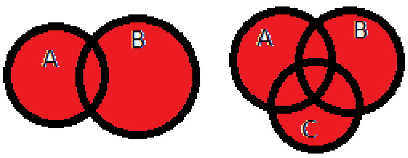
**Вопросы:**

2. Семейство множеств – это множество, элементами которого являются другие множества. Например: {{1,2}, {3,4}}
3. Булеан – множество всех подмножеств данного множества. Например: булеан множества {2, 3, {4, 5}, 1} – {∅, {2, 3, {4, 5}, 1}, {2}, {3}, {1}, {4, 5}, {2, 3}, {2, 1}, {3, 1}, {2, {4, 5}}, {3, {4, 5}}, {1, {4, 5}}, {2, 3, {4, 5}}, {2, 1, {4, 5}}, {1, 3, {4, 5}}}
6. $A \cup B = \{x \mid x \in A \; or \; x \in B\}$




10. Декартово произведение множеств – это множество, элементами которого являются все возможные упорядоченные пары элементов из исходных множеств. Например: $A = \{1, 2\}$ $B = \{3\}$ $A \times B = \{(1, 3), (2, 3)\}$
15. Свойства поглощение: $(A \cap B) \cup A = A; (A \cup B) \cap A = A$
    Свойства склеивания: $(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) = A; (A \cup B) \cap (A \cup \bar{B}) = A$
16. Приоритет: 1. Дополнение 2. Пересечение 3. Объединение, разность, симметрическая разность. Приоритет можно изменить, поставив скобки в нужном месте. Например: $A \cap B \cup C \,!= A \cap (B \cup C)$
18. ∈ используется, когда нужно показать принадлежность **элемента** множеству
    ⊂ используется, когда нужно показать, что множество слева от знака является **подмножеством** множества, которое стоит справа от значка. При этом **не** допускается равенство множеств.
    ⊆ используется, когда нужно показать, что множество слева от знака является **подмножеством** множества, которое стоит справа от значка. При этом **допускается** равенство множеств.
    Примеры:
    $\sqsupset A = \{2, 3, \{1, 4\}\}$
    $\{1, 4\} \in A$ но $1, 4 \notin A; \{2, 3\} \subset A;$ $\{2, 3, \{1, 4\}\} \subseteq A$ но $\{2, 3, \{1, 4\}\} \not\subset A$

**Задания:**

Задание 1

**Дано множество вида $A = \{a, b, c, d\}$. Укажите верные записи:**

**1)**
- а) $a \in A$; √
- б) $d \subset A$; ×
- в) $\varnothing \in A$; ×
- г) $\{a, b, c, d\} \subseteq A$; √
- д) $\varnothing \subset A$; √
- е) $\{a, b\} \subset \{a, b, c\}$. √

**2)**
- а) $\{a\} \subset \{a, b\}$; √
- б) $\{c\} \subseteq \{c\}$; √
- в) $\varnothing \in \{a, b, c\}$; ×
- г) $\varnothing \subset \{a\}$; √
- д) $A \subseteq \{a, b, c, d\}$; √
- е) $a, b \subseteq \{a, b\}$. ×

**3)**
- а) $a, b \in \{a, b, c\}$; √
- б) $\varnothing \notin \{a, b, c\}$; √
- в) $\varnothing \in \{\varnothing\}$; √
- г) $\varnothing \subset \{\varnothing\}$; √
- д) $a = \{a\}$; ×
- е) $\varnothing = \{\varnothing\}$. ×

Рассмотрим доказательство

Утверждение 1: $A \backslash B = A \cap \bar{B}$.

$\Rightarrow$ $\forall x \in A \backslash B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \Rightarrow x \in \bar{B} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in \bar{B} \end{cases} \Leftrightarrow x \in A \cap \bar{B} \Rightarrow$

$\Rightarrow A \backslash B \subseteq A \cap \bar{B}$

$\Leftarrow$ $\forall x \in A \cap \bar{B} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in \bar{B} \Rightarrow x \notin B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \end{cases} \Leftrightarrow x \in A \backslash B \Rightarrow$

$\Rightarrow A \cap \bar{B} \subseteq A \backslash B$

$\begin{cases} A \backslash B \subseteq A \cap \bar{B} \\ A \cap \bar{B} \subseteq A \backslash B \end{cases} \Leftrightarrow A \backslash B = A \cap \bar{B}$, что и т.д.

