

Metody Obliczeniowe w Nauce i Technice

Sprawozdanie z Laboratorium 4

DOMINIK JEŻÓW

GR NR 4

Specyfikacje sprzętowe urządzenia:

- System: 80SM (LENOVO_MT_80SM_BU_idea_FM_Lenovo ideapad 310-15ISK)
- Procesor: Intel(R) Core(TM) i5-6200U CPU @ 2.30GHz
- Pamięć RAM: 8GB
- Środowisko: Jupyter Notebook

Ćwiczenie zrealizowane w języku Julia 1.8.5, wraz z wykorzystaniem pakietu Plots oraz PrettyTables

0. Opis ćwiczenia:

Ćwiczenie polegało na przybliżeniu funkcji $y(x) = e^{(-k\sin(mx))} + k\sin(mx) - 1$ (gdzie, $k = 4$, $m = 1$) wykorzystując metodę aproksymacji średniokwadratowej trygonometrycznej oraz wielomianowej. Zbadać wyznaczoną funkcję pod względem numerycznym dla różnej ilości punktów pochodzących z funkcji pierwotnej oraz dla różnej liczby stopnia/złożenia aproksymacji.

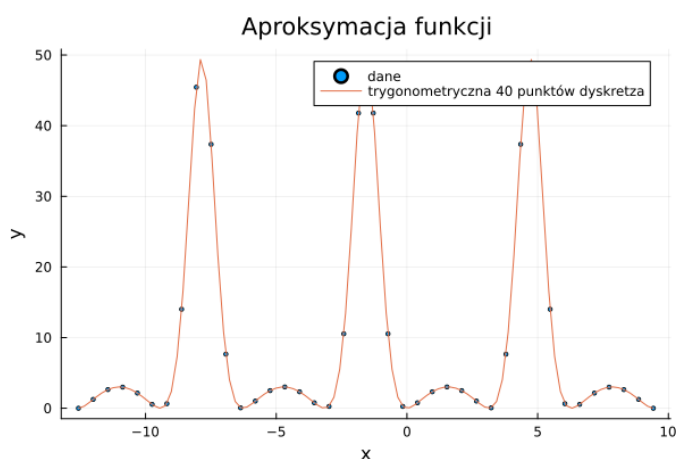
1. Punkty dyskretyzacji

Jak widać na tabeli 1.1 ilość wybranych punktów traciła na znaczeniu, gdy osiągnięto określoną ilość. Dla aproksymacji metodą wielomianową 30 punktów osiągało dobrą jak dla tej metody wyniki, natomiast na metody średniokwadratowej trygonometrycznej 40 punktów dawało zadawalające wyniki.

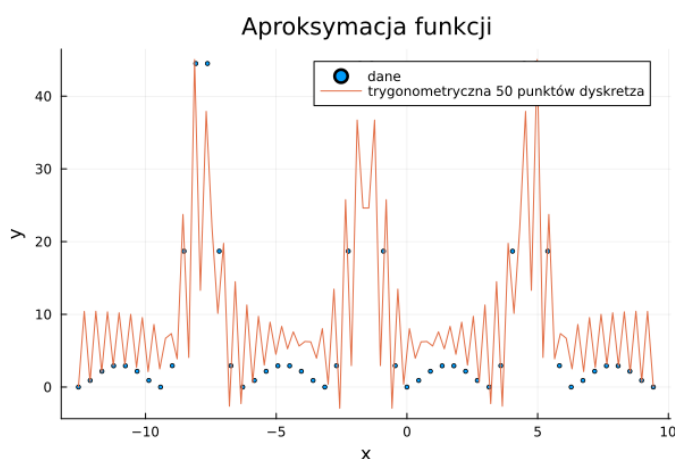
liczba punktów	aproksymacja wielomianowa	aproksymacja trygonometryczna
10	4107.69	92.925
20	95.1461	110.412
30	92.8285	9.00146e-6
40	92.814	6.39091e-6
50	92.8104	101.329
60	92.8097	4.20365e-6
70	92.8095	3.40823e-6
80	92.8094	3.46996e-6
90	92.8094	3.44746e-6
100	92.8094	3.35037e-6
500	92.8094	3.36566e-6
1000	92.8094	3.36672e-6

Tab. 1.1 średni błąd kwadratowy w zależności od ilości wybranych punktów (stopień aproksymacji = 13)

Warto zauważyć, że dla liczby punktów dyskretyzacji równej 50 metoda aproksymacji funkcjami trygonometrycznymi zwracała fatalne wyniki jak na tą metodę.



Rys 1.1 wynik dla 40 punktów dyskretnych



Rys 1.2 wynik dla 50 punktów dyskretnych

2. Stopień / ilość funkcji składowych

Ilość funkcji składowych ma znaczny wpływ na wynik. Szczególnie dla pierwszych 20 wartości, później te różnice się zacierają. W tym przypadku najmniejszy średni błąd kwadratowy osiągnęła aproksymacja stopnia 13.

