BIOFÍSICA

10 PROBLEMAS DE CONDUCCIÓN DE CALOR

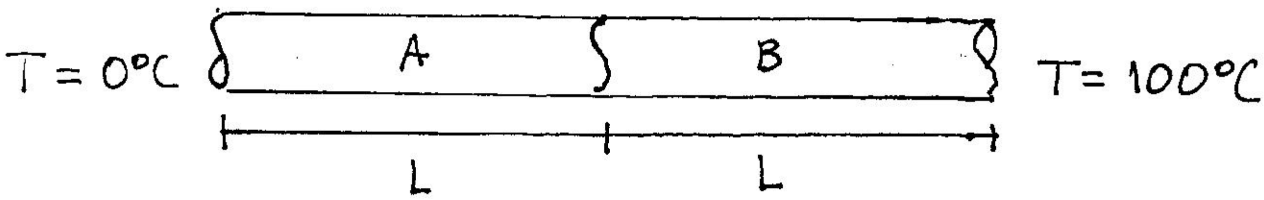
LEY DE FOURIER

TOMO 1

PROBLEMA 1:

3. Dos barras A y B de igual sección y longitud se unen por uno de sus extremos, siendo la relación entre los coeficientes de conductividad $k_B = 4\ k_A$. El extremo libre de la barra de mayor conductividad se sumerge en una fuente térmica de 100°C, mientras que al extremo de la otra barra se lo sumerge en una fuente mezcla de hielo y agua a presión atmosférica. El conjunto está térmicamente aislado en los laterales. La temperatura en el punto de unión de ambas barras será:

☐ 0°C ☐ 20°C ☐ 40°C ■ 80°C ☐ 90°C ☐ 100°C



$$\left.\frac{q}{\Delta t}\right)_A = \left.\frac{q}{\Delta t}\right)_B$$ ← ESTADO ESTACIONARIO

LEY DE FOURIER:

$$-k_A S_A \left.\frac{\Delta T}{\Delta x}\right)_A = -k_B S_B \left.\frac{\Delta T}{\Delta x}\right)_B$$

$k_B = 4k_A$; $S_A = S_B$; $\Delta x = L$

$\Delta T_A = 0 - T_u$; $\Delta T_B = T_u - 100$

REMPLAZAMOS:

$$-k_A S_A \frac{(0 - T_u)}{L} = -4k_A S_A \frac{(T_u - 100)}{L}$$

$$-T_u = 4T_u - 400$$

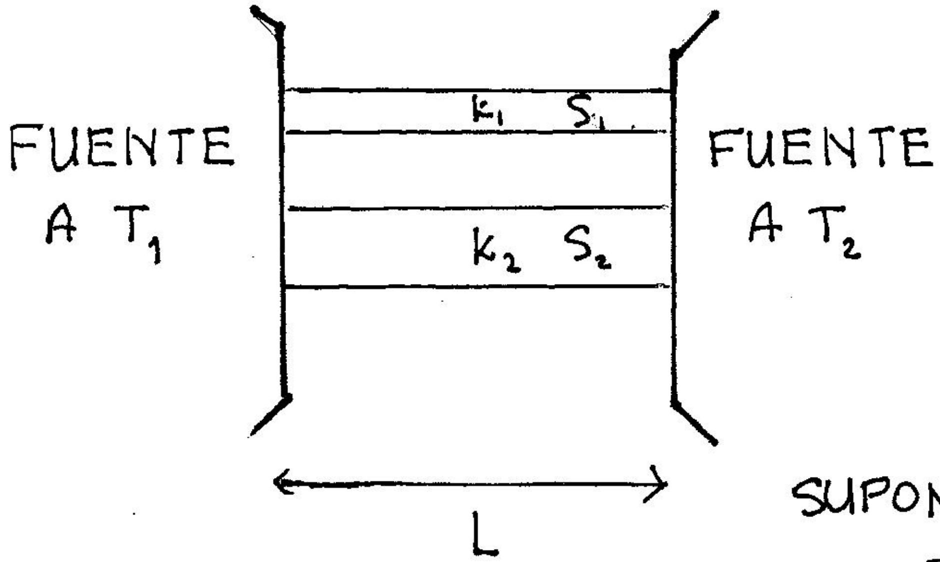
$$-5T_u = -400$$

$$T_u = 80°C$$ RESPUESTA.

