

1. EQUAÇÕES DE PRIMEIRA ORDEM

1. Resolva os seguintes problemas de Cauchy de primeira ordem lineares:

$$(1) \begin{cases} y' = \frac{2}{x}y + \frac{x+1}{x} \\ y(1) = 1. \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} y' = -\frac{2x}{x^2+1}y + \frac{1}{x(x^2+1)} \\ y(1) = -1. \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} y' = \frac{y}{x} + 3x^3 \\ y(-1) = 2. \end{cases}$$

2. Resolva os seguintes problemas de Cauchy de primeira ordem de variáveis separáveis:

$$(1) \begin{cases} y' = -2xy^2 \\ y(0) = -1. \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} y' = \frac{\cos^2 y}{1+x^2} \\ y(0) = \pi. \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} y' = e^{-y} \cos x \\ y(0) = 2\pi. \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} y' = \frac{(1+y^2)x^2}{y(1+x^3)} \\ y(0) = -1. \end{cases}$$

$$(5) \begin{cases} y' = y(y-1)(x+1) \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

3. Resolva os seguintes problemas de Cauchy de primeira ordem homogêneos:

$$(1) \begin{cases} y' = \frac{y}{x} + \sin \frac{y}{x} \\ y(1) = \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} y' = \frac{y}{x} + \frac{\cos \frac{y}{x}}{\sin \frac{y}{x}} \\ y(\frac{1}{2}) = \frac{\pi}{12}. \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} y' = \frac{x^2+xy+y^2}{x^2} \\ y(1) = -1. \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} y' = \frac{x^3+y^3}{xy^2} \\ y(1) = 1. \end{cases}$$

4. Resolva os seguintes problemas de Cauchy de primeira ordem de Bernoulli:

$$(1) \begin{cases} y' = -\frac{1}{x}y - \frac{2}{x^2}y^2 \\ y(1) = 2. \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} y' = -\frac{1}{x}y + y^2x \ln x \\ y(1) = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} y' = \frac{y}{x} - y^3 \\ y(1) = \sqrt{3}. \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} y' = y + y^2 \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

5. Resolva os seguintes problemas de Cauchy exatos, usando um fator integrante quando for necessário:

$$(1) \begin{cases} y' = -\frac{y^2+2xy^4}{xy+3x^2y^3} \\ y(1) = 1. \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} y' = -\frac{2x^2+y^2}{2xy} \\ y(1) = 1. \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} y' = -\frac{2x}{x^2+2y+y^2} \\ y(1) = 2. \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} y' = -\frac{x+y^2}{xy} \\ y(1) = 1. \end{cases}$$

$$(5) \begin{cases} y' = -\frac{x+y}{x-y} \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

2. EQUAÇÕES DE SEGUNDA ORDEM

Resolva os seguintes problemas de Cauchy de segunda ordem, usando o método de determinação dos coeficientes e o método de variação das constantes:

$$(1) \begin{cases} y'' - 4y' + 3y = (x^2 - 1)e^{3x} \\ y(0) = 0; y'(0) = 1. \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} y'' - 2y' = xe^x \\ y(0) = 1; y'(0) = 0. \end{cases}$$

$$(3) \quad \begin{cases} y'' - 2y' + 3y = x^2e^{-2x} \\ y(0) = 1; y'(0) = 1. \end{cases}$$

$$(4) \quad \begin{cases} y'' - 2y' + y = (x^2 + x)e^{2x} \\ y(0) = 1; y'(0) = 1. \end{cases}$$