

## 442: Laser

Leonie Dessau & Lena Beckmann

17.-18.11.2025

# **1 Einleitung**

## **1.1 Versuchsziel**

Laser (**L**ight **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation) sind ein fundamentaler Bestandteil vieler moderner optischer Techniken. Sie sind die Quelle kohärenten, (annähernd) monochromatischen Lichts im infraroten über optischen bis ultravioletten Spektralbereich von elektromagnetischer Strahlung, welches hohe Strahlintensitäten bei einem sehr kleinen Durchmesser [4, S. 1–2] erreicht. Im durchgeführten Experiment wurde als sehr typische Form eines Gaslasers mit einem kontinuierlich betriebenen Strahl (*continuous wave, CW*, im Gegensatz zu gepulsten Lasern) der Helium-Neon(HeNe)-Laser aufgebaut und das resultierende Laserlicht auf seine Wellenlänge und den Polarisationszustand untersucht. Außerdem werden die Moden des erzeugten Laserstrahls mithilfe eines externen Resonators und einem optischen Spektralanalysator untersucht.

## **1.2 Funktionsweise von Lasern**

## 2 Messung der Wellenlänge des Lasers

### 2.1 Theoretische Überlegungen

Um die tatsächliche Wellenlänge des Laserlichts zu bestimmen, eignet sich ein Gitter. Dabei wird der Laserstrahl genau parallel zur Gitternormalen auf ein Reflexions- oder Transmissionsgitter mit Spaltabstand d.h. Gitterkonstante  $g$  eingestrahlt (Fall normalen Einfalls). Aus den Maxima des resultierenden Interferenzmusters auf einem Schirm kann mithilfe der Bedingung für den Gangunterschied für konstruktive Interferenz  $\delta = n\lambda$  mit  $\lambda$  als Wellenlänge des Lasers die Gittergleichung aufgestellt werden:

$$m\lambda = g \cdot (\sin(\alpha) + \sin(\beta_m)) \quad (2.1)$$

Sie ist in Abbildung 2.1 grafisch dargestellt. Hier wurde als Einfallswinkel normaler Einfall gewählt, also  $\alpha = 0^\circ$ .

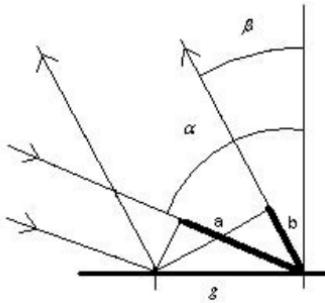


Abbildung 2.1: Illustration des Gangunterschieds und Ein- und Ausfallswinkel eines Lichtstrahls an einem optischen Gitter. Abbildung entnommen aus [1].

Das Maximum der  $n = 0$ -ten Ordnung wird nach Gl. 2.1 wegen  $0 \cdot \lambda = g \sin(\beta_0) = 0$ , also  $\beta_0 = 0^\circ$ , nicht abgelenkt. Dies ist der Vorteil eines Transmissionsgitters gegenüber einem Reflexionsgitter, bei welchen aufgrund eines notwendigen Einfallswinkels von  $\alpha > 0$  ein Ablenkwinkel auch für das 0-te Maximum des Interferenzmusters zu beachten wäre. Aus dem Abstand des Schirms  $f$  und dem Abstand  $d_m$  der  $m$ -ten Maximaordnungen von der Projektion der Gitternormale auf den Schirm bzw. hier der Position des 0-ten Maximums kann der Ablenkwinkel der Maxima bestimmt werden:

$$\tan(\beta_m) = \frac{d_m}{f} \Rightarrow \beta_m = \arctan\left(\frac{d_m}{f}\right)$$

So lässt sich dann die Wellenlänge aus der Messung der Abstände  $d_m$  der verschiedenen sichtbaren Maxima bestimmen, indem der Term  $g \cdot \sin(\beta_m)$  gegen die Ordnung  $m$  aufgetragen wird:

$$g \cdot \sin\left(\arctan\left(\frac{d_m}{f}\right)\right) = m\lambda \quad (2.2)$$

Die Steigung dieser Gerade entspricht dann eben der Wellenlänge  $\lambda$ .

### 2.2 Durchführung & Messung

Um die Wellenlänge zu bestimmen, wurde im Experiment ein Transmissionsgitter direkt vor den ebenen Resonatorspiegel auf die Schiebe eingesetzt. Dann wurde der Abstand zu einem Schirm gemessen

sowie der Abstand der auf dem Schirm sichtbaren Maxima zum nicht-abgelenkten Maxima der 0.-ten Ordnung. Zum Messung der Abstände wurde ein Zollstock genutzt, aus dessen Skalenunterteilung der Fehler der Abstandsmessungen als  $\Delta x = 5 \text{ mm}$  abgeschätzt wurde. Zur Reduktion von statistischen Fehlern durch eine größere Anzahl an Messwerten wurde die Messung für zwei verschiedene Gitter mit verschiedenen Gitterkonstanten (500 und 1000 Striche pro mm) jeweils dreimal durchgeführt. Die gemessenen Werte sind in Tabellen 2.1 und 2.2 aufgeführt.

Messung	Ordnung $m$	$d_m/\text{m}$
1	1	$(15,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
1	2	$(11,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
1	3	$(5,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
2	1	$(15,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
2	2	$(10,9 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
2	3	$(4,8 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
3	1	$(15,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
3	2	$(10,7 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
3	3	$(4,5 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$

Tabelle 2.1: Messung der Ablenkdistanzen  $d_m$  für das Gitter mit 500 Strichen pro mm. Der Abstand zum Schirm wurde gemessen als  $f = (13,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2} \text{ m}$ .

Messung	Ordnung $m$	$d_m/\text{m}$
1	1	$(15,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
1	2	$(14,5 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
1	3	$(5,5 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
2	1	$(15,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
2	2	$(14,4 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
2	3	$(5,3 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
3	1	$(15,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
3	2	$(14,5 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
3	3	$(5,2 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$

Tabelle 2.2: Messung der Ablenkdistanzen  $d_m$  für das Gitter mit 1000 Strichen pro mm. Der Abstand zum Schirm wurde gemessen als  $f = (14,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2} \text{ m}$ .

