МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Кафедра информационных систем управления

Отчет по лабораторной работе №9
Вариант 2

Бовта Тимофея Анатольевича
студента 3 курса
специальности «прикладная математика»

Преподаватель:

Д. Ю. Кваша

Минск, 2024 г.

1 Задача

Найти приближенное решение для игры с данной платежной матрицей

	B1	B2	B3
A1	1	-2	-1
A2	0	4	6
A3	-3	5	6
A4	8	-6	-6

Будем считать, что в первой партии игрок А воспользуется максиминной стратегией A_2. При этом игрок А может получить выигрыши $0, 4, 6$ при ответе игрока В стратегиями B_1, B_2, B_3 соответственно. С целью минимизации проигрыша игрок В применит в первой партии стратегию B_1. В этом случае его проигрыш составит $1, 0, -3, 8$ в зависимости от использования первым игроком одной из стратегий A_1, A_2, A_3, A_4.

По формулам

$$\nu_1(k) = \frac{1}{k} \underset{j}{min}\ a_j(k) \qquad \nu_2(k) = \frac{1}{k} \underset{i}{max}\ b_i(k)$$

определяем наименьший из выигрышей игрока А и наибольший из проигрышей игрока В по результатам первой партии.

Они равны соответственно

$$\nu_1(1) = 0,\ \nu_2(1) = 8.$$

Приближенное значение цены игры будем находить по формуле:

$$\nu^* = (\underset{k}{max}\ \nu_1(k) + \underset{k}{min}\ \nu_2(k))/2.$$

В данном случае оно равно $\nu^* = 4$.

Таким образом выглядит одна итерация процесса решения задачи. Приведем еще одну итерацию.

Во второй партии игрок А с расчетом, что игрок В продолжит пользоваться стратегией B_1 применит для наибольшего выигрыша стратегию A_4. При этом накопленные за две партии выигрыши игрока A при различных чистых стратегиях игрока В могут составить \$8,-2 \$ или 0. Следовательно, выбор игрока В падет на стратегию B_2, которая даст ему наименьший проигрыш. Суммируем проигрыши игрока В за две партии при различных чистых стратегиях игрока А. Получим $-1, 4, 2, 2$ соответственно.

После разыгрывания двух партий наименьший накопленный выигрыш игрока A равен -2, а наибольший накопленный проигрыш игрока B равен 4. Разделив их на число партий $k = 2$, получаем оценки:

$$\nu_1(2) = -1, \quad \nu_2(2) = 2.$$

Вычислим приближенную стоимость игры:

$$\nu^* = (\max\{0, -1\} + \min\{8, 2\})/2 = 1.$$

Таким образом выглядит еще одна итерация процесса решения задачи. И так далее. Для упрощения приведем программную реализацию данного итерационного процесса по алгоритму, описанному выше.

