Metody Obliczeniowe w Nauce i Technice

Sprawozdanie z Laboratorium 3

DOMINIK JEŻÓW

GR NR 4

Specyfikacje sprzętowe urządzenia:

- System: 80SM (LENOVO_MT_80SM_BU_idea_FM_Lenovo ideapad 310-15ISK)
- Procesor: Intel(R) Core(TM) i5-6200U CPU @ 2.30GHz
- Pamięć RAM: 8GB
- Środowisko: Jupyther Notebook

Ćwiczenie zrealizowane w języku Julia 1.8.5, wraz z wykorzystaniem pakietu Plots oraz PrettyTables

0. Opis ćwiczenia

Ćwiczenie polegało na zaimplementowaniu funkcji generujące wielomiany interpolacyjne oraz zbadanie tych wielomianów. Zaimplementowałem dwie funkcje generujące - generującą wielomian za pomocą metody Hermiet'a.

1. Metoda tworzenia wielomianów

Implementacja interpolacji w zagadnieniu Hermiet'a była podobna kodu funkcji interpolacji w zagadnieniu Lagrange'a metodą Newtona.

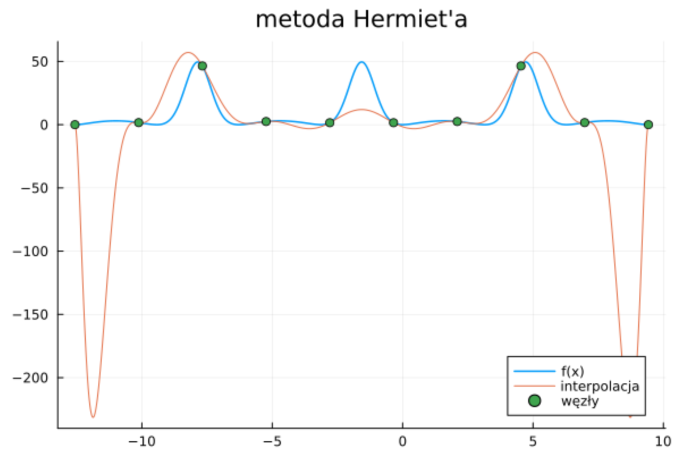
Wygenerowana funkcja zwraca niedokładne wartości już dla niewielkiej liczby węzłów (12 w przypadku równych odstępów oraz zer Czebyszewa, dla epsilonu ustawionego na 5e-5 liczba węzłów)

2. Porównanie zagadnień interpolacji

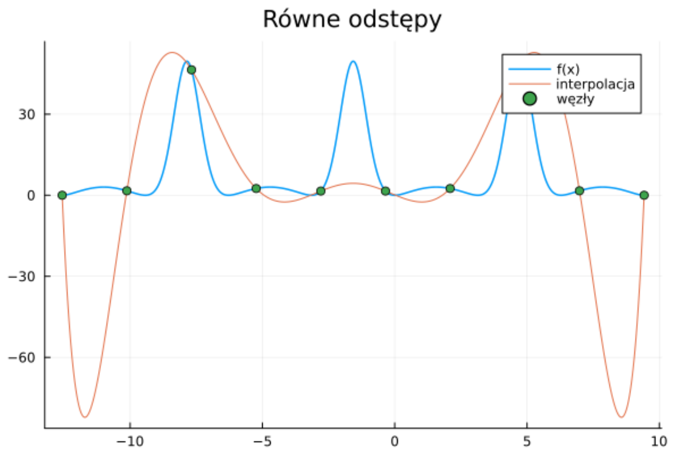
Generowałem dla liczby naturalnej n wielomian interpolacyjny metodą Hermiet'a oraz metodą Lagrange'a, z n węzłami, z dwoma sposobami dobierania tych węzłów - równoodległe od siebie na osi x oraz węzły Czebyszewa (dalej nazywane zerami Czebyszewa). Warto zauważyć, że interpolując metodą Hermieta'a potrzebujemy dla każdego węzła informacji na temat pochodnej co sprawia, że obliczany układ równań ma 2n wierszy.

- ## Równoodległe

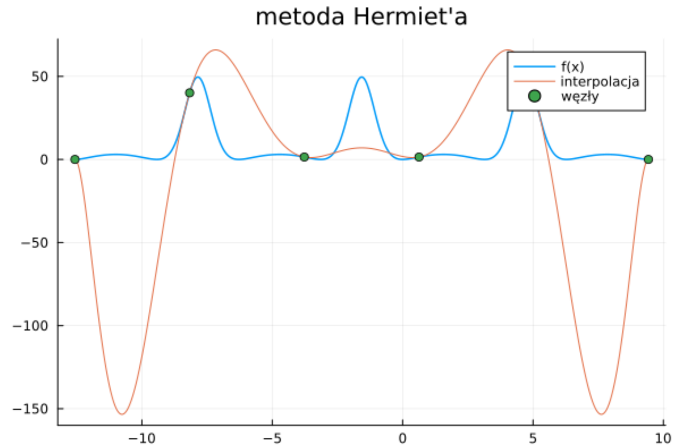
Interpolując metodą Hermiet'a o wiele szybciej zauważamy efekt Groonga, boi już dla n=6. Ponadto odchylenia na krańcach są o wiele większe niż gdy stosujemy metodę Lagrange'a.