### 2.3 Auswertung

Für beide Gitter wurden wie in Abschnitt 2.1 die Terme  $g \cdot \sin\left(\arctan\left(\frac{d_m}{f}\right)\right)$  gegen die (vermutete) Ordnung  $m$  aufgetragen. Dabei wurden die Messreihen der beiden Gitter getrennt aufgetragen, dies ist in den Abbildungen 2.2 und 2.3 dargestellt. Die beiden so bestimmten Werte für  $\lambda$  des Lasers sind:  $\lambda_{500} = (616 \pm 5) \text{ nm}$  und  $\lambda_{1000} = (275 \pm 51) \text{ nm}$ .

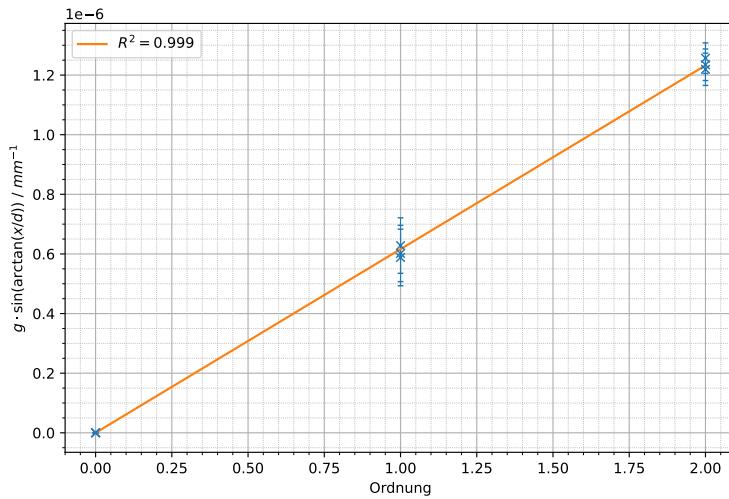


Abbildung 2.2: Auftragung von  $g \cdot \sin\left(\arctan\left(\frac{d_m}{f}\right)\right)$  gegen die Ordnung  $m$  für das Gitter mit 500 Strichen pro mm. Das Bestimmtheitsmaß für die Güte der Anpassung  $R^2 = 0,999$  ( $0 \leq R^1 \leq 1$ ) zeigt, dass die Geradenpassung gut zu den Messwerten passt.

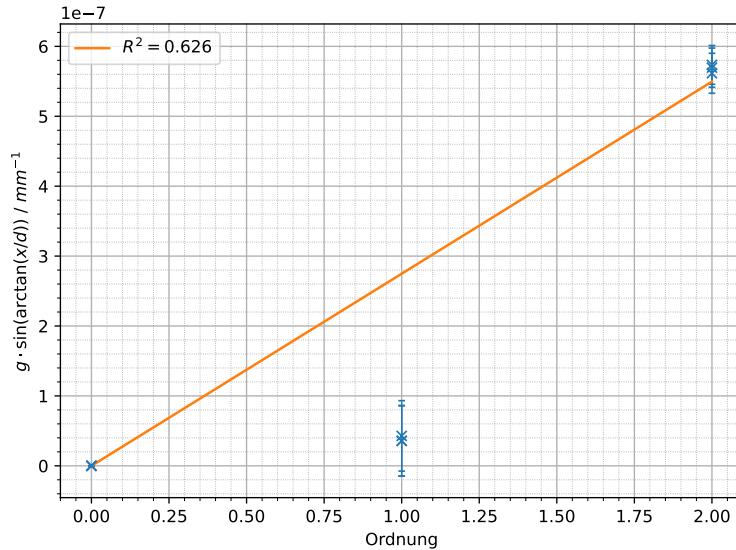


Abbildung 2.3: Auftragung von  $g \cdot \sin\left(\arctan\left(\frac{d_m}{f}\right)\right)$  gegen die Ordnung  $m$  für das Gitter mit 1000 Strichen pro mm. Aus dem Wert der Anpassungsgüte  $R^2 = 0,626$  wird deutlich, dass die Geradenanpassung hier nicht zu den gemessenen Werten passt.

Es fällt sofort auf, dass sich aus der Messreihe mit dem Gitter mit 1000 Strichen pro mm als Steigung eine Wellenlänge ergibt, die sehr weit von der Wellenlänge des angestrebten Laserübergangs von  $\lambda_{\text{Lit}} = 632,6$  nm entfernt ist (auch deutlich weiter entfernt als die zu erwartende Linienbreite des Übergangs, siehe hierzu Abschnitt [Analysator zu Linienbreite]). Auch eine der anderen möglichen Laserübergänge vom angeregten Zustand der Ne-Atome (Abschnitt [TO DO Theoriesec Termschema]) entspricht diese Wellenlänge nicht. Das Laserlicht wurde außerdem auch optisch als deutliches rot im optischen Bereich verortet. Es ist also damit zu rechnen, dass die Wellenlänge sich im optischen roten Bereich befindet. Im Gegensatz dazu entspricht die Wellenlänge aus der Messreihe des anderen Gitters mit 500 Strichen pro mm,  $\lambda_{500} = (616 \pm 5)$  nm, deutlich besser der zu erwartenden Wellenlänge.

Es ist also damit sehr wahrscheinlich, dass die Messung des Gitters mit 1000 Strichen pro mm systematische Fehler enthält und wird daher im folgenden als unplausibel verworfen. Es ist zu erwähnen, dass die Auswertung der Geradenanpassung auch keinen plausibleren Wellenlängenwert liefert, wenn angenommen wird, dass die Schätzung der Ordnungen, die beobachtet und vermessen werden konnten, fehlerhaft war, und entsprechend systematisch alternative Ordnungszuordnungen durchprobiert wurden. Analog lieferte auch die Exklusion der drei Messungen für jeweils eine der drei beobachteten Ordnungen keine sinnvolleren Werte. Als mögliche Fehlerquelle dieser drei Messreihen ist denkbar, dass der Zollstock, der zur Messung der Abstände der Maxima genutzt wurde, nicht plan zur Schirmebene bzw. zum Gitter positioniert wurde, sondern zur Seite gekippt wurde. Daher ist auch kein konstanter Versatz der gemessenen Abstände zu einem zu erwarteten Wert möglich auf die Werte zu rechnen, sondern die Verzerrung der Abstände zur aufgezeichneten Skala mit zunehmenden Abstand zum 0-ten Maximum wächst nonlinear.

