

442: Laser

Leonie Dessau & Lena Beckmann

17.18.11.2025

1 Messung der Wellenlänge des Lasers

1.1 Theoretische Überlegungen

Um die tatsächliche Wellenlänge des Laserlichts zu bestimmen, eignet sich ein Transmissionsgitter. Dabei wird der Laserstrahl genau parallel zur Gitternormalen auf ein Reflexionsgitter mit Spaltabstand d.h. Gitterkonstante g eingestrahlt (Fall normalen Einfalls). Aus den Maxima des resultierenden Interferenzmusters auf einem Schirm kann mithilfe der Bedingung für den Gangunterschied für konstruktive Interferenz $\delta = n\lambda$ mit λ als Wellenlänge des Lasers die Gittergleichung aufgestellt werden:

$$m\lambda = g \cdot (\sin(\alpha) + \sin(\beta_m)) \quad (1.1)$$

Sie ist in Abbildung 1.1 grafisch dargestellt. Hier wurde als Einfallswinkel normaler Einfall gewählt, also $\alpha = 0^\circ$.

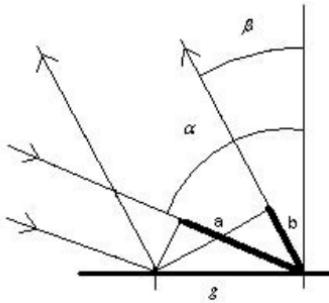


Abbildung 1.1: Illustration des Gangunterschieds und Ein- und Ausfallswinkel eines Lichtstrahls an einem optischen Gitter. Abbildung entnommen aus [1].

Das Maximum der $n = 0$ -ten Ordnung wird nach Gl. 1.1 wegen $0 \cdot \lambda = g \sin(\beta_0) = 0$, also $\beta_0 = 0^\circ$, nicht abgelenkt. Dies ist der Vorteil eines Transmissionsgitters gegenüber einem Reflexionsgitter, bei welchen aufgrund eines notwendigen Einfallswinkels von $\alpha > 0$ ein Ablenkinkel auch für das 0-te Maximum des Interferenzmusters zu beachten wäre. Aus dem Abstand des Schirms f und dem Abstand d_m der m -ten Maximaordnungen von der Projektion der Gitternormale auf den Schirm bzw. hier der Position des 0-ten Maximums kann der Ablenkinkel der Maxima bestimmt werden:

$$\tan(\beta_m) = \frac{d_m}{f} \Rightarrow \beta_m = \arctan\left(\frac{d_m}{f}\right)$$

So lässt sich dann die Wellenlänge aus der Messung der Abstände d_m der verschiedenen sichtbaren Maxima bestimmen, indem der Term $g \cdot \sin(\beta_m)$ gegen die Ordnung m aufgetragen wird:

$$g \cdot \sin\left(\arctan\left(\frac{d_m}{f}\right)\right) = m\lambda \quad (1.2)$$

Die Steigung dieser Gerade entspricht dann eben der Wellenlänge λ .

1.2 Durchführung & Messung

Um die Wellenlänge zu bestimmen, wurde im Experiment ein Transmissionsgitter direkt vor den ebenen Resonatorspiegel auf die Schiebe eingesetzt. Dann wurde der Abstand zu einem Schirm gemessen

sowie der Abstand der auf dem Schirm sichtbaren Maxima zum nicht-abgelenkten Maxima der 0.-ten Ordnung. Zum Messung der Abstände wurde ein Zollstock genutzt, aus dessen Skalenunterteilung der Fehler der Abstandsmessungen als $\Delta x = 5 \text{ mm}$ abgeschätzt wurde. Zur Reduktion von statistischen Fehlern durch eine größere Anzahl an Messwerten wurde die Messung für zwei verschiedene Gitter mit verschiedenen Gitterkonstanten (500 und 1000 Striche pro mm) jeweils dreimal durchgeführt. Die gemessenen Werte sind in Tabellen 1.1 und 1.2 aufgeführt.

