

Exempel 0.0.1 (Deriverbarhet av olika funktioner)

- Funktionen $f(x) = x^2$ är deriverbar överallt och derivatan anges nedan:

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(a+h)^2 - a^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + 2ah}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} h + 2a = 2a$$

- Funktionen $g(x) = |x|$ har derivata $g'(x) = \operatorname{sgn}(x)$ om $x \neq 0$:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(a+h) - a}{h}, \text{ om } a > 0, |h| \text{ litet}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{-a - h - (-a)}{h}, \text{ om } a < 0, |h| \text{ litet}$$

Vid $x = 0$ så existerar **inte** $g'(x)$

- Funktionen som definieras på följande sätt $h(x) = \sqrt{x}$, $x \geq 0$; $-\sqrt{-x}$, $x < 0$ har derivatan som beräknas nedan:

$$h'(0) = \lim_{k \rightarrow 0} \frac{h(k) - h(0)}{k} \implies \lim_{k \rightarrow 0} \frac{\sqrt{k}}{k}, k > 0; \lim_{k \rightarrow 0} \frac{-\sqrt{-k}}{k}, k < 0$$