[26]:
```
import numpy as np
import pandas as pd

def strat(A):
    minrow = np.min(A, axis=1) # Минимальные значения каждой строки
    maxcolumn = np.max(A, axis=0) # Максимальные значения каждого столбца
    indrow = np.argmax(minrow) # Индекс максимального значения в minrow
    indcolumn = np.argmin(maxcolumn) # Индекс минимального значения в maxcolumn
    minmaxrow = np.max(minrow)+1
    maxminrow = np.min(maxcolumn)+1
    return (f'минимальные значения строк: {minrow}\n\
    максимальные значения столбцов: {maxcolumn}\n\
    оптимальная стратегия для A = {indrow = }\n\
    оптимальная стратегия для B = {indcolumn = }\n\
    цена игры = {l[indrow][indcolumn]/2 = }') if minmaxrow == maxminrow else␣
 ↪'нет седловой точки'

def brown_robinsos_method(A, dataframe):
    A = np.array(A)
    itr = 0
    start = np.argmax(np.min(A, axis=1))
    if start >= len(A):
        sys.exit('выбранной стратегии не существует')
    gamma1 = []
    gamma2 = []
    idxA = [0 for _ in range(len(A))]
    idxB = [0 for _ in range(len(A[0]))]
    idxA[start] += 1
    lstart = np.copy(A[start])
    Δk = []
    k = 1
    while itr < 100:
        if k == 1:
            startold=start
            b = A[start].argmin()
            start = A.T[b].argmax()
            blist = np.copy(A.T[b])
            gamma1.append(lstart.min())
            gamma2.append(A.T[b].max())
            idxB[b]+=1
            verB=[A[startold][i] for i in range(len(A[startold]))]
            verA=[A.T[b][i] for i in range(len(A.T[b]))]
            Δk.append((lstart.min() + A.T[b].max())/2)
```

```
            dataframe=pd.concat([dataframe,
                                 pd.DataFrame([pd.Series([k,startold+1]+verB+[np.
↪round(b+1)]+verA+[gamma1[k-1],
                                                           gamma2[k-1],
                                                           Δk[k-1]],
                                              index=dataframe.columns)])],
                                              ignore_index=True)
        else:
            startold=start
            lstart += A[start]
            b = lstart.argmin()
            blist += A.T[b]
            start = blist.argmax()
            idxB[b]+=1
            verA=np.sum([np.multiply(A.T[i], idxB[i]) for i in␣
↪range(len(idxB))], axis=0)
            verB=np.sum([np.multiply(A[i], idxA[i]) for i in range(len(idxA))],␣
↪axis=0)
            gamma1.append(np.round((lstart.min() / k), 3))
            gamma2.append(np.round((blist.max() / k), 3))
            Δk.append(np.round(((np.array(gamma1).max()) + np.array(gamma2).
↪min())/2, 3))
            dataframe=pd.concat([dataframe,
                                 pd.DataFrame([pd.Series(
                                     [k, startold+1]+verB.tolist()+[np.
↪round(b+1)]+verA.tolist()+[gamma1[k-1],
                                    gamma2[k-1],
                                    Δk[k-1]],
                                     index=dataframe.columns)])],
                                ignore_index=True)
        idxA[start]+=1
        if gamma1[k-1]==gamma2[k-1]:
            break
        k += 1
        itr += 1
    return gamma1, gamma2, dataframe

def print_plot(g1, g2):
    import matplotlib.pyplot as plt
    x = [i for i in range(1, len(g1) + 1)]
    plt.figure(figsize=(12, 8)) # Установка более соответствующих пропорций␣
↪размеров графика
    plt.plot(x, g1, 'o-g', label="ν1")
    plt.plot(x, g2, 'o-r', label="ν2")
    plt.xlabel('k', fontsize=14) # Увеличение размера шрифта для метки оси x
    plt.ylabel('ν', fontsize=14) # Увеличение размера шрифта для метки оси y
```

