

**Exempel 0.0.1** (Avgör om  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$  antar ett största och minsta värde när  $x$  varierar i intervallet  $[-1, 3]$ . Bestäm största och minsta värdet om de finns.)

1)

$f$  är kontinuerlig (p.g.a. polynom) på  $[-1, 3]$ . Max/min  $\implies f$  antar max och min på  $[-1, 3]$ .

2)

$f'$  är definierad överallt  $\implies$  max/min antas i vändpunkter eller kritiska punkter. Max/min värde är **nollrötterna** till derivatan  $f'(x) = 3x^2 - 6x$ .  $f'(x) = 0 \implies x_1 = 0, x_2 = 2$ . För att bestämma om  $x_1$  och  $x_2$  är max/min punkter så tar man **närliggande** punkter som är lätt att beräkna och använder för att beräkna lutningen i dessa punkter. Om en punkt åt vänster till  $x_1 = 0$  har en positiv lutning så innebär det att  $x_1 = 0$  är en max punkt. En negativ lutning implicerar motsatsen (min punkt).

$$f'(-1) > 0; \quad f'(1) < 0; \quad f'(3) > 0 \quad (1)$$

Utifrån 2.2 så kan vi se att  $x_1 = 0$  är en max punkt och  $x_2 = 2$  är en min punkt.