# Turma: 089400 - D - Séries e equações diferenciais $P2\ 22/10/2015$

## Exercício 1

Estabeleça o domínio de convergência pontual da seguinte sequência de funções e calcule a função limite:

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{e^x n^2 - n - 1}{(x^2 + x)n^2 + (x - 4)n + 1}.$$

### Exercício 2

Estabeleça o domínio de convergência pontual da seguinte série de funções:

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n^x - \ln n}{n^{2x} \ln^{x+4} n}.$$

#### Exercício 3

Em relação à seguinte série de funções de  $\mathbb{R}$  a  $\mathbb{R}$ :

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n x^n$$

- (1) calcule o domínio maximal de convergência pontual;
- (2) mostre que a convergência não é uniforme no domínio maximal;
- (3) mostre que a convergência é uniforme em [-a,a] para todo a tal que  $0 \le a < 1$ .

#### Exercício 4

Determine os conjuntos de convergência simples, absoluta e uniforme das seguintes séries de potências:

(1) 
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{(n!)^2}$$
 (2) 
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{n^3 + 1} \frac{x^n}{5^n}.$$

# Exercício 5

Aplicando o teorema de integração para séries de potências, exprima através de uma série a seguinte integral:

$$\int_0^1 \cos(2x^2) dx.$$

# Exercício 6

Calcule a soma das seguintes séries:

(1) 
$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^n + (-4)^n}{n!4^n}$$
 (2) 
$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^n - 1}{4^n}.$$

(2) 
$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^n - 1}{4^n}.$$