

Exempel 0.0.1 ((Typisk tentatal) Låt $f(x) = e^{-x} \sin x$)

- A) Bestäm alla kritiska (stationära) punkter till funktionen f
- B) Avgör vilka av de kritiska punkterna som är lokala maxpunkter
- C) Har f något största värde?

.....
A) :

Kritiska punkter:

$$f'(x) = -e^{-x} \sin x + e^{-x} \cos x = e^{-x} (\cos x - \sin x)$$

De enda kritiska punkterna är då $\cos x = \sin x$ som sker endast vid $x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ och vid $x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$

B):

Vi studerar f :s tecken till höger och till vänster om de kritiska punkterna:

- $f' > 0$ till vänster om $x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$
- $f' < 0$ till höger om $x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$
- $f' < 0$ till höger om $x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n$
- $f' > 0$ till vänster om $x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n$

Slutsats: lokalt max i $x = \frac{\pi}{4}$ och lokalt min i $x = \frac{5\pi}{4}$

C):

T.ex $f(\frac{\pi}{2} - 2\pi n) = e^{2\pi n - \frac{\pi}{2}}$, $n \in \mathbb{Z}$. Då $n \rightarrow \infty$ går detta mot $+\infty$.

Slutsats: Alltså antar f **ej** ett största värde.