

442: Laser

Leonie Dessau & Lena Beckmann

17.18.11.2025

1 Messung der Wellenlänge des Lasers

1.1 Theoretische Überlegungen

Um die tatsächliche Wellenlänge des Laserlichts zu bestimmen, eignet sich ein Transmissionsgitter. Dabei wird der Laserstrahl genau parallel zur Gitternormalen auf ein Reflexionsgitter mit Spaltabstand d.h. Gitterkonstante g eingestrahlt (Fall normalen Einfalls). Aus den Maxima des resultierenden Interferenzmusters auf einem Schirm kann mithilfe der Bedingung für den Gangunterschied für konstruktive Interferenz $\delta = n\lambda$ mit λ als Wellenlänge des Lasers die Gittergleichung aufgestellt werden:

$$m\lambda = g \cdot (\sin(\alpha) + \sin(\beta_m)) \quad (1.1)$$

Sie ist in Abbildung 1.1 grafisch dargestellt. Hier wurde als Einfallswinkel normaler Einfall gewählt, also $\alpha = 0^\circ$.

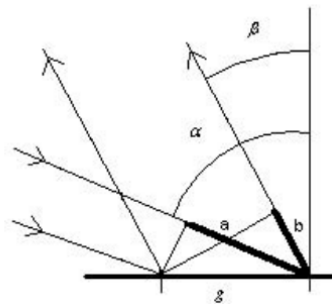


Abbildung 1.1: Illustration des Gangunterschieds und Ein- und Ausfallswinkel eines Lichtstrahls an einem optischen Gitter. Abbildung entnommen aus [1].

Das Maximum der $n = 0$ -ten Ordnung wird nach Gl. 1.1 wegen $0 \cdot \lambda = g \sin(\beta_0) = 0$, also $\beta_0 = 0^\circ$, nicht abgelenkt. Dies ist der Vorteil eines Transmissions- gegenüber einem Reflexionsgitter, bei welchen aufgrund eines notwendigen Einfallswinkels von $\alpha > 0$ ein Ablenkwinkel auch für das 0-te Maximum des Interferenzmusters zu beachten wäre. Aus dem Abstand des Schirms f und dem Abstand d_m der m -ten Maximaordnungen von der Projektion der Gitternormalen auf den Schirm bzw. hier der Position des 0-ten Maximums kann der Ablenkwinkel der Maxima bestimmt werden:

$$\tan(\beta_m) = \frac{d_m}{f} \Rightarrow \beta_m = \arctan\left(\frac{d_m}{f}\right)$$

So lässt sich dann die Wellenlänge aus der Messung der Abstände d_m der verschiedenen sichtbaren Maxima bestimmen, indem der Term $g \cdot \sin(\beta_m)$ gegen die Ordnung m aufgetragen wird:

$$g \cdot \sin\left(\arctan\left(\frac{d_m}{f}\right)\right) = m\lambda \quad (1.2)$$

Die Steigung dieser Gerade entspricht dann eben der Wellenlänge λ .

1.2 Durchführung & Messung

Um die Wellenlänge zu bestimmen, wurde im Experiment ein Transmissionsgitter direkt vor den ebenen Resonatorspiegel auf die Schiebe eingesetzt. Dann wurde der Abstand zu einem Schirm gemessen

sowie der Abstand der auf dem Schirm sichtbaren Maxima zum nicht-abgelenkten Maxima der 0.-ten Ordnung. Zur Messung der Abstände wurde ein Zollstock genutzt, aus dessen Skalenunterteilung der Fehler der Abstandsmessungen als $\Delta x = 5 \text{ mm}$ abgeschätzt wurde. Zur Reduktion von statistischen Fehlern durch eine größere Anzahl an Messwerten wurde die Messung für zwei verschiedene Gitter mit verschiedenen Gitterkonstanten (500 und 1000 Striche pro mm) jeweils dreimal durchgeführt. Die gemessenen Werte sind in Tabellen 1.1 und 1.2 aufgeführt.

