

# Lógica Fuzzy aplicada a Sistemas de Informação de Apoio à Decisão

António Sérgio Matos da Silva

`an.silva@logica.com`

Telecommunication Business  
Logica

22 de Agosto de 2010  
Reunião Mensal Zon

*“À medida que a complexidade aumenta, as declarações precisas perdem relevância e as declarações relevantes perdem precisão.”*

*Lofti Zadeh*

# Programa

- 1 Breve contextualização Teórica
  - Motivação
  - História e Uso da Lógica Fuzzy
  - Fundamentos da Lógica Fuzzy
- 2 Estado da Arte
  - Estilo Mamdani
  - Bousi-Prolog
- 3 E agora?
- 4 Sumário

# Programa

- 1 Breve contextualização Teórica
  - Motivação
  - História e Uso da Lógica Fuzzy
  - Fundamentos da Lógica Fuzzy
- 2 Estado da Arte
  - Estilo Mamdani
  - Bousi-Prolog
- 3 E agora?
- 4 Sumário

# Programa

- 1 Breve contextualização Teórica
  - Motivação
  - História e Uso da Lógica Fuzzy
  - Fundamentos da Lógica Fuzzy
- 2 Estado da Arte
  - Estilo Mamdani
  - Bousi-Prolog
- 3 E agora?
- 4 Sumário

# Programa

- 1 Breve contextualização Teórica
  - Motivação
  - História e Uso da Lógica Fuzzy
  - Fundamentos da Lógica Fuzzy
- 2 Estado da Arte
  - Estilo Mamdani
  - Bousi-Prolog
- 3 E agora?
- 4 Sumário

# Programa

- 1 Breve contextualização Teórica
  - Motivação
  - História e Uso da Lógica Fuzzy
  - Fundamentos da Lógica Fuzzy
- 2 Estado da Arte
  - Estilo Mamdani
  - Bousi-Prolog
- 3 E agora?
- 4 Sumário

# Como “Raciocina” um Computador Tradicional?



Figura: Funcionamento de um PC



# Pensamento Lógico Humano



**Figura:** Funcionamento do cérebro de Larry Wall

# Motivação

- Tradicionalmente, o comportamento dos sistemas é realizado pela representação da lógica de Boole, aceitando apenas dois resultados **zero ou um**, **verdadeiro ou falso**, tudo ou nada.
- No entanto, em muitas situações não relevamos esta dicotomia comportamental.
  - Apesar de à partida, uma pessoa com  $1.75\text{ m}$  ser alta, esta não é assim tão alta;
  - Quando alguém nos diz que nos ama, **não sabemos o quanto** esta nos ama;
  - Nem sempre precisamos de obter um resultado baseado numa **certeza**, ficamos satisfeitos apenas com um certo grau de **confiança**.

# Motivação

- Tradicionalmente, o comportamento dos sistemas é realizado pela representação da lógica de Boole, aceitando apenas dois resultados **zero ou um**, **verdadeiro ou falso**, tudo ou nada.
- No entanto, em muitas situações não relevamos esta dicotomia comportamental.
  - Apesar de à partida, uma pessoa com 1.75 *m* ser alta, esta não é assim tão alta;
  - Quando alguém nos diz que nos ama, **não sabemos o quanto** esta nos ama;
  - Nem sempre precisamos de obter um resultado baseado numa **certeza**, ficamos satisfeitos apenas com um certo grau de **confiança**.

# Motivação

- Tradicionalmente, o comportamento dos sistemas é realizado pela representação da lógica de Boole, aceitando apenas dois resultados **zero ou um**, **verdadeiro ou falso**, tudo ou nada.
- No entanto, em muitas situações não relevamos esta dicotomia comportamental.
  - Apesar de à partida, uma pessoa com 1.75 *m* ser alta, esta não é assim tão alta;
  - Quando alguém nos diz que nos ama, **não sabemos o quanto** esta nos ama;
  - Nem sempre precisamos de obter um resultado baseado numa **certeza**, ficamos satisfeitos apenas com um certo grau de **confiança**.

# Motivação

- Tradicionalmente, o comportamento dos sistemas é realizado pela representação da lógica de Boole, aceitando apenas dois resultados **zero ou um**, **verdadeiro ou falso**, tudo ou nada.
- No entanto, em muitas situações não relevamos esta dicotomia comportamental.
  - Apesar de à partida, uma pessoa com 1.75 *m* ser alta, esta não é assim tão alta;
  - Quando alguém nos diz que nos ama, **não sabemos o quanto** esta nos ama;
  - Nem sempre precisamos de obter um resultado baseado numa **certeza**, ficamos satisfeitos apenas com um certo grau de **confiança**.

# Motivação

- Tradicionalmente, o comportamento dos sistemas é realizado pela representação da lógica de Boole, aceitando apenas dois resultados **zero ou um**, **verdadeiro ou falso**, tudo ou nada.
- No entanto, em muitas situações não relevamos esta dicotomia comportamental.
  - Apesar de à partida, uma pessoa com 1.75 *m* ser alta, esta não é assim tão alta;
  - Quando alguém nos diz que nos ama, **não sabemos o quanto** esta nos ama;
  - Nem sempre precisamos de obter um resultado baseado numa **certeza**, ficamos satisfeitos apenas com um certo grau de **confiança**.

# Analogia

## Exemplo



Pretende-se comparar os dois mecanismos para efectuar a curva à direita.

# Analogia

## Booleana

- 1 Pressionar o travão com uma força de 20 *Newtons*.
- 2 Inclinar o volante 15 *graus* para a Direita
- 3 Colocar o volante na posição inicial (0 *graus*).