Утверждение 2: $A = \bar{B} \iff A \cap B = \emptyset$ и $A \cup B = U$.

$\Rightarrow$ $A = \bar{B}$

$\forall x \in A \cap B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \Rightarrow x \notin \bar{B} \Rightarrow x \notin A \end{cases} \Rightarrow A \cap B = \varnothing$

$\forall x \in A \cup B \Leftrightarrow \left[ \begin{array}{l} x \in A \\ x \in B \end{array} \right.$ $\quad \forall y \in U \quad \left[ \begin{array}{l} y \in A \Rightarrow y \in A \cup B \\ y \notin A \Rightarrow y \notin \bar{B} \Rightarrow y \in B \Rightarrow y \in A \cup B \end{array} \right.$

$\begin{cases} U \subseteq A \cup B \\ A \cup B \subseteq U \end{cases} \Rightarrow U = A \cup B$

$\Leftarrow$ $\begin{cases} A \cap B = \varnothing & \nexists x : x \in A \ \& \ x \in B \ (*) \\ A \cup B = U & \forall x \in U \quad x \in A \text{ or } x \in B \ (**) \end{cases}$

$\forall x \in A$ (пусть $x \in B \Rightarrow x \in A$ & $x \in B \Rightarrow$ противоречие по $(*)$) $\Rightarrow x \notin B \Rightarrow x \in \bar{B} \Rightarrow A \subseteq \bar{B}$

$\forall x \in \bar{B} \quad x \notin B \overset{(**)}{\Rightarrow} x \in A \Rightarrow \bar{B} \subseteq A$

$\begin{cases} A \subseteq \bar{B} \\ \bar{B} \subseteq A \end{cases} \Leftrightarrow A = \bar{B}$

## Задание 2

Доказать утверждения. Привести примеры, в которых правая часть утверждения верна, но левая верна не будет.

a) $A \subseteq B \Rightarrow A \cup C \subseteq B \cup C$

$(A \subseteq B \Leftrightarrow (\forall x \in A \Rightarrow x \in B))$

$\forall x \in A \cup C = \{x \mid x \in A \text{ or } x \in C\}$

$\left(\begin{cases} x \in A \Rightarrow x \in B \Rightarrow x \in B \cup C \\ x \in C \Rightarrow x \in B \cup C \end{cases} \Rightarrow x \in B \cup C\right) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow A \cup C \subseteq B \cup C$

b) $A \subseteq B \Rightarrow A \cap C \subseteq B \cap C$

$(A \subseteq B \Leftrightarrow (\forall x \in A \Rightarrow x \in B))$

$\forall x \in A \cap C = \{x \mid x \in A \,\&\, x \in C\}$ $\left(\begin{cases} x \in A \Rightarrow x \in B \\ x \in C \end{cases} \Rightarrow x \in B \cap C\right) \Leftrightarrow$ $A \cap C \subseteq B \cap C$

c) $A \subseteq B \Rightarrow A \backslash C \subseteq B \backslash C$

$(A \subseteq B \Leftrightarrow (\forall x \in A \Rightarrow x \in B))$

$\forall x \in A \backslash C = \{x \mid x \in A \,\&\, x \notin C\}$ $\left(\begin{cases} x \in A \Rightarrow x \in B \\ x \notin C \end{cases} \Rightarrow \left(\begin{cases} x \in B \\ x \notin C \end{cases} \Leftrightarrow x \in B \backslash C\right)\right) \Leftrightarrow$

$\Rightarrow A \backslash C \subseteq B \backslash C$

d) $A \subseteq B \Rightarrow C \backslash B \subseteq C \backslash A$ (от противного)

$(A \subseteq B \Leftrightarrow (\forall x \in A \Rightarrow x \in B)) \Rightarrow (\forall x \notin B \Rightarrow x \notin A) \Leftrightarrow \forall x \in \bar{B} \Rightarrow x \in \bar{A})$

