

### Definition 0.0.1: Karaktären av en kritiskt punkt

Genom att ta andra taylorpolynomet för en funktion i 2 variabler  $f(x, y)$  så får vi:

$$P_2(x, y) = f(a, b) + \nabla f \cdot (h, k) + \frac{1}{2}(f_{xx}h^2 + 2f_{xy}hk + f_{yy}k^2)$$

...som då kan skrivas i matrisform som:

$$Q(h, k) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} h & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{xy} & f_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h \\ k \end{pmatrix}$$

Om  $(a, b)$  är en kritiskt punkt så tecknet hos  $Q(h, k)$  avgörande för om  $f$  antar max/min.

- $Q(h, k)$  är positivt definit om  $Q(h, k) > 0$  för alla  $(h, k) \neq (0, 0) \implies$  då antar  $f$  min i  $(a, b)$  (lokalt)
- $Q(h, k)$  är negativt definit om  $Q(h, k) < 0$  om  $(h, k) \neq (0, 0) \implies f$  antar max i  $(a, b)$  (lokalt)
- $Q(h, k)$  växlar tecken så antar  $f$  varken max eller min och sägs ha en sadelpunkt