## Humana

- 1 Reduza a velocidade.
- 2 Vire *um pouco* para a direita
- 3 Vire *mais um pouco* para a direita
- 4 Siga em frente.



# Analogia

## Booleana

- 1 Pressionar o travão com uma força de 20 *Newtons*.
- 2 Inclinar o volante 15 *graus* para a Direita
- 3 Colocar o volante na posição inicial (0 *graus*).

## Humana

- 1 Reduza a velocidade.
- 2 Vire *um pouco* para a direita
- 3 Vire *mais um pouco* para a direita
- 4 Siga em frente.

# Analogia

## Booleana

- 1 Pressionar o travão com uma força de 20 *Newtons*.
- 2 Inclinar o volante 15 *graus* para a Direita
- 3 Colocar o volante na posição inicial (0 *graus*).

## Humana

- Reduza a velocidade.
- Vire *um pouco* para a direita
- Vire *mais um pouco* para a direita
- Siga em frente.

# Analogia

## Booleana

- 1 Pressionar o travão com uma força de 20 *Newtons*.
- 2 Inclinar o volante 15 *graus* para a Direita
- 3 Colocar o volante na posição inicial (0 *graus*).

## Humana

- 1 Reduza a velocidade.
- 2 Vire **um pouco** para a direita
- 3 Vire **mais um pouco** para a direita
- 4 Siga em frente.

# Analogia

## Booleana

- 1 Pressionar o travão com uma força de 20 *Newtons*.
- 2 Inclinar o volante 15 *graus* para a Direita
- 3 Colocar o volante na posição inicial (0 *graus*).

## Humana

- 1 Reduza a velocidade.
- 2 Vire **um pouco** para a direita
- 3 Vire **mais um pouco** para a direita
- 4 Siga em frente.

# Analogia

## Booleana

- 1 Pressionar o travão com uma força de 20 *Newtons*.
- 2 Inclinar o volante 15 *graus* para a Direita
- 3 Colocar o volante na posição inicial (0 *graus*).

## Humana

- 1 Reduza a velocidade.
- 2 Vire **um pouco** para a direita
- 3 Vire **mais um pouco** para a direita
- 4 Siga em frente.

# Analogia

## Booleana

- 1 Pressionar o travão com uma força de 20 *Newtons*.
- 2 Inclinar o volante 15 *graus* para a Direita
- 3 Colocar o volante na posição inicial (0 *graus*).

## Humana

- 1 Reduza a velocidade.
- 2 Vire **um pouco** para a direita
- 3 Vire **mais um pouco** para a direita
- 4 Siga em frente.

# Programa

- 1 Breve contextualização Teórica
  - Motivação
  - História e Uso da Lógica Fuzzy
  - Fundamentos da Lógica Fuzzy
- 2 Estado da Arte
  - Estilo Mamdani
  - Bousi-Prolog
- 3 E agora?
- 4 Sumário

## Resumo Histórico...

**1930** Jan Lukasiewicz propôs o estudo de termos qualitativos do tipo alto, velho e quente e propôs a idéia da utilização de um intervalo de valores entre 0 e 1 para descrever a veracidade de uma dada afirmação;

**1937** Max Black definiu o primeiro conjunto fuzzy e descreveu algumas idéias básicas de operações com estes.



**Figura:** Jan Lukasiewicz  
(1878–1956)



# Resumo Histórico...

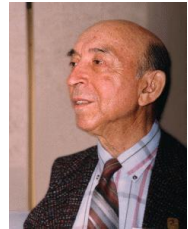
- 1930** Jan Lukasiewicz propôs o estudo de termos qualitativos do tipo alto, velho e quente e propôs a idéia da utilização de um intervalo de valores entre 0 e 1 para descrever a veracidade de uma dada afirmação;
- 1937** Max Black definiu o primeiro conjunto fuzzy e descreveu algumas idéias básicas de operações com estes.



**Figura:** Jan Lukasiewicz  
(1878–1956)

## Resumo Histórico...

**1965** Lofti Zadeh publicou o artigo Fuzzy Sets que ficou conhecido como a origem da Lógica Fuzzy. Zadeh é conhecido como o “mestre” da Lógica Fuzzy.



**Figura:** Lofti Zadeh  
(1921–Actualidade)

# Uso da Lógica Fuzzy

- 1970 Primeira aplicação da Lógica Fuzzy na engenharia de controlo;
- 1975 Introdução da Lógica Fuzzy no Japão;
- 1985 Ampla utilização no Japão;
- 1990 Ampla utilização na Europa;
- 1995 Ampla utilização nos EUA;
- 1996 1100 aplicações com Lógica Fuzzy publicadas;
- 2000 Aplicada a finanças e controle multi-variável.

# Porquê usar Fuzzy?

## Vantagens da Lógica Fuzzy

- Robusta porque não requer entradas precisas;
- Facilmente modificável pois é baseada em regras;
- Evita o formalismo matemático para sistemas não lineares;
- Solução rápida e barata para sistemas complexos não lineares;
- Implementável em microprocessadores.

# Porquê usar Fuzzy?

## Vantagens da Lógica Fuzzy

- Robusta porque não requer entradas precisas;
- Facilmente modificável pois é baseada em regras;
- Evita o formalismo matemático para sistemas não lineares;
- Solução rápida e barata para sistemas complexos não lineares;
- Implementável em microprocessadores.

# Porquê usar Fuzzy?

## Vantagens da Lógica Fuzzy

- Robusta porque não requer entradas precisas;
- Facilmente modificável pois é baseada em regras;
- Evita o formalismo matemático para sistemas não lineares;
- Solução rápida e barata para sistemas complexos não lineares;
- Implementável em microprocessadores.