Durch die mehrfache Messung des Interferenzmusters mit dem Gitter mit 500 Strichen pro mm ist trotzdem noch eine ausreichende Menge Datenpunkte vorhanden, um eine sinnvolle Auswertung durchführen zu können. Der geringe Unterschied von  $\lambda_{500}$  zum Literaturwert  $\lambda_{\text{Lit}}$  von 2,8% (bei Beachtung der  $1\sigma$ -Umgebung: 1,9% – 3,6%) zeigt dies. In Abschnitt [\[Section ref Analysator\]](#) wird gezeigt werden, dass in der Laserkavität mehrere longitudinale und vermutlich auch transversale Moden anschwingen, deren Frequenzen sich jeweils um (aus der Messung mit dem Spektrumanalysator)  $(293,3 \pm 0,5)$  MHz unterscheiden, also auch die Wellenlängen der schwingenden Moden unterschiedlich sind. Es liegt nahe, dass bei der Wellenlängenmessung der Effekt der sich überlagernden Moden des Resonators sichtbar wird, der die messbare Wellenlänge des am ebenen Resonatorspiegel ausgetauschten Laserlichts im Vergleich zur Referenzwellenlänge des Laserübergangs von  $3s \rightarrow 2p$  verschiebt.

## 3 Polarisation des Laserstrahls

### 3.1 Theoretische Überlegungen

Die Polarisation einer elektromagnetischen Welle beschreibt die Ausrichtung des elektrischen Feldvektors bezüglich der Ausbreitungsrichtung der Welle. Bei Ausbreitung in z-Richtung kann so das elektrische Feld als  $E(x, y, z) = a_x \hat{e}_x \sin(kz) + a_y \hat{e}_y \sin(kz - \Phi)$  beschrieben werden. Bei linear polarisierten Licht schwingt der Feldvektor dabei ausschließlich senkrecht zur Ausbreitungsachse, es gilt  $a_y = 0$  oder  $a_x = 0$ . Bei zirkulär polarisierten Licht gilt  $a_x = a_y$ , bei elliptisch polarisierten Licht können  $a_x$  und  $a_y$  beliebige Werte annehmen [3, S. 560]. Im aufgebauten HeNe-Laser soll linear polarisiertes Licht aus der Laserkavität ausgekoppelt werden. Dafür sind die beiden Brewsterfenster an den Enden des Entladungsrohrs eingebaut. Bei Durchlauf dieser Fenster wird nur die linear polarisierte Komponente transmittiert [4, S. 228]. Um die Polarisation zu messen und später auch um eine optische Diode aufzubauen, wird ein Polarisator genutzt. Dies ist ein Bauteil, welches nur den Anteil des Lichts transmittiert, dessen Polarisationsrichtung parallel zur optischen Achse verläuft. Der funktionale Zusammenhang der transmittierten Intensität wird durch das Gesetz von Malus gegeben [3, S. 560–561]:

$$I(\alpha) = I_0 \cos(\alpha)^2 \quad (3.1)$$

Der Winkel  $\alpha$  ist hier der Winkel zwischen optischer Achse des Polarisators und der Polarisationsrichtung des Laserstrahls und nicht der am Polarisator-Bauteil eingestellter Winkel.

### 3.2 Durchführung & Messung

Um die Polarisation des im Experiment erzeugten Laserlichts zu bestimmen, wird ein Polarisator mit drehbaren auf die Schiene hinter den zweiten Spiegel S2 aufgebaut. Die Abweichung zum Aufbau in [5, S. 7], bei dem der Polarisator vor S2 aufgebaut wird, ergab sich aus der fehlenden Befestigungsmöglichkeit zwischen S1 und S2 im Versuchsräum. Der Aufbau ist in Abbildung 3.1 skizziert.

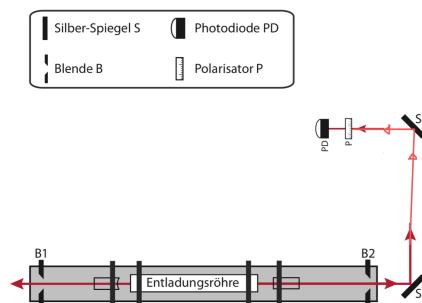


Abbildung 3.1: Aufbau zur Messung der Polarisation des Laserlichts. Abbildung modifiziert aus [5, S. 7].

Aus praktischen Gründen (ein gemeinsames Bauteil) wurde direkt nach dem Polarisator auch noch ein  $\lambda/4$ -Plättchen eingesetzt, welches allerdings nur die Polarisation von linear zu zirkular ändert, aber nicht die Intensität beeinflusst. Da das Plättchen *nach* dem Polarisator eingesetzt wurde, beeinflusst

es die Messung der Polarisation nicht. Es wurde zusätzlich eine Photodiode hinter den Polarisator eingesetzt, an der proportional zu einfallender Lichtintensität Spannung gemessen werden kann. Diese Photodiodenspannung  $U$  wurde mithilfe eines Oszilloskops gemessen. Es wurde darauf geachtet, dass möglichst kein Streulicht auf die Photodiode fiel. Eine Messung des Dunkelstroms bei ausgeschaltetem Laser lieferte den Wert  $U_D = (0,00 \pm 0,05)$  mV, das Streulicht aus dem Raum kann also vernachlässigt werden. Um die Polarisation zu messen, wurde der Winkel des Polarisators verdreht und im Abstand von jeweils  $10^\circ$  der Photodiodenstrom gemessen. Die aufgenommenen Werte sind in Tabelle 3.1 dargestellt.

