Exempel 0.0.1 (Låt f vara given av $f(x) = x^4 - x^2$. Skissa grafen $y = f(x)$)

$D_f = \mathbb{R}$. Kritiska punkter:

$$f'(x) = 4x^3 - 2x \iff 4x(x^2 - \frac{1}{2})$$

Alltså $x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$ är kritiska punkter.

- $f' < 0$ om $x < -\frac{1}{\sqrt{2}}$
- $f' > 0$ om $-\frac{1}{\sqrt{2}} < x < 0$
- $f' < 0$ om $0 < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$
- $f' > 0$ om $x > \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$f''(x) = 12x^2 - 2 = 12(x^2 - \frac{1}{6})$$

- $f'' > 0$ om $x > \frac{1}{\sqrt{6}}$, $x < \frac{1}{\sqrt{6}}$
- $f'' < 0$ om $x \in (-\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}})$

Det är också viktigt att notera att f har lokalt max i $x = 0$ och att f har lokalt min i $x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$. $f(0) = 0$, $f(\pm\frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$. f skär x-axeln i $x = 0$, $x = \pm 1$. Eftersom f växer snabbare än linjärt så har f **inga** sneda linjära asymptoter.