

Definition 0.0.1: Analysens huvudsats

EN: *The Fundamental Theorem of Calculus*

Antag att f är kontinuerlig på $[a, b]$. Då gäller: **1)**: Funktionen $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ är en primitiv funktion till f , d.v.s. $\frac{d}{dx}F(x) = f(x)$

2): Om G är någon primitiv funktion till f , så är:

$$\int_a^b f(t) dt = G(b) - G(a)$$

Det första delen kan bevisas genom:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(x+h) - F(x)}{h} = \frac{\int_a^{x+h} f(x) dx - \int_a^x f(x) dx}{h} = \frac{\int_x^{x+h} f(x) dx}{h}$$

Enligt medelvärdesatsen för integraller så medförs följande:

$$\frac{hf(c_h)}{h} = f(c_h) \rightarrow f(x)$$

...då $h \rightarrow 0$ och $c_h \in [x, x+h]$