

Exempel 0.0.1 (Kan vi definiera $f_3(x) = \sin(\frac{1}{x})$ och $f_4(x) = x\sin(\frac{1}{x})$ i $x = 0$ så att de blir kontinuerliga?)

Vi vil visa att $\lim_{x \rightarrow 0} x\sin(\frac{1}{x}) = 0$ och visar då $\lim_{x \rightarrow 0} |x\sin(\frac{1}{x})| = 0$.

Vi vet att $0 \leq |x\sin(\frac{1}{x})|$ och $|x\sin(\frac{1}{x})| = |x||\sin(\frac{1}{x})| \leq |x|$.

Alltså: $0 \leq |x\sin(\frac{1}{x})| \leq |x|$. Då $\lim_{x \rightarrow 0} f_3(x) = 0$ eftersom $\lim_{x \rightarrow 0} \sin(\frac{1}{x}) = 1$