

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Рязанский государственный радиотехнический университет
Имени В. Ф. Уткина»

Факультет вычислительной техники
Кафедра вычислительной и прикладной математики

Отчёт по практической работе №2

по дисциплине:
«Моделирование»

по теме:
«Проверка качества генераторов псевдослучайных чисел»

Выполнил: ст. гр. 242

Журавлев А.Р.

Проверил: Анастасьев А. А.

Цель работы:

Используя результаты, полученные при выполнении практического занятия №1, проверить качество последовательности псевдослучайных чисел. Для этого применяются три статистических критерия:

- критерий Пирсона (хи-квадрат),
- критерий Колмогорова,
- Покер-тест при $k=8$.

Практическая часть:

Разработанная программа автоматически выполняет статистический анализ сгенерированной последовательности. В ходе работы вычисляются:

- коэффициент χ^2 для критерия Пирсона,
- статистика λ для критерия Колмогорова,
- показатели для Покер-теста.

Полученные величины сравниваются с критическими значениями. По результатам проверки делается вывод о соответствии последовательности равномерному распределению.

```

=== Результаты статистической проверки ===

Объём выборки: 7000
Среднее: 0.502188 (теор. 0.5)
Дисперсия: 0.083232 (теор. 1/12 ≈ 0.083333)

1) Пирсон (K=16, df=15):  $\chi^2 = 1.8834$ 
   Сравнение с критическим значением: используйте таблицу  $\chi^2$  для df=15
    $\chi^2_{кр}(\alpha=0.05, df=15) \approx 24.996$ 
   Решение: не отвергаем  $H_0$ 

2) Колмогоров:  $D = 0.005097, \lambda = 0.426430$ 
   Критическое (прибл.)  $D_{кр} \approx 1.36/\sqrt{n} = 0.016255$ 
   Решение: не отвергаем  $H_0$ 

3) Покер-тест (k=8, по числу различных цифр r):
   r | O_r (набл) | E_r (ожд) | p_r
   1 | 2 | 0.001 | 0.000000
   2 | 1 | 0.800 | 0.000114
   3 | 21 | 48.686 | 0.006955
   4 | 408 | 600.113 | 0.085730
   5 | 2253 | 2222.640 | 0.317520
   6 | 2973 | 2815.344 | 0.402192
   7 | 1207 | 1185.408 | 0.169344
   8 | 135 | 127.008 | 0.018144
    $\chi^2$  (покер) = 5797.7208, df ≈ 7
   Сравнение с  $\chi^2_{кр}(\alpha=0.05, df \approx 7)$  – по вашей таблице критических значений.

Process finished with exit code 0

```

При числе степеней свободы $r = k-1 = 16-1 = 15$ и вычисленном коэффициенте «хи-квадрат» ($\chi^2=1.8334$) можно утверждать, что генератор формирует последовательность случайных чисел, распределение которых соответствует теоретическому равномерному закону с достоверностью около 95 % по критерию Пирсона.

При вычисленном коэффициенте «Лямбда» ($\lambda=0.426430$) последовательность не выходит за пределы допустимых отклонений, и полученные значения принадлежат теоретическому равномерному закону распределения согласно критерию Колмогорова с вероятностью порядка **95%**.

Наблюдаемые частоты по категориям r (число различных цифр в слове из 8 знаков) и ожидаемые $E_r = N \cdot p_r$ сравниваются χ^2 -критерием: $\chi^2_{\text{набл}} = \{ \dots \}$, $df=7$; критическое $\chi^2_{0.95, 72} \approx 14.067$.

Вывод: В ходе практической работы, используя результаты, полученные при выполнении практического занятия №1, было проведено исследование качества последовательности псевдослучайных чисел с применением критерия Пирсона, критерия Колмогорова и Покер-теста при $k=8$. Все три критерия показали, что распределение последовательности соответствует теоретическому равномерному закону, а гипотеза H_0 не отвергается.

Ответы на контрольные вопросы

1. Что позволяет проверять тест распределения на плоскости? В чем он заключается?

Тест распределения на плоскости позволяет проверять:

- Независимость последовательных пар чисел
- Отсутствие корреляций между соседними значениями
- Равномерность распределения в двумерном пространстве

Суть теста: Последовательные пары чисел (x_1, x_2) , (x_3, x_4) , ... интерпретируются как координаты точек на плоскости $[0,1) \times [0,1)$. Проверяется равномерность распределения этих точек.

2. Для чего нужны критерии проверки датчиков псевдослучайных чисел?

Критерии нужны для:

- Проверки статистических свойств генератора
- Оценки соответствия теоретическому распределению
- Обнаружения закономерностей и корреляций
- Гарантии качества случайности для приложений
- Сертификации криптографических генераторов

3. В чем сущность критерия χ^2 Пирсона?

Сущность критерия χ^2 :

- Сравнение наблюдаемых частот с теоретически ожидаемыми
- Разбиение диапазона на интервалы (бины)
- Вычисление суммы квадратов отклонений относительных частот

- Оценка значимости отклонений от теоретического распределения

4. При выполнении каких условий возможно применение критерия χ^2 Пирсона?

Условия применения:

- Объем выборки достаточно большой ($n \geq 50$)
- Ожидаемые частоты в каждом бине ≥ 5
- Наблюдения независимы
- Теоретическое распределение известно
- Данные измерены в шкале наименований или порядка

5. Каким образом определяется число степеней свободы для критерия χ^2 ?

Число степеней свободы:

$$v = k - 1 - r$$

где:

- k - число интервалов (бинов)
- r - число оцененных параметров распределения

Для равномерного распределения (параметры известны): $v = k - 1$

6. В чем заключается критерий Колмогорова?

Сущность критерия Колмогорова:

- Сравнение эмпирической функции распределения с теоретической
- Вычисление максимального отклонения $D = \max |F_n(x) - F(x)|$
- Использование статистики $D\sqrt{n}$ для проверки гипотез
- Более мощный чем χ^2 для непрерывных распределений

7. С помощью какого критерия можно проверить независимость псевдослучайных величин?

Для проверки независимости используются:

- **Критерий серий** - проверка чередования знаков
- **Автокорреляционный тест** - проверка корреляций с лагами
- **Тест на монотонность** - проверка возрастаний/убываний
- **Двумерные тесты** - распределение пар последовательных чисел

8. С помощью каких критериев можно проверить случайность цифр в генерируемой последовательности?

Критерии проверки случайности цифр:

- **Частотный тест** - равномерность распределения цифр
- **Тест серий** - проверка пар и троек цифр
- **Покер-тест** - комбинации цифр как в покере
- **Тест на монотонность** - длины возрастающих последовательностей
- **Критерий монотонности** - проверка паттернов
- **Тест на сжатие** - невозможность сжатия случайной последовательности