når ladde partikler aksellereres produseres elektromagnetiske bølger.

## 3 Formler

### 3.1 Før midtveis

#### ADVARSEL!

Det kan finnes feil.

Det er gjort forenklinger. f.eks.  $W = U$  når realiteten er  $W = \Delta K + \Delta U$ . Forenklinger holder for oppgavene vi gjør, men gjelder ikke generelt.

Variabelnavn brukes som synonymer. f.eks.  $s = d = r$  er alle lik strekning.

#### Sentripetalakselerasjon

$$a = \frac{v^2}{r}$$

#### Coulombs lov

$$\mathbf{F} = k \frac{qQ}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

#### Coulombs konstant

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \cdot 10^9$$

#### Enhetsvektor

$$\hat{\mathbf{r}} = \frac{\mathbf{r}}{r}$$

**E-felt**

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q}$$

**Arbeid**

$$W = F s$$

**Arbeid, bevaring av energi**

$$W = \Delta K + \Delta U$$

**Elektrisk potensiale**

$$V = \frac{U}{q} = \frac{W}{q} = \frac{F d}{q} = E d$$

**Ladningstetthet**

$$\lambda = \frac{Q}{L} = \text{linjetetthet}$$

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \text{arealtetthet}$$

$$\rho = \frac{Q}{V} = \text{volumtetthet}$$

**Gauss' lov**

$$\Phi = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

**Homogent e-felt?**

$$\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = E A = \frac{q}{\epsilon_0}$$
$$\implies E = \frac{q}{\epsilon_0 A} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0 A} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

**Elektrisk dipolmoment**

$$\mathbf{p} = q \mathbf{d}$$

**Dipol pot. energi**

**Energi i kondensator**

$$U = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} C \left( \frac{Q}{C} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

TODO

### 3.2 Etter midtveis

TODO

## 4 Ladning og Coulombs lov

### 4.1 Coulomb

En kilde til et elektrisk felt  $Q$  (lading) vil påføre en kraft på en annen ladning  $q$ .

Coulombs lov sier at denne kraften er proporsjonal med produktet av ladningene og omvendt proporsjonal med kvadratet av avstanden.

$$F = k \frac{qQ}{r^2}$$

Kraften virker like mye på begge ladningene (etter Newtons #3 lov).  
 $k$  er Coulombs konstant  $8.99e9$ .

## 5 Elektriske felt

### 5.1 generelt

På grunn av en eller flere ladninger virker det krefter på andre ladninger i samme rom.

Vi bruker en *testladning*  $q_0$  for og måler den elektriske kraften i et rom.

Hvis vi deler på  $q$ , få vi den delen av kraften som kun avhenger av egenskapen til rommet. Dette er efeltet.

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q}$$

### 5.2 E-felt og spenning

Vi kan relatere E-felt til spenning.

$$W = U = Fd$$
$$V = \frac{U}{q} = \frac{Fd}{q} = Ed$$

Så E-felt kan skrives som

$$E = \frac{V}{d}$$

### 5.3 Parallele flater?

Ved parallele flater? kan vi se bort fra vektordelen av følgende integral.

$$\int \mathbf{E} \cdot \mathbf{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Det gir

$$EA = \frac{q}{\epsilon_0}$$

E-feltet er da (husk at  $q = \sigma A$ ):

$$E = \frac{\sigma A}{\epsilon_0 A} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

## 6 Dipoler

### 6.1 Elektrisk dipol

En dipol er to ladde objekter, med like stor men motsatt ladning, separert med en avstand.

Dipolmomentet  $p$  er et mål på hvor mye separasjon  $\mathbf{d}$  av ladning  $\mathbf{q}$ .

$$\mathbf{p} = q \mathbf{d}$$

Jo mer ladning, jo større separasjon av ladning. Jo større avstand, jo større separasjon av ladning.

Retningen på dipolmomentet er definert fra minus til positiv.

### 6.2 Dipol i e-felt

Når en dipol plasseres i et e-felt, vil like ladninger frastøte hverandre, og dipolen vil rotere til den peker i samme retningen som e-feltet.