$\phi/^\circ$	$U/\text{mV}$	$\phi/^\circ$	$U/\text{mV}$
$0 \pm 5$	$2,40 \pm 0,12$	$190 \pm 5$	$1,60 \pm 0,08$
$10 \pm 5$	$1,60 \pm 0,08$	$200 \pm 5$	$7,2 \pm 0,4$
$20 \pm 5$	$7,2 \pm 0,4$	$210 \pm 5$	$19,20 \pm 0,96$
$30 \pm 5$	$18,40 \pm 0,92$	$220 \pm 5$	$30,4 \pm 1,5$
$40 \pm 5$	$35,2 \pm 1,8$	$230 \pm 5$	$54 \pm 3$
$50 \pm 5$	$50 \pm 3$	$240 \pm 5$	$69 \pm 3$
$60 \pm 5$	$68 \pm 3$	$250 \pm 5$	$84 \pm 4$
$70 \pm 5$	$84 \pm 4$	$260 \pm 5$	$98 \pm 5$
$80 \pm 5$	$95 \pm 5$	$270 \pm 5$	$103 \pm 5$
$90 \pm 5$	$102 \pm 5$	$280 \pm 5$	$105 \pm 5$
$100 \pm 5$	$105 \pm 5$	$290 \pm 5$	$102 \pm 5$
$110 \pm 5$	$99 \pm 5$	$300 \pm 5$	$89 \pm 4$
$120 \pm 5$	$88 \pm 4$	$310 \pm 5$	$76 \pm 4$
$130 \pm 5$	$76 \pm 4$	$320 \pm 5$	$56 \pm 3$
$140 \pm 5$	$57 \pm 3$	$330 \pm 5$	$37,6 \pm 1,9$
$150 \pm 5$	$37,6 \pm 1,9$	$340 \pm 5$	$23,2 \pm 1,2$
$160 \pm 5$	$21,6 \pm 1,1$	$350 \pm 5$	$9,6 \pm 0,5$
$170 \pm 5$	$9,6 \pm 0,5$	$360 \pm 5$	$2,40 \pm 0,12$
$180 \pm 5$	$1,60 \pm 0,08$		

Tabelle 3.1: Gemessene Spannung an der Photodiode abhängig von Verdrehungswinkel des Polarisators. Für die Spannungswerte wurde standardmäßig ein Fehler von 5% des Messwerts angenommen, für die Winkel jeweils ein fester Fehler von  $5^\circ$ .

### 3.3 Auswertung

Es wird zunächst der Grad der Polarisation des Laserstrahls bestimmt. Dabei gilt:

$$PG = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{U_{\max} + U_{\min}} \quad (3.2)$$

Hier wird die direkte Proportionalität der Intensität und der an der Photodiode gemessenen Spannung genutzt. Es ist daher nicht relevant, welche Werte die Intensität des Strahls tatsächlich annahm, sondern es können die Spannungsmesswerte genutzt werden. Aus Tabelle 3.1 wird bestimmt:  $U_{\max} = (105 \pm 5)$  mV und  $U_{\min} = (1,60 \pm 0,08)$  mV, es ergibt sich als Polarisationsgrad:

$$PG = 0,970 \pm 0,002$$

Dieser Wert liegt knapp unter 1, der Strahl ist also weitgehend aber nicht vollständig linear polarisiert. Das ist ein plausibler Wert für den genutzten Aufbau. Die Polarisationsrichtung wird bei dem Aufbau durch die Transmissionsachse der an den Enden der Entladungsrohre verbauten Brewsterfenster bestimmt, welche nur die dazu parallele Komponente des elektrischen Felds des Laserstrahls in Richtung der Strahlachse transmittieren (die anderen Komponenten werden aus der optischen Achse des Aufbaus heraus abgelenkt, werden also nicht weiter als Teil des Laserstrahls transmittiert). [factcheck notwendig hier, braucht eine CITATION](#) So entsteht theoretisch ideal linear polarisiertes Licht. Aufgrund von Abweichungen der Brewsterfenster von ihrer idealen Form oder Verschmutzungen auf diesen sowie weiteren Reflexionen des transmittierten Laserstrahls an den Spiegeln S1 und S2, die eventuell insgesamt nicht ideal polarisationserhaltend aufgebaut waren (also nicht genau in jeweils 45% Winkeln zueinander und zur Einfallsachse des Strahls), ist es aber plausibel, dass der tatsächlich auf den Polarisator treffender Laserstrahl nicht komplett linear polarisiert war, sondern stattdessen (mit geringer Amplitude der zusätzlichen Komponente des elektrischen Felds) elliptisch polarisiert war.

Bei der Einstellung der Winkel des Polarisators fiel auf, dass die Nullstellung der Skala im Gegensatz zur per Auge erkennbaren Parallelstellung der Polarisationsfolie (ungefähr rechteckig) zur Strahlachse des Laserstrahls einen Versatz von ungefähr  $-10^\circ$  aufwies. Dieser relative Verdrehwinkel ist für die Betrachtung des Polarisationsgrads allerdings nicht wichtig, da hier nur die Maximal- und Minimalwerte der Transmission betrachtet werden, unabhängig davon, in welchem Winkel des Polarisators zur Strahlrichtung sie erreicht wurden. Bei der Betrachtung des Polarisationswinkels im Gesetz von Malus (Gl. 3.1) ist allerdings zu beachten, dass der Verdrehungswinkel zur Polarisationsachse des Polarisators betrachtet werden muss, nicht die relative Winkelstellung, wie sie in Tabelle 3.1 als gemessener Wert aufgeführt ist. Daher ist wichtig, in der Anpassung der gemessenen Daten an das Gesetz von Malus einen zusätzlichen Winkelparameter im Kosinusargument zu betrachten.

Es soll aus den aufgenommenen Daten nun bestätigt werden, dass der genutzte Polarisator die Intensität des Laserstrahls abhängig von der Verdrehungsrichtung der optischen Achse des Polarisators gegen die Richtung der Strahlpolarisation entsprechend dem Gesetz von Malus transmittiert. Die transmittierte Intensität ist dabei proportional zur gemessenen Spannung an der Photodiode. Der Polarisatorwinkel  $\phi$  wird dazu gegen die gemessene Spannung  $U$  aufgetragen und eine Funktion der Form

$$(a \cdot \cos(b\phi + c)^2) + d$$

an die gemessenen Daten angepasst. Die zusätzlichen Parameter dieser Funktion im Gegensatz zu Gl. 3.1 ergeben sich daraus, dass wie oben erläutert, der abgelesene Polarisatorwinkel nicht notwendigerweise dem Verdrehungswinkel der optischen Achse des Polarisators gegen die Polarisationsrichtung des Laserstrahls entspricht, sowie möglicher Skalierungsfaktoren durch die Messung der Spannung statt der Intensität und einem eventuell gegebenen Achsenversatz aufgrund von Streulicht oder sonstigen Störeffekten, da das Gesetz von Malus nur für perfekt linear polarisiertes Licht in der in Gl. 3.1 gegebenen Form gilt. Dies wurde im Experiment zwar angestrebt, aber war nicht ganz gegeben ( $PG < 1$ ). Die aufgetragenen Daten sind in Abbildung 3.2 dargestellt.