PROBLEMA 2:

2.- Dos varillas de igual longitud, secciones $s_1 = 2\ s_2$ y conductividades térmicas $k_1 = 2\ k_2$, están conectadas en paralelo de modo que los extremos de ambas están en contacto con las mismas dos fuentes térmicas de temperaturas constantes y diferentes. Se desprecian las pérdidas por las paredes laterales. Una vez alcanzado el régimen estacionario, puede afirmarse que conducen calor con potencias P_1 y P_2 que verifican la relación:

☐ $P_1 = 2\,P_2$ ☐ $P_1 = ½\ P_2$ ■ $P_1 = 4\ P_2$ ☐ $P_1 = ¼\ P_2$ ☐ $P_1 = P_2$ ☐ $P_1 P_2 = 1$



SUPONEMOS QUE
$T_1 > T_2$

DE LA LEY DE FOURIER:

$$\dot{P}_1 = -k_1 S_1 \left.\frac{\Delta T}{\Delta X}\right)_1$$

$$\dot{P}_1 = -k_1 S_1 . \frac{(T_2 - T_1)}{L}$$

ADEMÁS:

$$\dot{P}_2 = -k_2 S_2 \frac{(T_2 - T_1)}{L}$$

COMPARAMOS DIVIDIENDO:

$$\frac{\dot{P}_1}{\dot{P}_2} = \frac{-K_1 S_1 (T_2 - T_1)/L}{-k_2 S_2 (T_2 - T_1)/L}$$

REMPLAZAMOS $S_1 = 2S_2$ Y $k_1 = 2k_2$
Y SIMPLIFICAMOS $(T_2 - T_1)$ Y L:

$$\frac{\dot{P}_1}{\dot{P}_2} = \frac{2k_2 (2S_2)}{k_2 (S_2)}$$

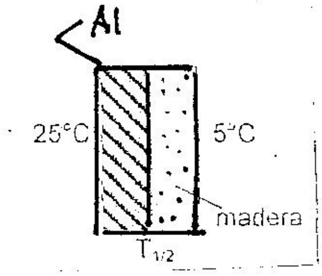
$$\frac{\dot{P}_1}{\dot{P}_2} = 4$$

$\dot{P}_1 = 4\dot{P}_2$ RESPUESTA

PROBLEMA 3:

6. Una pared separa el interior de una habitación, que se encuentra a 25°C, del exterior, que está a 5°C. La pared está hecha de dos planchas de igual espesor: madera en el exterior y aluminio en el interior (el aluminio es mejor conductor del calor que la madera). Una vez alcanzado el régimen estacionario, llamando P_{mad} y P_{Al} a las potencias calóricas que atraviesan cada material y $T_{1/2}$ a la temperatura de la unión entre ambas planchas, es:

- ☐ $P_{mad} = P_{Al}$ y $T_{1/2} > 15°C$
- ☐ $P_{mad} > P_{Al}$ y $T_{1/2} > 15°C$
- ☐ $P_{mad} < P_{Al}$ y $T_{1/2} = 15°C$
- ☐ $P_{mad} = P_{Al}$ y $T_{1/2} < 15°C$
- ☐ $P_{mad} < P_{Al}$ y $T_{1/2} < 15°C$
- ☐ $P_{mad} > P_{Al}$ y $T_{1/2} = 15°C$



- LA CONDICION DE ESTADO ESTACIONARIO IMPLICA QUE:

$$\dot{P}_M = \dot{P}_{Al} \quad \text{RESPUESTA.}$$

- APLICAMOS LA LEY DE FOURIER

$$-k_M S_M \frac{\Delta T}{\Delta x}\Big)_M = -k_{Al} S_{Al} \frac{\Delta T}{\Delta x}\Big)_{Al}$$

