

Fusão de evidência de bordas para canais de intensidade em imagens PolSAR

Anderson A. de Borba

Dept. Engenharia Elétrica e Computação
UPM - Universidade Presbiteriana Mackenzie
IBMEC-SP
São Paulo, Brazil
anderson.borba@ibmec.edu.br

Maurício Marengoni

Dept. Engenharia Elétrica e Computação
UPM - Universidade Presbiteriana Mackenzie
São Paulo, Brazil
mauricio.marengoni@mackenzie.br

Alejandro C. Frery

Laboratório de Computação Científica e Análise Numérica - LACCAN
UFAL - Universidade Federal de Alagoas
Maceió, Brazil
acfrery@gmail.com

Abstract—Atualmente, na área de sensoriamento remoto, pode-se encontrar diferentes métodos para detecção e fusão de evidências de bordas. Entretanto, alguns desses métodos, ao serem aplicados em imagens PolSAR, produzem resultados inadequados. Com intuito de melhorar sinal ruído, se tem investido em pesquisas com a utilização de modelagem estatística. O presente estudo, propõe um método de detecção e fusão de evidências de bordas baseado no método da máxima verossimilhança, utilizando fusão de informações por média, SWT, PCA, e estatística ROC. Os precedimentos foram aplicados para os canais de intensidade de uma imagem real PolSAR. Os resultados indicam um bom desempenho do método na detecção de bordas com possíveis caminhos para pesquisas futuras.

Index Terms—PolSAR, detecção de bordas, Estimativa de máxima verossimilhança, Métodos de Fusão.

I. INTRODUCTION

Neste trabalho será apresentado uma pesquisa sobre detecção e fusão de evidências de bordas, em imagens de radar de abertura sintética (*Synthetic Aperture Radar* – SAR) e nas imagens de radar polarimétrico de abertura sintética (*Polarimetric Synthetic Aperture Radar* – PolSAR), ambas requerem modelos e algoritmos adequados para o tratamento das suas características especiais.

Podemos citar diferentes técnicas de detecção de bordas, como no trabalho de [1] onde é usado modelagem eletromagnética, ou os trabalhos de [2]–[5] os quais encontramos técnicas baseadas em métodos que estimam o gradiente. Assim como, no trabalho de [6], são utilizadas técnicas baseadas nas cadeias de Markov.

Em [7] é descrita a comparação entre vários detectores de bordas que seguem a ideia deste trabalho. Técnicas baseadas nas modelagens estatísticas têm sido usadas na detecção de bordas em imagens SAR, podemos citar os trabalhos de [7]–[10].

Atualmente as pesquisas em *Deep Learning* têm sido largamente usadas na área de sensoriamento remoto, podemos encontrar aplicações nas referências [11]–[14].

A área de fusão de imagens também é explorada neste trabalho. Um recente artigo, cujo autores são [15], usa ideias do método *random forest* aplicado em fusão de imagens PolSAR, adicionalmente, o artigo de [16] mostra outras técnicas de fusão de informação.

O presente trabalho seguirá a abordagem de modelagem estatística, principalmente as técnicas descritas em [9], [17] usando a distribuição Wishart. Para realizar a fusão de informações temos como base as referências [16], [18].

O objetivo deste trabalho é detectar bordas em cada canal de uma imagem PolSAR e realizar a fusão das evidências de bordas, com a tarefa de entender a importância da informação de cada um desses canais.

O artigo está estruturado da seguinte forma. A seção II é descrito a modelagem estatística para dados PolSAR, mostramos a modelagem usada nas seções III, IV e V. Na seção VII descrevemos os métodos de evidências de bordas com destaque ao método baseado em estatística ROC. Os resultados numéricos estão descritos na seção X e finalmente na seção XI serão apresentadas as conclusões do trabalho.

II. MODELAGEM ESTATÍSTICA PARA DADOS POLSAR

Os sistemas SAR, totalmente polarimétricos, transmitem pulsos de micro-ondas polarizados ortogonalmente e medem componentes ortogonais do sinal recebido. Para cada pixel temos uma matriz de coeficientes de espalhamento, que são números complexos e descrevem a transformação do campo eletromagnético transmitido para o campo eletromagnético recebido.

A transformação pode ser representada como

$$\begin{bmatrix} E_h^r \\ E_v^r \end{bmatrix} = \frac{e^{ikr}}{r} \begin{bmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{vh} & S_{vv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_h^t \\ E_v^t \end{bmatrix},$$

onde k denota o número de onda, \hat{i} é um número complexo e r é a distância entre o radar e o alvo. O campo eletromagnético com componentes E_i^j tem índice subscrito denotando a polarização horizontal (h) ou vertical (v), enquanto o índice sobrescrito indica a onda recebida (r) ou transmitida (t). Definindo $S_{i,j}$ como os coeficientes de espalhamento complexo, tal que o índice i e j são associados com o recebimento e com a transmissão das ondas, por exemplo, o coeficiente de espalhamento S_{hv} está associado a onda transmitida na direção vertical (v) e recebida na direção horizontal (h).

Sendo conhecido cada coeficiente, a matriz de espalhamento complexa \mathbf{S} é definida por

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{vh} & S_{vv} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

e se o meio de propagação das ondas é recíproco, então usaremos o teorema da reciprocidade [19] para definir a matriz de espalhamento como sendo hermitiana. Desta forma, a matriz de espalhamento pode ser representada pelo vetor

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} S_{hh} \\ S_{hv} \\ S_{vv} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

E ainda, de acordo com as referências [20] e [21] podemos considerar a hipótese da distribuição ser circular gaussiana multivariada complexa de média zero $N_3^C(0, \Sigma)$, cuja função densidade de probabilidade (pdf) é:

$$f_{\mathbf{s}}(\mathbf{s}; \Sigma) = \frac{1}{\pi^3 |\Sigma|} \exp(-\mathbf{s}^H \Sigma^{-1} \mathbf{s}), \quad (3)$$

onde $|\cdot|$ é a matriz determinante, o índice sobrescrito H denota o número complexo conjugado e Σ é a matriz de covariância da amostra \mathbf{s} tal que $\Sigma = E(\mathbf{s}\mathbf{s}^H)$.

Por consequência da distribuição ser circular gaussiana multivariada complexa com média zero, e as entradas do vetor \mathbf{s} são $s_{ij} = R_{ij} + iI_{ij}$, então por hipótese é exigido que R_{ij} e I_{ij} com $j = h, v$ satisfaçam

- I- $E[R_{ij}] = E[I_{ij}] = 0$,
- II- $E[R_{ij}^2] = E[I_{ij}^2]$,
- II- $E[R_{ij}I_{ij}] = 0$,
- IV- $E[R_{ij}R_{ij}] = E[I_{ij}I_{ij}]$,
- V- $E[I_{ij}R_{ij}] = -E[R_{ij}I_{ij}]$.

onde, $E[\cdot]$ denota o valor esperado.