#### Potensiell energi

Den potensielle energien  $U$  til en dipol i e-felt  $E$ , altså arbeidet  $W$  for å rotere den, er

$$U = W = Ep \cos \theta = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$$

$$U = W = Fs = F \left( \frac{d}{2} - \frac{d}{2} \cos \theta \right) = Eq \left( \frac{d}{2} - \frac{d}{2} \cos \theta \right)$$

TODO?



### Dreiemoment (torque)

Dreiemomentet  $\tau$  er gitt ved

$$\tau = Ep \sin \theta = \mathbf{E} \times \mathbf{p}$$

## 7 Fluks

### 7.1 Hva er elektrisk fluks?

Fluks er et mål på hvor mye av et e-felt som går gjennom en flate. Man kan tenke på hvor mange feltlinjer fra e-feltet som går gjennom flaten.

Gjennom hvert lille stykke av arealet, regner man kun den delen som står normalt på e-feltet.

$$d\Phi = E_{\perp} \cdot dA$$

Den totale fluksen er da integralet av dotproduktet av vektorene

$$\Phi = \iint_A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$$

## 8 Gauss' lov

### 8.1 Beskrivelse

Gauss' lov beskriver forholdet mellom e-felt og ladning.

Den totale fluksen gjennom en lukket flate, er proporsjonal med nettoladning inni flaten.

$$\Phi = \frac{q_{\text{inni}}}{\epsilon_0}$$

Kombinert med formelen for fluks blir det

$$\iint_A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

### 8.2 E-felt på lederflate

For en ladet metallkule (ekstrapoler eksempelet for andre volumer) står e-feltet normalt ut fra hvert flatestykke  $dA$ . Derfor trenger vi ikke å bry oss vektordelen av regnestykket

$$\iint_A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = EA$$

Ved gauss' lov har vi

$$EA = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Da vet vi e-feltet langs overflaten

$$E = \frac{q}{\epsilon_0 A} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0 A} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

## 9 Elektrisk arbeid og potensiell energi

### 9.1 Ladning i e-felt

$$W = F \cdot s$$

Så for en ladning som beveger seg fra a til b i et e-felt har vi: arbeid  $W$  og potensial energi  $U$ , gitt ved

$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b q \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = -\Delta U = U_a - U_b$$

Den potensielle energien er arbeidet utført fra et referansepunkt til punktet vi måler i.

## 10 Elektrisk potensial (spennende... nei vent. spenning.)

### 10.1 Elektrisk potensial

Potensiell energi  $U$  er relativt til ladningen vi betrakter. Elektrisk potensial  $V$  er en egenskap til rommet, som vi ser når vi ser bort ifra testladningens størrelse  $q$ .

$$V = \frac{U}{q}$$

Når vi måler med et multimeter, måler vi potensialforskjellen mellom to punkter a og b. La oss kombinere  $v = \frac{U}{q}$  med ligningen for potensiell energi.

$$\int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = V_a - V_B$$

### 10.2 Ekvipotensialflater

Områder hvor potentialet har lik skalarverdi kalles ekvipotensialflater. Det brukes for å visualisere elektrisk potensiale.

Linjene minner om høydelinjene på et kart. Det elektriske feltet står normalt på disse linjene.

## 11 Kondensatorer og Kapasitans

### 11.1 Kondensator?

To ledende flater separert kan, når spenning er påført, samle opp og holde på ladning.

For en gitt spenning  $V$ , holder en cap (capasitor/kondensator) på en viss mengde ladning  $Q$ . Forholdet mellom hvor mye ladning den kan holde, for en gitt spenning, sier hvor god kapasitans  $C$  kondensatoren har.

$$C = \frac{Q}{V}$$

### 11.2 Parallell-plate kondensator

Kapasitans i en kondensator  $C = Q/V$  kan uttrykkes annerledes.