$\forall x \in C \backslash B = \{x \mid x \in C \,\&\, x \notin B\}$ $\left(\begin{cases} x \in C \\ x \notin B \Rightarrow x \in \bar{B} \Rightarrow x \in \bar{A} \Rightarrow x \notin A \end{cases} \Rightarrow x \in C \backslash A\right) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow C \backslash B \subseteq C \backslash A$

e) $A \subseteq B \Rightarrow \bar{B} \subseteq \bar{A}$

$(A \subseteq B \Leftrightarrow (\forall x \in A \Rightarrow x \in B))$ (док. к противному)

$(\forall x \in A \Rightarrow x \in B) \Leftrightarrow (\forall x \notin B \Rightarrow x \notin A) \Leftrightarrow (\forall x \in \bar{B} \Rightarrow x \in \bar{A}) \Leftrightarrow \bar{B} \subseteq \bar{A}$

f) $A \subseteq C$ и $B \subseteq C \Rightarrow A \cap B \subseteq C$

$(A \subseteq C \Leftrightarrow (\forall x \in A \Rightarrow x \in C))$ $\forall x \in A \cap B = \{x \mid x \in A \,\&\, x \in B\}$ $\left(\begin{cases} x \in A \Rightarrow x \in C \\ x \in B \Rightarrow x \in C \end{cases} \Rightarrow x \in C\right) \Leftrightarrow$

$(B \subseteq C \Leftrightarrow (\forall x \in B \Rightarrow x \in C))$

$\Rightarrow A \cap B \subseteq C$

## Задание 3

Привести примеры применения утверждений (в обе стороны).

a) $A \subseteq C$ и $B \subseteq C \Leftrightarrow A \cup B \subseteq C$ $A = \{1, 2\}$ $B = \{3, 4\}$ $C = \{1, 2, 3, 4\}$

b) $A \subseteq B$ и $A \subseteq C \Leftrightarrow A \subseteq B \cap C$ $A = \{1\}$ $B = \{1, 2\}$ $C = \{1, 3\}$

c) $A \subseteq B \Leftrightarrow A \backslash B = \emptyset$ $A = \{3, 4\}$ $B = \{3, 4\}$

d) $A \subseteq B \Leftrightarrow \bar{A} \cup B = U$ $A = \{3, 0\}$ $B = \{0, 2, 3, 9\}$

e) $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B = B$ $A = \{3, 0\}$ $B = \{0, 2, 3, 9\}$

f) $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$ $A = \{3, 0\}$ $B = \{0, 2, 3, 9\}$

## Задание 4

Привести примеры применения утверждений.

a) $A \subseteq A \cup B$ $A=\{1,2\}$ $B=\{1,2,3,4\}$ $A\cup B=\{1,2,3,4\}$ $A\subseteq A\cup B$

b) $A \cap B \subseteq A$ $A=\{1,2\}$ $B=\{1,2,3,4\}$ $A\cap B=\{1,2\}$ $A\cap B\subseteq A$

c) $A\setminus B \subseteq A$ $A=\{1,2\}$ $B=\{3\}$ $A\setminus B=\{1,2\}$ $A\setminus B\subseteq A$

## Задание 5

Известно, что $B \subseteq A \subseteq C, a \in A$ и $a \notin B$. Какие из следующих утверждений верны:


1. $a \notin C$
2. $a \in C$
3. $a \in A \cap B$
4. $a \in A \cup B$
5. $a \in A\setminus B$
6. $a \in B\setminus A$
7. $a \in A \Delta B$
8. $\{a\} \subseteq A \cap C$
9. $a \in A \cup C$
10. $\{a\} \subseteq A\setminus C$
11. $\{a\} \subseteq A \Delta C$
12. $a \in (A \cap B) \cup C$
13. $\{a\} \subseteq A \cap (B \cup C)$
14. $\{a\} \subseteq B \cup (C\setminus A)$
15. $\{a\} \subseteq A \cap (B\setminus C)$
16. $\{a\} \subseteq B \Delta (A\setminus C)$

## Задание 6

$A=\{2,4,6,8\}$

Дан универсум $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ и его подмножества $A = \{x|x - \text{четно}\}$, $B = \{x|x - \text{кратно четырем}\}$, $C = \{x|x - \text{простое}\}$, $D = \{1,3,5\}$.