A modelagem estatística descrita foi comprovada para dados SAR polarimétricos, confirmando-se que contém todas as informações necessárias para caracterizar o retroespalhamento, encontramos mais informações em [22] e [23].

A modelagem estatística descrita, até aqui, trata apenas a modelagem de visada simples, porém, imagens polarimétricas são usualmente sujeitadas a um processo de múltiplas visadas, com o intuito de melhorar a razão entre o sinal e o seu ruído. Para esse fim, matrizes positivas definidas hermitianas estimadas são obtidas computando a média de L visadas

independentes de uma mesma cena. Resultando na matriz de covariância amostral estimada \mathbf{Z} conforme [20], [24]

$$\mathbf{Z} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{s}_l \mathbf{s}_l^H, \quad (4)$$

onde \mathbf{s}_l com $l = 1, \dots, L$ amostras de L vetores complexos distribuídos como \mathbf{s} , assim a matriz de covariância amostral associada a \mathbf{s}_l denotam o espalhamento para cada visada L .

III. FUNÇÃO DE DENSIDADE WISHART MÚLTIPLAS VISADAS

O processo de múltiplas visadas tem a função densidade de probabilidade (pdf) Wishart definida por,

$$f_{\mathbf{Z}}(\mathbf{Z}; \Sigma_{\mathbf{s}}, L) = \frac{L^m |\mathbf{Z}|^{L-m}}{|\Sigma_{\mathbf{s}}|^L \Gamma_m(L)} \exp(-L \text{tr}(\Sigma_{\mathbf{s}}^{-1} \mathbf{Z})), \quad (5)$$

onde, $\text{tr}(\cdot)$ é o operador traço de uma matriz, $\Gamma_m(L)$ é uma função Gamma multivariada definida por

$$\Gamma_m(L) = \pi^{\frac{1}{2}m(m-1)} \prod_{i=0}^{m-1} \Gamma(L-i)$$

e $\Gamma(\cdot)$ é a função Gamma e $m = 3$ para o presente artigo. Podemos afirmar que \mathbf{Z} é distribuído como uma distribuição Wishart denotando por $\mathbf{Z} \sim W(\Sigma_{\mathbf{s}}, L)$ e satisfazendo $E[\mathbf{Z}] = \Sigma_{\mathbf{s}}$. Sem perda de generalidade para o texto, vamos usar o símbolo Σ em detrimento a $\Sigma_{\mathbf{s}}$ para representar a matriz de covariância associada a \mathbf{S} .

IV. DETECÇÃO DE BORDAS

Na literatura encontramos uma grande oferta de métodos clássicos para detectar bordas, por exemplo Sobel, Canny, Laplaciano da gaussiana(LoG) e LoG piramidal. Os métodos clássicos de detecção de bordas são construídos assumindo que o ruído é aditivo, o que torna esses métodos ineficientes para aplicação em imagens PolSAR.

Ao introduzir conceitos baseados nos artigos [8], [17] é possível propor um método de detecção de borda em imagens PolSAR com múltiplas visadas. A ideia principal é detectar o ponto de transição em uma faixa tão fina quanto possível entre duas regiões da imagem. O ponto de transição é definido como uma evidência de borda. Os ruídos nesse tipo de imagens são do tipo *speckle*, os mesmos têm natureza multiplicativa, tornando a detecção de bordas em imagens SAR uma tarefa desafiadora.

As metodologias de detecção de bordas ocorrem em diversos estágios, abaixo enumeramos os estágios:

- 1) identificar o centroide de uma região de interesse (ROI) de maneira automática, semiautomática ou manual;
- 2) construir raios do centroide para fora da área de interesse;
- 3) coletar dados em uma vizinhança em torno dos raios usando o algoritmo *Bresenham's midpoint line algorithm*, idealmente do tamanho de um pixel;
- 4) detectar pontos na faixa de dados, os quais fornecem evidências de mudanças de propriedades estatísticas, ou

seja, um ponto de transição que define uma evidência de borda;

- 5) usar o método Simulated Annealing Generalizado (GenSA), referência [25], para encontrar pontos de máximo em funções de interesse;
- 6) fusão de evidências de bordas detectadas nos canais (hh) , (hv) e vv .

V. MÉTODO DA MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA

A estimativa por máxima verossimilhança (MLE) é um método que, tendo um conjunto de dados e um modelo estatístico, estima os valores dos parâmetros do modelo maximizando uma função de probabilidade dos dados. O conceito de verossimilhança pode ser encontrado nos artigos [8], [17].

Suponha $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)^T$ um vetor randômico distribuído de acordo com a função densidade de probabilidade (pdf) $f(\mathbf{x}; \theta)$ com parâmetros $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_d)^T$ no espaço dos parâmetros Θ . Definimos a função de verossimilhança $L(\theta; \mathbf{X}) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta)$, e a função logarítmica de verossimilhança a qual chamamos de função de log-verossimilhança

$$l(\theta; \mathbf{X}) = \ln(L(\theta; \mathbf{X})) = \sum_{i=1}^n \ln(f(x_i; \theta)). \quad (6)$$

De maneira simplificada a estimativa de máxima verossimilhança pode ser escrita por $\hat{\theta} = \arg \max_{\theta \in \Theta} L(\theta; \mathbf{x})$, e de maneira similar $\hat{\theta} = \arg \max_{\theta \in \Theta} l(\theta; \mathbf{x})$.

Vamos usar o método de máxima verossimilhança aplicado na distribuição Wishart. Suponha $\mathbf{Z} = (\mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2, \dots, \mathbf{Z}_N)^T$ um vetor randômico distribuído de acordo com a função densidade de probabilidade (pdf) (5) com parâmetros $\Sigma = \{\Sigma_A, \Sigma_B\}$ e L . Os parâmetros Σ_A, Σ_B pertencem a duas amostras diferentes A e B , nosso objetivo é detectar a fronteira entre as duas amostras.

A função de verossimilhança da amostra descrita por (6) é dada pela equação do produto das funções de densidade, respectivamente associadas a cada amostra

$$L(j) = \prod_{k=1}^j f_{\mathbf{Z}}(\mathbf{Z}'_k; \Sigma_A, L) \prod_{k=j+1}^N f_{\mathbf{Z}}(\mathbf{Z}'_k; \Sigma_B, L), \quad (7)$$

onde \mathbf{Z}'_k é uma possível aproximação da matriz randômica descrita em (4).