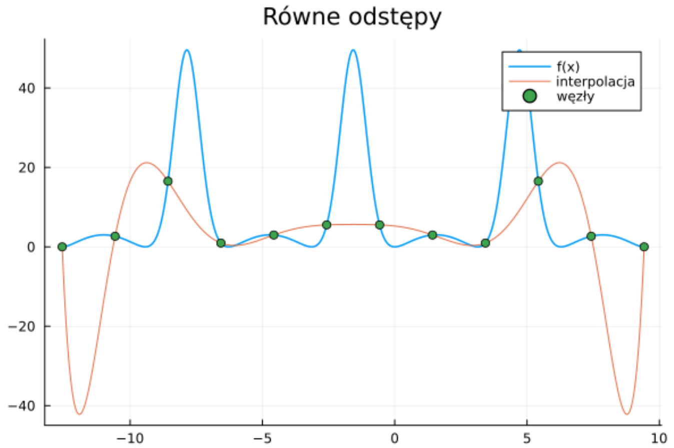
Rys.1 Porównanie funkcji i interpolacji Hermiet'a dla n=10



Rys.2 Porównanie funkcji i interpolacji Lagrange'a dla n=10



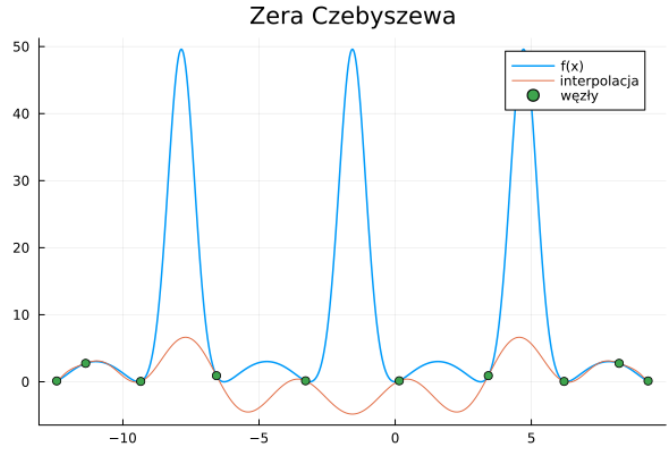
Rys.3 Porównanie funkcji i interpolacji Hermiet'a dla n=6



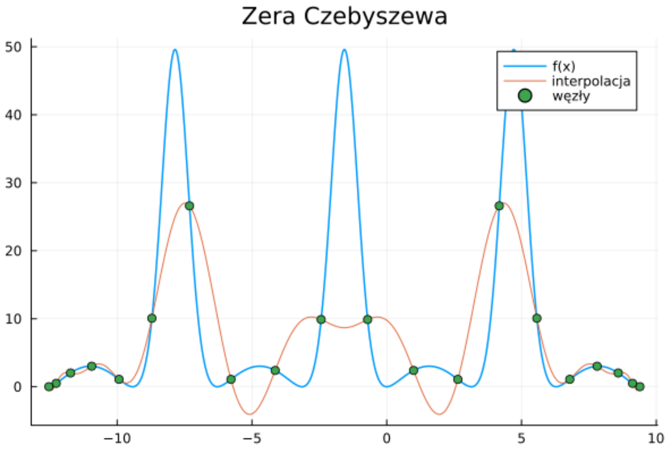
Rys.4 Porównanie funkcji i interpolacji Lagrange'a dla n=12

- ## Zera Czebyszewa

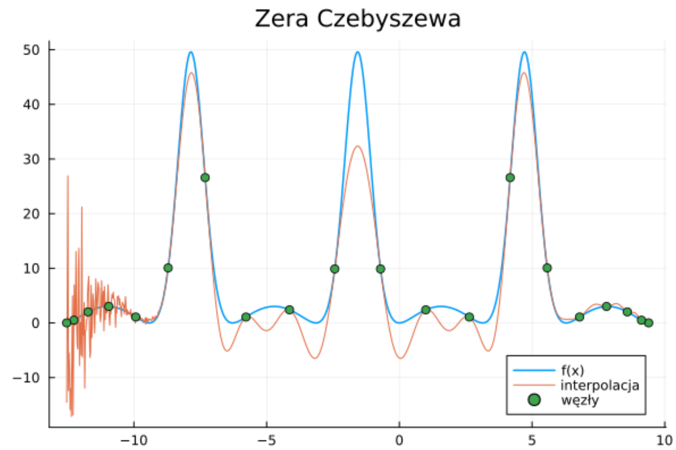
Dla węzłów Czebyszewa efekt Groonga zanika. O wiele szybciej pojawia się błąd maszynowy i dla odpowiadającej ilości wierszy w układzie równań wydaje się poważniejszy (rys 7 i 8).



