

Definition 0.0.1: Partiellbråksuppdelning

Görs vid rationella integrander, d.v.s. integrander på formen:

$$\frac{P(x)}{Q(x)}$$

Detta görs **endast** om $P(x)$ har lägre grad än $Q(x)$. Det existerar olika fall för att bestämma partiellbråksuppdelningen:

- **Situation 1:** Enkla **olika** faktorer:

$$\frac{P(x)}{(x-a_1)\dots(x-a_n)} = \frac{A_1}{x-a_1} + \dots + \frac{A_n}{x-a_n}$$

- **Situation 2:** Upprepade enkla (linjära) rötter. Om $\frac{1}{x-a}$ är uppdelad k gånger får vi för denna faktor ansätta:

$$\frac{A_1}{x-a} + \frac{A_2}{(x-a)^2} + \dots + \frac{A_k}{(x-a)^k}$$

- **Situation 3:** Irreducibla (komplexa rötter). För en faktor som $\frac{1}{x^2+a^2}$ ansätter vi termen:

$$\frac{Ax+B}{x^2+a^2}$$

Om det står x^2+bx+c istället i nämnaren kan vi kvadratkomplettera och byta variabler.

- **Situation 4:** Upprepade irreducibla faktorer. För $\frac{1}{(x^2+a^2)^k}$ ansätter vi termerna:

$$\frac{A_1x+B_1}{x^2+a^2} + \frac{A_2x+B_2}{(x^2+a^2)^2} + \dots + \frac{A_kx+B_k}{(x^2+a^2)^k}$$

Poängen med allt det där är att vi kan lätt integrera funktioner på formen:

$$\frac{1}{x+C}, C \in \mathbb{R}$$