

Федеральное государственное
автономное учебное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»

Мегафакультет компьютерных технологий и управления
Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Отчёт
по лабораторной работе №1
по дисциплине «Вычислительная математика»
Вариант 5

Группа: Р3218

Студент: Зарубов Егор Николаевич

Преподаватель: Бострикова Дарья Константиновна

Санкт-Петербург
2024

Содержание

1	Цель работы	1
2	Задание	1
3	Описание метода выполнения	1
4	Исходный код программы	1
5	Рассчётные формулы	2
6	Пример вывода программы	3
7	Вывод	5

1 Цель работы

Целью работы является знакомство с численными методами решения СЛАУ, а также способами и особенностями их реализации на языках программирования.

2 Задание

Написать программу для решения СЛАУ с использованием метода Гаусса. Требования к программе:

- В программе численный метод должен быть реализован в виде отдельной подпрограммы/метода/класса, в который исходные/выходные данные передаются в качестве параметров.
- Размерность матрицы $n \leq 20$ (задается из файла или с клавиатуры - по выбору конечного пользователя).
- Должна быть реализована возможность ввода коэффициентов матрицы, как с клавиатуры, так и из файла (по выбору конечного пользователя).
- Должно быть реализовано: вычисление определителя, вывод треугольной матрицы (включая преобразованный столбец В), вывод вектор неизвестных (x_1, x_2, \dots, x_n) , вывод вектора невязок (r_1, r_2, \dots, r_n) .

3 Описание метода выполнения

Программа, реализующая метод Гаусса для решения СЛАУ, была написана на языке программирования Python версии 3.11. Были использованы библиотеки *random* (для генерации случайной матрицы), *os* (для проверки файлов), *fractions* и *decimal* (для проведения точных вычислений).

4 Исходный код программы

Репозиторий на GitHub: [ссылка](#)

5 Рассчётные формулы

Метод Гаусса состоит из следующих этапов:

I. Прямой ход – приведение матрицы к треугольному виду.

Для каждого i -го уравнения (от 1 до $n - 1$) исключаем из каждого последующего за ним j -го уравнения i -ую компоненту искомого вектора X при помощи метода единственного деления:

$$M_j = M_j - \frac{a_{ji}}{a_{ii}} \cdot M_i$$

Если оказывается, что в текущем i -ом уравнении ведущий коэффициент a_{ii} равен 0, то переставляем текущее уравнение местами с первым уравнением, где этот коэффициент не нулевой. Если такого уравнения нет, то единственное решение найти не удастся.

II. Вычисление определителя треугольной матрицы.

После приведения матрицы к треугольному виду определить вычисляется произведением ведущих элементов.

$$D = (-1)^p \prod_{i=1}^n a_{ii}$$

Возможные перестановки p на первом этапе могут повлечь за собой смену знака определителя.

Если вычисленный определитель равен 0, то единственное решение найти не удастся.

III. Обратный ход – вычисление компонент искомого вектора X .

$$x_i = \frac{1}{a_{ii}}(b_i - \sum_{k=i+1}^n a_{ik}x_k)$$

Чтобы оценить правильность полученного решения, его подставляют в систему и сравнивают результат с исходным вектором свободных членов. Вычисляют вектор невязки R :

$$R = AX - B$$

6 Пример вывода программы

```
Choose the command:
1) Manual matrix input
2) Input matrix from file
3) Generate a random matrix
4) Exit the program
3
Enter the dimension of the matrix, not exceeding 20
3
Matrix read:
66 74 52 | 97
60 84 20.11184504876066 | -8
25 10.271335932857564 57 | 29

Matrix after forward pass:
66.0 74.0 52.0 | 97.0
0.0 16.727272727272727 -27.160882223966613 | -96.18181818181819
0.0 0.0 8.46693600257835 | -109.85648505273568

Determinant of the matrix = 9347.4973468465

x1 = 41.760623632153276 x2 = -26.81775002211187 x3 = -12.97476265549688
r1 = 2.2737367544323206e-13 r2 = 0.0 r3 = 0.0
```

Листинг 1: Матрица сгенерирована случайно

```
Choose the command:
1) Manual matrix input
2) Input matrix from file
3) Generate a random matrix
4) Exit the program
2
Enter the relative path to your file
1.txt

Matrix read:
10 -7 0 | 7
-3 2 6 | 4
5 -1 5 | 6

Matrix after forward pass:
10.0 -7.0 0.0 | 7.0
0.0 -0.1 6.0 | 6.1
0.0 0.0 155.0 | 155.0

Determinant of the matrix = -155

x1 = 0.0  x2 = -1.0  x3 = 1.0
r1 = 0.0  r2 = 0.0  r3 = 0.0
```

Листинг 2: Матрица считана из файла

7 Вывод

В ходе выполнения исследовательской работы были изучены различные численные методы для решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), включая как прямые, так и итерационные методы. Один из таких методов, метод Гаусса, был реализован в программе на языке программирования Python. Мы провели анализ условий применимости различных численных методов для решения СЛАУ, а также выявили их преимущества и недостатки. Было уделено внимание нахождению оптимальных подходов к точным вычислениям и визуальному представлению числовых данных. Кроме того, важным этапом работы стало проектирование и реализация удобного консольного интерфейса программы, который способен обрабатывать как обычные запросы пользователей, так и различные критические ситуации.