Usando a equação (6), teremos a função de log-verossimilhança.

$$l(j) = \ln L(j) = \sum_{k=1}^j \ln f_{\mathbf{Z}}(\mathbf{Z}'_k; \Sigma_A, L) + \sum_{k=j+1}^N \ln f_{\mathbf{Z}}(\mathbf{Z}'_k; \Sigma_B, L). \quad (8)$$

Nesse momento, podemos realizar manipulações algébricas na função densidade de probabilidade em cada termo do

somatório e substituir nas duas parcelas da equação (6) resultando em

$$l(j) = N [mL \ln(L) - \ln(\Gamma_m(L))] - L [j \ln(|\Sigma_A|) + (N-j) \ln(|\Sigma_B|)] + (L-m) \sum_{k=1}^N \ln(|\mathbf{Z}'_k|) - L \left[\sum_{k=1}^j \text{tr}(\Sigma_A^{-1} \mathbf{Z}'_k) + \sum_{k=j+1}^N \text{tr}(\Sigma_B^{-1} \mathbf{Z}'_k) \right]. \quad (9)$$

A matriz Σ pode ser encontrada usando o estimador de máxima verossimilhança denotado por $\hat{\Sigma}$ de acordo com a referência [20]. A equação (10) representa duas estimativas para a matriz de covariância Σ que dependem da posição j

$$\hat{\Sigma}_I(j) = \begin{cases} j^{-1} \sum_{k=1}^j \mathbf{Z}_k & \text{se } I = A, \\ (N-j)^{-1} \sum_{k=j+1}^N \mathbf{Z}_k & \text{se } I = B. \end{cases} \quad (10)$$

Na equação (12) podemos substituir a equação (10) e continuar a manipulação algébrica, tendo como resultado

$$l(j) = N [-mL(1 - \ln(L)) - \ln(\Gamma_m(L))] - L [j \ln(|\hat{\Sigma}_A(j)|) + (N-j) \ln(|\hat{\Sigma}_B(j)|)] + (L-m) \sum_{k=1}^N \ln(|\mathbf{Z}'_k|). \quad (11)$$

O argumento máximo \hat{j}_{ML} é uma evidência de borda que será usada nos métodos de fusão.

$$\hat{j}_{ML} = \arg \max_j l(j).$$

VI. APLICAÇÃO EM IMAGENS SINTÉTICAS

A metodologia (MLE) para detecção de evidências de bordas será aplicada em uma imagem simulada baseada nos artigos [17], [26]. A imagem tem dimensão 400×400 e é composta por duas amostras obedecendo a distribuição Wishart. A figura é mostrada (??).

Para cada par de matrizes de covariância $\Sigma_{k_1}, \Sigma_{k_2}$ será gerado uma imagem PolSAR P_{k_1, k_2} da seguinte maneira, em cada pixel branco da imagem simulada será agregado a amostra proveniente de $W_G(\Sigma_{k_1}, L)$ e de cada pixel preto da imagem sintética será agregado a amostra proveniente de $W_G(\Sigma_{k_2}, L)$, sendo que nos experimentos apresentados usamos número de visadas $L = 4$.

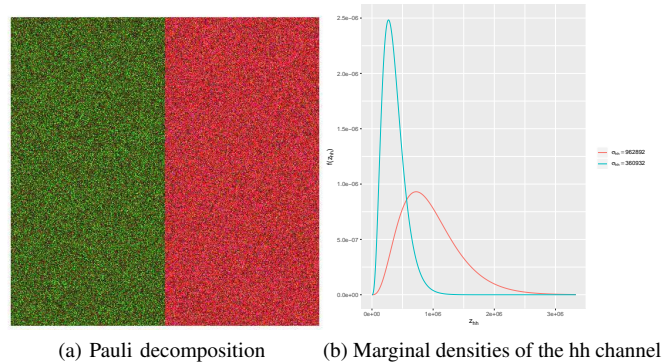


Fig. 1. Edges evidences

A decomposição de Pauli é baseada na representação vetorial na combinação linear dos canais do intensidade ($\mathbf{I}_{hh} + \mathbf{I}_{vv}$, $\mathbf{I}_{hh} + \mathbf{I}_{vv}$, \mathbf{I}_{hv}). A decomposição é mostrada na figura (??).

De acordo com a função densidade de probabilidade (5) e definindo o número de visada $L = 4$, podemos gerar a figura (??). A figura mostra a função densidade para valores de σ_{hh} extraídos de dados reais para áreas florestais e urbanas dadas respectivamente por $\sigma_{hh} = 962892$ e $\sigma_{hh} = 360932$.

A imagem simulada foi construída com 400 linhas distribuídas em duas bandas separadas verticalmente em torno do pixel 200, configurando a borda; A imagem tem dimensão 400×400 onde, cada linha tem dois conjuntos amostrais diferentes geradas com os parâmetros os parâmetros Σ definidos acima.

Fixamos arbitrariamente a linha que corta horizontalmente a figura (??) em duas partes, isto é a linha de número 200. Teremos então uma linha com dois conjuntos amostrais como base de dados para calcular a função de verossimilhança $l(j)$ conforme equação (??) que deve ser aplicada nos canais \mathbf{I}_{hh} , \mathbf{I}_{vh} e \mathbf{I}_{vv} gerando as figuras (??).

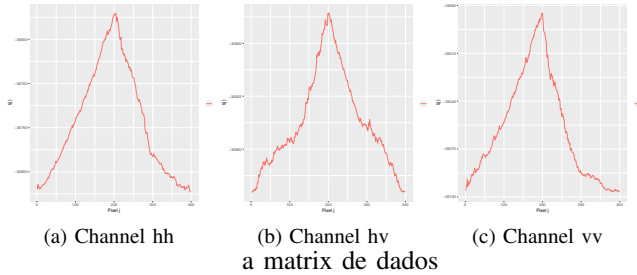


Fig. 2. Edges evidences

Podemos notar que as funções mostram um pico indicando as evidências de bordas que devem ser captadas, porém claramente as funções não são deriváveis em muitos pontos, prejudicando o uso de métodos de otimização que necessitam do cálculo da derivada, comisso desempenho dos métodos ficam prejudicados. O problema foi resolvido usando o método Simulated Annealing Generalizado (GenSA) que podemos encontrar na referência [25] e trabalha bem em funções não diferenciáveis.

A métrica para o erro usada neste trabalho segue o seguinte procedimento, são realizadas 400 replicações da distribuição Wishart com dois conjuntos amostrais, isto é, realizamos um processo de gerar 400 imagens simuladas. Para cada replicação é calculado a função $l(j)$ em uma linha horizontal fixa arbitrariamente. O intuito é encontrar o argumento do ponto de máximo pelo método *Generalized Simulated annealing* (GenSA), encontrando desta maneira as evidências de bordas.

