№4-79

$x=(4,-1,-3,4)$

$e_1=(1,1,1,1)^T$

$e_2=(1,2,-2,-1)^T$

$e_3=(1,0,0,3)^T$

$$\begin{pmatrix}1&1&1\\1&2&0\\1&2&0\\1&-1&3\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&-1\\0&1&-1\\0&-2&2\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&-1\\0&0&0\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&2\\0&1&-1\\0&0&0\end{pmatrix}.$$

Базис:

$e_1=(1,1,1,1)$; $e_2=(1,2,2,-1)$

ортогонализуем базис:

$g_1=e_1=(1,1,1,1)$

$$g_2=e_2-\frac{(e_2,g_1)}{(g_1,g_1)}g_1=(0,1,1,-2)$$

т.к g_1, g_2 - ортогонализированный базис:

$u=c_1g_1+c_2g_2$; $(g_1,g_1)c_1=(x,g_1)$; $(g_2,g_2)c_2=(x,g_2)$

$(g_1,g_1)c_1=(x,g_1) \Leftrightarrow 4c_1=4 \Leftrightarrow c_1=1$ $\Rightarrow$

$(g_2,g_2)c_2=(x,g_2) \Leftrightarrow 6c_2=-12 \Leftrightarrow c_2=-2$

$\Rightarrow u=g_1-2g_2=(1,-1,-1,5) \Rightarrow$

$\Rightarrow v=x-u=(3,0,-2,-1)$

№ 4.87

$x \perp y \Leftrightarrow |x+y|^2 = |x|^2 + |y|^2$

($\Rightarrow$) $|x+y|^2 = (x+y, x+y) = (x, x+y) + (y, x+y) =$

т.к. $x \perp y \Rightarrow (x,y) = (y,x) = 0$

$= (x,x) + (x,y) + (y,x) + (y,y) = (x,x) + (y,y) =$

$= |x|^2 + |y|^2 \Leftrightarrow |x+y|^2 = |x|^2 + |y|^2$

($\Leftarrow$) ~~$x \perp y$~~

по $|x+y|^2 = |x|^2 + |y|^2$

$|x+y|^2 = (x,x) + 2(x,y) + (y,y) = |x|^2 + |y|^2 + 2(a,b) \Rightarrow$

$\Rightarrow 2(a,b) = 0$ противоречие $\Rightarrow x \perp y$, что и т.д.