大学物理 B（下）
Chap 8：恒定电流的磁场

Edited by Bailin Qin

2021-03-21

1 电流→磁场（真空）

1.1 Biot-Savart定律

Biot-Sarvart定律：电流元$I\mathrm{d}\vec{l}$在空间任一点P处所激发的磁感应强度$\mathrm{d}\vec{B}$为

$$\mathrm{d}\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{e}_r}{r^2} \tag{1}$$

其中$\vec{e}_r$是从电流元指向点P的单位矢量，r为电流元到点P的距离. 真空磁导率

$$\mu_0=4\pi\times10^{-7}\,\mathrm{T}\cdot\mathrm{m/A} \tag{2}$$

任意线电流所激发的总磁感应强度

$$\vec{B}=\int_L\mathrm{d}\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_L\frac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{e}_r}{r^2} \tag{3}$$

注意：

（1）磁感应强度是矢量，矢量积分，遵守叠加原理. 注意体系对称性. （习题8-16）

（2）电流元的选取，注意“均匀性”. （习题8-18）

1.2 恒定电流的安培环路定理

恒定电流的安培环路定理：磁场中$\vec{B}$对任意环路L的环流等于环路L包围的电流强度代数和的μ_0倍.

$$\oint_L\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\mu_0\sum_{Lin}I \tag{4}$$

注意：

（1）电流正负规定：电流方向与环路L绕行方向符合右手螺旋关系时，电流为正；反之为负. 代数和的计算中，考虑电流“正负”.

（2）选择合适的积分环路，利用体系对称性.

（习题8-26）

1.3 常用结论

（1）有限长载流直导线磁场大小

$$B=\frac{\mu_0I}{4\pi r}(\cos\theta_1-\cos\theta_2) \tag{5}$$

i. 无限长直导线：$\theta_1=0,\theta_2=\pi$

$$B=\frac{\mu_0I}{2\pi r} \tag{6}$$

ii. 半无限长直导线：$\theta_1=\pi/2,\theta_2=\pi$

$$B=\frac{\mu_0I}{4\pi r} \tag{7}$$

（2）载流圆线圈轴线上磁场大小

$$B=\frac{\mu_0I}{2}\frac{IR^2}{(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} \tag{8}$$

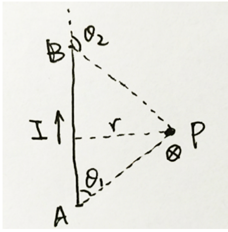

图 1: 有限长载流直导线磁场

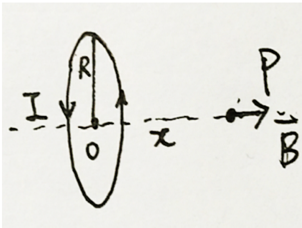

图 2: 载流圆线圈轴线上磁场

i. 圆心处（$x=0$）

$$B=\frac{\mu_0 I}{2R} \tag{9}$$

ii. 张角φ载流圆弧在圆心处（$x=0$）

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\varphi \tag{10}$$

iii. 无限长载流螺线管磁场（单位长度匝数为n）
管内：

$$B=\mu_0 nI \tag{11}$$

管外：

$$B=0 \tag{12}$$

2 运动电荷→磁场

带电量为q的粒子以速度$\vec{v}$运动，在空间点P磁场

$$\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{e}_r}{r^2} \tag{13}$$

其中$\vec{e}_r$是从运动电荷指向点P的单位矢量.

另外，可利用运动电荷与电流的等价关系，按照求电流磁场的方法得到运动电荷磁场.

$$I=\frac{\Delta q}{\Delta t} \tag{14}$$

其中Δt为运动周期，Δq为一个周期内通过某截面的总电量.

（习题8-21）

3 磁场力与磁力矩

3.1 Lorentz力

带电量为q的粒子以速度$\vec{v}$在电磁场中运动，受到Lorentz力

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} + q\vec{E} \tag{15}$$

应用举例：Hall效应（习题8-34），磁约束，磁聚焦，回旋加速器，质谱仪.

3.2 安培定律：磁场对载流导线的作用

安培定律：电流元$I\mathrm{d}\vec{l}$在磁场$\vec{B}$中受到磁场力

$$\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B} \tag{16}$$

任意形状载流导线所受磁场力

$$\vec{F} = \int_L \mathrm{d}\vec{F} = \int_L I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B} \tag{17}$$

推论（课本例题8-9）：均匀磁场中，对任意形状载流导线，按电流流动方向从起点到终点的矢量$\vec{L}$，载流导线所受安培力$\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$.

（习题8-40）

3.3 磁力矩：磁场对载流线圈的作用

3.3.1 力矩

电流元$I\mathrm{d}\vec{l}$在磁场$\vec{B}$中受到磁场力$\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$.