Messung	Ordnung m	d_m/m
1	1	$(15,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
1	2	$(11,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
1	3	$(5,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
2	1	$(15,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
2	2	$(10,9 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
2	3	$(4,8 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
3	1	$(15,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
3	2	$(10,7 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
3	3	$(4,5 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$

Tabelle 1.1: Messung der Ablenkdistancen d_m für das Gitter mit 500 Strichen pro mm. Der Abstand zum Schirm wurde gemessen als $f = (13,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2} \text{ m}$.

Messung	Ordnung m	d_m/m
1	1	$(15,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
1	2	$(14,5 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
1	3	$(5,5 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
2	1	$(15,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
2	2	$(14,4 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
2	3	$(5,3 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
3	1	$(15,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
3	2	$(14,5 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$
3	3	$(5,2 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}$

Tabelle 1.2: Messung der Ablenkdistancen d_m für das Gitter mit 1000 Strichen pro mm. Der Abstand zum Schirm wurde gemessen als $f = (14,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-2} \text{ m}$.

1.3 Auswertung

Für beide Gitter wurden wie in Abschnitt 1.1 die Terme $g \cdot \sin\left(\arctan\left(\frac{d_m}{f}\right)\right)$ gegen die (vermutete) Ordnung m aufgetragen. Dabei wurden die Messreihen der beiden Gitter getrennt aufgetragen, dies ist in den Abbildungen ?? dargestellt. Die beiden so bestimmten Werte für λ des Lasers sind: [Lambda-Werte hier einsetzen](#)

Es fällt sofort auf, dass sich aus der Messreihe mit dem Gitter mit 1000 Strichen pro mm als Steigung eine Wellenlänge ergibt, die sehr weit von der Wellenlänge des angestrebten Laserübergangs von $\lambda_{\text{Lit}} = 632,6 \text{ nm}$ entfernt ist (auch deutlich weiter entfernt als die zu erwartende Linienbreite des Übergangs, siehe hierzu Abschnitt [TO DO: Analysator zu Linienbreite](#)). Auch eine der anderen möglichen Laserübergänge vom angeregten Zustand der Ne-Atome (Abschnitt ??) entspricht diese Wellenlänge nicht. Das Laserlicht wurde außerdem auch optisch als deutliches rot im optischen Bereich verortet. Es ist also damit zu rechnen, dass die Wellenlänge sich im optischen roten Bereich befindet. Im Gegensatz dazu entspricht die Wellenlänge aus der Messreihe des anderen Gitters mit 500 Strichen pro mm, [Wellenlänge aus der Messung hier](#), deutlich besser der zu erwartenden Wellenlänge. Es ist

also damit sehr wahrscheinlich, dass die Messung des Gitters mit 1000 Strichen pro mm systematische Fehler enthält und wird daher im folgenden als unplausibel verworfen. Es ist zu erwähnen, dass die Auswertung der Geradenanpassung keinen plausibleren Wellenlängenwert liefert, wenn angenommen wird, dass die Schätzung der Ordnungen, die beobachtet und vermessen werden konnten, fehlerhaft war, und entsprechend systematisch alternative Ordnungszuordnungen durchprobiert wurden. Analog lieferte auch die Exklusion der drei Messungen für jeweils eine der drei beobachteten Ordnungen keine sinnvolleren Werte. Als mögliche Fehlerquelle dieser drei Messreihen ist denkbar, dass der Zollstock, der zur Messung der Abstände der Maxima genutzt wurde, nicht plan zur Schirmebene bzw. zum Gitter positioniert wurde, sondern zur Seite gekippt wurde. Daher ist auch kein konstanter Versatz der gemessenen Abstände zu einem zu erwarteten Wert möglich auf die Werte zu rechnen, sondern die Verzerrung der Abstände zur aufgezeichneten Skala mit zunehmenden Abstand zum 0-ten Maximum wächst nonlinear.