| Messung | Ordnung m | d_m/m |
|---------|-------------|--------------------------------|
| 1 | 1 | $(15,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$ |
| 1 | 2 | $(11,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$ |
| 1 | 3 | $(5,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | 1 | $(15,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | 2 | $(10,9 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | 3 | $(4,8 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | 1 | $(15,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | 2 | $(10,7 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | 3 | $(4,5 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$ |

Tabelle 1.1: Messung der Ablenkdistanzen d_m für das Gitter mit 500 Strichen pro mm. Der Abstand zum Schirm wurde gemessen als $f = (13,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2} \text{ m}$.

| Messung | Ordnung m | d_m/m |
|---------|-------------|--------------------------------|
| 1 | 1 | $(15,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$ |
| 1 | 2 | $(14,5 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$ |
| 1 | 3 | $(5,5 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | 1 | $(15,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | 2 | $(14,4 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$ |
| 2 | 3 | $(5,3 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | 1 | $(15,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | 2 | $(14,5 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$ |
| 3 | 3 | $(5,2 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$ |

Tabelle 1.2: Messung der Ablenkdistanzen d_m für das Gitter mit 1000 Strichen pro mm. Der Abstand zum Schirm wurde gemessen als $f = (14,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2} \text{ m}$.

1.3 Auswertung

Für beide Gitter wurden wie in Abschnitt 1.1 die Terme $g \cdot \sin\left(\arctan\left(\frac{d_m}{f}\right)\right)$ gegen die (vermutete) Ordnung m aufgetragen. Dabei wurden die Messreihen der beiden Gitter getrennt aufgetragen, dies ist in den Abbildungen ?? dargestellt. Die beiden so bestimmten Werte für λ des Lasers sind: [Lambda-Werte hier einsetzen](#)

Es fällt sofort auf, dass sich aus der Messreihe mit dem Gitter mit 1000 Strichen pro mm als Steigung eine Wellenlänge ergibt, die sehr weit von der Wellenlänge des angestrebten Laserübergangs von $\lambda_{\text{Lit}} = 632,6 \text{ nm}$ entfernt ist (auch deutlich weiter entfernt als die zu erwartende Linienbreite des Übergangs, siehe hierzu Abschnitt [TO DO: Analysator zu Linienbreite](#)). Auch eine der anderen möglichen Laserübergänge vom angeregten Zustand der Ne-Atome (Abschnitt ??) entspricht diese Wellenlänge nicht. Das Laserlicht wurde außerdem auch optisch als deutliches rot im optischen Bereich verortet. Es ist also damit zu rechnen, dass die Wellenlänge sich im optischen roten Bereich befindet. Im Gegensatz dazu entspricht die Wellenlänge aus der Messreihe des anderen Gitters mit 500 Strichen pro mm, [Wellenlänge aus der Messung hier](#), deutlich besser der zu erwartenden Wellenlänge. Es ist

also damit sehr wahrscheinlich, dass die Messung des Gitters mit 1000 Strichen pro mm systematische Fehler enthält und wird daher im folgenden als unplausibel verworfen. Es ist zu erwähnen, dass die Auswertung der Geradenanpassung keinen plausibleren Wellenlängenwert liefert, wenn angenommen wird, dass die Schätzung der Ordnungen, die beobachtet und vermessen werden konnten, fehlerhaft war, und entsprechend systematisch alternative Ordnungszuordnungen durchprobiert wurden. Analog lieferte auch die Exklusion der drei Messungen für jeweils eine der drei beobachteten Ordnungen keine sinnvolleren Werte. Als mögliche Fehlerquelle dieser drei Messreihen ist denkbar, dass der Zollstock, der zur Messung der Abstände der Maxima genutzt wurde, nicht plan zur Schirmebene bzw. zum Gitter positioniert wurde, sondern zur Seite gekippt wurde. Daher ist auch kein konstanter Versatz der gemessenen Abstände zu einem zu erwarteten Wert möglich auf die Werte zu rechnen, sondern die Verzerrung der Abstände zur aufgezeichneten Skala mit zunehmenden Abstand zum 0-ten Maximum wächst nonlinear.