$B=\{4,8\}$ $C=\{2,3,5,7\}$

Найти множества:

1. $A \cup B = \{2,4,6,8\}$
2. $C \cap D = \{3,5\}$
3. $A \Delta B = \{2,6\}$
4. $A \cap (B \cup C \cup D) = \{2,4,6,8\} \cap$
   $\cap \{1,2,3,4,5,7,8\} = \{2,4,8\}$
5. $C \Delta D = \{1,2,7\}$
6. $(A\setminus B) \cup (C\setminus D) = \{2,6\} \cup \{2,7\} = \{2,6,7\}$
7. $\overline{\bar{A} \cap \bar{B}} = \overline{\{1,3,5,7\} \cap \{1,2,3,5,6,7\}} = \{2,4,6,8\}$
8. $(C\setminus A) \Delta D = \{3,5,7\} \Delta D = \{1,7\}$

## Задание 7

Привести примеры применения утверждений.

a) $A \cup B = A \cap B \Leftrightarrow A = B$ $A=\{1,2\}$ $B=\{1,2\}$

b) $|2^A| = 2^{|A|}$ $A=\{1,2\}$

c) $2^{A\cap B} = 2^A \cap 2^B$ $A=\{1\}$ $B=\{1\}$

d) $2^A \setminus 2^B = 2^A \setminus 2^{A\cap B}$ $A=\{1\}$ $B=\{1\}$

e) $|2^{A\cup B}| = 2^{|A\cup(B\setminus(A\cap B))|} = 2^{|A| + |B| - |A\cap B|} = 2^{|A|} \cdot 2^{|B|} / 2^{|A\cap B|}$ $A=\{1\}$ $B=\{1\}$

Задание 8 ∧ - обладает приоритетом

$U$– универсум. Упростить выражения, если $A \subset B, B = C$.

a) $\overline{\bar{A} \cup \bar{B} \cup \bar{C}} = A \wedge B \wedge C = A \wedge B = A$

b) $\overline{A \cup B \cap \bar{C}} = \overline{A \vee \varnothing} = \bar{A}$

c) $A \cup \overline{\overline{B \cup \bar{C}}} = A \vee B \vee \bar{C} = A \vee U = U$

d) $\overline{A \cup A \cap B \cup A \cap C} = \overline{A \vee A \vee A \wedge C} = \overline{A \vee A \vee A} = \bar{A}$

e) $\overline{A \cup \bar{B} \cap C} = \overline{A \vee \bar{\varnothing}} = \overline{A \vee U} = \bar{U} = \varnothing$

f) $\overline{A \cup \bar{B} \cup C} \cup U = \overline{A \vee U} \vee U = U$

Задание 9 закон поглощения

Упростить выражения.

1. $(B \cap C \cap D) \cup (C \cap D) \cup (A \cap C \cap D) = (C \wedge D) \vee (A \wedge C \wedge D) = C \wedge D$

2. $A \cap \bar{C} \cap ((A \cap \bar{B} \cap C) \cup (A \cap \bar{B})) = A \wedge \bar{C} \wedge (A \wedge \bar{B}) = A \wedge \bar{C} \wedge \bar{B}$

3. $(A \cup \bar{B}) \cap (A \cup \bar{B} \cup C) \cap (A \cup \bar{B} \cup D) = (A \vee \bar{B}) \wedge (A \vee \bar{B} \vee D) = A \vee \bar{B}$

4. $(\bar{A} \cup B) \cap B \cap (B \cup \bar{C}) = B \wedge (B \vee \bar{C}) = B$

Задание 10 закон склеивания

Упростить выражения.