Durch die mehrfache Messung des Interferenzmusters mit dem Gitter mit 500 Strichen pro mm ist trotzdem noch eine ausreichende Menge Datenpunkte vorhanden, um eine sinnvolle Auswertung durchführen zu können. Der geringe Unterschied von λ_{500} zum Literaturwert λ_{Lit} von [Unterschied TO DO](#) zeigt dies. [TO DO: Überlegungen zu moden und Überlagerungen go here](#)

2 Modenabstand des Lasers

2.1 Modenspektrum optischer Resonatoren

In optischen Resonatoren können verschiedene Lösungen für stehende Wellen, und somit stabile Oszillation, gefunden werden. Diese Lösungen haben verschiedene Frequenzen und werden Moden genannt. In unserem Fall handelt es sich um Gaußstrahlen in konfokalen- und halbsymmetrischen Resonatoren. In diesem Fall werden die Moden durch drei Zahlen beschrieben - zwei transversale und eine longitudinale Modenzahl -.

Der Abstand zweier transversaler Moden ist theoretisch gegeben durch [2]

$$\Delta\nu_{TEM} = \frac{c}{4l} \quad (2.1)$$

Bei der Laserkavität hingegen wird davon ausgegangen, dass in erster Linie Longitudinalmoden angeregt werden mit einem Modenabstand von:

$$\Delta\nu = \frac{c}{2L} \quad (2.2)$$

Betrachtet man das Verhältnis der Modenabstände von Laser und externem Resonator, dann kann man für die Modenabstände des Lasers leicht folgenden Zusammenhang finden;

$$q = \frac{\nu_{\text{Laser}}}{\nu_{\text{TEM}}} \quad (2.3)$$

$$\implies \nu_{\text{Laser}} = \nu_{\text{TEM}} \cdot q \quad (2.4)$$

2.2 Optischer Analysator

Es soll nun die Modenstruktur der Laserkavität mittels eines Spektrumanalysators untersucht werden. Bei dem Analysator handelt es sich um einen externen, konfokalen Resonator, dessen Länge mittels eines Piezo-Kristalls verstellt wird. [2] Dieser musste selbst aufgebaut werden, hat daher nicht unbedingt die in der Anleitung definierte Länge und musste auch in der Ausrichtung der Spiegel justiert werden.

Nach der Justage des Analysators erfolgt die Messung indem ein Dreieckssignal an das Piezoelement angelegt wird, dessen Spannung so lange variiert wird, bis auf dem Oszilloskop eine periodische Struktur zu erkennen ist. Hierbei ist relevant, dass die Modenstruktur sowohl des Analysators als auch des Lasers überlagert beobachtet wird.

Der Strahl hinter dem externen Resonator wird auf eine Photodiode gelenkt, welche ohne Abschlusswiderstand¹ an das Oszilloskop geschlossen ist. An einen weiteren Kanal des Oszilloskops wird das Dreieckssignal des Piezoelements gelegt, und an diesem auch das Oszilloskop getriggert.

Eine kurze Übersichtsrechnung zeigt auf, dass der Modenabstand des Lasers ca. eine Größenordnung kleiner als bei dem Resonator zu erwarten ist. Somit kann davon ausgegangen werden, dass die näher aneinanderliegenden, feineren Maxima Lasermode entsprechen und die größeren, weiter auseinanderliegenden Maxima Analysatormode sind.

¹Dies dient dazu ein deutlicheres Signal zu erhalten, da die durchgelassene Intensität hinter dem externen Resonator recht gering ist.

Die Länge der Laserkavität ließ sich gut messen, mit $L = (51,3 \pm 0,5)$ cm. Die Länge des Analysators hingegen ist schwer akkurat zu messen, da die genaue Position der Spiegel in den jeweiligen Bauteilen nicht eindeutig ist und die Bauteile durch ihre Größe und Form ein genaues Messen erschweren. Es ergibt sich eine Länge von $l = (50 \pm 15)$ mm

In den aufgenommenen Oszillogrammen werden die Abstände der Analysatormoden und die Abstände der Lasermoden vermessen.

