

教材作业： P34

**1-1, 1-2, 1-4, 1-8,
1-9, 1-10, 1-14。**

系列化习题： P10

1-7

补充作业1、一小孩在一长楼梯的顶部水平抛出一球，设楼梯是光滑的，但小球速度的竖直分量经与楼梯碰撞后减为碰前的 e 倍。为使小球能如图所示沿长楼梯逐级下跳，求小球抛出时的高度 h 和初速 v_0 。已知楼梯每级宽度均为 l 。

解：即要求，每次碰撞间水平位移相等
即要求，每次运动完全一致

第一次碰撞时：

$$v_1 = \sqrt{2g(h+l)}, v_{\text{碰后}} = ev_1 = e\sqrt{2g(h+l)}$$

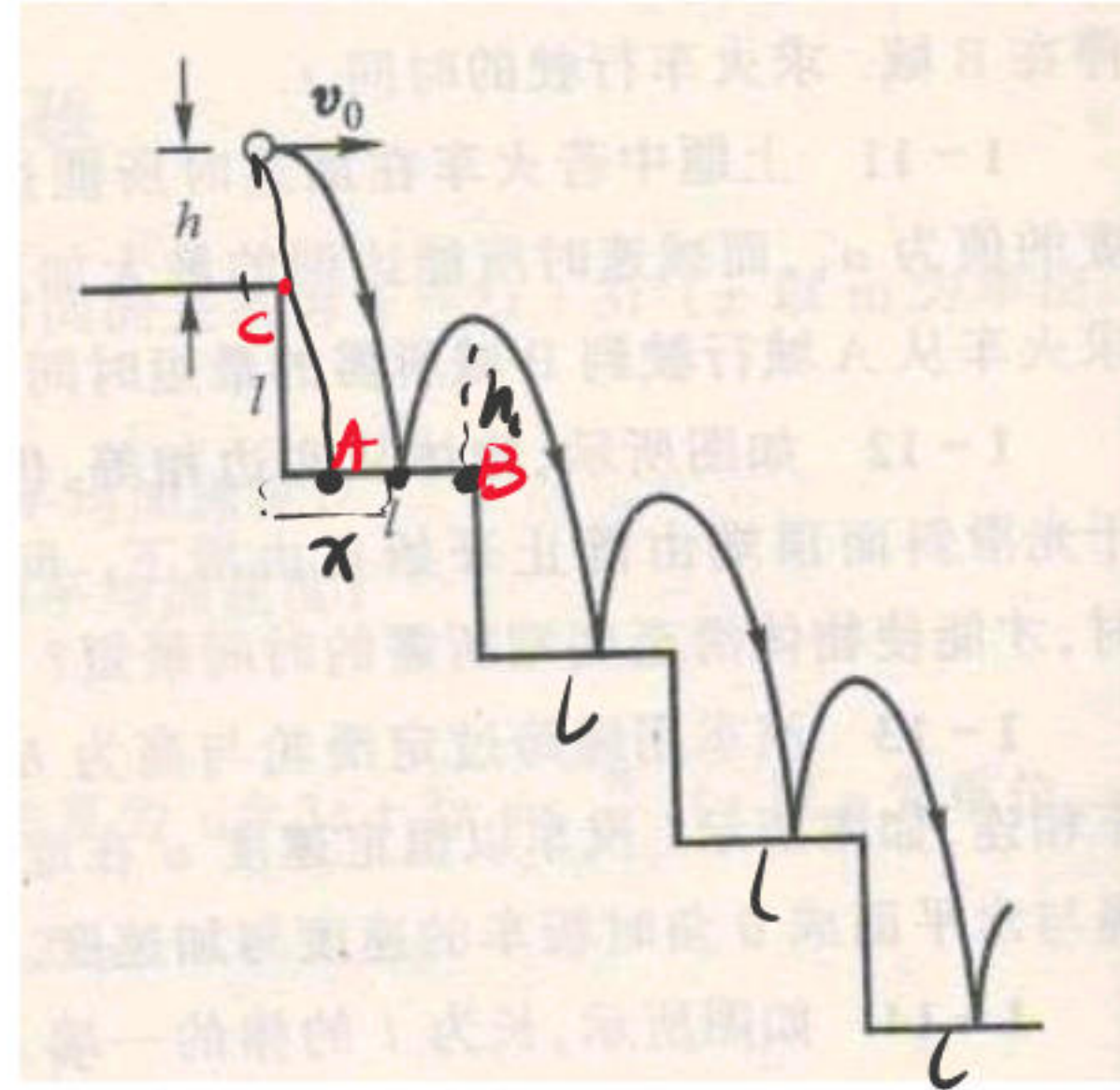
$$\therefore h_1 = \frac{v_{\text{碰后}}^2}{2g} = e(h+l) = h$$

