

### Definition 0.0.1: Rot- och kvotkriterier

Serien  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ,  $a_n > 0$ ,  $\rho = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ ,  $\sigma = (a_n)^{\frac{1}{n}}$ . Om:

- $\rho < 1$  eller  $\sigma < 1 \implies$  konvergent
- $\rho > 1$  eller  $\sigma > 1 \implies$  divergent
- $\rho = 1$  eller  $\sigma = 1 \implies$  oklart

Testet med  $\rho$  kallas för **kvottestet** och testet med  $\gamma$  kallas för *rotttestet*.

**Varför:**

Om  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$  så gäller  $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq \gamma < 1$  för  $n \geq N$ .

$$a_{N+1} \leq \gamma a_N, a_{N+2} \leq \gamma a_{N+1} \leq \gamma^2 a_N \text{ och } a_{N+k} \leq \gamma^k a_N$$

Då kan serien jämföras ovanifrån med serien  $\sum_{k=N}^{\infty} \gamma^k$  som är konvergent