# Porquê usar Fuzzy?

## Vantagens da Lógica Fuzzy

- Robusta porque não requer entradas precisas;
- Facilmente modificável pois é baseada em regras;
- Evita o formalismo matemático para sistemas não lineares;
- Solução rápida e barata para sistemas complexos não lineares;
- Implementável em microprocessadores.

# Programa

- 1 **Breve contextualização Teórica**
  - Motivação
  - História e Uso da Lógica Fuzzy
  - **Fundamentos da Lógica Fuzzy**
- 2 Estado da Arte
  - Estilo Mamdani
  - Bousi-Prolog
- 3 E agora?
- 4 Sumário



# Conceito de Difusidade



## Exemplo (O caso do ar condicionado)

No edifício Pinta o ar condicionado encontra-se constantemente avariado. Pretende-se desenvolver uma lógica que pretende avaliar se uma dada temperatura é **confortável** ou não.

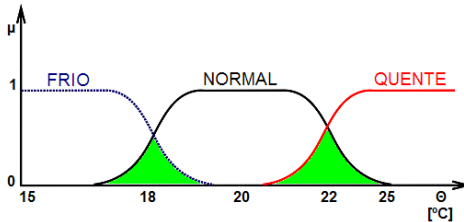






# Conceito de Difusidade

*Na verdade o que o Pedro pensou...*



**Figura:** Função de Verdade de uma Lógica Fuzzy representando mais do que uma valoração ao mesmo tempo.

# Definições Fuzzy — Etiqueta linguística

## Definição

A descrição de inúmeras situações concretas referentes a uma dada variável faz-se por intermédio de **etiquetas linguísticas**. Estas representam o carácter **qualitativo** de todas as possibilidades de uma dada variável.

## Etiquetas Bivalentes

- Lento;
- Rápido.

# Definições Fuzzy — Etiqueta linguística

## Definição

A descrição de inúmeras situações concretas referentes a uma dada variável faz-se por intermédio de **etiquetas linguísticas**. Estas representam o carácter **qualitativo** de todas as possibilidades de uma dada variável.

## Etiquetas Bivalentes

- Lento;
- Rápido.

# Definições Fuzzy — Exemplo de Etiquetas Linguísticas

## Etiquetas Trivalentes

- Baixo;
- Médio;
- Alto.

## Etiquetas Multivalentes

- Muito Frio
- Frio;
- Moderado;
- Quente;
- Muito Quente.



# Definições Fuzzy — Variável Linguística

## Definição

Uma variável linguística pode ser contínua ou discreta.

## Exemplo (Temperatura)

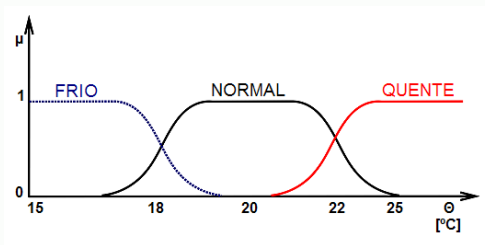


Figura: Exemplo de Variável Linguística contínua.

# Definições Fuzzy — Variável Linguística

## Definição

Uma variável linguística pode ser contínua ou discreta.

## Exemplo (Temperatura)

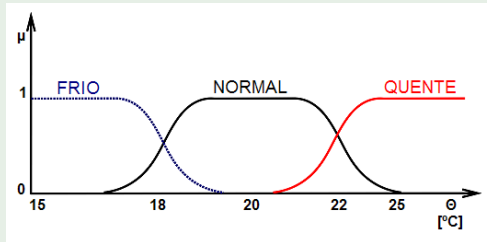


Figura: Exemplo de Variável Linguística contínua.

## Exemplo (Rodas de um camião)

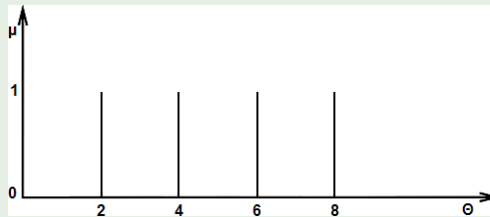


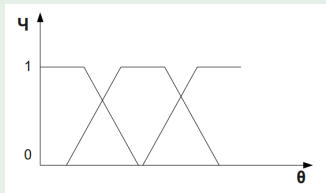
Figura: Exemplo de Variável Linguística Discreta.

# Definições Fuzzy — Conjuntos Fuzzy no Mundo Real

## Convenção

*Geralmente os Sistemas de Informação baseados num sistema de decisão Fuzzy usam a seguinte simplificação das etiquetas. A partir de agora usaremos também esta notação.*

## Exemplo (Conjunto Fuzzy no Mundo Real)

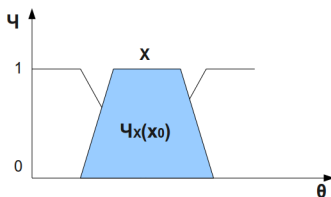


**Figura:** Exemplo de Variável Linguística Contínua do Mundo Real.

# Definições Fuzzy — Etiquetas e Conjuntos Fuzzy

## Definição

Seja  $X$  uma Etiqueta Linguística. Esta é representada por um Conjunto Fuzzy  $\mathcal{C}$  descrito pela função de pertença  $\mu_X(x_0)$ .



**Figura:** Etiqueta Linguística e respectiva Função Pertença.









# Definições Fuzzy — Variável Linguística Normada

## Exemplo

### Exemplo (Variável Linguística Normada)

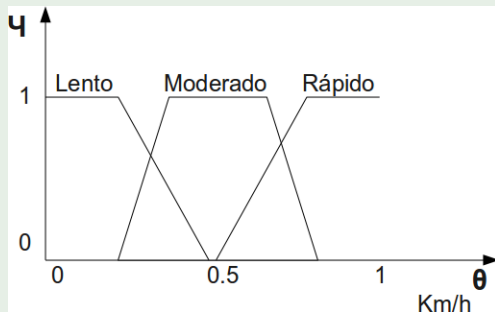


Figura: Variável normada à escala 1/120.

