

Definition 0.0.1: Kurvintegraler av konservativa vektorfält

Om F är ett konservativt vektorfält med potentialfunktionen ϕ och γ är en orienterad slät kurva som startar i (x_0, y_0) och slutar i (x_1, y_1) så gäller att:

$$\int_{\gamma} F \cdot dr = \phi(x_1, y_1) - \phi(x_0, y_0)$$

Motivering: Om,

$$\gamma := (x(t), y(t)), \quad t \in [t_0, t_1]$$

ϕ längs γ : $\phi(x(t), y(t))$.

$$\frac{d}{dt} \phi(x(t), y(t)) = \frac{\partial \phi}{\partial x} x'(t) + \frac{\partial \phi}{\partial y} y'(t)$$

Alltså är $\phi(x(t), y(t))$ en primitiv funktion till $\nabla \phi \cdot (x'(t), y'(t))$:

$$\implies \int \nabla \phi \cdot (x'(t), y'(t)) dt = \phi(x(t_1), y(t_1)) - \phi(x(t_0), y(t_0))$$