Por construção, consideramos nas imagens a linha vertical 200 como borda real em cada replicação, então o erro para esta replicação é o valor absoluto da diferença entre o ponto de borda real e o valor estimado pelo método GenSA. Assim,

calculamos o erro para cada replicação por

$$E(r) = |200 - \hat{j}(r)|, \quad 1 \leq r \leq 400, \quad (12)$$

onde, $\hat{j}(r)$ é o resultado da maximização de $l(j)$ pelo método GenSA na replicação r .

Usaremos frequências relativas para estimar a probabilidade de ter um erro menor que um número de pixels. Denotando por $H(k)$ o número de replicações para qual o erro é menor que k pixels calculamos uma estimativa desta probabilidade por $f(k) = \frac{H(k)}{400}$. Nos testes realizados nesta seção variamos k entre 1 e 10. O algoritmo está descrito em detalhes na referência [9].

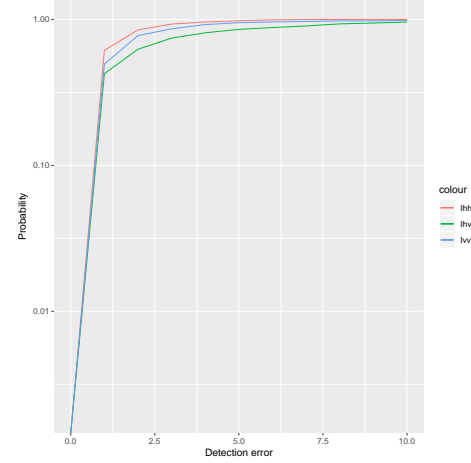


Fig. 3. Probability of detecting edges evidences.

Gerando

A figura (??) mostra as probabilidades para a detecção de bordas quando aplicado o método GenSA nos canais \mathbf{I}_{hh} , \mathbf{I}_{vh} e \mathbf{I}_{vv} da imagem mostrada na figura (??).

VII. MÉTODOS DE FUSÃO DE EVIDÊNCIAS DE BORDAS

A. Média simples

O método de fusão com média simples propõe a média aritmética das evidências de bordas, em cada canal. A fusão das evidências de bordas pode ser calculada por

$$IF(x, y) = \frac{1}{nc} \sum_{i=1}^{nc} IE_i(x, y), \quad (13)$$

onde nc é o número de canais a serem utilizados na fusão. Podemos obter mais detalhes na referência [18].

B. Transformada wavelet discreta - DWT

Esta seção, é baseada na referência [27]. O método de fusão DWT pode ser descrito pelos seguintes passos:

- calcule a decomposição DWT obtendo L_{HH} , L_{HL} , L_{LH} e L_{LL} para cada canal;
- nas decomposições L_{HH} é realizada a média aritmética de todos canais, pixel a pixel, e nas decomposições L_{HL} , L_{LH} e L_{LL} , é encontrado o máximo entre cada canal, pixel a pixel, restando uma nova decomposição \bar{L}_{HH} , \bar{L}_{HL} , \bar{L}_{LH} e \bar{L}_{LL} ;

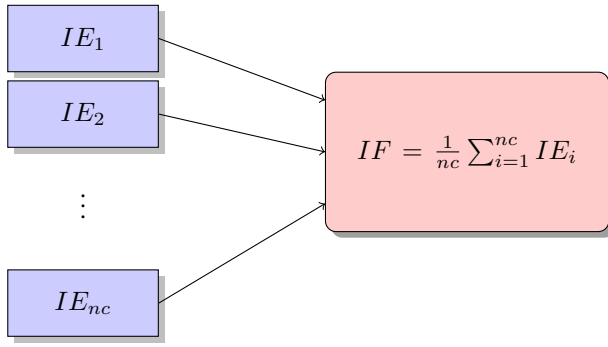


Fig. 4. Average Fusion.

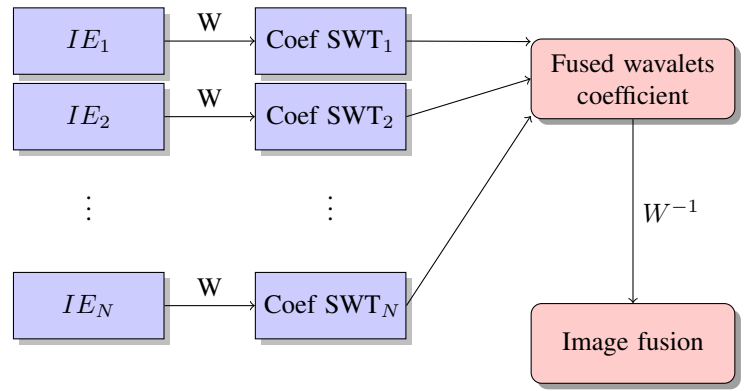


Fig. 6. SWT Fusion.

- realizando a transformação inversa de DWT, obtemos a imagem com a fusão das evidências de bordas $IF(x, y)$.

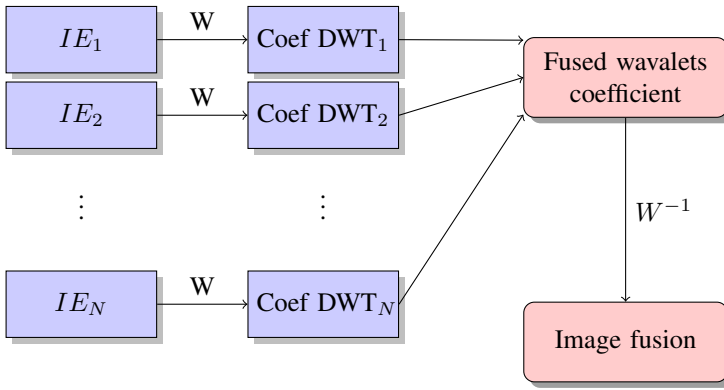


Fig. 5. DWT Fusion.

- subtrair a média de cada coluna da matriz Y . Resultando em uma matriz X de mesma dimensão de Y ;
- ache a matriz de covariância C proveniente de X , calculando $C = XX^T$;
- calcule os autovalores Λ e os autovetores D , e ordene os autovalores e autovetores em ordem decrescente. As matrizes geradas pelos autovalores, na diagonal principal, e os autovetores colocados em coluna, têm dimensões $nc \times nc$;
- compute as componentes $P_i = \frac{V_i}{\sum_{i=1}^l V_i}$ com $i = 1, \dots, nc$;
- realizamos a fusão $IF(x, y) = \sum_{i=1}^{nc} P_i IE_i(x, y)$. Lembrando que o $\sum_{i=1}^{nc} P_i = 1$.

