Боба Тимофей 7 группа 2 вариант

1. Имеем отдельн. выплаты с распр. X:

$P\{X=1\}=0.3$, $P\{X=3\}=0.7$, $S=\sum_{i=1}^{n}X_i$

Ищем распр-е $P\{S=n\}$, $n=\overline{1,6}$, причем

$n \sim P\{n=k\}=\frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$, $\lambda=2 \Rightarrow P\{n=k\}=\frac{2^k e^{-2}}{k!}$

Тогда по ф-ле $p^{(n+1)}(x)=\sum_{y}p(y)p^{(n)}(x-y)$ можем
постр. таблицу

x	$P^0(x)$	$P^1(x)$	$P^2(x)$	$P^3(x)$	$P^4(x)$	$P^5(x)$	$P^6(x)$
0	1	—	—	—	—	—	—
1	—	0.3	—	—	—	—	—
2	—	—	0.09	—	—	—	—
3	—	0.7	—	0.027	—	—	—
4	—	—	0.42	—	0.0081	—	—
5	—	—	—	0.189	—	0.00243	—
6	—	—	0.49	—	0.0756	—	0.00729
	e^{-2}	$\frac{2e^{-2}}{1!}$	$\frac{2^2 e^{-2}}{2!}$	$\frac{2^3 e^{-2}}{3!}$	$\frac{2^4 e^{-2}}{4!}$	$\frac{2^5 e^{-2}}{5!}$	$\frac{2^6 e^{-2}}{6!}$

Таким образом,

$P\{S=0\}=e^{-2}$

$P\{S=1\}=0.3 \cdot \frac{2e^{-2}}{1!}=0.6e^{-2}$

$P\{S=2\}=0.09 \cdot \frac{2^2 e^{-2}}{2!}=0.18e^{-2}$

$P\{S=3\}=0.7 \cdot \frac{2e^{-2}}{1!}+0.027 \cdot \frac{2^3 e^{-2}}{3!}=1.436e^{-2}$

$P\{S=4\}=0.42 \cdot \frac{2^2 e^{-2}}{2!}+\frac{0.0081 \cdot 2^4 e^{-2}}{4!}=0.8454e^{-2}$

$P\{S=5\}=0.189 \cdot \frac{2^3 e^{-2}}{3!}+\frac{0.00243 \cdot 2^5 e^{-2}}{5!}=0.25443e^{-2}$

$P\{S=6\}=0.49 \cdot \frac{2^2 e^{-2}}{2!}+\frac{0.0756 \cdot 2^4 e^{-2}}{2!}+\frac{0.000729 \cdot 2^6 \cdot e^{-2}}{6!}=1.0904648e^{-2}$

что и требовалось найти

2) N - CB, число выплат, $P\{N=k\} = C_4^k \cdot 0.2^k \cdot 0.8^{4-k}$

X_i - CB, отдельн. выплаты, iid с расп.

X_i	1	2	3	4
$P\{X_i=k\}$	0.2	0.5	0.2	0.1

$S = \sum\limits_{i=1}^{N} X_i$ - CB, совокупн. выплаты. Найти $E\{S\}, D\{S\}, \mu_s(t)$

$E\{S\} = E\{E\{S|N\}\} = E\{E\{\sum\limits_{i=1}^{N} X_i | N\}\} = [X_i \sim iid] =$

$= E\{N \cdot E\{X_i\}\} = E\{X_i\} \cdot E\{N\}$

$E\{X_i\} = 1 \cdot 0.2 + 2 \cdot 0.5 + 3 \cdot 0.2 + 4 \cdot 0.1 = 2.2$

$E\{N\} = 4 \cdot 0.2 = 0.8$ $\implies E\{S\} = 2.2 \cdot 0.8 = 1.76$

$D\{S\} = E\{D\{S|N\}\} + D\{E\{S|N\}\} = E\{N \cdot D\{X_i\}\} +$
$+ D\{E\{X_i\} \cdot N\} = D\{X_i\} \cdot E\{N\} + D\{N\}(E\{X_i\})^2$

$D\{X_i\} = E\{X_i^2\} - (E\{X_i\})^2 \implies$

$E\{X_i^2\} = 1^2 \cdot 0.2 + 2^2 \cdot 0.5 + 3^2 \cdot 0.2 + 4^2 \cdot 0.1 = 5.6 \implies$

$D\{X_i\} = 5.6 - 2.2^2 = 0.76$

$D\{N\} = 4 \cdot 0.2 \cdot 0.8 = 0.64 \implies D\{S\} = 0.76 \cdot 0.8 + 0.64 \cdot 2.2^2 =$

$= 3.7056$

$\mu_s(t) = E\{e^{tS}\} = E\{E\{e^{tS}|N\}\} = E\{\mu_x(t)^N\} =$

$= E\{e^{N \ln \mu_x(t)}\} = \mu_N(\ln \mu_x(t))$

$\mu_N(t) = E\{e^{tN}\} = (1 - 0.2 + 0.2e^t)^4 = (0.8 + 0.2e^t)^4 = 0.2^4(4+e^t)^4$

Тогда

$\mu_s(t) = 0.2^4(4 + \mu_x(t))^4$

$\mu_x(t) = E\{e^{tX_i}\} = 0.2e^t + 0.5e^{2t} + 0.2e^{3t} + 0.1e^{4t}$

$\mu_s(t) = 0.2^4(4 + 0.2e^t + 0.5e^{2t} + 0.2e^{3t} + 0.1e^{4t})^4$