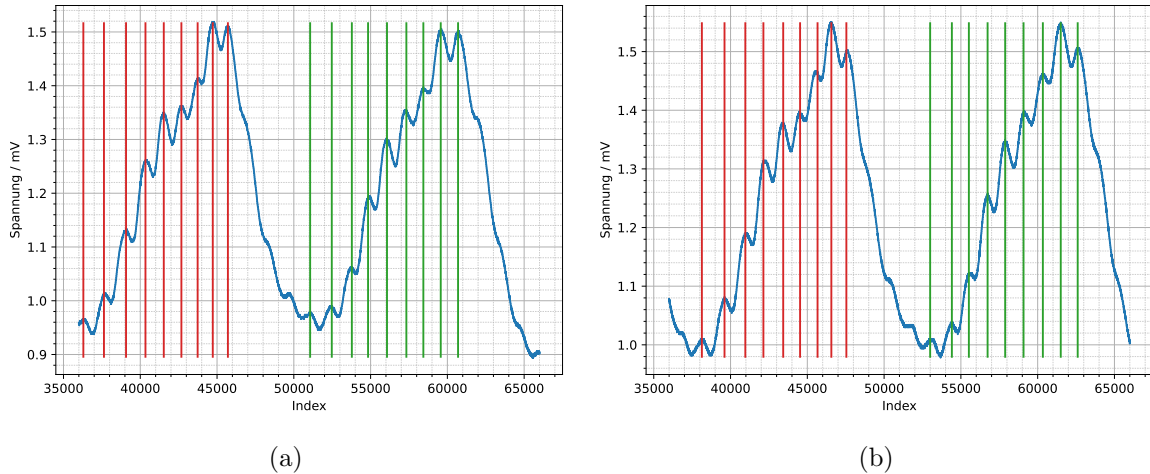


Abbildung 2.1: a) Oszillogramm des Spektrums und b) zweite Messung des Selben, jeweils mit farblich markierten Maxima. Dabei wird jeweils allen Lasermoden in einer Analysatormode die gleiche Farbe zugewiesen

Aufgrund des Linearen Spannungsverlaufs an dem Piezoelement und der dazu proportionalen Längenänderung werden alle Abstände an den Indizes der Datenpunkte berechnet.

Die lokalen Maxima der Kurven werden ermittelt. Der Abstand der Analysatormoden wird aus den Abständen der jeweils n-ten Maxima zueinander bestimmt und sind in Tabelle 3.2. Dieser beträgt im Mittel $14\,727 \pm 2$

Die Abstände der nebeneinanderliegenden Moden wird berechnet und der mittlere Abstand bestimmt und sind in Tabelle 3.1. Der mittlere Abstand beträgt dann $(1,2 \pm 0,1) \cdot 10^3$ Messpunkte.

Das Verhältnis dieser beiden Abstände ist dann $q = (8 \pm 1) \cdot 10^{-2}$

Damit ergibt sich nach Gl. (2.4) ein mittlerer Modenabstand der Lasermoden von $\Delta\nu_{\text{Laser}} = (1,2 \pm 0,4)$ MHz.

