Sats 0.0.1 Medelvärdesatsen för integraler

Om f är kontinuerlig på $[a, b]$ så finns ett tal c mellan a och b sådant att:

$$\int_a^b f(x)\,dx = f(c)(b-a)$$

Talet c kallas för **medelvärdet** av f på $[a, b]$. Beviset bygger på den ”vanliga medelvärdesatsen” för kontinuerliga funktioner.

Bevis: Medelvärdet är:

$$\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$$

Medelvärdesatsen för integraler säger att f antar medelvärdet. Vi vet att:

$$min(b, a)_f \cdot (b-a) \leq \int_a^b f(x)\,dx \leq max \cdot max(b, a)_f \cdot (b-a)$$

Alltså medelvärdet måste vara mellan $min(b, a)_f$ och $max(b, a)_f$. Satsen om mellanliggandevärde implicerar att f antar alla värden i intervallen $[min(b, a)_f, max(b, a)_f]$ eftersom f är kontinuerlig.