1. $A \cap B \cap C \cup B \cap C \cup B \cap \bar{C}$

2. $(A \cup B \cup C) \cap (A \cup B \cup \bar{C}) = A \vee B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

3. $(A \cup \bar{B} \cup C) \cap (\bar{A} \cup \bar{B} \cup C) \cap B$

4. $(\bar{A} \cap \bar{B}) \cup (A \cap B) \cup (\bar{A} \cap B) = (\bar{A} \wedge \bar{B}) \vee B = (\bar{A} \vee B) \wedge (\bar{B} \vee B) = \bar{A} \vee B = \{1, 3, 6, 7\}$

Найдите элементы множеств, если $A = \{1, 2, 4, 5\}$; $B = \{1, 3, 6, 7\}$; $C = \{2, 3, 6, 7\}$.

Задание 11 закон склеивания

Упростить выражения.

1. $(B \cap C \cup B \cap \bar{C}) \cup A \cup \bar{C} = B \cup A \vee \bar{C} = B \vee \bar{C}$

2. $(B \cap \bar{C} \cup \bar{B} \cap \bar{C}) \cap A = \bar{C} \wedge A = \varnothing$

3. $(A \cup B) \cap (\bar{A} \cup B) \cup (A \cap C) = B \vee (A \cap C) = B \vee A$

Упростить, если $A \subset B \subset C$.

Рассмотрим доказательство следующего тождества

$\bar{A} \cup (A \cap C) = \bar{A} \cup C$

$\bar{A} \vee (A \wedge C) = (\bar{A} \vee A) \wedge (\bar{A} \vee C) = U \wedge (\bar{A} \vee C) = \bar{A} \vee C$

Задание 12

$U$ – универсум. Упростить формулы при условии, что множества $A, B, C,$ и $D$ связаны отношением вида $A \subset B \subset C \subset D \subset U$

1. $P = (\underbrace{\bar{A} \cap B}_{B \setminus A} \cap \underbrace{\bar{C} \cap \bar{D}}_{D}) \cup (\underbrace{\bar{A} \cap B}_{B \setminus A} \cap D) \cup (\underbrace{A \cap \bar{B}}_{\varnothing} \cap C) \cup (\underbrace{A \cap B}_{A} \cap \bar{C}) = \varnothing \cup (B \setminus A) \vee \varnothing \cup \varnothing = B \setminus A$

   $= \varnothing \qquad B \setminus A \cap D = B \setminus A \qquad \varnothing \cap C = \varnothing \qquad A \cap \bar{C} = \varnothing$

2. $P = \bar{A} \cap B \cap D \cup \bar{A} \cap B \cap C \cap D \cup A \cap \bar{B} \cap C \cup A \cap B \cap C$

3. $P = (\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) \cup (\underbrace{\bar{A} \cap C}_{C \setminus A} \cap D) \cup (A \cap B \cap \bar{C}) \cup (\underbrace{A \cap B}_{A} \cap C) = \varnothing \vee (C \setminus A) \vee \varnothing \vee A = C$

   $= \varnothing \qquad = \varnothing$

4. $P = \bar{A} \cap B \cap \bar{C} \cap D \cup \bar{A} \cap B \cap C \cup A \cap \bar{B} \cap C \cup A \cap B \cap \bar{C}$

Рассмотрим доказательство следующего тождества

$A\setminus(A\setminus B) = A\cap B$

$A\setminus(A\setminus B) = A\cap\overline{(A\setminus B)} = A\cap\left(\overline{A\cap\bar{B}}\right) = A\cap(B\cup\bar{A}) =$

$= (A\cap B)\cup(A\cap\bar{A}) = (A\cap B)\cup\varnothing = A\cap B$

Задание 13

Воспользовавшись свойствами (законами) операций над множествами, выяснить, верны ли тождества для любых $A, B, C$.

a) $A\cap(B\setminus C) = (A\cap B)\setminus(A\cap C)$ $=0$

$(A\cap B)\setminus(A\cap C) = A\cap B\cap(\bar{A}\cup\bar{C}) = \overline{A\cap B\cap\bar{A}}\cup A\cap B\cap\bar{C} = A\cap B\cap\bar{C} = A\cap(B\setminus C)$

b) $A\cap(B\Delta C) = (A\cap B)\Delta(A\cap C)$

$A\cap(B\Delta C) = A\cap((B\cup C)\setminus(B\cap C)) = (A\cap(B\cup C))\setminus(A\cap(B\cap C)) =$