Durch die mehrfache Messung des Interferenzmusters mit dem Gitter mit 500 Strichen pro mm ist trotzdem noch eine ausreichende Menge Datenpunkte vorhanden, um eine sinnvolle Auswertung durchführen zu können. Der geringe Unterschied von λ_{500} zum Literaturwert λ_{Lit} von [Unterschied TO DO](#) zeigt dies. [TO DO: Überlegungen zu moden und Überlagerungen go here](#)

2 Modenabstand des Lasers

2.1 Optischer Analysator

Es soll nun die Modenstruktur der Laserkavität mittels eines Spektrumanalysator untersucht werden. Bei dem Analysator handelt es sich um einen externen, konfokalen Resonator, dessen Länge mittels eines Piezo-Kristalls verstellt wird. [2]

Der Modenabstand von TEM¹ bei einem solchen Resonator ist gegeben als: [2]

$$\Delta\nu_{TEM} = \frac{c}{4l} \quad (2.1)$$

Bei der Laserkavität hingegen wird davon ausgegangen, dass in erster Linie Longitudinalmoden angeregt werden mit einem Modenabstand von:

$$\Delta\nu = \frac{c}{2L} \quad (2.2)$$

Nach der Justage des Analysators erfolgt die Messung indem ein Dreiecksignal an das Piezoelement angelegt wird, dessen Spannung so lange variiert wird, bis auf dem Oszilloskop eine periodische Struktur zu erkennen ist. Hierbei ist relevant, dass die Modenstruktur sowohl des Analysators als auch des Lasers überlagert beobachtet wird.

Eine kurze Überschlagsrechnung zeigt auf, dass der Modenabstand des Lasers ca. eine Größenordnung kleiner als bei dem Resonator zu erwarten ist. Somit kann davon ausgegangen werden, dass die näher aneinanderliegenden, feineren Maxima Lasermoden entsprechen und die größeren, weiter auseinanderliegenden Maxima entsprechen Analysatormoden sind.

Die Länge der Laserkavität ließ sich gut messen, mit $L = (51,3 \pm 0,5)$ cm. Die Länge des Analysators hingegen ist schwer akkurat zu messen, da die genaue Position der Spiegel in den jeweiligen Bauteilen nicht eindeutig ist und die Bauteile durch ihre Größe und Form ein genaues Messen erschweren. Es ergibt sich eine Länge von $l = (50 \pm 15)$ mm

In den aufgenommenen Oszillogrammen werden die Abstände der Analysatormoden und die Abstände der Lasermoden vermessen.