$$\therefore h = \frac{e}{1-e} l$$

对于 v_0 ，要求一次运动全长为 l

$$\text{而一次运动时间 } t = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \sqrt{\frac{2(h+l)}{g}} = \sqrt{\frac{2}{g}} \left(\sqrt{\frac{e}{1-e}} l + \sqrt{\frac{1}{1-e}} l \right)$$

$$\text{有 } v_0 t = l \Rightarrow v_0 = \frac{l}{t} = \sqrt{\frac{g}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{e}{1-e}} + \sqrt{\frac{1}{1-e}}} = \underline{\underline{\sqrt{\frac{g}{2}} \left(\sqrt{\frac{1}{1-e}} - \sqrt{\frac{e}{1-e}} \right)}}$$



补充作业2、某种游乐机由大、小两种圆盘组成，小圆盘绕其固定在大圆盘上的 O' 轴以角速度 ω' (相对大圆盘) 旋转，大圆盘又以角速度 ω (相对地面) 绕中心轴 O 旋转，人坐在小圆盘的边缘上的 P 点。求两圆盘转至图示位置时 (见图，此时 $O'P$ 与 OO' 成 φ 角)， P 点相对地面的速度和加速度。为简单起见，设 $\omega' = \omega$, $OO' = O'P = R$ 。

