Metody Obliczeniowe w Nauce i Technice

Sprawozdanie z Laboratorium 4

DOMINIK JEŻÓW

GR NR 4

Specyfikacje sprzętowe urządzenia:

- System: 80SM (LENOVO_MT_80SM_BU_idea_FM_Lenovo ideapad 310-15ISK)
- Procesor: Intel(R) Core(TM) i5-6200U CPU @ 2.30GHz
- Pamięć RAM: 8GB
- Środowisko: Jupyther Notebook

Ćwiczenie zrealizowane w języku Julia 1.8.5, wraz z wykorzystaniem pakietu LinearAlgebra, Plots oraz PrettyTables

0. Opis ćwiczenia:

Ćwiczenie polegało na przybliżeniu funkcji y(x) = e^(-ksin(mx)) + ksin(mx) - 1 (gdzie, k = 4, m = 1) wykorzystując metodę aproksymacji średniokwadratowej trygonometrycznej. Zbadać wyznaczoną funkcje pod względem numerycznym dla różnej ilości punktów pochodzących z funkcji pierwotnej oraz dla różnej liczby funkcji bazowych.

1. Wprowadzenie teoretyczne

W zagadnieniach aproksymacji często spotykamy się z przypadkiem, gdy funkcja f jest okresowa. Taką funkcję wygodniej i lepiej jest aproksymować nie wielomianami algebraicznymi, a wielomianami trygonometrycznymi. Przyjmujemy ze wielomian ma postać:

$$Q_n(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{n} \left(a_k \cos kx + b_k \sin kx \right)$$

Wzór 1.1 Postać wielomianu aproksymacji

2. Obliczanie aproksymacji

W moim programie obliczenie aproksymacji realizuje funkcja trig_approx( ) która zwraca 100 węzłów aproksymacji funkcji. W funkcji obliczanie układu równań realizuje za pomocą operatora (\ ) z pakiety LinearAlgebra.

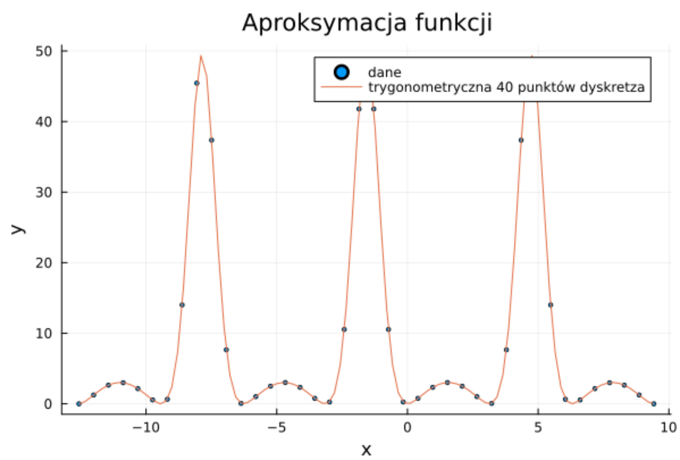
3. Punkty dyskretyzacji

Jak widać na tabeli 1.1 ilość wybranych punktów traciła na znaczeniu, gdy osiągnięto określoną ilość. Dla aproksymacji trygonometrycznej 40 punktów osiągało zadawalające wyniki.

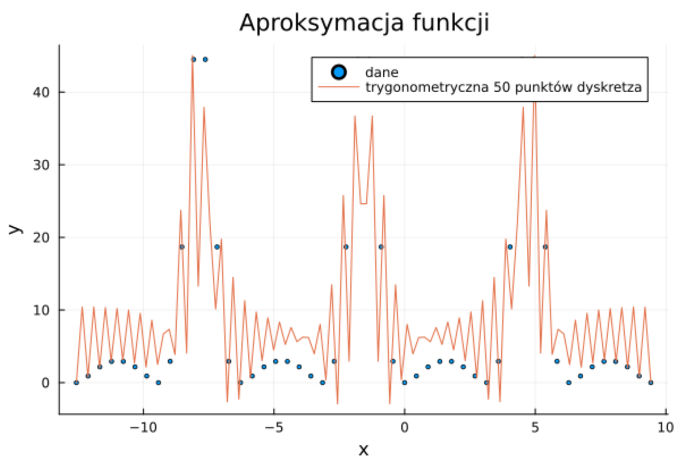
liczba punktów dyskretyzacji	aproksymacja trygonometryczna
11	53.5503
12	155.456
13	127.488
16	120.726
20	110.412
30	9.00146e-6
40	6.39091e-6
50	101.329
60	4.20365e-6
80	3.46996e-6
90	3.44746e-6
100	3.35037e-6
500	3.36566e-6

Tab. 3.1 średni błąd kwadratowy w zależności od liczby wybranych punktów (stopień wielomianu = 13)

Warto zauważyć, że dla liczby punktów dyskretyzacji równej 50 metoda aproksymacji funkcjami trygonometrycznymi zwracała fatalne wyniki jak na tą metodę.