# Operações Com Conjuntos Fuzzy

## Proposição

*Seja  $\mathcal{U}$  o Universo de uma Variável Linguística e sejam  $\mathcal{A}$  e  $\mathcal{B}$  dois Conjuntos Fuzzy definidos por:*

$$\mathcal{A} = \{(x, \mu_{\mathcal{A}}(x)) \mid x \in \mathcal{U} \wedge \mu_{\mathcal{A}}(x) \in [0, 1]\}$$

$$\mathcal{B} = \{(x, \mu_{\mathcal{B}}(x)) \mid x \in \mathcal{U} \wedge \mu_{\mathcal{B}}(x) \in [0, 1]\}$$

# Operações Com Conjuntos Fuzzy — União

## Definição (União)

A união entre  $\mathcal{A}$  e  $\mathcal{B}$  é definida por:

$$\mathcal{A} \cup \mathcal{B} = \{(x, \max(\mu_{\mathcal{A}}(x), \mu_{\mathcal{B}}(x))) \mid x \in \mathcal{U}\}$$

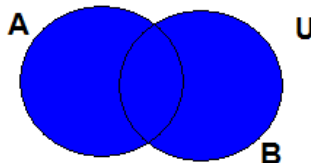


Figura: Diagrama de Venn da União de dois Conjuntos

# Operações Com Conjuntos Fuzzy — Intersecção

## Definição (Intersecção)

A Intersecção entre  $\mathcal{A}$  e  $\mathcal{B}$  é definida por:

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \{(x, \min(\mu_{\mathcal{A}}(x), \mu_{\mathcal{B}}(x))) \mid x \in \mathcal{U}\}$$

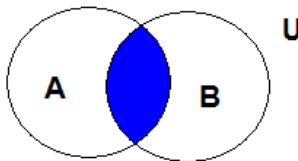


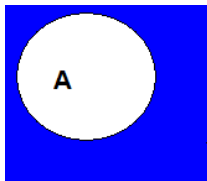
Figura: Diagrama de Venn da Intersecção de dois Conjuntos

# Operações Com Conjuntos Fuzzy — Complemento

## Definição (Complemento)

O Complemento de  $\mathcal{A}$  é definido por:

$$\neg \mathcal{A} = \{(x, \mu_{\neg \mathcal{A}}(x)) \mid x \in \mathcal{U} \wedge \mu_{\neg \mathcal{A}}(x) = 1 - \mu_{\mathcal{A}}(x)\}$$



**Figura:** Diagrama de Venn do Complemento de um Conjunto

# Modificadores Linguísticos

## Definição

Seja  $\mathcal{A}$  um conjunto Fuzzy intervalar com a função de pertinência  $\mu_{\mathcal{A}}x$ . Então o *Modificador Linguístico* de  $\mathcal{A}$  é uma função intervalar  $\mathcal{M}$  definida por:

$$\mathcal{M} : \mathcal{I}[0, 1] \rightarrow \mathcal{I}[0, 1]$$

que age na função pertinência  $\mu_{\mathcal{I}\mathcal{A}}x$  transformando-a em  $\mu_{m\mathcal{I}\mathcal{A}}x$  onde:

$$\mu_{m\mathcal{I}\mathcal{A}}(x) = \mathcal{M}(\mu_{\mathcal{I}\mathcal{A}}(x))$$















# Inferência

## Interferência

- Para fazer deduções com conjuntos difusos utilizam-se **regras de inferência**, formatando afirmações condicionais como implicações do tipo “if-then”;
- O antecedente diz respeito às “condições lógicas” impostas sobre essa variável linguística;
- O conseqüente diz respeito às “ações” decorrentes dessas condições na variável de saída;
- No controlo difuso costumam haver múltiplas regras de inferência, de acordo com a natureza dos estados medidos no processo.

# Inferência

## Interferência

- Para fazer deduções com conjuntos difusos utilizam-se **regras de inferência**, formatando afirmações condicionais como implicações do tipo “if-then”;
- O antecedente diz respeito às “condições lógicas” impostas sobre essa variável linguística;
- O conseqüente diz respeito às “ações” decorrentes dessas condições na variável de saída;
- No controlo difuso costumam haver múltiplas regras de inferência, de acordo com a natureza dos estados medidos no processo.

# Inferência

## Interferência

- Para fazer deduções com conjuntos difusos utilizam-se **regras de inferência**, formatando afirmações condicionais como implicações do tipo “if-then”;
- O antecedente diz respeito às “condições lógicas” impostas sobre essa variável linguística;
- O conseqüente diz respeito às “ações” decorrentes dessas condições na variável de saída;
- No controlo difuso costumam haver múltiplas regras de inferência, de acordo com a natureza dos estados medidos no processo.

# Inferência

## Interferência

- Para fazer deduções com conjuntos difusos utilizam-se **regras de inferência**, formatando afirmações condicionais como implicações do tipo “if-then”;
- O antecedente diz respeito às “condições lógicas” impostas sobre essa variável linguística;
- O conseqüente diz respeito às “ações” decorrentes dessas condições na variável de saída;
- No controlo difuso costumam haver múltiplas regras de inferência, de acordo com a natureza dos estados medidos no processo.



