MAT1120

Robin A. T. Pedersen

November 3, 2016

Contents

4 Kpt.4 - Vektorrom

4.1 4.1 - Vektor rom og underrom

4.1.1 Definisjon - vektorrom

Et vektorrom er en ikketom mengde V. Den består av såkalte *vektorer*. Disse vektorene må være beskrevet av 2 operasjoner: Addisjon og skalarmultiplikasjon.

De to operasjonene defineres av følgende aksiomer: La $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \in V$

1. $\mathbf{u} + \mathbf{v} \in V$
2. $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$
3. $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w} = \mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w})$
4. $\exists \mathbf{0} \in V s.a. \mathbf{u} + \mathbf{0} = \mathbf{u}$
5. $\forall \mathbf{u} \in V,\ \exists - \mathbf{u} \in V s.a. \mathbf{u} + (-\mathbf{u}) = \mathbf{0}$
6. $c\mathbf{u} \in V,\ c \in \mathbb{R}$
7. $c(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = c\mathbf{u} + c\mathbf{v}$
8. $(c + d)\mathbf{u} = c\mathbf{u} + d\mathbf{u}$
9. $c(d\mathbf{u}) = (cd)\mathbf{u}$
10. $1\mathbf{u} = \mathbf{u}$

4.1.2 Definisjon - underrom

Et underrom H er en delmengde av V. H er et underrom av V.

To egenskaper må være oppfylt:

1. H er lukket under addisjon. $\mathbf{u} + \mathbf{v} \in H,\ \forall \mathbf{u}, \mathbf{v} \in H$
2. H er lukket under skalarmultiplikasjon. $c\mathbf{u} \in H,\ \forall c \in \mathbb{R}$

4.1.3 Teorem 1

Hvis $\mathbf{v}_1, ..., \mathbf{v}_p$ er i et vektorrom V, så er Span$\{\mathbf{v}_1, ..., \mathbf{v}_p\}$ et underrom av V.

4.2 4.2 - Nullrom, kolonnerom og lineærtransformasjoner

4.2.1 Definisjon - Nullrom

Nullrometet til en $m \times n$ matrise A, er mengden av alle løsninger av $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

$$\text{Nul}(A) = \{\mathbf{x}\ :\ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n,\ A\mathbf{x} = \mathbf{0}\}$$

4.2.2 Teorem 2

Nullrommet til A $m \times n$, er et underrom av $\mathbb{R}^n$.

Med andre ord: $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ har m homogene lineære ligninger, med n ukjente. Mengden av løsninger er et underrom av $\mathbb{R}^n$.

4.2.3 Definisjon - Kolonnerom

Kolonnerommet til $m \times n$ matrisen A, er mengden av alle lineærkombinasjoner av kolonnene i A.

$A = [\mathbf{a}_1 \quad ... \quad \mathbf{a}_n]$

$$\text{Col}(A) = \text{Span}\{\mathbf{a}_1, ..., \mathbf{a}_n\}$$

4.2.4 Teorem 3

Kolonnerommet til A $m \times n$, er et underrom av $\mathbb{R}^m$.

Med andre ord: Kolonnene i A har m elementer i hver vektor. Kolonnerommet er alle lineærkombinasjoner av disse, og har derfor m elementer i hver vektor.

4.2.5 Definisjon - Lineærtransformasjon

En lineærtransformasjon T fra et vektorrom V til et annet vektorrom W, er en regel som gir hver $\mathbf{x}$ i V en unik vektor $T(\mathbf{x})$ i W.

To egenskaper må oppfylles

1. $T(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = T(\mathbf{u}) + T(\mathbf{v}), \ \forall \ \mathbf{u}, \mathbf{v} \in V$
2. $T(c\mathbf{u}) = cT(\mathbf{u}), \ \forall \ c \in \mathbb{R}^n$

4.2.6 Begrep - kjerne (kernel)

Praktisk talt synonymt med nullrom.

4.3 4.3 - Lineært uavhengige mengder: basiser

4.3.1

TODO

4.4 4.4 - Koordinatsystemer

4.4.1

TODO

4.5 4.5 - Dimensjon av vektorrom

4.5.1

TODO

4.6 4.6 - Rang

4.6.1

TODO

4.7 4.7 - Basisskifte

4.7.1

TODO

4.8 4.8 - Ikke eksamensrelevant

Ikke eksamensrelevant.

4.9 4.9 - Anvendelser til Markovkjeder

4.9.1

TODO

5 Kpt.5 - Egenverdier og Egenvektorer

5.1 5.1 - Egenvektor og egenverdier

5.1.1

TODO

5.2 5.2 - Den karakteristisk ligningen

5.2.1

TODO

5.3 5.3 - Diagonalisering

5.3.1

TODO

5.4 5.4 - Egenvektorer og lineærtransformasjoner

5.4.1

TODO

5.5 5.5 - Komplekse egenverdier

5.5.1

TODO

5.6 5.6 - Diskrete dynamiske systemer

5.6.1

TODO

5.7 5.7 - Anvendelser til differensialligninger

5.7.1

TODO

5.8 5.8 - Iterative estimater for egenverdier? TODO

5.8.1

TODO

6 Kpt.6 - Ortogonalitet og Minstekvadrater

6.1 6.1 - Indre produkt, lengde og ortogonalitet

6.1.1

TODO

6.2 6.2 - Ortogonale mengder

6.2.1

TODO

6.3 6.3 - Ortogonal projeksjon

6.3.1

TODO

6.4 6.4 - Gram-Schmidt prosessen

6.4.1

TODO

6.5 6.5 - Minstekvadraters problem

6.5.1

TODO

6.6 6.6 - Anvendelser til lineære modeller

6.6.1

TODO

6.7 6.7 - Indreproduktrom? TODO

6.7.1

TODO

6.8 6.8 - Anvendelser til indreproduktrom

6.8.1

TODO

7 Kpt.7 - Symmetriske Matriser og Kvadratisk Form

7.1 7.1 - Diagonalisering av symmetriske matriser

7.1.1

TODO

7.2 7.2 - Kvadratisk form

7.2.1

TODO

7.3 7.3 - Begrenset optimalisering? TODO

7.3.1

TODO

7.4 7.4 - Singulærverdidekomposisjon

7.4.1

TODO

7.5 7.5 - Ikke pensum? TODO

Ikke pensun? TODO

8 Notat 1

8.0.1

TODO

9 Notat 2

9.0.2

TODO