

Пробная контрольная работа по СтЛВУ.

1. Найти общее решение уравнения методом сведения к уравнению высшего порядка

$$\begin{cases} Dx_1 = -x_1 - 2x_2, \\ Dx_2 = 3x_1 + 4x_2 - t. \end{cases}$$

2. Найти общее решение уравнения матричным методом

$$\begin{cases} Dx = 2x + y - z, \\ Dy = -x + z, \\ Dz = x + y. \end{cases} \quad \lambda_1 = 0, \lambda_2 = 1, k_2 = 2.$$

3. Найти методом Коши решение нулевой задачи Коши при $t = 1$ для уравнения

$$\begin{cases} Dx = 4x + 2y - 2z, \\ Dy = x + 3y - z, \\ Dz = 3x + 3y - z + 4e^{2t}. \end{cases}, \quad \lambda_1 = 2, k_1 = 3.$$

4. Найти методом Лагранжа общее решение уравнения $DX = AX + f(t)$, где

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad f(t) = \begin{pmatrix} t^2 + 1 \\ t^2 \end{pmatrix}, \quad \mathbb{I} = \mathbb{R}.$$

Ответы

1. $X(t) = \begin{pmatrix} C_1 e^t + C_2 e^{2t} + t + 3/2 \\ -C_1 e^t - 3/2 C_2 e^{2t} - t/2 - 5/4 \end{pmatrix}.$

2. Для матриц $e^{Jt} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^t & 0 \\ 0 & 0 & e^t \end{pmatrix}$ и $S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ решение $X(t) = \begin{pmatrix} C_1 + C_2 e^t + C_3 e^t \\ -C_1 - C_2 e^t \\ C_1 + C_3 e^t \end{pmatrix}$

3. Для матриц $e^{Jt} = e^{2t} \begin{pmatrix} 1 & t & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ и $S = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ решение $X(t) = \begin{pmatrix} 2e^{2t}(t-1)^2 \\ -2e^{2t}(t-1)^2 \\ 4e^{2t}(t-1) \end{pmatrix}$

4. Для матриц $e^{Jt} = \begin{pmatrix} e^{-t} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ и $S = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ решение $X(t) = \begin{pmatrix} 2C_1 e^{-t} + C_2 + 2 - 2e^{-t} + t^3/3 - t \\ C_1 e^{-t} + C_2 + 1 - e^{-t} + t^3/3 - t \end{pmatrix}.$