Definition 0.0.1: Variabelsubstitution

$$\int_a^b f(g(x))g'(x)\,dx = \int_{g(a)}^{g(b)} f(u)\,du$$

Anledning: $F(g(x))$ är primitiv till $f(g(x))g'(x)$. Detta pga:

$$\frac{d}{dx}F(g(x)) = F'(g(x))g'(x) = f(g(x))g'(x)$$

Det betyder att:

$$\int_a^b f(g(x))g'(x)\,dx = F(g(b)) - F(g(a))$$

I praktiken:
Vi antar att en funktion i integralen är u, d.v.s. $u = g(x) \implies du = g'(x)dx \iff dx = \frac{du}{g'(x)}$. Vi ersätter termerna i integralen och sätter gränserna av integralen från a och b till $g(a)$ och $g(b)$. Alltså:

$$\int_a^b f(g(x))g'(x)\,dx = \int_{g(a)}^{g(b)} f(u)g'(x)\frac{1}{g'(x)}\,du = \int_{g(a)}^{g(b)} f(u)\,du$$