

Exempel 0.0.1 (Geometrisk summa)

För serien $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n}$ är den N :te partalsumman:

$$s_N = \sum_{n=0}^N \frac{1}{2^n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^N} = \frac{1 - \frac{1}{2^{N+1}}}{1 - \frac{1}{2}}$$

Bevis:

$$s_N = 1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^N$$

$$as_N = a + a^2 + a^3 + \dots + a^{N+1}$$

$$s_N - as_N = 1 - a^{N+1}$$

$$s_N = \frac{1 - a^{N+1}}{1 - a}$$

Då måste geometrisk summa **konvergera** om $a \in (0, 1)$ och då $s_N \rightarrow \frac{1}{1-a}$. Geometrisk summa är då **divergent** om $a \geq 1$.