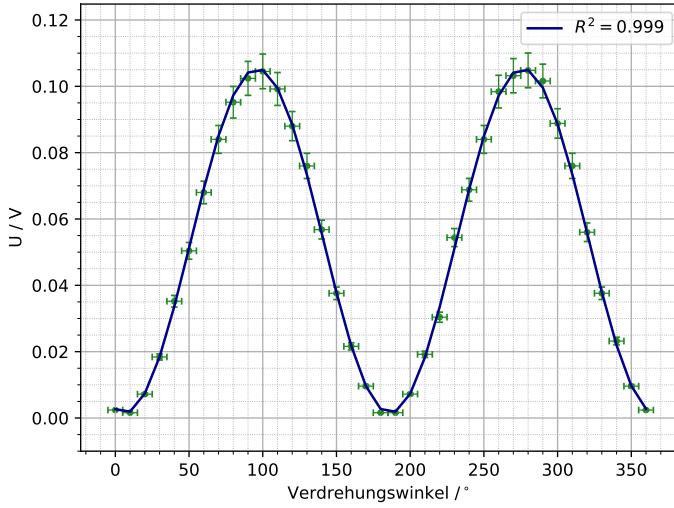


Abbildung 3.2: Messung der Spannung an der Photodiode (als Maß der transmittierten Strahlintensität) abhängig von der Winkelstellung des Polarisators. Das Bestimmtheitsmaß von  $R^2 = 0,999$  als Güte der Übereinstimmung der Daten mit der Anpassungsfunktion zeigt eine sehr gute Übereinstimmung von Messung und Theorie.

Als Anpassungsparameter ergeben sich:

$$a = (-1039 \pm 6) \cdot 10^{-4}, \quad b = (1744 \pm 4) \cdot 10^{-5}, \quad c = 6,171 \pm 0,007, \quad d = (1054 \pm 4) \cdot 10^{-4}$$

Der erwartete funktionale Zusammenhang von  $I(\phi) \propto \cos(\phi + \alpha)^2$  ist sehr gut zu beobachten, man kann schlussfolgern, dass das Gesetz von Malus den beobachteten Einfluss des Polarisators auf die Intensität des Laserstrahls beschreibt.

## 4 Messung des Strahlprofils des Laserstrahls

### 4.1 Theoretische Überlegungen

Ein reeller Laserstrahl in einem Resonator aus zwei Spiegeln kann als Gauß-Strahl beschrieben werden. Damit der Laser stabil ist, muss die Bedingung

$$0 \leq g_1 g_2 \leq 1 \quad (4.1)$$

erfüllt sein. Dabei ist definiert:  $g_i = 1 - \frac{L}{R_i}$  für die beiden Spiegel mit ihrem Krümmungsradius  $R_i$  und der Resonatorlänge bzw. Spiegelabstand  $L$  [4, S. 72–77]. Dadurch ergibt sich ein Stabilitätsdiagramm der möglichen Konfigurationen für die Resonatorspiegel (Abbildung 4.1).

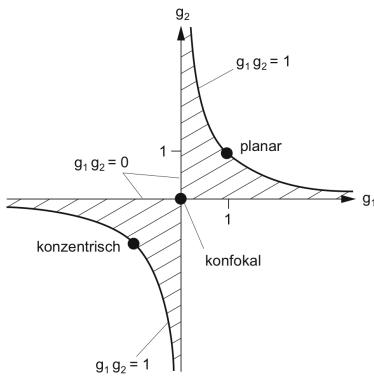


Abbildung 4.1: Stabilitätsdiagramm der möglichen Spiegelkonfigurationen. Grafik entnommen aus [4, S. 77].

Der axiale Verlauf der Strahlbreite  $\omega(z)$  bei Ausbreitung des Strahls in  $z$ -Richtung und  $z$  als Abstand vom Ort des schmalsten Strahldurchmessers (Strahltaille)  $\omega_0$  kann beschrieben werden durch [5, S. 8]:

$$\omega(z) = \omega_0 \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2} \quad (4.2)$$

$z_0 = \frac{\pi\omega_0^2}{\lambda}$  ist dabei die Rayleigh-Länge des Gaußstrahls, bei welcher der Strahldurchmesser auf den Faktor  $\sqrt{2}\omega_0$  angewachsen ist [2, S. 277].

### 4.2 Durchführung & Messung

Der aufgebaute Laserresonator ist ein halbsymmetrischer Resonator aus einem sphärischen Resonatorspiegel (im Aufbaudiagramm: SRS) mit Krümmungsradius  $R = 1$  m sowie einem ebenen Resonatorspiegel (im Diagramm ERS) mit  $R_{ERS} = \infty$ . Daher vereinfacht sich die Stabilitätsbedingung Gl. 4.1 zu:  $0 \leq 1 - L \leq 1$ . Die Resonatorlänge kann für einen stabilen Betrieb von 0 m bis 1 m variiert werden, praktisch ist sie zudem nach unten noch limitiert durch die Länge des Entladungsrohrs. Als Resonatorlänge des Aufbaus wurde  $L = (51,3 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$  m bei der Justage des Lasers eingestellt. Aus Zeitgründen war es im Verlauf des Experiments leider nicht möglich, weitere Resonatorlängen einzustellen und den Laserstrahl für diese Längen erneut zu vermessen. Im Fall des halbsymmetrischen

Resonators, der einem symmetrischen Resonator aus zwei konfokalen Spiegeln mit betragsgleichen Krümmungsradien der doppelten Resonatorlänge ( $L_{\text{sym}} = 2L_{\text{halbsym}}$ ) entspricht, wird die Strahltaille durch die Funktion

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\lambda}{\pi} \sqrt{L(R-L)}} \quad (4.3)$$

beschrieben [5, S. 8]. Sie liegt dabei genau im ebenen Resonatorspiegel, die Koordinate  $z$  ist also der Abstand zu diesem Spiegel.