REMPLAZAMOS Y SIMPLIFICAMOS:

$$S_M = S_{Al} \quad ; \quad \Delta X_M = \Delta X_{Al}$$

$$\Delta T_M = 5 - T_{1/2}$$

$$\Delta T_{Al} = T_{1/2} - 25$$

$$k_M (5 - T_{1/2}) = k_{Al} (T_{1/2} - 25)$$

ORDENAMOS:

$$\frac{k_{Al}}{k_M} = \frac{5 - T_{1/2}}{T_{1/2} - 25}$$

COMO $k_{Al} > k_M$ PORQUE EL ALUMINIO ES MEJOR CONDUCTOR QUE LA MADERA, ENTONCES:

$$5 - T_{1/2} > T_{1/2} - 25$$

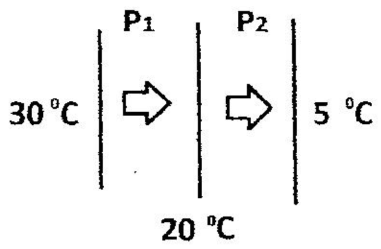
$$30 > 2T_{1/2}$$

$$15 > T_{1/2}$$

$T_{1/2} < 15°C$ RESPUESTA:

PROBLEMA 4:

E7: Una pared está formada por dos capas unidas de igual espesor aunque de diferentes materiales. De un lado de la pared (material 1) la temperatura es de 30°C y del otro (material 2) es de 5°C, mientras que en la unión de ambos materiales es de 20°C. Si k_1 y k_2 son las conductividades térmicas de esos materiales y P_1 y P_2 las potencias calóricas conducidas en régimen estacionario, resulta:



- ☐ $k_1 = k_2$ y $P_1 > P_2$
- ☐ $k_1 > k_2$ y $P_1 > P_2$
- ☐ $k_1 = k_2$ y $P_1 = P_2$
- ☐ $k_1 < k_2$ y $P_1 < P_2$
- ☐ $k_1 < k_2$ y $P_1 = P_2$
- ☐ $k_1 > k_2$ y $P_1 = P_2$

- SEGÚN LA CONDICIÓN DE ESTADO ESTACIONARIO:

$$\dot{P}_1 = \dot{P}_2$$ RESPUESTA

- APLICAMOS LA LEY DE FOURIER:

$$-k_1 S_1 \left.\frac{\Delta T}{\Delta X}\right)_1 = -k_2 S_2 \left.\frac{\Delta T}{\Delta X}\right)_2$$

ADEMÁS: $\Delta X_1 = \Delta X_2$; $S_1 = S_2$

$$\Delta T_1 = 20 - 30 = -10\,°C$$

$$\Delta T_2 = 5 - 20 = -15\,°C$$

ENTONCES:

$$k_1(-10) = k_2(-15)$$

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{-15}{-10}$$

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow k_1 > k_2$$ RESPUESTA

PROBLEMA 5:

E8 (AV): Un local comercial se calefacciona mediante una estufa de 14688 kcal/hora de potencia. Si el local posee una vidriera de 5 m de ancho x 2 m de altura, de 10 mm de espesor, considerando las paredes, el piso y el techo totalmente aislados, si la temperatura exterior es de 3°C, cuando el sistema esta en régimen, la temperatura interior del local será de: (Kvidrio = 0,24 cal/m.s.K

□ 3°C	□ 17°C	□ 20°C
□23°C	□ 69°C	□ 72°C

- CAMBIO DE UNIDADES:

$$\dot{P} = \frac{14.688 \times 1000}{3600} = 4080 \frac{cal}{seg}$$

$$\varepsilon = 10/1000 = 0{,}01\ m$$

- CALCULO DEL AREA:

$$S = 5m \times 2m = 10m^2$$

- APLICAMOS LA LEY DE FOURIER:

$$\dot{P} = -KS(T_e - T_i)/\varepsilon$$

DESPEJAMOS T_i

$$T_1 = Te + P\varepsilon/KS$$

REMPLAZAMOS:

$$T_i = 3^{\circ}C + \frac{4080\,\frac{cal}{seg} \cdot 0{,}01\,m}{0{,}24\,\frac{cal}{m \cdot K \cdot seg} \cdot 10\,m^2}$$

$$T_i = 20^{\circ}C$$ RESPUESTA.