¹Transversalen elektrischen Moden

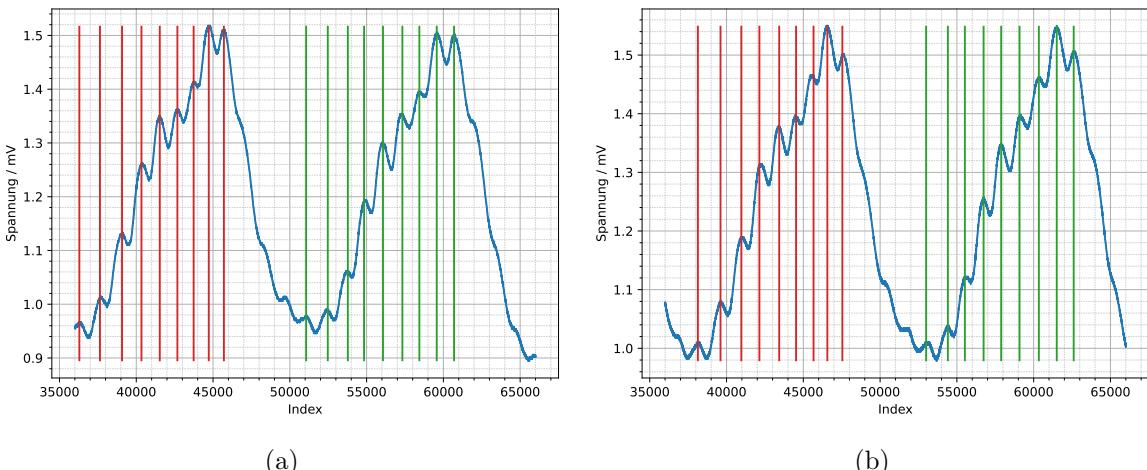


Abbildung 2.1: a) Oszilloskopbild des Spektrums und b) zweite Messung des Selben

Aufgrund des Linearen Spannungsverlaufs an dem Piezoelement und der dazu proportionalen Längenänderung werden alle Abstände an den Indizes der Datenpunkte berechnet.

Die lokalen Maxima der Kurven werden ermittelt. Der Abstand der Analysatormoden wird aus den Abständen der jeweils n-ten Maxima zueinander bestimmt.

Die Abstände der nebeneinanderliegenden Moden wird berechnet und über lineare Regression der Achsenabschnitt bestimmt und dieser als mittlerer Abstand zweier Lasermoden gesehen. Bei dieser Regression kann eine Steigung nahe Null genutzt werden um Systemische Fehler auszuschließen.

Es ergibt sich eine Steigung von [WERT!] und ein Achenabschnitt von [WERT!]. Die Steigung ist klein genug um in guter Näherung als Null betrachtet zu werden. Es liegt kein relevanter Trend in den Daten vor. Aus dem Mittelwert des Analysatormodenabstands [WERT!] wird das Verhältnis der Abstände bestimmt zu $q = 2$. Aus dem Modenabstand des Resonators und dem Verhältnis zum kleineren Modenabstand (des Lasers) kann nun der Modenabstand der Lasermoden ermittelt werden;

