

Definition 0.0.1: Båglängden, arc length

Båglängden av kurvan $y = f(x)$, $a \leq x \leq b$ ges av:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} \, dx$$

Det infinitesimala längden ds ges av:

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$$

Så totala längden ges av integralen:

$$L = \int_{x=a}^{x=b} ds = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \, dx$$

En bättre motiviering tas fram med Riemannsummor.

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 = dx^2 \left(1 + \frac{dy^2}{dx^2}\right) \implies ds = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$$