

Задачи с коллоквиума.

1. Среди всех многочленов вида $3x^2 + a_1x + a_0$ найти наименее отклоняющийся от нуля на отрезке $[1, 2]$.

2. Применяя метод градиентного спуска к решению системы

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ x_1x_2 = 1, \end{cases}$$

записать условие минимума функционала, т.е. уравнение $\varphi'(t) = 0$.

3. Используя таблицу разделенных разностей, найти сумму конечного ряда нечетных чисел $S(p) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2p - 1)$.

4. Построить составную кубатурную формулу средних для вычисления интеграла

$$\iint_A f(x, y) dx dy$$

используя триагуляцию области A . Вычислить значение интеграла при $A = [-1, 1] \times [-1, 1]$ и $f(x, y) = x^2 + y^2$, разбивая A на два треугольника.

5. Построить интерполяционное приближение таблично заданной функции $f(x)$ системой функций $\varphi_i(x) = e^{ix}$, $i = 0, 1, \dots$ по таблице

x	0	1
$f(x)$	2	3

6. Методом Лобачевского найти корни уравнения $x^2 - 5x + 4 = 0$ с точностью $\varepsilon = 10^{-2}$.

7. Вывести формулу аналогичную формуле простейших трапеций для интеграла

$$\int_{-1}^1 \frac{f(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

8. Методом простой итерации решить система

$$\begin{cases} x + 2 \sin y = 3, \\ x^2 + 2y^2 = 6. \end{cases}$$

9. Определить степень многочлена Лагранжа для сетки равноотстоящих узлов, обеспечивающую точность приближения функции e^x на отрезке $[0; 1]$ не хуже $\varepsilon = 10^{-3}$.

10. Построить квадратурную формулу максимально возможной алгебраической степени точности вида

$$I(f) = \int_1^2 p(x)f(x)dx \approx A_0f(x_0) + A_1f(x_1).$$

11. Построить среднеквадратичное приближение функции $f(x) = |x|$ на отрезке $[-1, 1]$ с помощью функции $\varphi(x) = ax^2 + b$.