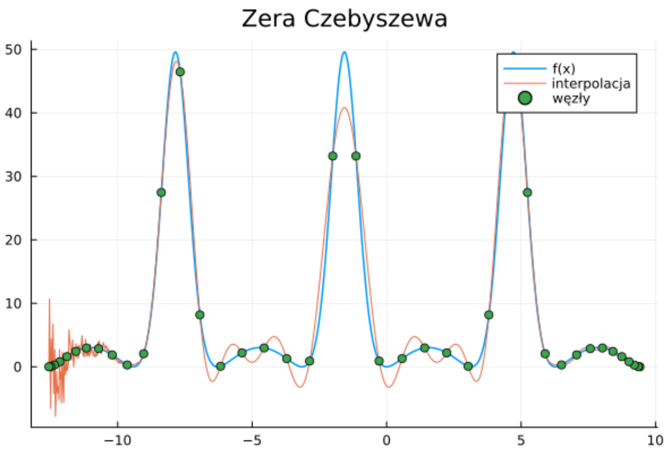
Rys.5 Porównanie funkcji i interpolacji Hermiet'a dla n=10



Rys.6 Porównanie funkcji i interpolacji Lagrange'a dla n=20



Rys.7 Porównanie funkcji i interpolacji Hermiet'a dla n=20



Rys.8 Porównanie funkcji i interpolacji Lagrange'a dla n=40

Porównanie błędów interpolacji

Błędy liczyłem dla liczby punktów równej 5 tysięcy równo rozłożonych na osi x

	Lagrange		Hermiet	
n	zera Czebyszewa	Równe odstępy	zera Czebyszewa	Równe odstępy
3	28.93	30.27	47.37	47.75
4	16.39	15.94	52.16	51.43
5	35.81	26.48	94.13	138.48
6	16.20	25.31	48.94	156.35
7	25.05	31.36	46.69	36.93
8	23.78	16.98	63.80	49.60
9	20.34	50.28	44.29	851.96
10	16.94	33.13	54.42	233.08
11	16.29	44.61	38.78	288.86
12	12.96	19.80	34.18	5298.51
15	14.39	925.81	24.92	99077.36
20	10.93	26.85	36.18	24686006.56
30	5.24	141508.84	8539440010.35	482763606947.72

Tab.1 Maksymalna amplituda między funkcją a interpolacją

Z tabeli 1 wynika, że maksymalny błąd między funkcja a interpolacja jest zawsze większy używając interpolacji Hermieta'a. Wyższe stopnie wielomianu wogóle nie nadają się do analizy - najprawdopodobniej jest to spowodowane bledem maszyny.

	Lagrange		Hermiet	
n	zera Czebyszewa	Równe odstępy	zera Czebyszewa	Równe odstępy
3	48.40	48.63	26.33	27.09
4	48.72	47.71	16.58	16.74
5	50.17	46.45	53.62	63.98
6	48.84	55.73	16.06	65.30
7	60.17	62.50	18.59	20.34
8	64.89	49.60	22.44	16.98
9	45.57	139.63	18.91	251.45
10	50.04	84.29	16.17	61.90
11	35.69	147.54	13.20	78.55
12	42.45	43.96	11.58	1283.91
15	32.00	3738.10	9.08	20668.54
20	40.92	102.83	4.28	4305468.62
30	20.73	876354.13	293932971.70	65528802558.99

Tab.2 Średnia kwadratowa różnicy między funkcją a interpolacją

Z tabeli 2 wynika ze interpolacje poradziły sobie podobnie dobrze, z tym, że dla zer Czebyszewa lepsza okazała się metoda Hermiet'a, a równych odstępów lepiej radziła sobie metoda Lagrangea. Potwierdza się tu wcześniej zauważony błąd maszynowy dla wysokiej liczby węzłów (n > 20 dla zer Czebyszewa, n > 15 dla równych odstępów)

3. Wnioski

Podobnie jak w interpolacji w zagadnieniu Lagrangea, w metodzie Hermiet'a także ważny jest dobór węzłów

O wiele szybciej niż w interpolacji Lagrangea trafiamy na błąd maszynowy, bo już jest zauważalny na wykresach od wartości n około 20.

Zaskakujące jest to ze dla wyboru węzłów jako zer Czebyszewa błąd średniokwadratowy jest mniejszy dla interpolacji Hermiet'a.