# Inferência

## Exemplo (Base de Regras)

*if* (*antecedente*<sub>1</sub>) *then* (*consequente*<sub>1</sub>) *or*  
*if* (*antecedente*<sub>2</sub>) *then* (*consequente*<sub>2</sub>) *or*  
...  
*if* (*antecedente*<sub>*n*</sub>) *then* (*consequente*<sub>*n*</sub>)

# Pausa. . .



# Programa

- 1 Breve contextualização Teórica
  - Motivação
  - História e Uso da Lógica Fuzzy
  - Fundamentos da Lógica Fuzzy
- 2 Estado da Arte
  - Estilo Mamdani
  - Bousi-Prolog
- 3 E agora?
- 4 Sumário

# História do Estilo Mamdani

## Estilo Mamdani

O estilo de inferência Mamdani foi criado pelo professor Mamdani da Universidade de Londres em 1975. O seu principal objectivo era desenvolver sistemas Fuzzy, baseando-se em regras de conjuntos Fuzzy com o intuito de representar experiências da vida real.



**Figura:** Ebrahim Mamdani  
(1943–2010)

# Estilo Mamdani

## Definição

Estilo Mamdani O processo de raciocínio do **Estilo Mamdani** é implementado seguindo as quatro etapas seguintes:

- 1 Fuzzyficação;
- 2 Avaliação das Regras Fuzzy;
- 3 Agregação das Regras Fuzzy;
- 4 Defuzzyficação.

# Estilo Mamdani

## Definição

Estilo Mamdani O processo de raciocínio do **Estilo Mamdani** é implementado seguindo as quatro etapas seguintes:

- 1 Fuzzyficação;
- 2 Avaliação das Regras Fuzzy;
- 3 Agregação das Regras Fuzzy;
- 4 Defuzzyficação.

# Estilo Mamdani

## Definição

Estilo Mamdani O processo de raciocínio do **Estilo Mamdani** é implementado seguindo as quatro etapas seguintes:

- 1 Fuzzyficação;
- 2 Avaliação das Regras Fuzzy;
- 3 Agregação das Regras Fuzzy;
- 4 Defuzzyficação.

# Estilo Mamdani

## Definição

Estilo Mamdani O processo de raciocínio do **Estilo Mamdani** é implementado seguindo as quatro etapas seguintes:

- 1 Fuzzyficação;
- 2 Avaliação das Regras Fuzzy;
- 3 Agregação das Regras Fuzzy;
- 4 Defuzzyficação.



# Exercício

## Exemplo (Análise de Risco)

Considere a análise de riscos num projecto. Pretende-se estabelecer, sendo conhecidos um valor  $x$  de recurso monetário e um número  $y$  de funcionários para trabalhar no mesmo, qual o risco  $z$  nesse projecto.

# Variáveis de Entrada

<b>Fundos do projecto(<math>x</math>)</b>	
Valor linguístico	Notação
Inadequado	A1
Razoável	A2
Adequado	A3

<b>Funcionários do Projecto(<math>y</math>)</b>	
Valor linguístico	Notação
Pequeno	B1
Grande	B2

# Variáveis de Saída

<b>Risco do Projecto(<math>z</math>)</b>	
Valor linguístico	Notação
Baixo	C1
Normal	C2
Alto	C3

# Fuzzyficação

## Exemplo (Entradas Crisp)

Sejam  $x$  e  $y$  duas entradas crisp representando os conjuntos Fuzzy  $X$  (Fundos do Projecto) e  $Y$  (Funcionários do Projecto respectivamente). Então aplicando as entradas as conjuntos Fuzzy obtemos o valor das funções de pertença.

# Fuzzyficacao da Variável referente aos Fundos do Projecto

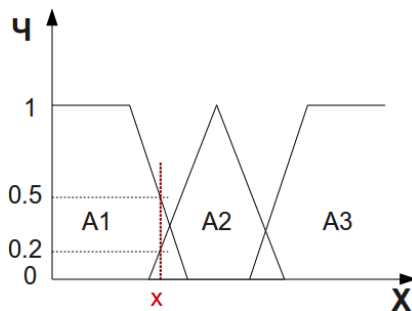
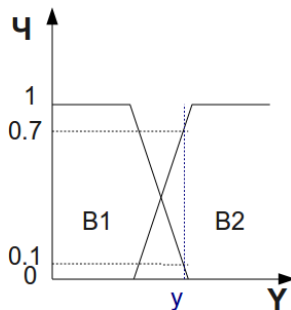


Figura: Fuzzyficacao da Variável referente aos Fundos do Projecto

# Fuzzyficacao da Variável referente aos Funcionários do Projecto



**Figura:** Fuzzyficacao da Variável referente aos Funcionários do Projecto

# Variáveis de Entrada Fuzzificadas

## Fundos do projecto ( $x$ )

Etiqueta	Valor
A1	0.5
A2	0.2
A3	0

## Funcionários do Projecto ( $y$ )

Etiqueta	Valor
B1	0.1
B2	0.7

# Avaliação das Regras Fuzzy

## Exemplo (Avaliação das Regras Fuzzy)

Com base nos graus de pertinência e nas correlações entre as variáveis linguísticas, têm-se as regras.

- 1 IF ((x is A3(0)) OR (y is B1(0.1))) THEN (z is C1(0.1))
- 2 IF ((x is A2(0.2)) AND (y is B2(0.7))) THEN (z is C2(0.2))
- 3 IF (x is A1(0.5) THEN (z is C3(0.5)))



# Avaliação das Regras Fuzzy

## Exemplo (Avaliação das Regras Fuzzy)

Com base nos graus de pertinência e nas correlações entre as variáveis linguísticas, têm-se as regras.