$= ((A\cap B)\cup(A\cap C))\setminus((A\cap B)\cap(A\cap C)) = (A\cap B)\Delta(A\cap C)$

c) $A\cap(B\setminus A) = \emptyset$ $\quad A\cap(B\setminus A) = A\cap\bar{A}\cap B = \varnothing\cap B = \varnothing$

d) $A\setminus(B\cup C) = (A\setminus B)\cap(A\setminus C)$

$(A\setminus B)\cap(A\setminus C) = A\cap\bar{B}\cap A\cap\bar{C} = A\cap\bar{B}\cap\bar{C} = A\cap\overline{(B\cup C)} = A\setminus(B\cup C)$

Задание 14

I Укажите номера множеств, которые являются подмножествами множества

$$Q = A\cup B\cap C\cup B\cap D.$$

1) $P = A\cap B\cup B\cap C\cup B\cap D$; 2) $P = A\cup B\cap D$;

3) $P = \bar{A}\cap B\cup B\cap C\cup B\cap D$; 4) $P = A\cup B\cap C$;

5) $P = A\cup B\cap C\cup B\cap\bar{D}$; 6) $P = A\cup B\cap C\cup\bar{B}\cap D$;

7) $P = A\cap\bar{C}\cup B\cap C\cup B\cap D$; 8) $P = A\cup B\cap\bar{C}\cup B\cap D$.

II Укажите номера множеств, которые являются подмножествами множества

$$Q = B\cap C\cup\bar{A}\cap D\cup C\cap D\cup\bar{A}\cap B.$$

1) $P = A\cap C\cup\bar{A}\cap C\cap D$; 2) $P = B\cap C\cap D\cup\bar{A}\cap\bar{C}\cap D$;

3) $P = \bar{A}\cap B\cup\bar{A}\cap C$; 4) $P = C\cap D\cup A\cap\bar{B}\cap D$;

5) $P = \bar{A}\cap B\cap C\cup\bar{A}\cap\bar{B}\cap D$; 6) $P = A\cap B\cap C\cap D\cup\bar{A}\cap B\cap\bar{D}$;

7) $P = B\cap D\cup\bar{A}\cap\bar{B}\cap\bar{D}$; 8) $P = A\cap\bar{C}\cap D\cup\bar{B}\cap C\cap D$.

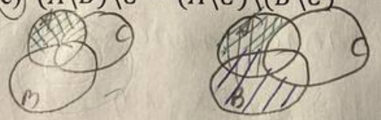
Задание 15

Изобразить с помощью диаграмм Эйлера–Венна левые и правые части тождеств. Сравнить их.

a) $(A \cup B) \cap (A \cup \bar{B}) = (A \cap B) \cup (A \cap \bar{B})$

b) $(\bar{A} \cup B) \cap A = A \cap B$

c) $(A \backslash B) \backslash C = (A \backslash C) \backslash (B \backslash C)$

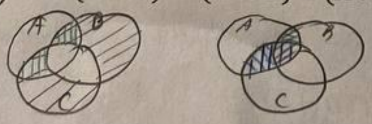


d) $A \backslash (B \cup C) = (A \backslash B) \backslash C$

e) $A \backslash (B \backslash C) = (A \backslash B) \cup (A \cap C)$

f) $A \,\Delta\, (B \,\Delta\, C) = (A \,\Delta\, B) \,\Delta\, C$

g) $A \cap (B \,\Delta\, C) = (A \cap B) \,\Delta\, (A \cap C)$

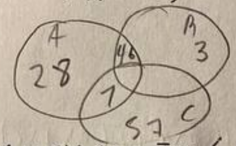


h) $A \,\Delta\, (B \cap C) = (A \,\Delta\, B) \cap (A \,\Delta\, C)$

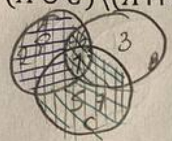
Задание 16

Построить диаграммы Венна, как для аналитической записи указанных множеств, так и с элементами множеств для получения ответа о составе множеств. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$; $A = \{1, 2, 4, 6, 8\}$; $B = \{3, 4, 6\}$; $C = \{1, 5, 7\}$.