$$q = \frac{\nu_{\text{Laser}}}{\nu_{\text{TEM}}} \quad (2.3)$$

$$\implies \nu_{\text{Laser}} = \nu_{\text{TEM}} \cdot q \quad (2.4)$$

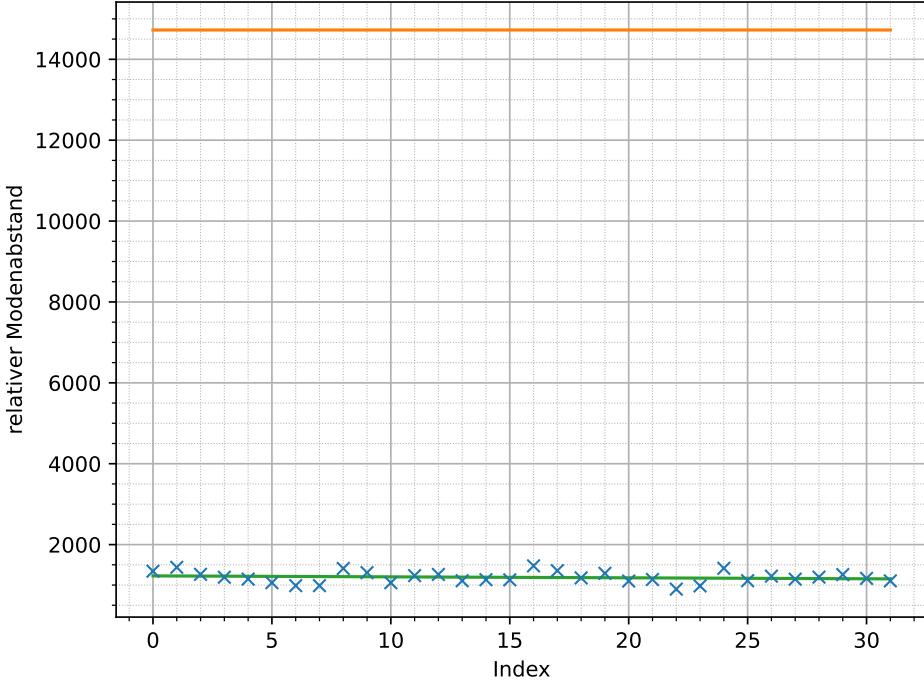


Abbildung 2.2: Modenabstände

Damit ergibt sich ein mittlerer Modenabstand der Lasermoden von $\Delta\nu_{\text{Laser}} = (1,2 \pm 0,4)$ MHz. Es ist hierbei wichtig, dass das Verstärkungsprofil von Neon nur eine Breite von ca. 1,5 GHz [CITE!!!] aufweist. Bei einem Transversalen Modenabstand von $\Delta\nu = \frac{c}{2L} \approx 290$ MHz der Transversalmoden des Lasers können niemals mehr als 5 solcher Moden in dem Verstärkungsprofil liegen und somit emittieren. Bei der Messung wurden hier allerdings 9 Lasermoden gefunden, wobei die erste vermutlich noch zu der vorherigen Periode gehört, was zu 8 tatsächlichen Lasermoden führt. Dies sind doppelt so viele wie maximal möglich sind, allerdings ist der Abstand der Moden erheblich kleiner als der Erwartungswert. Es muss insgesamt davon ausgeganen werden, dass in dem Laserresonator nicht nur Longitudinalmoden sondern auch Transversalmoden angeregt wurden. Dann wäre der Abstand zweier Longitudinalmoden der doppelt so groß wie der bestimmte. Damit ergibt sich ein Wert von $\Delta\nu_{\text{Laser}} = (2,4 \pm 0,8)$ MHz. Dieser Wert liegt in einer $1-\sigma$ Umgebung zum erwarteten Modenabstandes von Longitudinalmoden für unsere Resonatorlänge.

Die angeregten Transversalmoden sprechen für eine relativ schlechte Justage des Lasers.

2.2 Spektrumanalysator

Nun wird der Modenabstand der Lasermoden mit einem Spektrumanalysator bestimmt. Hierzu wird ausgenutzt, dass die Lasermoden sich überlagern. Diese Überlagerung kann dargestellt werden als Summe von Cosinusfunktionen mit verschiedenen Frequenzen. Anwenden der hinlänglich bekannten Additionstheoreme zeigt, dass das gesamtsignal mit der Summe der Einzelfrequenzen, der Differenz der Einzelfrequenzen und mit den jeweiligen Einzelfrequenzen oszilliert. [2]

Die Summe der Frequenzen, sowie die einzelnen Frequenzen sind im THz Bereich und somit nicht als elektronische Signale übertragbar oder darstellbar [CITE?].

Somit verbleibt nur die Differenzfrequenz, welche dann genau der Differenz zwischen zwei Lasermoden entspricht. Diese wird mit einer schnellen Photodiode gemessen und auf einem Spektrumanalysator der Firma RIGOL, des Typs DSA 815 dargestellt.

Hierbei musste der dargestellte Bereich recht klein um den Erwartungswert gewählt werden, um überhaupt eine Messung durchführen zu können. Der Messbereich wurde auf eine Spanne von 10 MHz

eingestellt, mit einer Mittelfrequenz von 290 MHz. So wurde ein schmales Maximum bei $(293,3 \pm 0,5)$ MHz gefunden, wobei es eine FWHM von etwa 1 MHz aufweist, woraus sich die Unsicherheit ergibt.

Dies deckt sich sowohl mit dem theoretisch erwarteten Modenabstand als auch der (weit weniger genauen) Messung mit dem optischen Analysator.

Leider wurde nicht daran gedacht auch bei 145 MHz nach einer Differenzfrequenz zu suchen um die Hypothese der angeregten Transversalmoden zu prüfen.

3 Anhang

Literatur

- [1] *Beobachtung der Aufspaltung der Balmerlinien an deuteriertem Wasserstoff (Isotopieaufspaltung).* LD Didactic. 9. Nov. 2025. URL: https://www.ld-didactic.de/documents/de-DE/EXP/P/P6/P6213a_d.pdf.
- [2] *Versuchsbeschreibung P442: Laser.* Physikalisches Institut, Universität Bonn. (Besucht am 21. 11. 2025).