Es ist hierbei wichtig, dass das Verstärkungsprofil von Neon nur eine Breite von ca. 1,5 GHz [2, S. 19] aufweist. Bei einem Transversalen Modenabstand von $\Delta\nu = \frac{c}{2L} \approx 290$ MHz der Transversalmoden des Lasers können niemals mehr als 5 solcher Moden in dem Verstärkungsprofil liegen und somit emittieren. Bei der Messung wurden hier allerdings 9 Lasermoden gefunden, wobei die erste vermutlich noch zu der vorherigen Periode gehört, was zu 8 tatsächlichen Lasermoden führt. Dies sind doppelt so viele wie maximal möglich sind, allerdings ist der Abstand der Moden erheblich kleiner als der Erwartungswert. Es muss insgesamt davon ausgegangen werden, dass in dem Laserresonator nicht nur Longitudinalmoden sondern auch Transversalmoden angeregt wurden. Dann wäre der Abstand zweier Longitudinalmoden der doppelt so groß wie der bestimmte. Damit ergibt sich ein Wert von $\Delta\nu_{\text{Laser}} = (2,4 \pm 0,8)$ MHz. Dieser Wert liegt in einer 1- σ Umgebung zum erwarteten Modenabstandes von Longitudinalmoden für unsere Resonatorlänge.

Die angeregten Transversalmoden sprechen für eine relativ schlechte Justage des Lasers.

2.3 Spektrumanalysator

Nun wird der Modenabstand der Lasermode mit einem Spektrumanalysator bestimmt. Hierzu wird ausgenutzt, dass die Lasermode sich überlagern. Diese Überlagerung kann dargestellt werden als Summe von Cosinusfunktionen mit verschiedenen Frequenzen. Anwenden der hinlänglich bekannten Additionstheoreme zeigt, dass das Gesamtsignal mit der Summe der Einzelfrequenzen, der Differenz der Einzelfrequenzen und mit den jeweiligen Einzelfrequenzen oszilliert. [2]

Die Summe der Frequenzen, sowie die einzelnen Frequenzen sind im THz Bereich und somit nicht als elektronische Signale übertragbar oder darstellbar. [2]

Somit verbleibt nur die Differenzfrequenz, welche dann genau der Differenz zwischen zwei Lasermode entspricht. Diese wird mit einer schnellen Photodiode gemessen und auf einem Spektrumanalysator der Firma RIGOL, des Typs DSA 815 dargestellt.

Hierbei musste der dargestellte Bereich recht klein um den Erwartungswert gewählt werden, um überhaupt eine Messung durchführen zu können. Der Messbereich wurde auf eine Spanne von 10 MHz eingestellt, mit einer Mittelfrequenz von 290 MHz. So wurde ein schmales Maximum bei $(293,3 \pm 0,5)$ MHz gefunden, wobei es eine FWHM² von etwa 1 MHz aufweist, woraus sich die Unsicherheit ergibt.

Dies deckt sich sowohl mit dem theoretisch erwarteten Modenabstand als auch der (weit weniger genauen) Messung mit dem optischen Analysator.

Leider wurde nicht daran gedacht auch bei 145 MHz nach einer Differenzfrequenz zu suchen um die Hypothese der angeregten Transversalmoden zu prüfen.

²Full width half maximum, deutsch: Volle Breite des halben Maximums

3 Anhang

Abstand
1342
1438
1265
1193
1147
1058
986
985
1409
1307
1056
1233
1262
1106
1132
1128
1474
1355
1177
1290
1099
1137
899
978
1414
1107
1219
1145
1196
1258
1165
1103

Tabelle 3.1: Abstände lokaler Maxima zueinander

Abstand
14770
14837
14706
14497
14537
14652
14700
14846
14989
14865
14805
14557
14599
14454
14551
14672
14938
15063

Tabelle 3.2: Abstände jeweils gleicher Maxima innerhalb aufeinander folgenden Maxima des externen Resonators

4 Anhang

Literatur

- [1] *Beobachtung der Aufspaltung der Balmerlinien an deuteriertem Wasserstoff (Isotopieaufspaltung)*. LD Didactic. 9. Nov. 2025. URL: https://www.ld-didactic.de/documents/de-DE/EXP/P/P6/P6213a_d.pdf.
- [2] *Versuchsbeschreibung P442: Laser*. Physikalisches Institut, Universität Bonn. (Besucht am 21. 11. 2025).