PROBLEMA 6:

4. ¿Qué potencia de calefacción, en kilocalorías por hora, es necesaria para mantener a 20 °C las paredes interiores de una cabaña, cuyas paredes tienen un área total de 50 m^2 y un espesor de 10 centímetros, si el exterior de la pared se encuentra a diez grados bajo cero, y el coeficiente de conducción de calor del material de las paredes es de 0,3 kcal. hr^{-1}. m^{-1}.K^{-1}? (Desprecie las pérdidas de calor por el piso, el techo y la ventilación de esa vivienda.)

(a) menos de 1500;
(b) entre 1500 y 2000;
(c) entre 2000 y 2500;
(d) entre 2500 y 3000;
(e) entre 3000 y 4000;
(f) más de 4000.

$$\dot{P} = -kS\,\frac{(Te - Ti)}{\varepsilon}$$

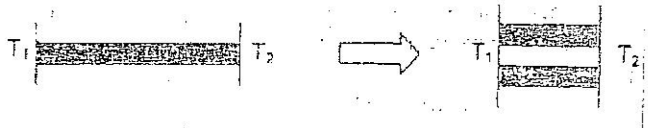
$$\dot{P} = -0{,}3\,\frac{kcal}{hr \cdot m \cdot K} \cdot 50m^2 \cdot \frac{(-10-20)°C}{0{,}1m}$$

$$\dot{P} = 4500\ kcal/hr$$ RESPUESTA

PROBLEMA 7:

1. Una barra maciza, de sección uniforme, está conectada entre dos fuentes térmicas que se encuentran a distintas temperaturas (constantes) y conduce una potencia calórica de 100 W. Se corta la barra por la mitad, obteniendo dos barras la mitad de largas que la original y se las conecta entre las mismas fuentes térmicas que antes. Entonces, la nueva potencia total conducida por el conjunto es:

☐ 100 W	☐ 800 W	☐ 25 W
☐ 400 W	☐ 200 W	☐ 50 W



- APLICAMOS LA LEY DE FOURIER AL PRIMER CASO:

$$100W = \dot{P}_1 = -kS\frac{\Delta T}{L}$$

DONDE $\Delta T = T_2 - T_1$

Y $T_2 < T_1$

- APLICAMOS LA LEY DE FOURIER AL SEGUNDO CASO

$$\dot{P}_2 = POT_{VARILLA\,1} + POT_{VARILLA\,2}$$

$$\dot{P}_2 = -kS\frac{\Delta T}{L/2} + \left(-kS\frac{\Delta T}{L/2}\right)$$

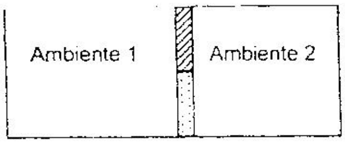
$$\dot{P}_2 = -4kS\frac{\Delta T}{L}$$

- COMO $-kS\frac{\Delta T}{L} = 100W$

ENTONCES: $\dot{P}_2 = 4(100W) = 400W$ RESPUESTA

PROBLEMA 8:

EM4. La separación entre dos ambientes consiste en una pared formada por dos materiales, ambos de 15 m^2 de superficie y 2 cm de espesor. Uno tiene conductividad térmica k_A=0.6 W/(K m) el otro conductividad térmica k_B = 0,9 W/ (K m). Llamando Q_A y Q_B a los calores conducidos a través de cada material en un mismo intervalo de tiempo, se cumple que:



- ☐ $9\,Q_A = 6\,Q_B$
- ☐ $6\,Q_A = 9\,Q_B$
- ☐ $Q_A = 2\,Q_B$
- ☐ $Q_A = 30\,Q_B$
- ☐ $30\,Q_A = Q_B$
- ☐ $Q_A = Q_B$

- CALCULAMOS CON LA LEY DE FOURIER

$$Q_A = -k_A S_A \frac{\Delta T}{\varepsilon_A}$$

$$Q_B = -k_B S_B \frac{\Delta T}{\varepsilon_B}$$

- PARA COMPARAR, DIVIDIMOS:

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{-k_A S_A \Delta T/\varepsilon_A}{-k_B S_B \Delta T/\varepsilon_B}$$

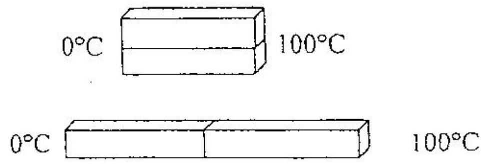
- SIMPLIFICAMOS Y REMPLAZAMOS:

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{0,6}{0,9} = \frac{6}{9}$$

$$\Rightarrow 9Q_A = 6Q_B$$ RESPUESTA

PROBLEMA 9:

3. Dos barras rectangulares idénticas están unidas como se muestra en la figura superior, de modo que cuando las temperaturas son las indicadas, en régimen estacionario, se transmiten a través de ellas 10 calorías por minuto. ¿Cuál sería la potencia calórica transmitida, en calorías por minuto, si estuvieran unidas como se muestra en la figura inferior?
En ambos casos el sistema está aislado lateralmente.



☐ 20 ☐ 10 ☐ cero ☐ 40 ☒ 2,5 ☐ 5

- PARA EL PRIMER CASO:

$$\dot{P}_1 = 10 \frac{cal}{min} =$$

- LA POTENCIA DE CADA VARILLA SERÁ LA MITAD; O SEA:

$$5 \frac{cal}{min} = -KS\frac{\Delta T}{L} \quad , \quad \Delta T = 0 - 100°C$$

$$\Delta T = -100°C$$

O SEA:

$$-5 \frac{cal}{min} = KS\frac{\Delta T}{L}$$

- PARA EL SEGUNDO CASO:

$$\dot{P}_2 = -KS\frac{\Delta T}{2L} = \frac{-KS\Delta T/L}{2}$$

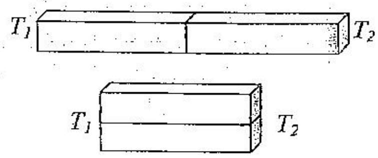
PERO DE LO ANTERIOR:

$$\dot{P}_2 = \frac{5\,cal/min}{2}$$

$$\dot{P}_2 = 2,5\ cal/min$$ RESPUESTA

PROBLEMA 10:

3.- Dos barras prismáticas de sección rectangular idénticas, aisladas lateralmente, están unidas como se muestra en la figura superior. Los extremos libres están en contacto con 2 fuentes a temperaturas T_1 y T_2 ($T_2 > T_1$). En el estado estacionario se trasmite calor por conducción con una potencia P. ¿Cuál sería la nueva potencia P', si estuviesen dispuestas entre las dos mismas fuentes como se muestra en la figura inferior



☐	$P'=2P$	☐	$P'=P$	☐	$P'=P/2$	☐	$P'=P/4$	■	$P'=4P$	☐	$P'=0$

- APLICAMOS LA LEY DE FOURIER AL PRIMER CASO:

$$P = -kS\Delta T/2L$$

- PARA EL CASO DOS:

$$P' = -kS\frac{\Delta T}{L} + \left(-kS\frac{\Delta T}{L}\right)$$

$$P' = -2kS\frac{\Delta T}{L}$$

- PARA COMPARAR, DIVIDIMOS:

$$\frac{P'}{P} = \frac{-2kS\Delta T/L}{-kS\Delta T/2L} = 4$$

$$P' = 4P \qquad \text{RESPUESTA}$$