Zur Vermessung des Strahlprofils  $\omega(z)$  des erzeugten Laserstrahls des Aufbaus wurde mit einem Messschieber mit verstellbarem Backenabstand für verschiedene eingestellte Backenabstände der Ort im Laserstrahl zwischen sphärischen Resonatorspiegel und Entladungsrohr gesucht, an dem gerade kein Laserstrahl mehr entstehen kann. Zur genaueren Methode der Bewegung des Messschiebers zur Bestimmung des genauen Ortes an dem gerade die Verluste aufgrund der Absorption des Messschiebers über den Querschnitt des Laserstrahls die Verstärkung des Laserlichts im Resonator überwiegt, wird auf die Versuchsanleitung [5, S. 8] verwiesen. Auf der Seite des ebenen Spiegels auf der anderen Seite des Entladerohrs war im Versuchsaufbau kein Platz, um sinnvolle Messungen mit dem Messschieber durchzuführen, daher wurden nur Werte auf der Seite des sphärischen Spiegels gemessen. Die aufgenommenen Werte der Abstände im Resonator  $z_{\text{mess}}$  für die verschiedenen Abstände der Messbacken  $d$  sind in Tabelle 4.1 dargestellt. Die gemessenen Abstände sind hierbei relativ zum Ende der Messschiene, auf welche der Messschieber montiert wurde. Der so entstehende Versatz zur Position des sphärischen Spiegels wurde gemessen als  $z_{\text{SRS}} = (14,8 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$  m. Die Werte können mit der Länge des Resonators dann in Abstände zum ebenen Spiegel  $z$  umgerechnet werden. Die umgerechneten Werte sind in der Tabelle zusätzlich noch aufgeführt.

$d/\text{mm}$	$z_{\text{mess}}/\text{m}$	$z/\text{m}$
$1,05 \pm 0,01$	$(16,8 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$	$(4,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-1}$
$1,02 \pm 0,01$	$(19,7 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$	$(4,6 \pm 0,1) \cdot 10^{-1}$
$1,07 \pm 0,01$	$(16,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$	$(5,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-1}$
$1,06 \pm 0,01$	$(15,4 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$	$(5,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-1}$
$1,03 \pm 0,01$	$(17,9 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$	$(4,8 \pm 0,1) \cdot 10^{-1}$
$1,01 \pm 0,01$	$(20,7 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$	$(4,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-1}$

Tabelle 4.1: Gemessene Abstände der Messschieberbacken  $d$  und Abstände der Strahlposition zum Ende der Schiene  $z_{\text{mess}}$  sowie ausgerechnete Abstände zum ebenen Spiegel  $z$ . Die Fehler wurden aus der Ungenauigkeit der Positionsmessungen als 0,5 cm sowie die Skalenteilung des Messschiebers als 0,01 mm abgeschätzt.

### 4.3 Auswertung

Der gemessene Abstand der Messbacken des Schiebers an dem bestimmten Ort ist ein Maß für die Strahlbreite, entspricht aber nicht genau dieser. Es ist hier zu beachten, dass die Messschieberbacken nicht radial Intensitätverluste des Strahls durch Absorption von Laserphotonen verursachen, sondern halbkreisförmig Teile des Strahls blockieren. Der Punkt, bei dem tatsächlich für den vorhandenen Strahl die Verluste durch die Messbacken die Verstärkung des Laserlichts überwiegen, sodass sich kein stabiler Laserstrahl mehr einstellen kann, ist zudem auch abhängig von der konkreten Verstärkung der aufgebauten Laserkonfiguration. Daher ist zu erwarten, dass das gemessene Profil nicht ganz einem Gaußprofil nach Gl. 4.2 entspricht, sondern ein zusätzlicher Faktor der Strahlbreite zu beachten ist. Es wurden die gemessenen Strahlweiten  $d$  gegen den Abstand zum ebenen Spiegel  $z$  aufgetragen. Es wurde eine Funktion der Form  $w \cdot \sqrt{1 + (\frac{(z-y)}{x(w)})^2}$  an die Datenpunkte angepasst. Der Parameter  $y$  wurde für eine Kompensation für mögliche bisher unbeachtete Messversätze für den Abstand eingeführt.

Dabei ist zudem der Parameter für die Rayleighlänge des Strahls  $x(w) = \pi \frac{w^2}{\lambda}$  abhängig vom ersten Parameter  $w$ . Auch die zu erwartende axiale Strahlbreite für die aufgebaute Konfiguration nach Gl. 4.2 aufgetragen. Es ist klar eine Abweichung des theoretischen Strahlprofils zu den gemessenen Werten zu erkennen. Bei einer Anpassung des theoretischen Modells mit dem oben genannten Faktor der Strahltaillengröße  $w_0$ , aber der theoretischen Rayleighlänge  $z_0$  und ohne Versatz für den Abstand  $z$ , ergibt sich eine deutlich bessere Übereinstimmung mit den Messwerten. Die Vermutung, dass die Strahlbreite nur mit einem Proportionalitätsfaktor dem gemessenen "Durchmesser" des Strahls entspricht, scheint also der Realität zu entsprechen. Die Darstellungen sind in Abbildung 4.2 zu sehen.

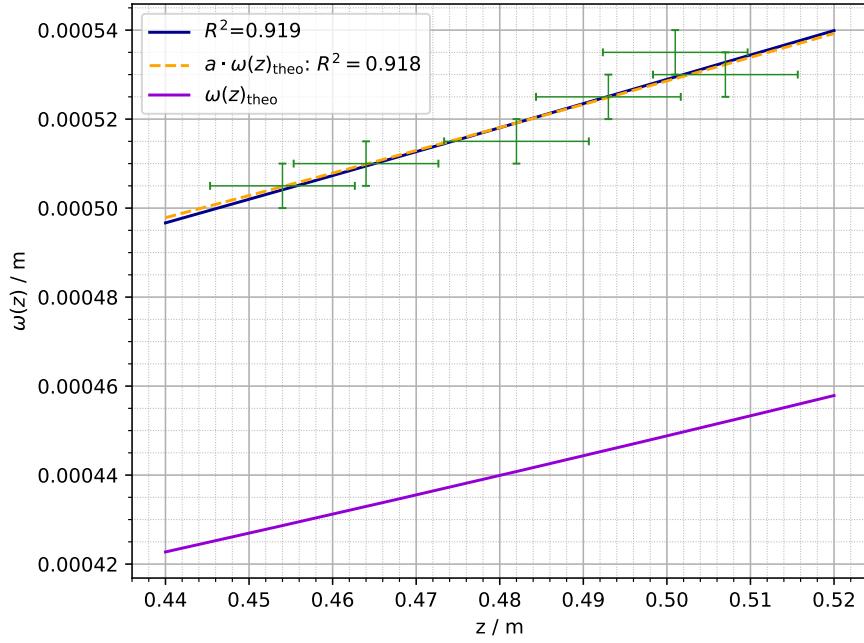


Abbildung 4.2: Darstellung der Strahlbreiten  $\omega(z)$  abhängig vom Abstand vom ebenen Resonatorspiegel  $z$ , Anpassung der Messwerte an einen Gaußstrahl, sowie theoretisch zu erwarten Profil eines Gaußstrahls und Anpassung des theoretischen Profils mit Vorfaktor an Messdaten. Als Maß der Anpassungsgüte der Daten an die Funktionen wurde das Bestimmtheitsmaß  $R^2$  verwendet ( $0 \leq R^2 \leq 1$ , wobei  $R^2 = 1$  eine perfekte Anpassung ist).

