

Exempel 0.0.1

Bestäm:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + n + 1} - n \quad (1)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} n^{\frac{2}{\ln(n)}} \quad (2)$$

Lösning för (7.4):

$$\sqrt{n^2 + n + 1} - n = \frac{(\sqrt{n^2 + n + 1} - n)(\sqrt{n^2 + n + 1} + n)}{\sqrt{n^2 + n + 1} + n} = \frac{n + 1}{\sqrt{n^2 + n + 1} + n} = \frac{1 + \frac{1}{n}}{1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} + 1} \rightarrow \frac{1}{1 + 1} = \frac{1}{2}$$

Lösning för (7.5)

$$e^{\ln(n)} \implies n^{\frac{2}{\ln(n)}} = (e^{\ln(n)})^{\frac{2}{\ln(n)}}$$

Alltså:

$$\left(\frac{1}{n}\right)^{\frac{2}{\ln(n)}} = \frac{1}{n^{\frac{2}{\ln(n)}}} = \frac{1}{e^2} = e^{-2}$$

Alltså så är funktionen oberoende av n och gränsvärdet blir dess konstanta värde, e^{-2}