C. Transformada wavelet estacionária - SWT

Esta seção, novamente é na referência [27]. O método de fusão SWT pode ser descrito pelos seguintes passos:

- calcule a decomposição SWT obtendo L_{HH} , L_{HL} , L_{LH} e L_{LL} para cada canal;
- nas decomposições L_{HH} é realizada a média aritmética de todos canais, pixel a pixel, e nas decomposições L_{HL} , L_{LH} e L_{LL} , é encontrado o máximo entre cada canal, pixel a pixel, restando uma nova decomposição \bar{L}_{HH} , \bar{L}_{HL} , \bar{L}_{LH} e \bar{L}_{LL} ;
- realizando a transformação inversa de SWT, obtemos a imagem com a fusão das evidências de bordas $IF(x, y)$.

D. Principal component analysis - (PCA)

Esta seção é baseada na referência [27] e [18]. O método de fusão baseado no PCA pode ser descrito pelos seguintes passos:

- organizar os dados de forma a ter cada imagem em um vetor coluna, formando uma matriz Y de dimensão $l \times nc$, onde $l = m \cdot n$, representa a multiplicação das m linhas e n colunas das matrizes a serem utilizadas na fusão;
- calcule a média dos elementos dessas colunas, gerando um vetor de dimensão $1 \times nc$;

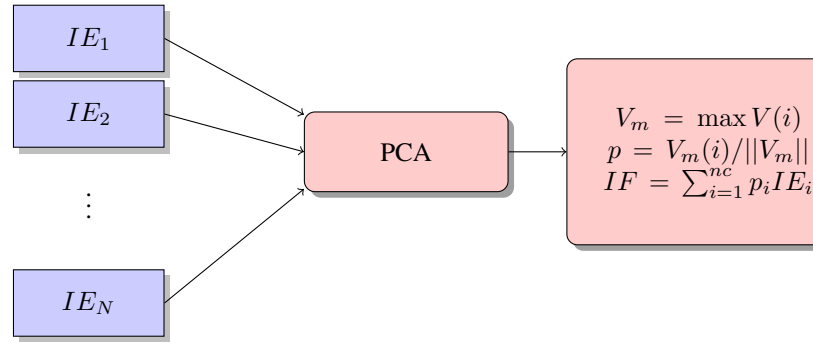


Fig. 7. PCA Fusion.

E. Estatística ROC

O método Estatística ROC foi proposto e descrito em detalhes nas referências [28] e [29]. O método descreve um modelo estatístico para obter informações de maneira automática, de diversas imagens, ou, em diversos canais. Podemos descrever o método no seguinte procedimento:

- obter as evidências de bordas nos canais, aplicando o método descrito nesse artigo. Armazene essas evidências de bordas em matrizes E_i , com $i = 1, \dots, nc$ de maneira binária;
- defina uma matriz de frequência de bordas V . A matriz V é gerada, somando as evidências de bordas E_i ;

- utilize limiares variando de $t = 1, \dots, nc$ gerando matrizes M_t ;
- faça a comparação de cada M_t , fixada com todas as E_i , encontre a matriz de confusão para gerar a curva ROC. O ponto da curva ROC que se aproximar (no sentido da distância euclidiana) da linha diagnóstico, terá seu limiar considerado ótimo;
- a matriz M_t , que corresponde ao limiar mais próximo da linha diagnóstico, é a fusão de evidências de bordas.

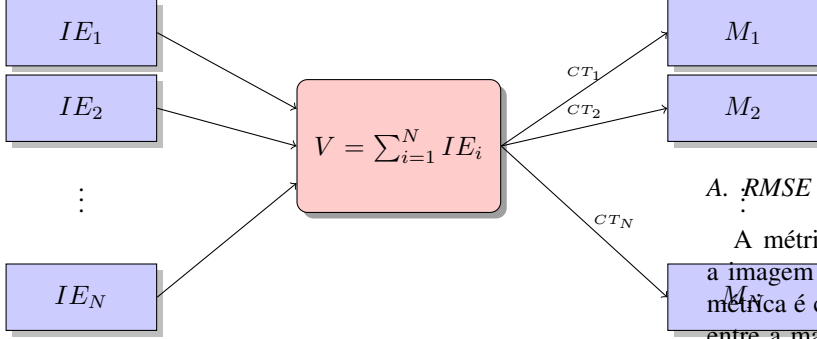


Fig. 8. Fusion based in ROC statistics - Part I.

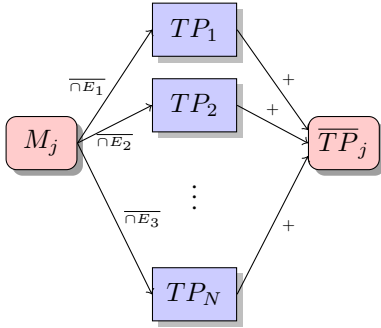


Fig. 9. ROC Fusion for each j . It is true to $\overline{TN}_j, \overline{FP}_j$ and, \overline{FN}_j .

F. SVD Fusion

A técnica de fusão usando decomposição em valores singulares em multi-resolução é baseado na [30]. O método é similar ao método de wavelet, onde o sinal é filtrado por filtros de passa alta e passa baixa. O método consiste no uso dos filtros e posterior restrição usando um fator 2 alcançando o primeiro nível de decomposição. A decomposição referente ao filtro de passa baixa é filtrado e aplicado a restrição alcançando o segundo nível de decomposição. Procedendo desta maneira até um nível determinado podemos encontrar a decomposição. A proposta agora é usar a SVD como filtro.

Seja a amostra na forma vetorial $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ representando o sinal 1D de tamanho N divisível por 2. Rearranjamos as amostras em duas linhas onde na primeira linha sejam colocados os números ímpares e na segunda linha sejam colocados os números pares. Gerando a matriz de dados

$$X_\ell = \begin{bmatrix} x_1 & x_3 & \dots & x_{N-1} \\ x_2 & x_4 & \dots & x_N \end{bmatrix}$$

Definindo $T_\ell = X_\ell X_\ell^T$. Encontramos a decomposição em valores singulares $T_\ell = U_\ell S_\ell U_\ell^T$. Podemos reescrever $U_\ell^T T_\ell U_\ell = S_\ell$.

