

TURMA: 089400 - C - SÉRIES E EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

P2 SUBSTITUTIVA 09/06/2015

EXERCÍCIO 1

Estabeleça o domínio de convergência pontual da seguinte sequência de funções e calcule a função limite:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{x(n!) - xn + 2e^x}{(x^2 - x)n! - 2xn + 5}.$$

EXERCÍCIO 2

Estabeleça o domínio de convergência pontual da seguinte série de funções:

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n^{x-1} \ln^{x-1} n + \ln n}{n^{3x+3} \ln^{3x+3} n + \ln n}.$$

EXERCÍCIO 3

Em relação à seguinte série de funções de \mathbb{R} a \mathbb{R} :

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n x^{3n}$$

- (1) calcule o domínio maximal de convergência pontual;
- (2) mostre que a convergência não é uniforme no domínio maximal;
- (3) mostre que a convergência é uniforme em $[-a, a]$ para $0 \leq a < 1$.

EXERCÍCIO 4

Determine os conjuntos de convergência simples, absoluta e uniforme das seguintes séries de potências:

$$(1) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{(n!)^2} \qquad (2) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 1} x^n.$$

EXERCÍCIO 5

Calcule a série de Taylor da função $f(x) = \ln(x)$ em $x_0 = 2$ e estabeleça o raio de convergência.

EXERCÍCIO 6

Calcule a soma das seguintes séries:

$$(1) \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^n - 1}{5^n} \qquad (2) \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1 + n!3^n}{n!4^n}.$$