

Параметры: $p_1 = 0.4$, $p_2 = 0.6$, $n_{sim} = 100000$, доверительная вероятность = 0.95

Мер	Оценка	К-во успехов	95%-ДИ	Аналит.	
A	0.592160	59216	[0.589106, 0.595208]	0.590400	Попадание величины в ДИ=True
B	0.159570	15957	[0.157305, 0.161855]	0.160000	Попадание величины в ДИ=True
C	0.642500	64250	[0.639520, 0.645471]	0.640000	Попадание величины в ДИ=True
D	0.943520	94352	[0.942071, 0.944943]	0.942400	Попадание величины в ДИ=True
E	0.482930	48293	[0.479828, 0.486033]	0.480000	Попадание величины в ДИ=True
F	0.492810	49281	[0.489707, 0.495914]	0.494400	Попадание величины в ДИ=True

Аналитическое решение задачи

Пусть p_1 — вероятность того, что бомбардировщик сбивает истребитель, а p_2 — вероятность того, что истребитель сбивает бомбардировщик.

Бомбардировщик делает по одному выстрелу в каждого из двух истребителей. Те истребители, которые не сбиты, независимо стреляют по бомбардировщику.

Вероятности исходов

A – сбит бомбардировщик:

$$P(A) = 2p_1(1-p_1)p_2 + (1-2p_1 + p_1^2)(2p_2 - p_2^2)$$

B – сбиты оба истребителя:

$$P(B) = p_1^2$$

C – сбит хотя бы один истребитель:

$$P(C) = 1 - (1-p_1)^2 = 2p_1 - p_1^2$$

D – сбит хотя бы один самолёт:

$$P(D) = 1 - (1-p_1)^2(1-p_2)^2$$

E – сбит ровно один истребитель:

$$P(E) = 2p_1(1-p_1)$$

F – сбит ровно один самолёт:

$$P(F) = 2p_1(1-p_1)(1-p_2) + (1-p_1)^2(2p_2 - p_2^2)$$

Доверительный интервал ($\beta = 0.95$)

При моделировании методом Монте-Карло для оценки вероятностей используется доверительный интервал: $\hat{p} \pm 1.96 * \sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})/n}$, где n — число испытаний. Этот интервал накрывает истинное значение вероятности с надёжностью около 95%.

Ответ на вопрос:

6. В чем сущность метода Монте-Карло?

Сущность метода Монте-Карло заключается в использовании случайных чисел для приближённого решения математических и физических задач, которые трудно решить аналитически.

Метод основан на многократном случайном моделировании процесса и статистическом усреднении полученных результатов.

Идея:

1. Формулируется задача в вероятностной форме.
2. Генерируется большое количество случайных реализаций (выборок).
3. По результатам вычисляется среднее значение, которое служит приближённым решением.

Применяется для:

- интегрирования сложных функций,
- оценки вероятностей и статистических характеристик,
- моделирования физических и экономических процессов.