Rys 1.1 wynik dla 40 punktów dyskretnych



Rys 1.2 wynik dla 50 punktów dyskretnych

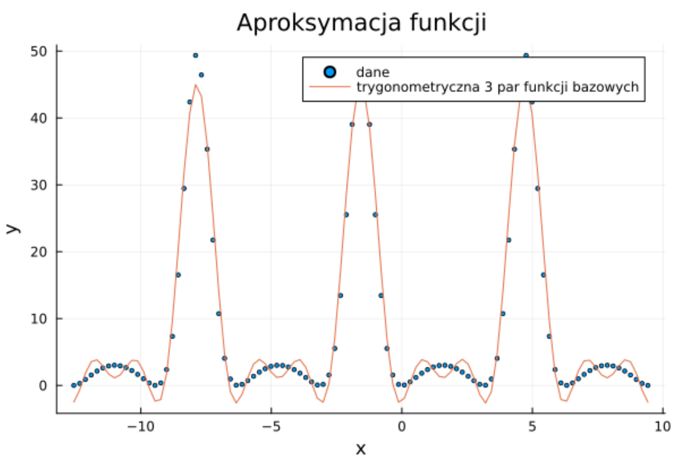
4. Ilość funkcji bazowych

Ilość par funkcji składowych ma znaczny wpływ na wynik. Szczególnie dla pierwszych 20 wartości, później te różnice się zacierają. Błąd maleje do liczby 20 a później oscyluje wokół wartości z cyframi znaczącymi na 12 bądź 13 miejscu po przecinku

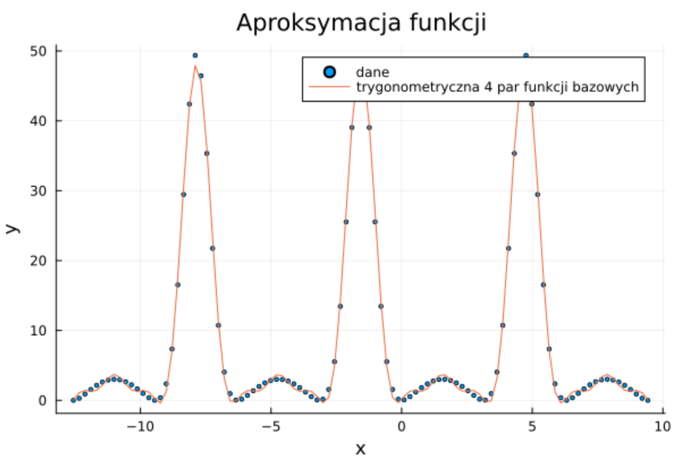
Liczba par funkcji bazowych	aproksymacja trygonometryczna
1	99.3393
2	49.5926
3	20.6632
4	7.21952
5	2.20958
6	0.582781
7	0.139193
8	0.0292903
9	0.00570781
10	0.000995909
11	0.000163655
12	2.41825e-5
13	3.35037e-6
14	4.40306e-7
15	5.51543e-8
16	6.31103e-9
17	7.0234e-10
18	7.22614e-11
19	7.24025e-12
20	6.90518e-13
50	1.66092e-13
100	2.91937e-12

Tab. 4.1 średni błąd kwadratowy w zależności od stopnia aproksymacji

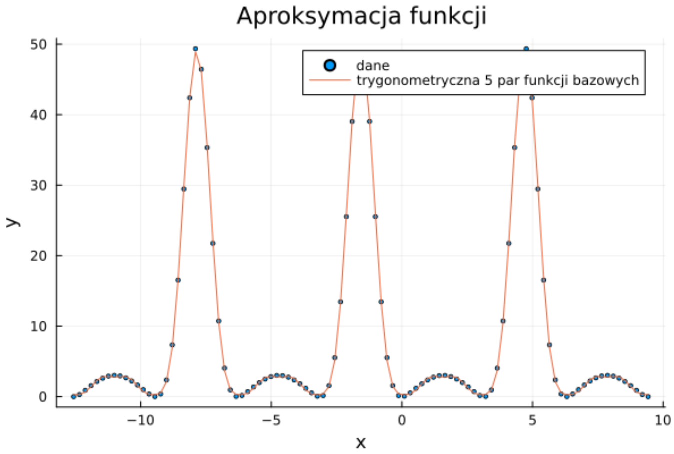
Z powyższego wykresu można zauważyć ze dość szybko osiągamy interesujący nas wynik, bo już dla n = 6, czyli dla dwunastu funkcji bazowych



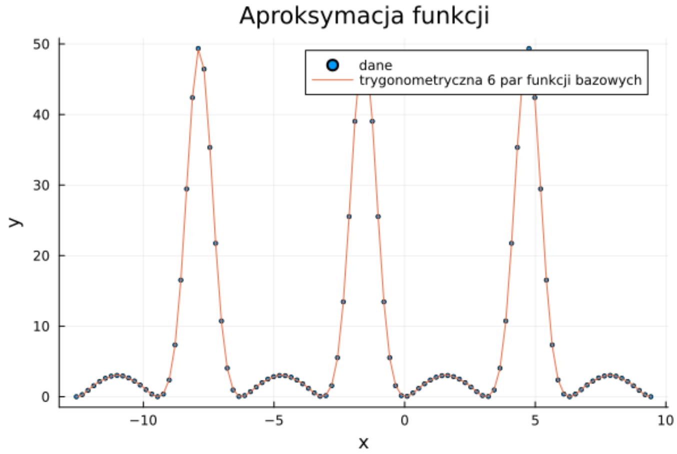
Rys 4.1 Aproksymacja trygonometryczna n = 3



Rys 4.2 Aproksymacja trygonometryczna n = 4



Rys 4.3 Aproksymacja trygonometryczna n = 5



Rys 4.4 Aproksymacja trygonometryczna n = 6\

Jak można zauważyć na poważnych rysunkach zmiany ilości par funkcji bazowych nawet dla kluczowych wartości nie jest dobrze widoczna gołym okiem, i można nawet powiedzieć ze dla n = 3 aproksymacja jest satysfakcjonująca.

5. Wnioski

Niepotrzebna jest ogromna liczba danych, aby otrzymać dobre wyniki aproksymacji.

Liczba punktów dyskretyzacji od ilości 20 nie zmniejszają średniej kwadratowej.

Aproksymacja średniokwadratowa funkcjami trygonometrycznymi to bardzo dobra metoda przybliżenia wartości funkcji dla badanej przeze mnie funkcji. Jest to najprawdopodobniej spowodowane jej okresowością.