

Sats 0.0.1 Medelvärdesatsen för integraler

Om f är kontinuerlig på $[a, b]$ så finns ett tal c mellan a och b sådant att:

$$\int_a^b f(x) dx = f(c)(b - a)$$

Talet c kallas för **medelvärde** av f på $[a, b]$. Beviset bygger på den ”vanliga medelvärdesatsen” för kontinuerliga funktioner.

Bevis: Medelvärde är:

$$\frac{1}{b - a} \int_a^b f(x) dx$$

Medelvärdesatsen för integraler säger att f antar medelvärde. Vi vet att:

$$\min(b, a)_f \cdot (b - a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq \max(b, a)_f \cdot (b - a)$$

Alltså medelvärde måste vara mellan $\min(b, a)_f$ och $\max(b, a)_f$. Satsen om mellanliggandevärde implicerar att f antar alla värden i intervallen $[\min(b, a)_f, \max(b, a)_f]$ eftersom f är kontinuerlig.