对某转轴，电流元受到磁力矩

$$\mathrm{d}\vec{M} = \vec{r} \times \mathrm{d}\vec{F} \tag{18}$$

其中$\vec{r}$为从转轴到电流元的位矢. 整个线圈受到磁力矩为

$$\vec{M} = \int \mathrm{d}\vec{M} = \sum_i \vec{M}_i \tag{19}$$

3.3.2 磁矩与磁力矩

载流线圈的磁矩

$$\vec{m} = NIS\vec{e}_n \tag{20}$$

其中N为线圈匝数，I为电流，S为线圈面积，$\vec{e}_n$为线圈平面法向量（与线圈电流构成右手螺旋关系）.均匀磁场中，载流线圈受到磁力矩

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} \tag{21}$$

（习题8-37）

3.4 磁场力做功

载流导线（载流线圈）在磁场中运动（转动）时，若电流保持不变，磁场力（磁力矩）做功A等于电流I乘以电流回路内磁通量的增量$\Delta\Phi$.

$$A = I\Delta\Phi \tag{22}$$

磁场力对外做功，消耗的是电源的能量.

4 介质中的磁场

4.1 磁介质

宏观：磁介质被给定外界磁场$\vec{B}_0$磁化，最终磁介质内部磁场$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_{response}$，其中$\vec{B}_{response}$为介质的响应场. 微观：分子电流，分子固有磁矩$\vec{m}$，分子附加磁矩$\Delta\vec{m}$.

相对磁导率（无量纲）

$$\mu_r = \frac{B}{B_0} \tag{23}$$

（1）抗磁性：一切磁介质共有性质，进动产生附加磁矩$\Delta\vec{m}$. 附加磁矩对响应场的贡献与外场方向相反，是削弱效应.

（2）顺磁体：$\mu_r > 1$，响应场$B_{response}$较小. 分子固有磁矩$\vec{m}$趋向于与外场方向相同，是增强效应；当这一效应大于附加磁矩的削弱效应时，磁介质整体表现为顺磁性.

（3）抗磁体：$\mu_r < 1$，响应场$B_{response}$较小. 对响应场的贡献中，附加磁矩的削弱效应为主，磁介质整体表现为抗磁性.

（4）铁磁体：$\mu_r >> 1$，响应场$B_{response}$很大. 沿外界磁场方向的磁畴扩张.

4.2 磁化强度与磁化面电流线密度

磁化强度$\vec{M}$：单位体积内的磁矩. 描述磁介质的宏观磁化情况.

$$\vec{M} = \frac{\sum \vec{m} + \sum \Delta\vec{m}}{\Delta V} \tag{24}$$

磁化电流：分子电流的宏观表现，只分布在磁介质的表面或磁介质之间的界面中，因此常称为“磁化面电流”.

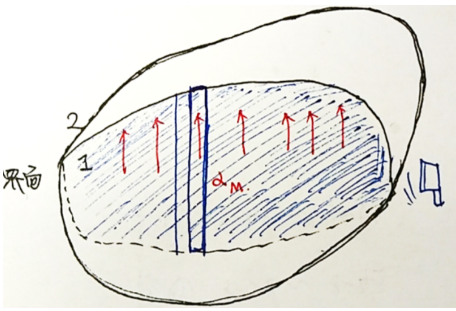

图 3: 磁介质1与磁介质2中沿着界面传播的磁化电流

磁化面电流线密度$\vec{\alpha}_M$：磁介质界面单位长度的磁化面电流. 如图3中每一个蓝色条状的面电流大小，就等于磁化面电流线密度.

磁介质表面上的磁化面电流线密度$\vec{\alpha}_M$与磁化强度$\vec{M}$的关系

$$\vec{\alpha}_M = \vec{M} \times \vec{e}_n \tag{25}$$

其中$\vec{e}_n$方向规定为从介质内部指向介质外部（真空）.

简单地，在表面处: $\alpha_M = M$.

积分形式：磁化强度$\vec{M}$对闭合环路的线积分等于环路所包围的磁化电流代数和.

$$\oint \vec{M} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = I_M \tag{26}$$

4.3 磁场强度$\vec{H}$ 磁感应强度$\vec{B}$ 磁化强度$\vec{M}$

历史遗留问题. 可以直接认为是定义的问题.

磁场强度

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \tag{27}$$

磁化强度

$$\vec{M} = \chi_M \vec{H} \tag{28}$$

其中χ_M为磁化率，描述磁介质的性质. 顺磁体$\chi_M > 0$，抗磁体$\chi_M < 0$.

磁感应强度

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0(1 + \chi_M)\vec{H} = \mu_0\mu_r\vec{H} = \mu\vec{H} \tag{29}$$

其中磁导率μ为磁导率.

注意区分磁导率μ，相对磁导率μ_r，磁化率χ_M，真空磁导率μ_0.

$$\mu = \mu_0\mu_r \tag{30}$$

$$\mu_r = 1 + \chi_M \tag{31}$$

注意: μ_r, χ_M没有量纲，μ, μ_0有相同量纲为$1\,\mathrm{T \cdot m/A}$. $\vec{M}$和$\vec{H}$有相同量纲为$1\,\mathrm{A/m}$.

4.4 磁介质的安培环路定理

磁介质的安培环路定理：磁场强度$\vec{H}$对任意环路的环流等于环路内的传导电流的代数和.（不包括磁化电流!）

$$\oint \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum I \tag{32}$$

求磁介质的磁感应强度$\vec{B}$：先利用安培环路定理，利用体系的对称性，求出磁场强度$\vec{H}$的大小，然后利用关系$\vec{B} = \mu_0\mu_r\vec{H} = \mu\vec{H}$即可.

（习题8-50）