Når to parallelle plater utgjør kondensatoren har vi

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\sigma A}{V} = \frac{\sigma A}{Ed} = \frac{\sigma A}{\frac{\sigma}{\epsilon_0} d} = \frac{\epsilon_0 \sigma A}{\sigma d} = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

Det bruker at

$$Q = \sigma A$$

og at

$$E = \frac{F}{q} \implies F = qE$$

$$W = U = Fd = qEd$$

$$V = \frac{U}{q} = Ed$$

og til sist (E-felt normalt på flatene)

$$\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = EA = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0} \implies E = \frac{\sigma A}{\epsilon_0 A} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

### 11.3 Energi i kondensator

Lagret energi  $U$  i en kondensator

$$W = U = \frac{1}{2} C V^2$$

Det utledes ved

$$W = \int dW = \int dU$$

Fra  $U = qV$  få man

$$W = \int V dQ$$

Og fra at  $C = \frac{Q}{V}$

$$W = \int \frac{Q}{C} dQ$$

Som regnes lett ut

$$\frac{1}{C} \int Q dQ = \frac{1}{C} \frac{1}{2} Q^2 = \frac{Q^2}{2C} = W$$

## 12 Dielektrika

### 12.1 dielektrikum

Et dielektrikum, dielektrisk materiale, er en isolator som kan polariseres.

Det inneholder mange dipoler (eller dipolmomenter) som, ved tilstedeværelsen av et elektrisk felt, vil ordne seg slik at materialet får en positiv og en negativ side.

### 12.2 Dielektrisitetskonstanten

Når et dielektrikum føres inn i et elektrisk felt, blir materialet polarisert. Polariseringsen medfører et elektrisk felt som motvirker det som allerede var der. Denne reduksjonen er knyttet til den dielektriske konstant  $k$ .

**Relativ permittivitet**  $\epsilon_r$  er det fresheste ordet for dielektrisitetskonstant  $k$ . Det er synonymt ( $\epsilon_r = k$ ).

Permittivitet  $\epsilon$  er produktet av den relative permittiviteten  $\epsilon_r$  og permittiviteten i vakuum  $\epsilon_0$ .  $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ .

#### Dielektrikum mellom kondensatorplater

$$C = \frac{\epsilon A}{d} = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{d}$$

La  $C_0$  være kapasitansen mellom kondensatorplater i vakuum, og  $C$  være kapasitansen etter at et dielektrikum er innsatt.

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

$$C = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{d}$$

Da kan man se at

$$\epsilon_r = k = \frac{C}{C_0}$$

### Relasjon til E-felt

Når dielektrikumet plasseres mellom kondensatorflatene, reduseres e-feltet.

Det nye e-feltet  $E$  er det originale  $E_0$  minus det fra dielektrikumet  $E_d$ .

$$E = E_0 - E_d = \frac{V_0}{d} - \frac{V_d}{d} = \frac{1}{d}(V_0 - V_d) = \dots = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

Altså er det originale e-feltet redusert med en faktor på  $\epsilon_r$ .

$$E = \frac{E_0}{\epsilon_r}$$

**ADVARSEL!** Jeg orker ikke regne ut for å bekrefte om dette stemmer akkurat nå. Regn det ut selv før du stoler på at det er sant.

## 12.3 Indusert ladning

Dielektrikum i e-felt blir polarisert.

Eksempelvis, for dielektrikum mellom kondensatorplater: Ladningen  $Q_i$  på hver side av dielektrikumet kan finnes ved å sammenligne kapasitansen og e-feltet før og etter innsettingen av materialet.

$$Q_0 = C_0 V_0 = C_0 E_0 d$$

$$Q_1 = C_1 V_1 = C_1 E_1 d$$

$Q_i$  er da forskjellen mellom disse ladningene.

$$Q_i = Q_0 - Q_1$$

**NB!** Ladningen på kondensatoren ble ikke nødvendigvis forandret. Vi ser på nettoladningen.

Alternativt (fra et løsningsforslag)

$$Q_i = Q \left( 1 - \frac{1}{\epsilon_r} \right)$$

Ladningen i dielektrikumet er forskjellen mellom den originale ladningen  $Q$ , og den reduserte (netto)ladningen  $\frac{Q}{\epsilon_r}$  mellom platene.

## 13 Elektrisk strøm, resistivitet og resistans

### 13.1 Strømtetthet

En ledning (sylindrisk kabel) har en viss evne til å lede strøm, avhengig av hvilket materiale den er laget av.

