

Domande Algebra Lineare 2.10.2025

Dopo aver studiato, scrivere le risposte alle seguenti domande senza guardare libri o appunti di nessun genere. Controllare le risposte solo dopo averle scritte:

4. Dire cosa vuol dire che un sistema lineare ottenuto da un'altro mediante eliminazione di Gauss.
5. Cosa vuol dire che una matrice B è riduzione di Gauss della matrice A ?
6. Dare una condizione necessaria e sufficiente affinché un sistema triangolare abbia soluzione unica.
7. Dare una condizione necessaria e sufficiente affinché un sistema quadrato abbia soluzione unica.
8. Dare una condizione necessaria e sufficiente affinché un sistema a scala abbia soluzione unica.
9. Dare una condizione necessaria e sufficiente affinché un sistema qualunque abbia soluzione.

Esercizi 2.10.2025

9. Per $k \in \mathbf{R}$ si consideri il sistema

$$S_k : \begin{cases} 2x - 3y + z = -1 \\ 2x - 7y + 2z = k \\ 4y - z = 5. \end{cases}$$

Stabilire per quali $k \in \mathbf{R}$ il sistema S_k ha soluzioni e, quando esistono, trovare le soluzioni.

10. Per $t \in \mathbf{R}$ si consideri il sistema

$$S_t : \begin{cases} tx + ty + t^2z = 4 \\ x + y + tz = t \\ x + 2y + 3z = 2t. \end{cases}$$

Stabilire per quali $t \in \mathbf{R}$ il sistema S_t ha soluzioni e, quando esistono, trovare le soluzioni.

11) Trovare, quando esistono, le soluzioni dei seguenti sistemi

$$\text{a) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = -1 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 + 5x_2 - 2x_3 = -1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 - 5x_2 = 7 \\ x_1 + 5x_3 = 9 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 + 5x_2 - x_3 + 6x_4 = 17 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 12 \\ 2x_1 - 7x_3 + 11x_4 = 7 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} x_1 - 4x_2 - x_3 + x_4 = 3 \\ 2x_1 - 8x_2 + x_3 - 4x_4 = 9 \\ -x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -6 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 2 \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 + 6x_4 = 5 \\ x_2 + 2x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - x_3 + 6x_4 - 2x_5 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 - x_5 = 2 \\ 4x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 7x_4 - x_5 = 6 \end{cases}$$

$$\text{g) } \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 5 \\ x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 - x_5 = 2 \\ 5x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 10 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_4 + x_5 = 5 \end{cases}$$