Die Parameter der Anpassungen wurden auf die folgenden Werte bestimmt:

## 5 Modenabstand des Lasers

### 5.1 Modenspektrum optischer Resonatoren

In optischen Resonatoren können verschiedene Lösungen für stehende Wellen, und somit stabile Oszillation, gefunden werden. Diese Lösungen haben verschiedene Frequenzen und werden Moden genannt. In unserem Fall handelt es sich um Gaußstrahlen in konfokalen- und halbsymmetrischen Resonatoren. In diesem Fall werden die Moden durch drei Zahlen beschrieben - zwei transversale und eine longitudinale Modenzahl -.

Der Abstand zweier transversaler Moden ist theoretisch gegeben durch [5]

$$\Delta\nu_{TEM} = \frac{c}{4l} \quad (5.1)$$

Bei der Laserkavität hingegen wird davon ausgegangen, dass in erster Linie Longitudinalmoden angeregt werden mit einem Modenabstand von:

$$\Delta\nu = \frac{c}{2L} \quad (5.2)$$

Betrachtet man das Verhältnis der Modenabstände von Laser und externem Resonator, dann kann man für die Modenabstände des Lasers leicht folgenden Zusammenhang finden;

$$q = \frac{\nu_{\text{Laser}}}{\nu_{\text{TEM}}} \quad (5.3)$$

$$\implies \nu_{\text{Laser}} = \nu_{\text{TEM}} \cdot q \quad (5.4)$$

### 5.2 Optischer Analysator

Es soll nun die Modenstruktur der Laserkavität mittels eines Spektrumanalysator untersucht werden. Bei dem Analysator handelt es sich um einen externen, konfokalen Resonator, dessen Länge mittels eines Piezo-Kristalls verstellt wird. [5] Dieser musste selbst aufgebaut werden, hat daher nicht unbedingt die in der Anleitung definierte Länge und musste auch in der Ausrichtung der Spiegel justiert werden.

Nach der Justage des Analysators erfolgt die Messung indem ein Dreiecksignal an das Piezoelement angelegt wird, dessen Spannung so lange variiert wird, bis auf dem Oszilloskop eine periodische Struktur zu erkennen ist. Hierbei ist relevant, dass die Modenstruktur sowohl des Analysators als auch des Lasers überlagert beobachtet wird.

Der Strahl hinter dem externen Resonator wird auf eine Photodiode gelenkt, welche ohne Abschlusswiderstand<sup>1</sup> an das Oszilloskop geschlossen ist. An einen weiteren Kanal des Oszilloskops wird das Dreiecksignal des Piezoelements gelegt, und an diesem auch das Oszilloskop getriggert.

Eine kurze Überschlagsrechnung zeigt auf, dass der Modenabstand des Lasers ca. eine Größenordnung kleiner als bei dem Resonator zu erwarten ist. Somit kann davon ausgegangen werden, dass die näher aneinanderliegenden, feineren Maxima Lasermoden entsprechen und die größeren, weiter auseinanderliegenden Maxima entsprechen Analysatormoden sind.

<sup>1</sup>Dies dient dazu ein deutlicheres Signal zu erhalten, da die durchgelassene Intensität hinter dem externen Resonator recht gering ist.

Die Länge der Laserkavität ließ sich gut messen, mit  $L = (51,3 \pm 0,5)$  cm. Die Länge des Analysators hingegen ist schwer akkurat zu messen, da die genaue Position der Spiegel in den jeweiligen Bauteilen nicht eindeutig ist und die Bauteile durch ihre Größe und Form ein genaues Messen erschweren. Es ergibt sich eine Länge von  $l = (50 \pm 15)$  mm

In den aufgenommenen Oszillogrammen werden die Abstände der Analysatormoden und die Abstände der Lasermoden vermessen.

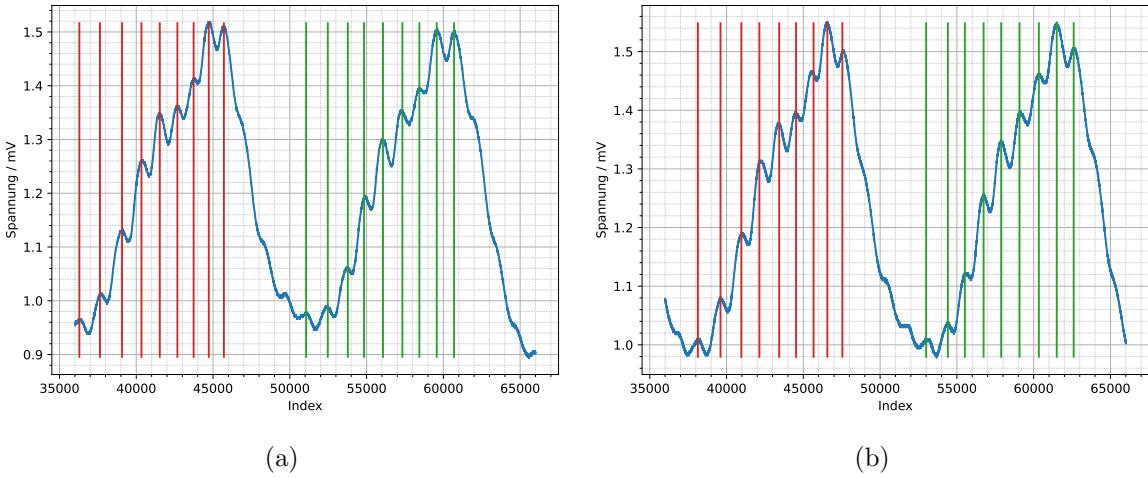


Abbildung 5.1: a) Oszillogramm des Spektrums und b) zweite Messung des Selben, jeweils mit farblich markierten Maxima. Dabei wird jeweils allen Lasermoden in einer Analysatormode die gleiche Farbe zugewiesen

Aufgrund des Linearen Spannungsverlaufs an dem Piezoelement und der dazu proportionalen Längenänderung werden alle Abstände an den Indizes der Datenpunkte berechnet.