En tykkere ledning, leder bedre. Hvor mye strøm  $I$  som kan gå, for et gitt areal  $A$  (tverrsnitt), kalles for strømtetthet  $J$ .

$$J = \frac{I}{A}$$

Det minner om kondensatoren evne  $C$  til å holde ladning  $Q$  for en gitt spenning  $V$ . Evnen beskriver kun forholdet, som vil holde selvom du varierer en av parameterne.

### 13.2 Resistivitet

Resistivitet  $\rho$  er et materialet sin evne til å motstå elektrisk strøm.

Strøm, i en leder, kommer av elektriske felt  $E$ . Jo høyere strømtetthet  $J$  i forhold til e-feltet, jo mindre resistivitet.

$$\rho = \frac{E}{J}$$

Jo lavere strøm, jo mer motstand.

Enheten for resistans er ohm-meter  $\Omega\text{m}$ .

### 13.3 Resistans

Resistans, motstand som vi kjenner det.

La oss ta utgangspunkt i resistivitet.

$$\rho = \frac{E}{J} = \frac{V}{JL} = \frac{AV}{IL}$$

$$\implies V = \frac{\rho L}{A} I$$

$$\implies R = \frac{\rho L}{A}$$

Her brukes det at

$$V = EL \implies E = \frac{V}{L}$$

$$J = \frac{I}{A}$$

$$V = RI$$

Dette gir mening fordi resistivitet er  $\Omega\text{m}$ , og  $\frac{L}{A}$  er  $\frac{\text{m}}{\text{m}^2}$ , så vi får fjernet meteren.

Hvorfor ikke bare dele på  $L$ ? Fordi motstanden avhenger av tykkelsen.

### 13.4 Strøm på mikroskopisk skala

Tenk på en ledning sett fra siden. Tverrsnittet har et areal  $A$ . Materialet har  $n$  frie ladninger  $q$  per volumenhet. Vi ser på et lite tidsintervall  $dt$ . Da beveges det i en liten avstand  $dx$ , en liten mengde ladning  $dQ$ .

$$\text{Strøm} = I = \frac{dQ}{dt} = q \frac{dN}{dt} = q \frac{n A dx}{dt} = q n A v_d$$

Her brukes det at

$$\text{Strøm} = \frac{\text{ladning}}{\text{tid}}$$

$$dN = \text{antall ladninger i et lite volum} = n A dx$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\text{forflytning}}{\text{tid}} = \text{hastighet} = v_d$$

#### Detaljer

$v_d$  kalles for drifthastigheten.

$n$  avhenger av konfigurasjonen til materialet. Gjennomsnittsfarten til ladningene.

Ladningenes bevegelse kalles virrevandring. Fordi de ikke beveger seg uniformt i én retning, men kræsjer frem og tilbake.

## 14 Elektromotorisk spenning/kraft

### 14.1 ems? emk? (engelsk, emf, electromotive force)

I likhet med en fontene som sirkulerer vann ved hjelp av en vannpumpe, må en elektrisk krets som sirkulerer ladning få hjelp av noe som påfører elektromotorisk spenning.

Enheten forteller hvor mye energi  $J$  som overføres per ladning  $C$ , altså  $\frac{J}{C}$ . Eller, med andre ord, hvor mye arbeid som påføres hver enhetsladning for å flytte den mellom to punkter.

$$V = \frac{J}{C}$$

Det er samme enhet som spenning, volt ( $V = U/Q$ ). Men tilsynelatende brukes symbolet  $\mathcal{E}$ .

$$W = q\mathcal{E} = U$$

TODO? spenning, ems og indre motstand?

## 15 Energi og effekt i kretser

### 15.1 Elektrisk effekt

Hvor mye arbeid  $W$  du kan gjøre er én ting, men hvor fort  $t$  kan du gjøre det?  
Hvor effektiv  $P$  er du?

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F s}{t} = \frac{q E s}{t} = \frac{q V}{t} = I V$$

Effekt (engelsk: power) er hvor mye arbeid som utføres per tid.  
Effekt forteller hvor fort energi overføres.

$$P = V I = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

Alternative måter å skrive det på.