Sendo S_ℓ

$$S_\ell = \begin{bmatrix} s_1 & 0 \\ 0 & s_2 \end{bmatrix}$$

Podemos definir,

$$\begin{aligned} U_\ell^T T_\ell U_\ell &= S_\ell^2 \\ U_\ell^T X_\ell X_\ell^T U_\ell &= S_\ell^2 \\ U_\ell^T X_\ell (U_\ell^T X_\ell)^T &= S_\ell^2 \end{aligned}$$

VIII. METRICAS

A. RMSE - Root mean square

A métrica RMSE tem como valor de referencia 0 quando a imagem da fusão for a mesma da imagem de referencia. A métrica é calculada como a raiz quadrada do erro pixel a pixel entre a matriz de referencia e a matriz proveniente da fusão.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (I_r(i, j) - I_f(i, j))^2}. \quad (14)$$

B. Percent fit error

A métrica PFE tem como valor de referencia 0 quando a imagem da fusão for a mesma da imagem de referencia. A métrica é calculada como o quociente entre a diferença da norma da imagem de referencia e de fusão e a norma da matriz de referencia. O resultado é apresentado em porcentagem.

$$PFE = \frac{\text{norm}(I_r - I_f)}{\text{norm}(I_r)} * 100. \quad (15)$$

C. MAE - Root Mean absolute

A métrica MAE tem como valor de referencia 0 quando a imagem da fusão for a mesma da imagem de referencia. A métrica é calculada como a média do valor absoluto do erro pixel a pixel entre as imagens de referencia e imagem de fusão.

$$MAE = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N |I_r(i, j) - I_f(i, j)|. \quad (16)$$

D. Dent - Diferença de entropia

A métrica Dent tem como valor de referencia 0 quando a imagem da fusão for a mesma da imagem de referencia. A métrica é calculada como a diferença do valor absoluto das entropias das imagens de referencia e da imagem de fusão.

$$Dent = \text{abs}(\text{entropia}(I_r(i, j)) - \text{entropia}(I_f(i, j))). \quad (17)$$

E. Corr - Correlação

A métrica Corr tem como valor de referencia 1 quando a imagem da fusão for a mesma da imagem de referencia. A correlação entre as imagem podem variar entre o valor 0 e 1, onde valores próximos de 0 indicam que as imagens tem baixa correlação, e valores próximos de 1 indicam que a imagem tem alta correlação.

$$CORR = \frac{2C_{rf}}{C_r + C_f} \quad (18)$$

Onde

$$C_r = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (I_r(i, j))^2,$$

$$C_f = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (I_f(i, j))^2,$$

$$C_{rf} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (I_r(i, j) I_f(i, j)),$$

F. Signal to noise ratio

A métrica SRN tem valor de referencia alto quando a imagem da fusão for a mesma da imagem de referencia. Altos valores mostram que a imagem de referencia e a imagem de fusão são similares.

$$SRN = 20 \log_{10} \left(\frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (I_r(i, j))^2}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (I_r(i, j) - I_f(i, j))^2} \right) \quad (19)$$

G. Peak signal to noise ratio

A métrica SRN tem valor de referencia alto quando a imagem da fusão for a mesma da imagem de referencia. Altos valores mostram que a imagem de referencia e a imagem de fusão são similares.

$$PSRN = 20 \log_{10} \left(\frac{L^2}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (I_r(i, j) - I_f(i, j))^2} \right), \quad (20)$$

onde L é o número de níveis de cinza na imagem.

H. Universal quality index

A métrica QI tem como intervalo para os valores de referencia $[-1, 1]$. O valor 1 é atingido quando a imagem da fusão for a mesma da imagem de referencia. A métrica mede o quanto de informação importante foi transferida das imagens para a fusão em comparação com a imagem de referencia.

$$QI = \frac{4\sigma_{I_r I_f}(\nu_{I_r} + \nu_{I_f})}{(\sigma_{I_r}^2 + \sigma_{I_f}^2)(\nu_{I_r}^2 + \nu_{I_f}^2)} \quad (21)$$

onde

$$\nu_{I_r} = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (I_r(i, j))^2,$$

$$\nu_{I_f} = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (I_f(i, j))^2,$$

$$\sigma_{I_r}^2 = \frac{1}{MN-1} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (I_r(i, j) - \mu_{I_r})^2,$$

$$\sigma_{I_f}^2 = \frac{1}{MN-1} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (I_f(i, j) - \mu_{I_f})^2$$

e

$$\sigma_{I_r I_f} = \frac{1}{MN-1} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (I_r(i, j) - \mu_{I_r})(I_f(i, j) - \mu_{I_f})$$

I. Measure of structural similarity

Sinais de imagem podem ser altamente estruturados e quando isso acontece seus pixels revelam fortes dependências. Essas dependências levariam informações vitais sobre a estrutura da borda. Ele compara padrões locais de intensidades de pixels que foram normalizados para luminância e contraste.

$$SSIM = \frac{(2\nu_{I_r} \nu_{I_f} + C_1)(2\sigma_{I_r I_f} + C_2)}{(\mu_{I_r}^2 + \nu_{I_r}^2 + C_1)(\sigma_{I_r}^2 + \sigma_{I_f}^2 + C_2)} \quad (22)$$

onde C_1 é uma constante que é incluída para evitar a instabilidade quando $(\mu_{I_r}^2 + \nu_{I_r}^2)$ é perto de zero, e C_2 é uma constante que é incluída para evitar a instabilidade quando $(\sigma_{I_r}^2 + \sigma_{I_f}^2)$ é perto de zero.

TABLE I
METRICAS.

Metricas	Met-ref	Canal(hh)	Canal(hv)	canal(vv)
RMSE	0	0.0660	0.0588	0.0668
PFE	0	132.09	117.68	133.60
MAE	0	0.0043	0.0034	0.0044
Dent	0	0	0	0
Corr	1	0.1275	0.3075	0.1075
SRN	Inf	-2.4179	-1.4144	-2.5163
PSRN	Inf	59.9661	60.4678	59.9169
QI	1	0.9710	0.9571	0.9643
SSIM	1	0.9999	0.9999	0.9999

TABLE II
METRICAS.

Metricas	Met-ref	Media	PCA	ROC	DWT	SWT	SVD
RMSE	0	0.0524	0.0549	0.0578	0.0760	0.0601	0.0521
PFE	0	104.96	109.98	115.75	152.00	120.33	104.22
MAE	0	0.0040	0.0042	0.0033	0.0083	0.0065	0.0044
Dent	0	0.0040	0.0393	0.0108	0.2019	0.2312	0.0728
Corr	1	0.2471	0.2031	0.1184	0.0163	0.2340	0.1989
SRN	Inf	-0.4205	-0.8269	-1.2710	-3.6368	-1.6080	-0.3590
PSRN	Inf	60.9648	60.7616	60.5395	59.3566	60.3710	60.9955
QI	1	0.9473	0.9463	0.9759	0.9199	0.9209	0.9445
SSIM	1	0.99994	0.99993	0.99991	0.99988	0.99992	0.99989

IX. TEMPO DE EXECUÇÃO DA FUSÃO DE CANAIS

O tempo de execução da fusão dos canais de intensidade foi realizado rodando o programa de fusão de evidencias de bordas 20 vezes. A media destes tempos esta mostrada na tabela (III). A tabela mostra também o comparativo com a fusão de menor tempo. Escolhemos o menor tempo como referencia e calculamos quanto os outros são maiores.

TABLE III
MÉTRICA DE TEMPO.