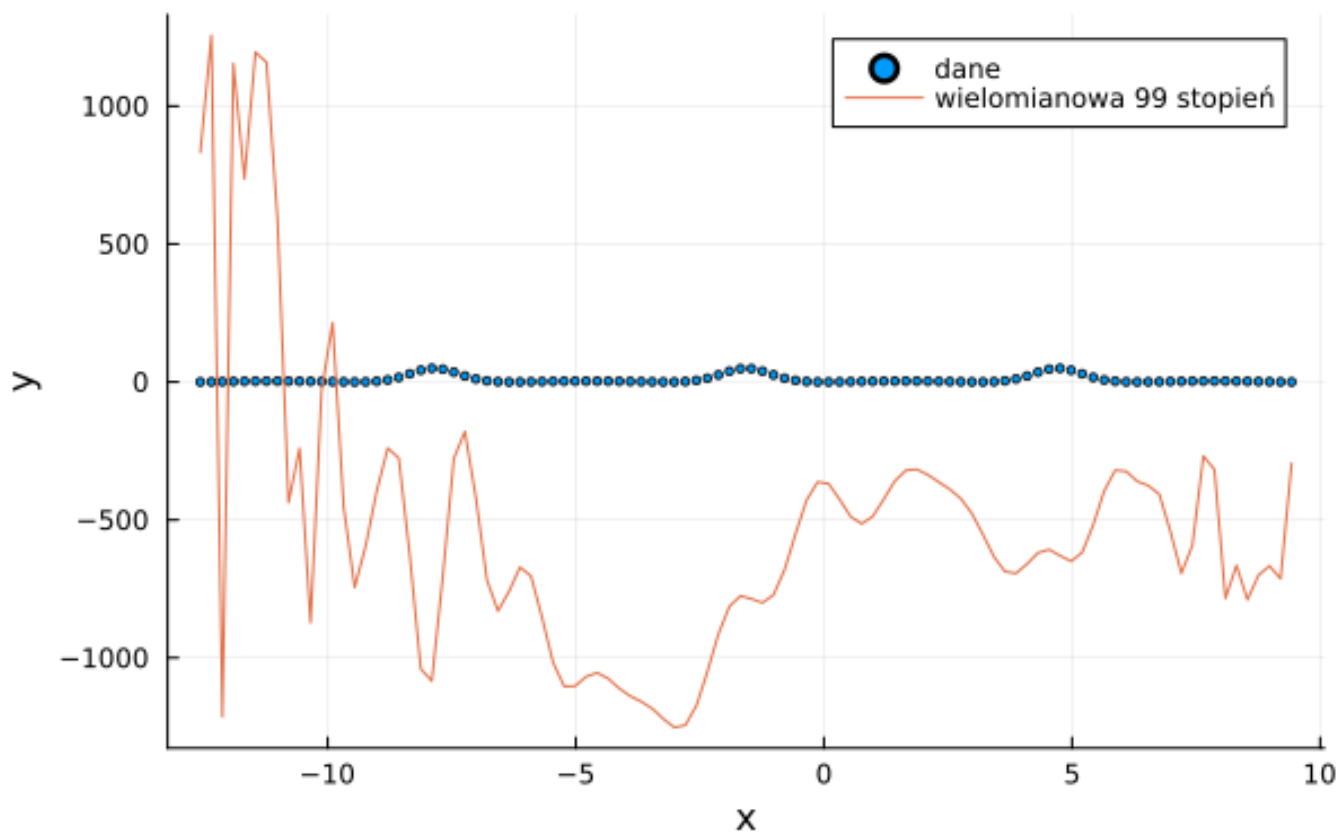
Warto zauważyć, że dla aproksymacji wielomianowej wyniki często występują “parami” to znaczy, że dla dwóch sąsiednich stopni wielomianu otrzymujemy prawie ten sam średni błąd

Liczba funkcji bazowych	aproksymacja wielomianowa	aproksymacja trygonometryczna
2	140.059	49.5926
3	140.059	20.6632
4	137.163	7.21952
9	128.74	0.00570781
10	101.247	0.000995909
11	101.247	0.000163655
12	92.8094	2.41825e-5
13	92.8094	3.35037e-6
14	116.088	4.40306e-7
15	120.631	5.51543e-8
20	147.157	6.90518e-13
50	168.828	1.66092e-13
95	168.927	2.96304e-12
96	168.928	2.91971e-12
97	168.929	2.97766e-12
98	168.93	2.98204e-12
99	7455.32	2.96931e-12
100	168.932	2.91937e-12

Tab. 2.1 średni błąd kwadratowy w zależności od stopnia aproksymacji

Z powyższego wykresu można zauważyć, że podczas używania aproksymacji średniokwadratowej wielomianowej, dla stopnia równego 99 błąd jest zatrważająco wysoki. Najprawdopodobniej jest to błąd czysto maszynowy.

Aproksymacja funkcji



Rys 2.1 Aproksymacja funkcji metoda wielomianowa dla stopnia wielomianu równego 99.

3. Wnioski

Aproksymacja metodą średniokwadratową wielomianami algebraicznymi jest gorszą metodą niż metoda średniokwadratowa trygonometryczna. Jest to najprawdopodobniej spowodowane tym, że w ćwiczeniu aproksymuje funkcje w której występują funkcje trygonometryczne.

Niepotrzebna jest ogromna liczba danych, aby otrzymać zadowalającą nas aproksymację (oczywiście dla zadanej funkcji).