## 16 Midtveis

Midtveis eksamen var her.

## 17 Likestrømskretser

### 17.1 Ekvivalent motstand

Alle parallelle og serielle kombinasjoner av motstander, kan erstattes av én ekvivalent motstand  $R_{eq}$ .

$$R_{eq} = \frac{V_{ab}}{I}$$

### 17.2 Motstand i serie

La  $R_1, R_2, R_3$  være koblet i serie mellom punktene a,b.

Spenningsfallet mellom ab er lik summen av spenningsfallene.

$$V_{ab} = V_1 + V_2 + V_3 = I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_3 R_3$$

Det er den samme strømmen i alle motstandene pga seriekobling.

$$V_{ab} = I(R_1 + R_2 + R_3)$$

Da har vi funnet ekvivalentmotstanden.

$$\frac{V_{ab}}{I} = R_1 + R_2 + R_3 = R_{eq}$$



## 17.3 Motstand i parallell

La  $R_1, R_2, R_3$  være koblet i parallell mellom punktene a,b.

Strømmen trenger ikke være lik, men potensialforskjellen over hver av dem er lik  $V_{ab}$ .

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = V_{ab} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

Så har vi funnet ekvivalentmotstanden.

$$\frac{I}{V_{ab}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_{eq}}$$

## 17.4 Kirchhoffs lover

### Strømlov

$$\Sigma I = 0$$

Eksempel: Strøm I inn i en parallellkobling er lik summen av strømmene i hver gren.

$$I = I_1 + I_2 + \dots$$

### Spenningslov

$$\Sigma V = 0$$

Eksempel: Spenningsfallet over motstander i serie.

$$V = V_1 + V_2 + \dots$$

## 18 Elektriske måleinstrumenter

TODO - Er dette under "likestrømskretser"? Hva med RC-kretser?

## 19 Magnetisme

### 19.1 Magnetfelt

I likhet med E-felt har vi

$$\vec{B} \propto |q|$$

og

$$\vec{B} \propto \frac{1}{r^2}$$

Styrken på efeltet er også proporsjonal med hastigheten

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{|q|v \sin \phi}{r^2}$$

På vektorform

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$$

hvor  $\hat{r} = \vec{r}/r$ .

## 19.2 Magnetisk kraft

Når en ladet partikkel beveger seg i et magnetfelt, virker det en kraft på den.

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$F = |q|vB \sin \phi$$

## 19.3 Magnetfelt (enhet)

Magnetfeltets enhet er Tesla og må passe til  $B = \frac{F}{qv}$ , altså  $\frac{N}{C \frac{m}{s}}$ .

Dette kan gjøres om og viser at

$$1T = 1 \frac{N}{A \cdot m}$$

## 19.4 Ladning i B-felt og E-felt

En ladning som beveger seg i et E-felt og B-felt samtidig, blir utsatt for kraft fra begge feltene.

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

Dette kalles for Lorentz kraft.

## 19.5 Magnetisk fluks

Magnetisk fluks defineres likt som elektrisk fluks: Andelen av B-feltet som står normalt på flaten.

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Enheten for magnetisk fluks er Weber

$$1Wb = 1T \cdot m^2$$

### Lukket flate (Gauss' lov for magnetisme)

For alle lukkede flater vil like mange feltlinjer strøkke inn som ut.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

## 20 Mer om magnetisk kraft

### 20.1 Bane til ladd partikkel i B-felt

En ladning i bevegelse normalt på B-felt vil føle en kraft, hvor retningen bestemmes av høyrehåndsregelen. Dette fører til en sirkulær bane med radius R.

$$F = |q|vB = m\frac{v^2}{R}$$

#### Høyrehåndsregelen

Legg hånden i (positiv) ladnings bevegelse, og bøy fingrene i retning av B-feltet: Da peker tommelen i kraftens retning.

#### Vinkelfart

$$\omega = \frac{v}{R}$$

Med syklotronfrekvens  $f = \omega/2\pi$

### 20.2 Hastighetsselektor

En anvendelse av B-felt og E-felt er hastighetsselektor.