- 1 IF ((x is A3(0)) OR (y is B1(0.1))) THEN (z is C1(0.1))
- 2 IF ((x is A2(0.2)) AND (y is B2(0.7))) THEN (z is C2(0.2))
- 3 IF (x is A1(0.5) THEN (z is C3(0.5)))

# Avaliação das Regras Fuzzy

## Exemplo (Avaliação das Regras Fuzzy)

Com base nos graus de pertinência e nas correlações entre as variáveis linguísticas, têm-se as regras.

- 1 IF ((x is A3(0)) OR (y is B1(0.1))) THEN (z is C1(0.1))
- 2 IF ((x is A2(0.2)) AND (y is B2(0.7))) THEN (z is C2(0.2))
- 3 IF (x is A1(0.5) THEN (z is C3(0.5)))



# Defuzzyficação

## Definição (Defuzzyficação)

O método de defuzzyficação mais comum é a técnica do centróide, que obtém o ponto onde uma linha vertical divide ao meio um conjunto agregado. A equação que descrever o cálculo da centróide é a seguinte  $\mathcal{COG}$ :

$$\mathcal{COG} = \frac{\sum_{x=a}^b \mu(x) \cdot x}{\sum_{x=a}^b \mu(x)}$$

# Defuzzyficação — Exemplo

## Exemplo

Considerando o conjunto Fuzzy anterior, o resultado numérico obtido com a aplicação técnica do centróide  $\mathcal{COG}$  é dado por (considerando intervalos percentuais de 10%, variando de 0% a 100%):

$$\mathcal{COG} = \frac{(0 + 10 + 20) \cdot 0.1 + (30 + 40 + 50) \cdot 0.2 + (60 + 70 + 80 + 90 + 100) \cdot 0.5}{0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.2 + 0.2 + 0.2 + 0.5 + 0.5 + 0.5 + 0.5} = 67.4$$

Assim tem-se que o risco do projecto em questão é de 67.4%.

# Programa

- 1 Breve contextualização Teórica
  - Motivação
  - História e Uso da Lógica Fuzzy
  - Fundamentos da Lógica Fuzzy
- 2 Estado da Arte
  - Estilo Mamdami
  - Bousi-Prolog
- 3 E agora?
- 4 Sumário

## Breve História...

- Os matemáticos descobriram que apesar da lógica de primeira ordem não ser automaticamente dedutível, existem subconjuntos que o são;

1965 Robinson definiu a dedução automática;

1969 Green Implementou um sistema de Resolução em Lisp

1970 Kowalsky começa a usar as Cláusulas de Horn (subconjunto da lógica da 1ª ordem) para “provas automáticas”.

## Breve História...

- Os matemáticos descobriram que apesar da lógica de primeira ordem não ser automaticamente dedutível, existem subconjuntos que o são;

1965 Robinson definiu a dedução automática;

1969 Green Implementou um sistema de Resolução em Lisp

1970 Kowalsky começa a usar as Cláusulas de Horn (subconjunto da lógica da 1ª ordem) para “provas automáticas”.



## Breve História...

- Os matemáticos descobriram que apesar da lógica de primeira ordem não ser automaticamente dedutível, existem subconjuntos que o são;

1965 Robinson definiu a dedução automática;

1969 Green Implementou um sistema de Resolução em Lisp

1970 Kowalsky começa a usar as Cláusulas de Horn (subconjunto da lógica da 1ª ordem) para “provas automáticas”.

## Breve História...

- Os matemáticos descobriram que apesar da lógica de primeira ordem não ser automaticamente dedutível, existem subconjuntos que o são;

1965 Robinson definiu a dedução automática;

1969 Green Implementou um sistema de Resolução em Lisp

1970 Kowalsky começa a usar as Cláusulas de Horn (subconjunto da lógica da 1ª ordem) para “provas automáticas”.

## Breve História...

- 1972** Um grupo de investigadores da Universidade de Marselha desenvolveu um sistema de resolução para as Cláusulas de Horn;
- 1980-** O governo Japonês investiu no projecto designado por quinta geração que teve como resultado grandes contribuições para a computação lógica;
- 2008** Julián-Iranzo, Rubio-Manzano e Gallardo Casero propuseram uma extensão à máquina de inferência Prolog, utilizando lógica Fuzzy, para que existissem “respostas mais flexíveis às perguntas”. Para isso foi implementado o sistema Bousi Prolog e continua em desenvolvimento na Universidad de Castilla-La Mancha.

## Breve História...

- 1972 Um grupo de investigadores da Universidade de Marselha desenvolveu um sistema de resolução para as Cláusulas de Horn;
- 1980- O governo Japonês investiu no projecto designado por quinta geração que teve como resultado grandes contribuições para a computação lógica;
- 2008 Julián-Iranzo, Rubio-Manzano e Gallardo Casero propuseram uma extensão à máquina de inferência Prolog, utilizando lógica Fuzzy, para que existissem “respostas mais flexíveis às perguntas”. Para isso foi implementado o sistema Bousi Prolog e continua em desenvolvimento na Universidad de Castilla-La Mancha.

## Breve História...

- 1972 Um grupo de investigadores da Universidade de Marselha desenvolveu um sistema de resolução para as Cláusulas de Horn;
- 1980- O governo Japonês investiu no projecto designado por quinta geração que teve como resultado grandes contribuições para a computação lógica;
- 2008 Julián-Iranzo, Rubio-Manzano e Gallardo Casero propuseram uma extensão à máquina de inferência Prolog, utilizando lógica Fuzzy, para que existissem “respostas mais flexíveis às perguntas”. Para isso foi implementado o sistema Bousi Prolog e continua em desenvolvimento na Universidad de Castilla-La Mancha.