Métricas	Media	PCA	ROC	DWT	SWT	SVD
Tempo(s)	0.00369	0.01016	0.13858	0.03831	0.08499	0.82393
Tempo comparativo $\left(\frac{\text{Tempo}}{TF}\right)$	TF	2.75TF	37.5TF	10.4TF	23TF	223TF

X. RESULTADOS NUMÉRICOS

A imagem PolSAR, com 4 visadas da região de Flevoland na Holanda, foi usada para os testes numéricos. A figura (10) mostra a região de interesse, onde construímos as retas radiais para a detecção de bordas.

A detecção de bordas e suas posteriores fusão de evidências foram realizadas nessa região de interesse, com intuito de entender a ponderação de cada canal, na formação da imagem.

Neste trabalho a detecção de bordas foi realizada nos canais de intensidade (hh), (hv) e (vv), e posteriormente, usadas para a fusão de informações.

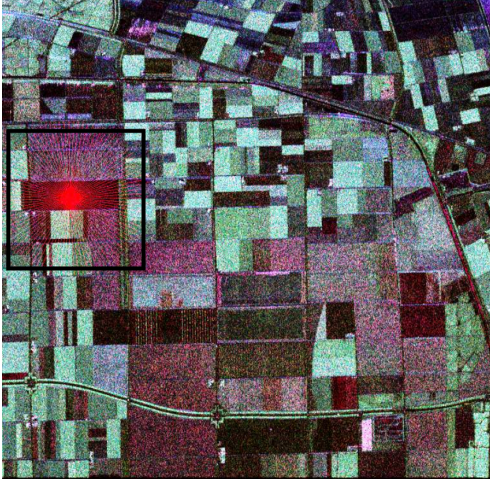


Fig. 10. Região de interesse (ROI) na imagem de Flavoland.

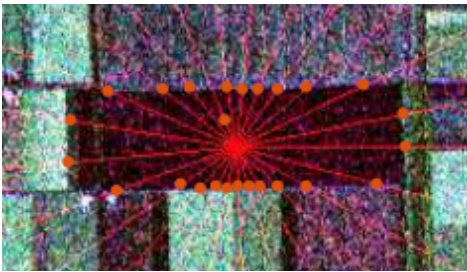


Fig. 11. Edges detection example (hh channel).

As figuras (??), (??) e (??) mostram, respectivamente, os algoritmos de detecção das evidências de bordas, aplicados nos canais (hh), (hv) e (vv).

O algoritmo para detectar as evidências de bordas funcionou bem nos canais (hh) e (hv), atingindo uma melhor acurácia em relação ao canal (vv).

No canal (vv) foi detectado bordas que não fazem parte da região homogênea de interesse, porém, fazem parte de outras bordas da imagem, pesquisando o motivo desse fato, foi analisado a função $l(j)$ e constatado que a função apresenta dois picos, representando possíveis evidências de bordas, no qual o maior foi detectado corretamente.



(a) Evidences in channel hh



(b) Evidences in channel hv



(c) Evidences in channel vv

Fig. 12. Evidence by channel

As figuras (??) até (??) mostram, respectivamente, a fusão de evidências para os métodos descritos neste artigo. Em ordem, listamos o método que mostra a média de evidências de bordas, o método que usa a Stationary wavelet transform (SWT), o método que usa a Principal component analysis (PCA) e finalmente, o método baseado na estatística ROC.

Os métodos mostrados nas figuras (??), (??) e (??) usam todos os pixels detectados nos diferentes canais. Cada método pondera os pixels nos diferentes canais com suas características. A média pondera, igualmente, os pixels. O (SWT) encontra os coeficientes da combinação linear das suas bases de wavelets, e o (PCA) pondera os autovetores da matriz de covariância.

O método da estatística ROC não usa todos os pixels dos canais, pois o método é baseado em limiares descartando pixels. Isso se observou na na figura (??).

XI. CONCLUSÃO

Neste artigo, Métodos de fusão de evidências de bordas em imagens Polarsar foram analisados. Primeiramente, encontramos as evidências de bordas usando o método de máxima verossimilhança nos canais de intensidades (hh), (hv) e (vv). Posteriormente realizamos a fusão das evidências de bordas nos diferentes canais por meio dos métodos fusão por média simples, SWT, PCA e curva ROC.

Com intuito de quantificar e comparar a performance do processo de detecção de bordas é usado uma imagem simu-

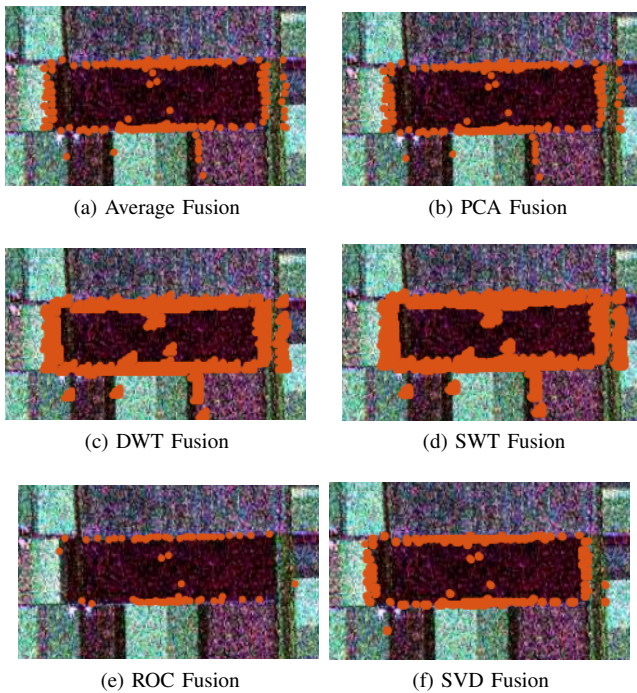


Fig. 13. Evidence after fusion

lada. Na imagem simulada que foi gerada é aplicado o método para obtenção da função $\ell(j)$, a qual tem a característica de não ser diferenciável em vários pontos do domínio, portanto teremos problemas na utilização de métodos clássicos de otimização. O problema foi resolvido com aplicação de um método baseado no *Simulated annealing* conhecido por trabalhar adequadamente em funções não diferenciáveis.

A métrica, baseada na probabilidade de detectar a borda corretamente, é aplicada para o método proposto mostrando bom desempenho na detecção de evidências de bordas nos canais de intensidade.

Para dados reais usamos a imagem de Flevoland com a região de interesse destacada na forma de linhas radiais como mostra a figura. Além disso, temos a intenção de analisar o comportamento dos métodos de detecção de bordas nessas imagens. Inicialmente, notou-se o bom desempenho para detectar as evidências de bordas nos canais de intensidade.

