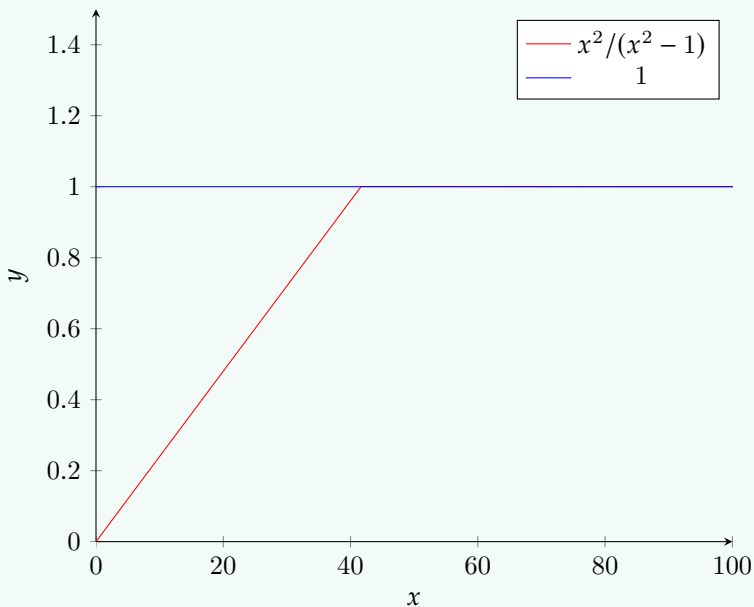


Exempel 0.0.1 (Beräkna arean av det område som ligger mellan kurvorna $y = 1$ och $y = \frac{x^2}{x^2-1}$, för x i intervallet $2 \leq x \leq R$, för $R \geq 2$)

Vad händer med arean om vi låter $R \rightarrow \infty$? Vi använder att:

$$\frac{1}{x^2-1} = \frac{1}{2} \frac{1}{x-1} - \frac{1}{2} \frac{1}{x+1}$$



Arean mellan kurvorna ges av:

$$\int_2^R \left(\frac{x^2}{x^2-1} - 1 \right) dx = \int_2^R \frac{1}{x^2-1} dx = \frac{1}{2} \int_2^R \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) dx$$

$$\frac{x^2}{x^2-1} - \frac{x^2-1}{x^2-1} = \frac{1}{x^2-1} \implies \frac{1}{2} [\ln(x-1) - \ln(x+1)]_2^R = \frac{1}{2} \left[\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \right]_2^R = -\frac{1}{2} \ln\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{2} \ln(3)$$