# Porquê Prolog?

- **Convencional**  
**Lógica**      Processamento Numérico  
Processamento Simbólico;
- **Convencional**  
**Lógica**      Soluções Algorítmicas  
Soluções Heurística;
- **Convencional**  
**Lógica**      Estruturas de Controle e Co-  
nhecimento Integradas  
Estruturas de Controle e Co-  
nhecimento Separadas.

# Porquê Prolog?

- **Convencional**  
**Lógica**      Processamento Numérico  
                         Processamento Simbólico;
- **Convencional**  
**Lógica**      Soluções Algorítmicas  
                         Soluções Heurística;
- **Convencional**  
**Lógica**      Estruturas de Controle e Co-  
                         nhecimento Integradas  
                         Estruturas de Controle e Co-  
                         nhecimento Separadas.

# Porquê Prolog?

- **Convencional**  
**Lógica**      Processamento Numérico  
                         Processamento Simbólico;
- **Convencional**  
**Lógica**      Soluções Algorítmicas  
                         Soluções Heurística;
- **Convencional**  
**Lógica**      Estruturas de Controle e Co-  
                         nhecimento Integradas  
                         Estruturas de Controle e Co-  
                         nhecimento Separadas.



# Porquê Prolog?

- **Convencional**  
**Lógica** Difícil Modificação  
Fácil Modificação ;
- **Convencional** Somente Respostas Total-  
mente Correctas
- **Lógica** Incluem Respostas Parcial-  
mente Correctas;
- **Convencional** Somente a Melhor Solução  
Possível
- **Lógica** Incluem Todas as Soluções  
Possíveis.

# Porquê Prolog?

- **Convencional** Difícil Modificação
- **Lógica** Fácil Modificação ;
- **Convencional** Somente Respostas Totalmente Correctas
- **Lógica** Incluem Respostas Parcialmente Correctas;
- **Convencional** Somente a Melhor Solução Possível
- **Lógica** Incluem Todas as Soluções Possíveis.

# Porquê Prolog?

- **Convencional** Difícil Modificação
- **Lógica** Fácil Modificação ;
- **Convencional** Somente Respostas Totalmente Correctas
- **Lógica** Incluem Respostas Parcialmente Correctas;
- **Convencional** Somente a Melhor Solução Possível
- **Lógica** Incluem Todas as Soluções Possíveis.

# Arquitectura Prolog

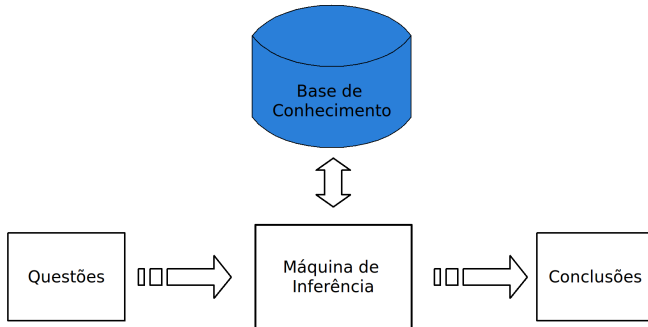


Figura: Arquitectura Prolog

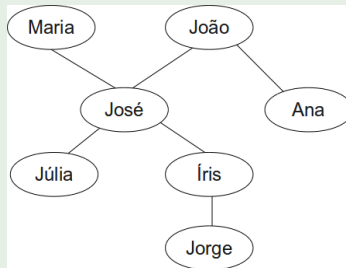
# Nota

- Basicamente um programa Prolog é um conjunto de **Factos** e **Regras**;
- A interacção é feita através de **Queries**.

# Exemplo

## Exemplo (Árvore Genealógica)

Pretende-se escrever em prolog a árvore genealógica seguinte, e representar as relações familiares entre os indivíduos.





# Programa Heurístico

## Exemplo (Alice na Floresta do esquecimento)

A Alice tinha má memória. Um dia entrou na floresta do Esquecimento e esqueceu-se do dia-da-semana. Os seus amigos **Coelho** e **Cuco** são visitantes frequentes da floresta. Estes dois são criaturas estranhas.

O coelho **mente** às **Segundas**, **Terças** e **Quartas** e diz a **verdade** no **resto da Semana**. Por outro lado, o Cuco **mente** às **Quintas**, **Sextas** e **Sábados** dizendo a **verdade** no **resto dos dias**.



# Programa Heurístico

## Exemplo (Alice na Floresta do esquecimento)

Um certo dia a Alice encontrou estes dois debaixo de uma árvore. Eles fizeram as seguintes declarações:

- Coelho: **Ontem** foi um dos dias que eu **menti**;
- Cuco: **Ontem** foi um dos dias que eu **menti**.

A Alice foi capaz, usando estas declarações, de deduzir o dia-da-semana em que se encontrava.

# Programa Heurístico

## Exemplo (Alice na Floresta do esquecimento)

Com este exemplo pretende-se:

- 1 Escrever uma Base de Conhecimento que descreva esta história;
- 2 Escrever um predicado diadehoje/1 que lhe permita saber qual o dia-da-semana.



# Extensões Bousi-Prolog

## Exemplo (Exemplos Bousi-Prolog)

Em seguida serão apresentados os seguintes exemplos em Bousi-Prolog

- Programa de cálculo de idades;
- Programa de que emula um sistema de “Information Retrieval”;
- Programa de escolha de apartamento inteligente.



# O que pode ser feito?

- Estudar o sistema que esta a ser desenvolvido na universidade de Málaga **FSQL** (Fuzzy SQL) e tentar integrar nos sistemas actuais (Neste site propões-se a interacção com SQL Server e Oracle).
- Estudar as funções Fuzzy disponibilizadas nos SGBDs actuais (exemplo Soundex e Difference no SQL SERVER).
- Estudar os algoritmos de procura de pares em Fuzzy (Busca de informação repetida).