Et B-felt og et E-felt opprettes slik at en partikkel som beveger seg gjennom det, vil føle kraft fra hvert felt, i hver sin retning.

For å få en rett bane må kreftene være like:

$$F_E = F_B \implies qE = qvB \implies v = \frac{E}{B}$$

Altså er det farten som avgjør om partikkelen får en rett bane.

### 20.3 Magnetisk kraft på strømførende leder

I en leder har hver partikkel en gjennomsnittlig drifhastighet  $v_d$ . Husk at kraften på én partikkel i bevegelse i B-felt er  $F = qv_dB$ .

Vi kan se på kraften på alle ladninger i et stykke ledning med lengde l. Antall ladninger er  $nAl$ , hvor n er ladningstetthet og A er tverrsnittareal. Da er kraften totalt

$$F = (nAl)(qv_dB)$$

Vi stokker det om:

$$F = B \cdot nAqv_d \cdot l$$

Og ser at vi har uttrykket for strøm  $I = nAqv_d$ :

$$F = BIl$$

### Vektorprodukt

La lengdesegmentet  $\vec{l}$  være en vektor som følger ledningen i strømmens retning.

$$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$$

## 20.4 Dreiemoment

For en rektangulært lederkrets, med areal  $A$  og strøm  $I$ , i et magnetfelt  $B$  er dreiemomentet

$$\tau = IBA \sin \phi$$

### Magnetisk dipolmoment

$$\mu = IA$$

### Vektorform

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

## 20.5 Hall effekt

Forestill deg en flat leder, som en liten vegg. Et magnetfelt står normal på denne vegg.

Ladning som strømmer gjennom, vil dyttes opp (eller ned) av magnetfeltet. Da blir det en konsentrasjon av ladning i topp og bunn av lederen, som medfører et elektrisk felt.

Dette E-feltet bygger seg opp til kraften fra det er lik kraften fra B-feltet. Da vil ladning passere ukrommet gjennom.

$$F_E + F_B = 0 \implies qE_z + qv_d B_y = 0 \implies E_z = -v_d B_y$$

### Ladningstetthet

Strømteettheten i strømretning  $J_x$  er gitt ved  $J_x = nqv_d$ .

Hall effekten gir da

$$nq = \frac{-J_x B_y}{E_z}$$

## 21 Biot-Savart og Amperes lov

### 21.1 Biot-Savarts lov

Magnetfeltet fra et lederelement: Hvis man tar utgangspunkt i formelen for magnetfelt fra ladning i bevegelse, men for et lite stykke leder

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{|dQ|v_d \sin \phi}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{n|q|A dl v_d \sin \phi}{r^2}$$

Vi vet at  $n|q|v_d A = \text{strømmen} = I$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin \phi}{r^2}$$

På vektorform

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

### 21.2 Magnetfelt rundt en rett strømleder

Magnetfelt rundt en rett strømleder er

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Jo sterkere strøm, jo sterkere magnetfelt. Jo større avstand, jo mindre magnetfelt.

Retning finnes ved å legge tommer i strømretning. Fingrene krummer da i feltretning. TODO dette kan utledes med biot-savart.

### 21.3 Magnetfelt fra ved parallelle ledere

Bruk høyrehåndsregelen og se på magnetfeltene fra to parallelle ledere. Hvis strømmen går samme vei, så vil de tiltrekke hverandre. Ellers frastøter de hverandre.

B-feltet fra den ene lederen er

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$

Fra dette virker en kraft på den andre lederen

$$\vec{F}_2 = I_2 \vec{L} \times \vec{B}_1$$

De ligningene kan kombineres

$$F_2 = I_2 L B_1 = \frac{I_2 L \mu_0 I_1}{2\pi r}$$

## 21.4 Magnetfelt fra sirkulær sløyfe

Vi ser på magnetfeltet langs symmetriaksen,  $x$ , til en strømførende sløyfe. Fra biot-savart har vi

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{(x^2 + a^2)}$$

Sinus forsvinner fordi symmetriaksen står normalt på sirkelflaten.

