

### Definition 0.0.1: Analysens huvudsats

EN: *The Fundamental Theorem of Calculus*

Antag att  $f$  är kontinuerlig på  $[a, b]$ . Då gäller: **1)** Funktionen  $F(x) = \int_a^x f(t) dt$  är en primitiv funktion till  $f$ , d.v.s.  $\frac{d}{dx}F(x) = f(x)$

**2)** Om  $G$  är någon primitiv funktion till  $f$ , så är:

$$\int_a^b f(t) dt = G(b) - G(a)$$

Det första delen kan bevisas genom:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(x+h) - F(x)}{h} = \frac{\int_a^{x+h} f(x) dx - \int_a^x f(x) dx}{h} = \frac{\int_x^{x+h} f(x) dx}{h}$$

Enligt medelvärdesatsen för integraller så medförs följande:

$$\frac{h f(c_h)}{h} = f(c_h) \rightarrow f(x)$$

...då  $h \rightarrow 0$  och  $c_h \in [x, x+h]$