解：记地面为 S_1 系，大盘为 S_2 系，小盘为 S_3 系

则在 S_2 系中

$$P \text{ 点速度 } \vec{v}_{S_3-S_2} = \omega' R$$

方向朝 $O'P \perp$ 方向

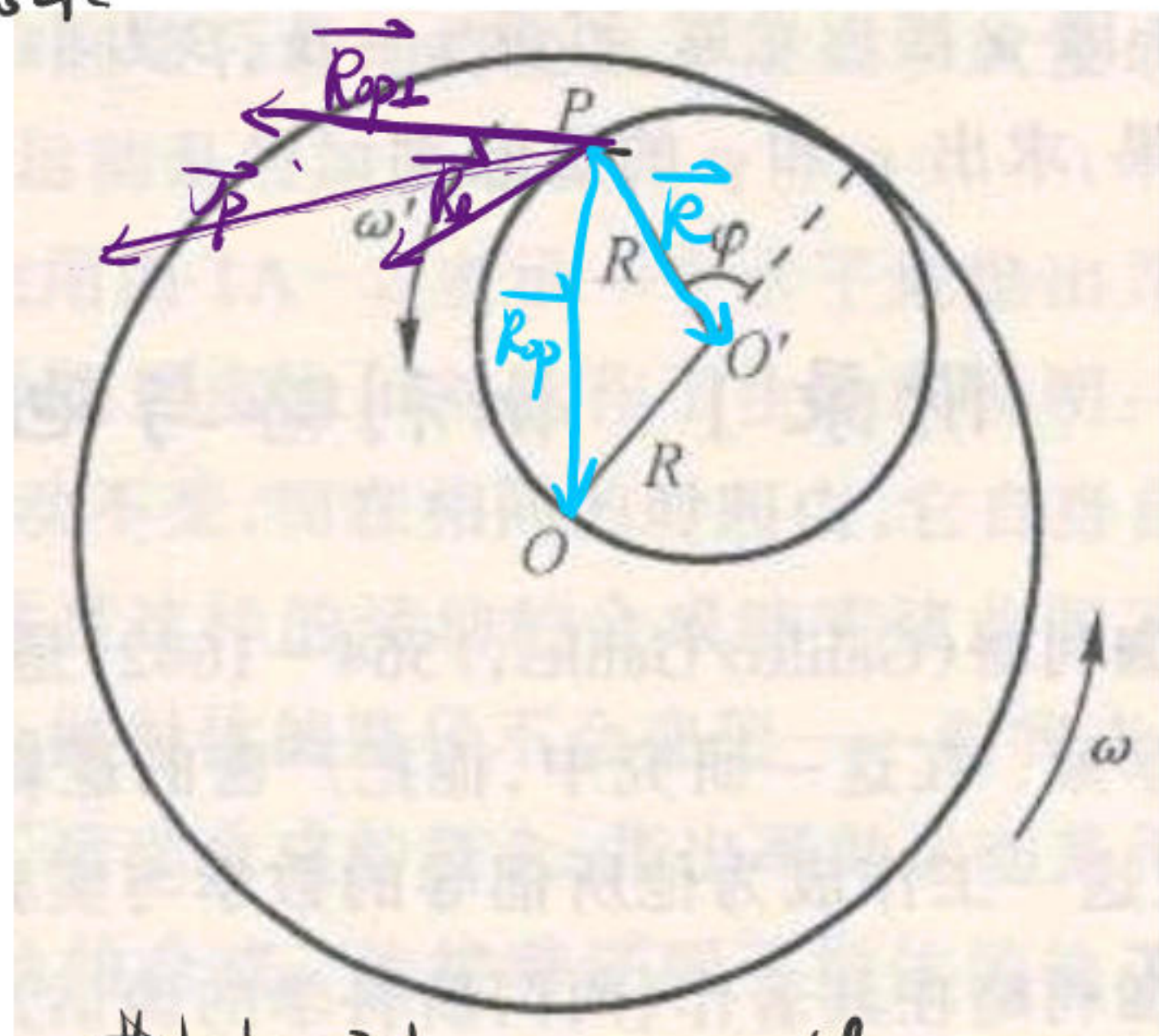
在 S_1 系中

$$\vec{v}_P = \vec{v}_{S_3-S_2} + \vec{v}_{S_2-S_1}$$

$$= \omega' R + \omega R_{Op}$$

$$= \omega (R + R_{Op})$$

$$\text{加速度 } \vec{a}_P = \vec{a}_{S_3-S_2} + \vec{a}_{S_2-S_1} = \omega^2 (R + R_{Op})$$



其中 $|\vec{R}_{Op}| = 2R \omega \frac{1}{2}$

方向如图

补充作业3、

(1) 质点沿x轴正向运动，加速度 $a=-kv$ ， k 为正的常数。设 $t=0$ 时刻质点从原点出发，速度为 v_0 ，求运动方程 $x=x(t)$ 。

$$\frac{dv}{dt} = -kv \Rightarrow v = e^{-kt} \cdot v_0 \Rightarrow x = \int_0^t v dt = \left[-\frac{v_0}{k} e^{-kt} \right]_0^t = \frac{v_0}{k} - \frac{v_0}{k} e^{-kt}$$

(2) 使用数学工具(excel或者matlab)，使用数值近似方式去计算出 $x(t)$ 。此处给定 $k=1$ (单位1/s), $v_0=v(0)=1$ (m/s)。

操作方法为：在 $t=0$ 时刻取一个很小的间隔 Δt (比如0.01 s)，认为在此时间内加速度恒定为 $-v(0)$ ，通过 $v(\Delta t)=v(0)-v(0)*\Delta t$ 来求出 Δt 时刻的速度，通过 $x(\Delta t)=x(0)+v(0)*\Delta t$ 来求出 Δt 时刻的位移。以此类推，从0开始求出 $\Delta t, 2*\Delta t, \dots$ 直到任意时刻的 $x(t)$ 和 $v(t)$ 。数值计算 $t=1$ s时刻的 $x(t)$ 与1得到的积分结果进行比对，在同一张图上画出数值计算与积分运算的 $x=x(t)$ 曲线。

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = \frac{1}{k} = 1 \text{ m.}$$

(3) 讨论2里面的误差来源。使用更小的时间间隔 Δt (比如0.001 s)重新计算2 (不必画图)，误差是否减小了？