På grunn av symmetrien, er B-feltet kun virkende i symmetriaksens retning,  $x$

$$dB_x = dB \cos \theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{(x^2 + a^2)} \frac{a}{(x^2 + a^2)^{1/2}}$$

Dette kan integreres opp

$$B_x = \frac{\mu_0 I a^2}{2(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

## 21.5 Amperes lov

For E-felt er Gauss' enklere enn å summere alle bidrag. Tilsvarende finnes for B-fel: Amperes lov.

Gauss' lov involverer elektrisk fluks gjennom lukket flate, men Amperes lov er et linjeintegral av  $\vec{B}$  rundt en lukket kurve.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{encl}$$

### Eksempel

For en leder som passerer normalt gjennom en sirkel

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \cdot 2\pi r = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

## 22 Magnetisk materiale

### 22.1 Magnetisering

Totalt magnetisk moment per volumenhet.

$$\vec{M} = \frac{\vec{\mu}_{tot}}{V}$$

Huska at  $\mu = I \cdot A$ .

## 22.2 Paramagnetisme

I noen tilfeller har atomer en netto magnetisk moment, pga spinn. Hvis et slikt materiale plasseres i et magnetfelt, vil dette spinnet rette seg etter magnetfeltet, og medføre et bidrag.

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{M}$$

Magnetfeltet forstørres av materialets relative permeabilitet  $K_m$ .

$$\mu = K_m \mu_0$$

ADVARSEL!  $\mu$  er ikke dipolmomentet, men erstatter  $\mu_0$  i uttrykket.

### Curies lov

$$M = C \frac{B}{T}$$

Hvor:  $T$  = temperatur,  $C$  = Curies konstant.

## 22.3 Diamagnetisme

Noen materialer har null netto magnetisk moment fra atomære strømmer. Men kan allikevel bli magnetisert i tilstedeværelse av et eksternt magnetisk felt.

Det genererte feltet er motsatt rettet av det påførte feltet (Faradays induksjonslov).

Slike materialer har negativ susceptibilitet.

### Magnetisk susceptibilitet

$$\chi_m = K_m - 1$$

## 23 Forskyvningsstrøm, Maxwell, superledning

### 23.1 Faradays lov

Husk at  $\Phi_B = \int \vec{B} \times d\vec{A}$ .

Faradays induksjonslov sier: Indusert spenning er negativ av magnetfluksens endring

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

### Flere viklinger

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

TODO Annen seksjon, f.eks. "Induksjon"?

### 23.2 Lenz' lov

Lenz' lov er en metode for å finne retningen på induisert spenning. Loven sier følgende:

Retningen til effekten av magnetisk induksjon, er slik at den motvirker årsaken til effekten.

F.eks. vil en permanent magnet som faller gjennom en spole, induisere en strøm (og dermed magnetfelt) i spolen, og retningen er slik at fallet bremses.

### 23.3 Spenning fra bevegelse

For et lederstykke (med ender a,b) som beveges normalt på et B-felt, oppstår et elektrisk potensiale over lengden L

$$V_{ab} = \mathcal{E} = EL$$

Dette stabiliseres når  $F_B = F_E$  hvor

$$qE = qvB$$

Altså er den genererte spenningen

$$\mathcal{E} = vBL$$

### 23.4 Indusert elektrisk felt

Hvis vi ser nærmere på spenning fra bevegelse ser vi at

$$\mathcal{E} = vBL = BL \frac{dx}{dt} = B \frac{dA}{dt}$$

Fra det ser vi at induert spenning (avhengig av vei) er

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Som er Faradays lov.

Vi vet fra før at  $V = E \cdot L$  så

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$



## 23.5 Forskyvningsstrøm

Amperes lov  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{encl}}$  er ufullstendig.

For en kondensator, har man en strøm  $i_C$  inn til kondensatorplaten. En integrasjonsvei rundt denne strømmen gir  $\mu_0 i_C$ , som forventet av Amperes lov. Men gjør man det samme mellom platene, så er  $I_{\text{encl}} = 0$ . Dette er motsigende (så lenge magnetfeltet er likt).

