Definition 0.0.1: Sfäriska koordinater

$$x = rsin\phi cos\theta$$
$$y = rsin\phi sin\theta$$
$$z = rcos\phi$$

$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, $0 \leq \theta < 2\pi$, $0 \leq \phi \leq \pi$

Ex:
Ett slutet klot med radie 1 kan skrivas i kartesiska koordinater som $\{x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$. Men i sfäriska koordinater kan samma klot beskrivas som $\{r \leq 1\} = \{(r, \theta, \phi) : 0 \leq r \leq 1, \theta \in [0, 2\pi), \phi \in [0, \pi]\}$

Ex 2:
Punkten $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1)$ i kartesiska koordinater kan skrivas till sfäriska koordinater på det sättet $r = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{2}$. Eftersom x och y koordinater är samma och positiva måste $\theta = \frac{\pi}{4}$:

$$x = rsin\phi cos\theta = \sqrt{2} \cdot sin\phi \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = sin\phi$$
$$y = rsin\phi sin\phi = \sqrt{2} \cdot sin\phi \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = sin\phi$$
$$z = rcos\phi = \sqrt{2} \cdot cos\phi$$

För att $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ måste $sin\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}$ och $\phi = \frac{\pi}{4}$. Alltså, $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1)$ i sfäriska koordinater ges av $(r = \sqrt{2}, \theta = \phi = \frac{\pi}{4})$