

Задачи с экзамена.

1. Разложить в ряд Лорана функцию $\frac{\sin^2 \frac{2}{z}}{z}$ и найти вычет.
2. Вычислить $\int_{|z| < \frac{1}{2}} z^2 \sin \frac{1}{z} dz$.
3. Вычислить $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{1 - \cos x + \frac{1}{4}}$.
4. Разложить по степеням z : $\frac{z}{z^2 + i}$.
5. Найти область сходимости $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{z}\right)^n + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z}{4}\right)^n$.
6. Вычислить $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2 + 1)^2} dx$.
7. Вычислить $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \cos x}{x^2 - 2x + 10} dx$.
8. Разложить по степеням $z + 1$: $\sin(2z + 1)$.
9. Вычислить $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{x + \cos x}$.
10. Найти решение $D^3x + x = e^t$, $x(0) = 0$, $Dx(0) = 2$, $D^2x(0) = 0$.
11. Найти решения $z^4 - 4z^3 + 6z^2 - 4z - 15 = 0$.
12. Функцию $\frac{2}{z^2 - 1}$ разложить в ряд Лорана в кольце $1 < |z + 2| < 3$.
13. Вычислить $\int_{|z|=1} z \operatorname{Re} z dz$.
14. Вычислить $\int_C \frac{z}{(z-1)^2(z+2)} dz$, $C : x^{2/3} + y^{2/3} = 2^{2/3}$.
15. Вычислить $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{\frac{5}{4} - \cos x}$.
16. Вычислить $\int_{|z|=1} \frac{z^2}{\sin^2 z \cos z} dz$.
17. Найти область сходимости $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{4^n(z+1)^n}$.
18. Найти решение $D^2x - Dx = e^{2t}$, $x(0) = 0$, $Dx(0) = 0$.
19. Вычислить $\int_{|z|=1} z \Im z^2 dz$.
20. Вычислить $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2x - 3}{(x^2 - 4x + 13)^2} dx$.

21. Вычислить $\int_{|z|=3/2} \frac{z^2}{(z^2+1)(z+3)} dz$.

22. Найти решения $\cos z = 3$.

23. Вычислить $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{4 \sin x + 5}$.

24. Разложить в ряд Лорана $f(z) = \frac{1}{z^2 - 5z + 6}$ в кольце $2 < |z| < 3$.

25. Найти решение $y' + y = \sin t$, $y(0) = 0$.