# O que pode ser feito?

- Estudar o sistema que esta a ser desenvolvido na universidade de Málaga **FSQL** (Fuzzy SQL) e tentar integrar nos sistemas actuais (Neste site propões-se a interacção com SQL Server e Oracle).
- Estudar as funções Fuzzy disponibilizadas nos SGBDs actuais (exemplo Soundex e Difference no SQL SERVER).
- Estudar os algoritmos de procura de pares em Fuzzy (Busca de informação repetida).

# O que pode ser feito?

- Estudar o sistema que esta a ser desenvolvido na universidade de Málaga **FSQL** (Fuzzy SQL) e tentar integrar nos sistemas actuais (Neste site propões-se a interacção com SQL Server e Oracle).
- Estudar as funções Fuzzy disponibilizadas nos SGBDs actuais (exemplo Soundex e Difference no SQL SERVER).
- Estudar os algoritmos de procura de pares em Fuzzy (Busca de informação repetida).



# O que há para fazer ainda em Fuzzy?

- Implementar sistemas fuzzy com relações n-árias;
- Estudar a possibilidade de desenvolver sistemas com Conjuntos Analógicos;
- Modelação de um sistema deductivo de pesquisa de documentação inteligente.

# O que há para fazer ainda em Fuzzy?

- Implementar sistemas fuzzy com relações n-árias;
- Estudar a possibilidade de desenvolver sistemas com Conjuntos Analógicos;
- Modelação de um sistema deductivo de pesquisa de documentação inteligente.

# O que há para fazer ainda em Fuzzy?

- Implementar sistemas fuzzy com relações n-árias;
- Estudar a possibilidade de desenvolver sistemas com Conjuntos Analógicos;
- Modelação de um sistema deductivo de pesquisa de documentação inteligente.

# Sumário

## Recapitulando...

- Vimos motivação do estudo da lógica Fuzzy, bem como algumas vantagens da implementação desta;
- Estudamos os conceitos Fundamentais da Lógica Fuzzy;
- Resolvemos um exercício de Decisão recorrendo à metodologia Mamdani;
- Apresentamos o sistema Bousi-Prolog, analisando para isso vários exemplos de programas em Prolog e Bousi-Prolog;
- Discutimos onde poderia ser usado o conceito na nossa corporação e melhorias que poderiam ser feitas a este.

# Sumário

## Recapitulando...

- Vimos motivação do estudo da lógica Fuzzy, bem como algumas vantagens da implementação desta;
- Estudamos os conceitos Fundamentais da Lógica Fuzzy;
- Resolvemos um exercício de Decisão recorrendo à metodologia Mamdani;
- Apresentamos o sistema Bousi-Prolog, analisando para isso vários exemplos de programas em Prolog e Bousi-Prolog;
- Discutimos onde poderia ser usado o conceito na nossa corporação e melhorias que poderiam ser feitas a este.

# Sumário

## Recapitulando...

- Vimos motivação do estudo da lógica Fuzzy, bem como algumas vantagens da implementação desta;
- Estudamos os conceitos Fundamentais da Lógica Fuzzy;
- Resolvemos um exercício de Decisão recorrendo à metodologia Mamdani;
- Apresentamos o sistema Bousi-Prolog, analisando para isso vários exemplos de programas em Prolog e Bousi-Prolog;
- Discutimos onde poderia ser usado o conceito na nossa corporação e melhorias que poderiam ser feitas a este.

# Sumário

## Recapitulando...

- Vimos motivação do estudo da lógica Fuzzy, bem como algumas vantagens da implementação desta;
- Estudamos os conceitos Fundamentais da Lógica Fuzzy;
- Resolvemos um exercício de Decisão recorrendo à metodologia Mamdani;
- Apresentamos o sistema Bousi-Prolog, analisando para isso vários exemplos de programas em Prolog e Bousi-Prolog;
- Discutimos onde poderia ser usado o conceito na nossa corporação e melhorias que poderiam ser feitas a este.

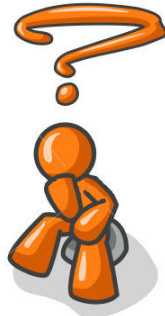
# Sumário

## Recapitulando...

- Vimos motivação do estudo da lógica Fuzzy, bem como algumas vantagens da implementação desta;
- Estudamos os conceitos Fundamentais da Lógica Fuzzy;
- Resolvemos um exercício de Decisão recorrendo à metodologia Mamdani;
- Apresentamos o sistema Bousi-Prolog, analisando para isso vários exemplos de programas em Prolog e Bousi-Prolog;
- Discutimos onde poderia ser usado o conceito na nossa corporação e melhorias que poderiam ser feitas a este.



# Dúvidas?



## Para ler depois I



Kazuo Tanaka.

*An Introduction to Fuzzy Logic for Practical Applications.*  
Springer, 1996.



Shapiro.

*The Art of Prolog.*  
MIT Press, 1986.



Zadeh.

Fuzzy Sets.

*Information and Control*, 8(3):338–353, 1965.

## 5 Apêndice

- Material Adicional

# Programa

- 5 Apêndice
  - Material Adicional

# Definições Fuzzy — Etiquetas e Conjuntos Fuzzy

## Detalhe

$$\mu_X(x_0) = \begin{cases} 1 & \text{sse } x \in \mathcal{C} \\ 0 & \text{sse } x \notin \mathcal{C} \\ 0 \leq \mu_X(x_0) \leq 1 & \text{sse } x \sim \in \mathcal{C} \end{cases}$$

[◀ Voltar](#)