REFERENCES

- [1] S. J. S. Sant'Anna, J. C. Da S. Lacava, and D. Fernandes, "From maxwell's equations to polarimetric sar images: A simulation approach," *Sensors*, vol. 8, no. 11, pp. 7380–7409, 2008. [Online]. Available: <http://www.mdpi.com/1424-8220/8/11/7380>
- [2] R. Touzi, A. Lopes, and P. Bousquet, "A statistical and geometrical edge detector for sar images," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 26, no. 6, pp. 764–773, Nov 1988.
- [3] C. J. Oliver, D. Blacknell, and R. G. White, "Optimum edge detection in sar," *IEE Proceedings - Radar, Sonar and Navigation*, vol. 143, no. 1, pp. 31–40, Feb 1996.
- [4] R. Fjortoft, A. Lopes, P. Marthon, and E. Cubero-Castan, "An optimal multiedge detector for sar image segmentation," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 36, no. 3, pp. 793–802, May 1998.
- [5] X. Fu, H. You, and K. Fu, "A statistical approach to detect edges in sar images based on square successive difference of averages," *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 9, no. 6, pp. 1094–1098, Nov 2012.
- [6] F. Baselice and G. Ferraioli, "Statistical edge detection in urban areas exploiting sar complex data," *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 9, no. 2, pp. 185–189, March 2012.
- [7] E. Girón, A. C. Frery, and F. Cribari-Neto, "Nonparametric edge detection in speckled imagery," *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 82, no. 11, pp. 2182 – 2198, 2012. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037847541200136X>
- [8] J. Gambini, M. Mejail, J. Jacobo-Berlles, and A. C. Frery, "Feature extraction in speckled imagery using dynamic B-spline deformable contours under the G0 model," *International Journal of Remote Sensing*, vol. 27, no. 22, pp. 5037–5059, 2006.
- [9] A. C. Frery, J. Jacobo-Berlles, J. Gambini, and M. Mejail, "Polarimetric SAR image segmentation with b-splines and a new statistical model," *CoRR*, vol. abs/1207.3944, 2012.
- [10] M. Horritt, "A statistical active contour model for sar image segmentation," *Image and Vision Computing*, vol. 17, no. 3, pp. 213 – 224, 1999. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0262885698001012>
- [11] J. E. Ball, D. T. Anderson, and C. S. Chan, "A comprehensive survey of deep learning in remote sensing: Theories, tools and challenges for the community," *CoRR*, vol. abs/1709.00308, 2017. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/1709.00308>
- [12] X. X. Zhu, D. Tuia, L. Mou, G. Xia, L. Zhang, F. Xu, and F. Fraundorfer, "Deep learning in remote sensing: A comprehensive review and list of resources," *IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine*, vol. 5, no. 4, pp. 8–36, Dec 2017.
- [13] J. Pont-Tuset, P. Arbeláez, J. T. Barron, F. Marques, and J. Malik, "Multiscale combinatorial grouping for image segmentation and object proposal generation," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 39, no. 1, pp. 128–140, Jan 2017.
- [14] S. Xie and Z. Tu, "Holistically-nested edge detection," *Int. J. Comput. Vision*, vol. 125, no. 1-3, pp. 3–18, Dec. 2017. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1007/s11263-017-1004-z>
- [15] A. Samat, P. Gamba, S. Liu, Z. Miao, E. Li, and J. Abuduwaili, "Quad-polar data classification using modified random forest algorithms to map halophytic plants in arid areas," *Int. J. Applied Earth Observation and Geoinformation*, vol. 73, pp. 503–521, 2018. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1016/j.jag.2018.06.006>
- [16] A. Salentini and P. Gamba, "A general framework for urban area extraction exploiting multiresolution sar data fusion," *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, vol. 9, no. 5, pp. 2009–2018, May 2016.
- [17] A. Nascimento, M. Horta, A. Frery, and R. Cintra, "Comparing edge detection methods based on stochastic entropies and distances for polar sar imagery," *Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, vol. 7, no. 2, pp. 648–663, 2014.
- [18] H. Mitchell, *Image Fusion: Theories, Techniques and Applications*. Springer Berlin Heidelberg, 2010. [Online]. Available: <https://books.google.com.br/books?id=D7DXAX6eH2oC>
- [19] J.-S. Lee and E. Pottier, *Polarimetric radar imaging: from basics to applications*. CRC press, 2009.
- [20] N. R. Goodman, "The distribution of the determinant of a complex wishart distributed matrix," *Ann. Math. Statist.*, vol. 34, no. 1, pp. 178–180, 03 1963. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1214/aoms/1177704251>
- [21] J. S. Lee, K. W. Hoppel, S. A. Mango, and A. R. Miller, "Intensity and phase statistics of multilook polarimetric and interferometric SAR imagery," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 32, no. 5, pp. 1017–1028, Sep. 1994.
- [22] K. Sarabandi, "Derivation of phase statistics from the mueller matrix," *Radio Science*, vol. 27, 11 1992.
- [23] C. López-Martínez, X. Fàbregas, and E. Pottier, "Multidimensional speckle noise model," *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, vol. 2005, no. 20, p. 180956, Dec 2005. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1155/ASP.2005.3259>
- [24] S. N. Anfinsen, A. P. Doulgeris, and T. Eltoft, "Estimation of the equivalent number of looks in polarimetric synthetic aperture radar imagery," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 47, no. 11, pp. 3795–3809, 2009.
- [25] Yang Xiang, S. Gubian, B. Suomela, and J. Hoeng, "Generalized simulated annealing for efficient global optimization: the GenSA package for R," *The R Journal Volume 5/1, June 2013*, 2013. [Online]. Available: <https://journal.r-project.org/archive/2013/RJ-2013-002/index.html>

- [26] L. Gomez, L. Alvarez, L. Mazorra, and A. C. Frery, "Fully polsar image classification using machine learning techniques and reaction-diffusion systems," *Neurocomputing*, vol. 255, pp. 52–60, 2017.
- [27] V. Naidu and J. Raol, "Pixel-level image fusion using wavelets and principal component analysis," *Defence Science Journal*, vol. 58, no. 3, pp. 338–352, Mar. 2008. [Online]. Available: <https://publications.drdo.gov.in/ojs/index.php/dsj/article/view/1653>
- [28] S. Giannarou and T. Stathaki, "Optimal edge detection using multiple operators for image understanding," *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, vol. 2011, no. 1, p. 28, Jul 2011. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1186/1687-6180-2011-28>
- [29] T. Fawcett, "An introduction to roc analysis," *Pattern Recogn. Lett.*, vol. 27, no. 8, pp. 861–874, Jun. 2006. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1016/j.patrec.2005.10.010>
- [30] V. Naidu, "Image fusion technique using multi-resolution singular value decomposition," *Defence Science Journal*, vol. 61, no. 5, pp. 479–484, Sep. 2011. [Online]. Available: <https://publications.drdo.gov.in/ojs/index.php/dsj/article/view/705>