Fra ligning for kapasitet  $C$  finner vi ladning  $q$ , og derifra strøm  $i_C$ , som må være lik "strømmen" mellom platene  $i_D$ .

$$q = Cv = \frac{\mathcal{E}A}{d}(Ed) = \mathcal{E}AE = \mathcal{E}\Phi_E$$

$$i_C = \frac{dq}{dt} = \mathcal{E} \frac{d\Phi_E}{dt} = i_D$$

Utvidelsen av Amperes lov er da

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0(i_C + i_D)_{\text{encl}}$$

Forskyvningsstrøm er ikke en strøm av elektrisk ladning, men et tidsvarierende E-felt.

## 24 Induktans

### 24.1 Gjensidig induktans

Tenk på to strømsløyfer, 1 og 2, plassert langs samme symmetriakse.

Hvis feltet i sløyfe 1 forandres, vil fluksen forandres i sløyfe 2 og en spenning induseres.

Faradays lov for den sløyfen

$$\mathcal{E}_2 = -N_2 \frac{d\Phi_{B2}}{dt}$$

Den gjensidige induktansen  $M_{21}$  (på 2 fra 1?) gir forholdet

$$N_2 \Phi_{B2} = M_{21} i_1$$

Begge sidene kan deriveres mhp  $dt$

$$N_2 \frac{d\Phi_{B2}}{dt} = M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

Setter vi det inn i faradays lov

$$\mathcal{E}_2 = -M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

### Gjengjeldende scenario

Hvis B-feltet endres i den andre sløyfen istedenfor, får vi en gjensidig induktans  $M_{12}$ . Den viser seg å være lik  $M_{21}$ .

$$M = M_{12} = M_{21}$$

Så gjensidig induisert emf er

$$\mathcal{E}_2 = -M \frac{di_1}{dt}, \quad \mathcal{E}_1 = -M \frac{di_2}{dt}$$

Hvor gjensidig induktans er

$$M = \frac{N_2 \Phi_{B2}}{i_1} = \frac{N_1 \Phi_{B1}}{i_2}$$

### Ulemper og fordeler

Gjensidig induktans kan skape forstyrrelser i kretser.

I transformatorer brukes gjensidig induktans til å heve eller senke spenning.

## 24.2 Selvinduktans

På lik linje med gjensidig induktans, kan en krets indusere en spenning i seg selv. Etter Lenz' lov, motvirker den det påtrykte potensialet.

I en krets med  $N$  viklinger, er selvinduktans  $L$  gitt ved

$$L = \frac{N \Phi_B}{i}$$

Man kan reorganisere og tidsderivere for å finne

$$L \frac{di}{dt} = N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Det gjenkjenner vi som Faraday?

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = -L \frac{di}{dt}$$

## 25 Energitetthet

### 25.1 Mellom kondensatorplater

Energetetthet  $u$  er potensiell energi per volum

$$u = \frac{U}{V}$$

Setter inn for pot.energi i kondensator, og volum mellom kondensatorplatene, og en faktor som gjør regningen enklere

$$\frac{U}{V} = \frac{Q^2}{2C} \frac{1}{Ad} \frac{\epsilon_0}{\epsilon_0}$$

Bruker så at  $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$

$$\frac{U}{V} = \frac{Q}{2C} E \frac{\epsilon_0}{d}$$

Vi har  $V = Q/C$

$$\implies \frac{1}{2} V E \frac{\epsilon_0}{d}$$

Og vi har  $V = Ed$

$$\implies \frac{1}{2} E E \epsilon_0 d$$

Altså er

$$u = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}$$

## 25.2 I B-felt

Energitetthet  $u$  er gitt ved

$$u = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

TODO forklaring

## 25.3

TODO

## 26 Induktive strømkretser

TODO

## 27 AC-kretser, reaktans, filter, transformator

TODO

## 28 Maxwell og lys, plan elektromagnetisk bølge, lysfarten

TODO

## 29 Elektromagnetiske bølger, energiflyt, Poyntings vektor

TODO TODO bytt ut varepsilon med riktig emf symbol