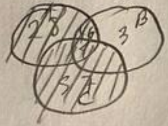
a) $(A \cap \bar{B}) \setminus (A \cup C)$



b) $(A \cup C) \setminus (A \cap \bar{B}) = \{1, 4, 5, 6, 7\}$

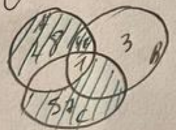


c) $\bar{B} \setminus (A \cup C) = \varnothing$



d) $A \Delta B$

e) $A \Delta C = \{2, 4, 5, 6, 7, 8\}$



Задание 17

Выразить операции ∩ и ∪, используя только операции Δ, \. (представить $A \cap B$, а также $A \cup B$ через запись, содержащую только символы Δ, \, $A$, $B$ и скобки)

$A \cup B = (A \setminus B) \Delta B$

$A \cap B = ((A \setminus B) \Delta B) \setminus ((B \setminus A) \Delta (A \setminus B))$

Задание 18

Пусть $A = \{a, b\}$, $B = \{b, 1, 2\}$, $C = \{b, 2\}$.

Найти элементы множества $(A \times B) \cap (B \times C) = \{(b, b), (b, 2)\}$

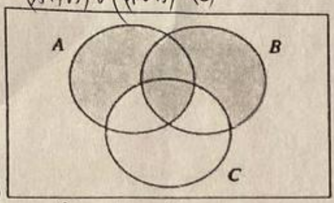
$(A \times B) = \{(a, b), (a, 1), (a, 2), (b, b), (b, 1), (b, 2)\}$

$(B \times C) = \{(b, b), (b, 2), (1, b), (1, 2), (2, b), (2, 2)\}$

Задание 19

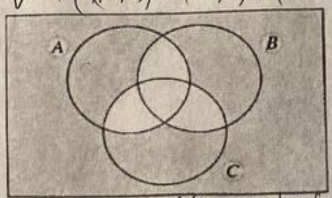
Задайте множество аналитически по закрашенной области на диаграмме Венна. Упростите полученные выражения.

$(A \cap B) \cup ((A \cup B) \setminus C)$



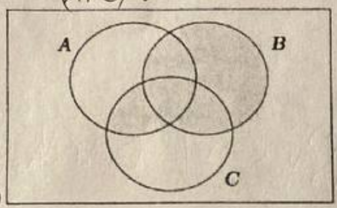

a)

$U \setminus ((A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (A \cap C))$



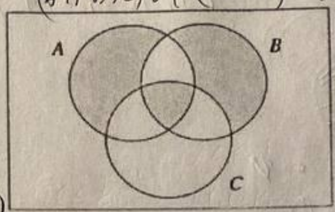

b)

$(A \cap C) \cup B$




c)

$(A \cap B \cap C) \cup (A \setminus B \setminus C) \cup (B \setminus A \setminus C))$




d)

Задание 20*

Пусть дано $n \in \mathbb{N}$ и задано индексное множество $I = \{1,2,\ldots,n\}$.
Для каждого $i \in I$ определены множества $A_i = \{(i,j) | j \in I\}$, $B_i = \{(j,i) | j \in I\}$.

Выразить через данные множества с помощью операций $\cap$ и $\cup$ следующие множества

1) $\{(i,j) \mid 1 \le i \le k, 1 \le j \le k, k \le n\}$;
2) $\{(i,i) \mid i = 1,2,\ldots,n\}$;
3) $\{(i,j) \mid 1 \le i \le j \le n\}$.

Задание 21*

Пусть заданы универсум $U = \mathbb{N}$ и индексное множество $I = \{x | x - \text{нечетно}\}$.
Для каждого $i \in \mathbb{N}$ определены множества $A_i = \{i, i+1, i+2\}$.
Охарактеризовать состав множеств

a) $\bigcap_{i \in I} A_i$ $\cancel{(A \cap \bar{B}) \setminus (A \cup C)}$
b) $\overline{\bigcap_{\iota \in I} (\bar{A}_\iota \cup \overline{A_{\iota+1}})}$
c) $\bigcup_{i \in I} (A_i \cap A_{i+2})$
d) $\bigcup_{i \in I} (\bigcup_{j \in I, j \neq i} (A_i \cap A_j))$