Die lokalen Maxima der Kurven werden ermittelt. Der Abstand der Analysatormoden wird aus den Abständen der jeweils n-ten Maxima zueinander bestimmt und sind in Tabelle 6.2. Dieser beträgt im Mittel  $14\,727 \pm 2$

Die Abstände der nebeneinanderliegenden Moden wird berechnet und der mittlere Abstand bestimmt und sind in Tabelle 6.1. Der mittlere Abstand beträgt dann  $(1,2 \pm 0,1) \cdot 10^3$  Messpunkte.

Das Verhältnis dieser beiden Abstände ist dann  $q = (8 \pm 1) \cdot 10^{-2}$

Damit ergibt sich nach Gl. (5.4) ein mittlerer Modenabstand der Lasermoden von  $\Delta\nu_{\text{Laser}} = (1,2 \pm 0,4)$  MHz.

Es ist hierbei wichtig, dass das Verstärkungsprofil von Neon nur eine Breite von ca. 1,5 GHz [5, S. 19] aufweist. Bei einem Transversalen Modenabstand von  $\Delta\nu = \frac{c}{2L} \approx 290$  MHz der Transversalmoden des Lasers können niemals mehr als 5 solcher Moden in dem Verstärkungsprofil liegen und somit emittieren. Bei der Messung wurden hier allerdings 9 Lasermoden gefunden, wobei die erste vermutlich noch zu der vorherigen Periode gehört, was zu 8 tatsächlichen Lasermoden führt. Dies sind doppelt so viele wie maximal möglich sind, allerdings ist der Abstand der Moden erheblich kleiner als der Erwartungswert. Es muss insgesamt davon ausgeganen werden, dass in dem Laserresonator nicht nur Longitudinalmoden sondern auch Transversalmoden angeregt wurden. Dann wäre der Abstand zweier Longitudinalmoden der doppelt so groß wie der bestimmte. Damit ergibt sich ein Wert von  $\Delta\nu_{\text{Laser}} = (2,4 \pm 0,8)$  MHz. Dieser Wert liegt in einer  $1-\sigma$  Umgebung zum erwarteten Modenabstandes von Longitudinalmoden für unsere Resonatorlänge.

Die angeregten Transversalmoden sprechen für eine relativ schlechte Justage des Lasers. [5, S. 14]

### 5.3 Spektrumanalysator

Nun wird der Modenabstand der Lasermoden mit einem Spektrumanalysator bestimmt. Hierzu wird ausgenutzt, dass die Lasermoden sich überlagern. Diese Überlagerung kann dargestellt werden als Summe von Cosinusfunktionen mit verschiedenen Frequenzen. Anwenden der hinlänglich bekannten Additionstheoreme zeigt, dass das gesamtsignal mit der Summe der Einzelfrequenzen, der Differenz der Einzelfrequenzen und mit den jeweiligen Einzelfrequenzen oszilliert. [5]

Die Summe der Frequenzen, sowie die einzelnen Frequenzen sind im THz Bereich und somit nicht als elektronische Signale übertragbar oder darstellbar. [5]

Somit verbleibt nur die Differenzfrequenz, welche dann genau der Differenz zwischen zwei Lasermoden entspricht. Diese wird mit einer schnellen Photodiode gemessen und auf einem Spektrumanalysator der Firma RIGOL, des Typs DSA 815 dargestellt.

Hierbei musste der dargestellte Bereich recht klein um den Erwartungswert gewählt werden, um überhaupt eine Messung durchführen zu können. Der Messbereich wurde auf eine Spanne von 10 MHz eingestellt, mit einer Mittelfrequenz von 290 MHz. So wurde ein schmales Maximum bei  $(293,3 \pm 0,5)$  MHz gefunden, wobei es eine FWHM<sup>2</sup> von etwa 1 MHz aufweist, woraus sich die Unsicherheit ergibt.

Dies deckt sich sowohl mit dem theoretisch erwarteten Modenabstand als auch der (weit weniger genauen) Messung mit dem optischen Analysator.

Leider wurde nicht daran gedacht auch bei 145 MHz nach einer Differenzfrequenz zu suchen um die Hypothese der angeregten Transversalmoden zu prüfen.

---

<sup>2</sup>Full width half maximum, deutsch: Volle Breite des halben Maximums

## 6 Anhang

Abstand
1342
1438
1265
1193
1147
1058
986
985
1409
1307
1056
1233
1262
1106
1132
1128
1474
1355
1177
1290
1099
1137
899
978
1414
1107
1219
1145
1196
1258
1165
1103

Tabelle 6.1: Abstände lokaler Maxima zueinander

Abstand
14770
14837
14706
14497
14537
14652
14700
14846
14989
14865
14805
14557
14599
14454
14551
14672
14938
15063

Tabelle 6.2: Abstände jeweils gleicher Maxima innerhalb aufeinander folgenden Maxima des externen Resonators

## Literatur

- [1] *Beobachtung der Aufspaltung der Balmerlinien an deuteriertem Wasserstoff (Isotopieaufspaltung).* LD Didactic. 9. Nov. 2025. URL: [https://www.ld-didactic.de/documents/de-DE/EXP/P/P6/P6213a\\_d.pdf](https://www.ld-didactic.de/documents/de-DE/EXP/P/P6/P6213a_d.pdf).
- [2] Wolfgang Demtröder. *Laserspektroskopie: Grundlagen und Techniken.* 4. Aufl. Springer, 2000. doi: 10.1007/978-3-662-08266-9.
- [3] Christian Gerthsen und Dieter Meschede. *Gerthsen Physik.* Springer, 2013. doi: 10.1007/978-3-662-45977-5.
- [4] Markus Werner Sigrist. *Laser: Theorie, Typen und Anwendungen.* 8. Aufl. Springer Spektrum, 2018. doi: 10.1007/978-3-662-57515-4.
- [5] *Versuchsbeschreibung P442: Laser.* Physikalisches Institut, Universität Bonn. (Besucht am 21.11.2025).