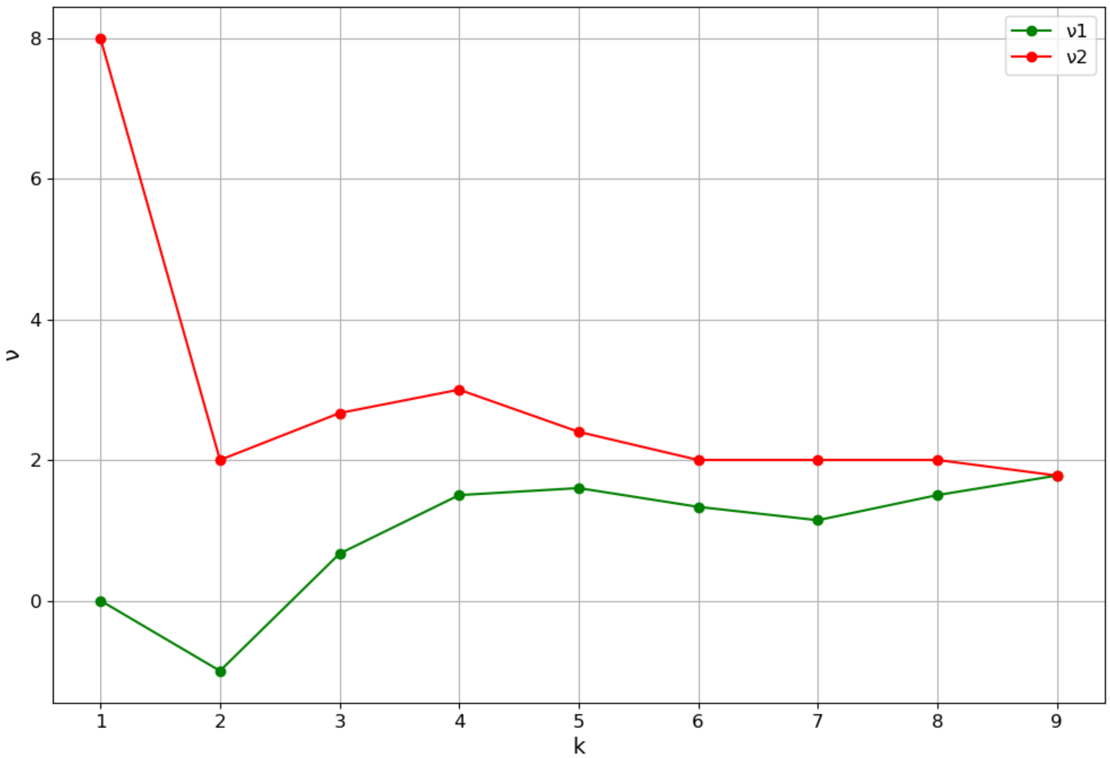
```python
    plt.xticks(fontsize=12) # Увеличение размера шрифта меток на оси x
    plt.yticks(fontsize=12) # Увеличение размера шрифта меток на оси y
    plt.legend(fontsize=12) # Увеличение размера шрифта для легенды
    plt.grid(True)
    plt.xticks(ticks=x)

A = np.array([[1, -2, 1], [0, 4, 6], [-3, 5, 6], [8, -6, -6]])
print(strat(A))
df=pd.DataFrame(columns=[['Номер партии, k', 'Номер стратегии A']+[f'p{i}k' for i in range(1, len(A[0])+1)]+ ['Номер стратегии B']+ [f"q{i}k" for i in range(1, len(A)+1)]+['Оценка 1', 'Оценка 2', 'Приближенная цена игры']])
if strat(A) == 'нет седловой точки':
    g1, g2, df = brown_robinsos_method(A, df)
    print_plot(g1, g2)
df['Номер партии, k'] = df['Номер партии, k'].astype(int)
df['Номер стратегии A'] = df['Номер стратегии A'].astype(int)
df['Номер стратегии B'] = df['Номер стратегии B'].astype(int)
df
```

```
нет седловой точки
```

[26]:

	Номер партии, k	Номер стратегии A	p1k	p2k	p3k	Номер стратегии B	q1k	q2k	q3k	q4k	Оценка 1	Оценка 2	Приближенная цена игры
0	1	2	0.0	4.0	6.0	1	1.0	0.0	-3.0	8.0	0.000	8.000	4.000
1	2	4	8.0	-2.0	0.0	2	-1.0	4.0	2.0	2.0	-1.000	2.000	1.000
2	3	2	8.0	2.0	6.0	2	-3.0	8.0	7.0	-4.0	0.667	2.667	1.334
3	4	2	8.0	6.0	12.0	2	-5.0	12.0	12.0	-10.0	1.500	3.000	1.750
4	5	2	8.0	10.0	18.0	1	-4.0	12.0	9.0	-2.0	1.600	2.400	1.800
5	6	2	8.0	14.0	24.0	1	-3.0	12.0	6.0	6.0	1.333	2.000	1.800
6	7	2	8.0	18.0	30.0	1	-2.0	12.0	3.0	14.0	1.143	2.000	1.800
7	8	4	16.0	12.0	24.0	2	-4.0	16.0	8.0	8.0	1.500	2.000	1.800
8	9	2	16.0	16.0	30.0	1	-3.0	16.0	5.0	16.0	1.778	1.778	1.778



ν1
ν2
8
6
4
2
0
ν
1
2
3
4
5
6
7
8
9
k