№ 3.152

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 3 & 2 & 5 \\ 5 & -3 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & -3 & -5 & 0 & -7 \\ 7 & -5 & 1 & 4 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & 1 & \frac{2}{3} & \frac{5}{3} \\ 0 & -\frac{4}{3} & -3 & -\frac{1}{3} & -\frac{13}{3} \\ 0 & -\frac{8}{3} & -6 & -\frac{2}{3} & -\frac{26}{3} \\ 0 & -\frac{8}{3} & -6 & -\frac{2}{3} & -\frac{32}{3} \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & 1 & \frac{2}{3} & \frac{5}{3} \\ 0 & 1 & \frac{9}{4} & \frac{1}{4} & \frac{13}{4} \\ 0 & -\frac{8}{3} & -6 & -\frac{2}{3} & -\frac{26}{3} \\ 0 & -\frac{8}{3} & -6 & -\frac{2}{3} & -\frac{32}{3} \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & 1 & \frac{2}{3} & \frac{5}{3} \\ 0 & 1 & \frac{9}{4} & \frac{1}{4} & \frac{13}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{6}{32} \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$\Rightarrow rang B = 3$

б $AY=0$; $AY=b$

$Y_1, Y_2 \dots Y_m$ – фундаментальная система $AX=0$

Y_0 – частное решение $AX=b$

Тогда $C_i \in R$ $Y_0 + C_1Y_1 + C_2Y_2 + \dots + C_mY_m$ – решение неоднородной системы

Док-во:

по известному свойству всякое решение неоднородной системы представимо в виде $Z=Y+X$, а любое решение однородной системы $X = C_1Y_1 + C_2Y_2 + \dots + C_mY_m$ по теореме о фундаментальной системе решений $\Rightarrow X = Y_0 + C_1Y_1 + C_2Y_2 + \dots + C_mY_m$ – решение неоднородной системы, что и т.д.

№3.213

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 3 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 5 & 3 \\ 9 & 1 & 4 & -5 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 7 & 1 & 6 & -1 & 7 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & -3 & -1 \\ 0 & 5 & 2 & 11 & 5 \\ \cancel{0} & \cancel{10} & \cancel{4} & \cancel{22} & \cancel{10} \\ 0 & 4 & 3 & 10 & 7 \\ \cancel{0} & \cancel{8} & \cancel{6} & \cancel{20} & \cancel{14} \end{array}\right) =$$

$$= \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & \frac{2}{5} & \frac{11}{5} & 1 \\ 0 & 0 & \frac{7}{5} & \frac{6}{5} & 3 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & \frac{2}{5} & \frac{11}{5} & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{6}{7} & \frac{15}{7} \end{array}\right) =$$

$$= \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{13}{7} & \frac{1}{7} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{6}{7} & \frac{15}{7} \end{array}\right) = \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -\frac{8}{7} & -\frac{6}{7} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{13}{7} & \frac{1}{7} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{6}{7} & \frac{15}{7} \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = -\frac{6}{7} + \frac{8}{7}x_4 \\ x_2 = \frac{1}{7} - \frac{13}{7}x_4 \\ x_3 = \frac{15}{7} - \frac{6}{7}x_4 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} -\frac{6}{7} + \frac{8}{7}x_4 \\ \frac{1}{7} - \frac{13}{7}x_4 \\ \frac{15}{7} - \frac{6}{7}x_4 \\ x_4 \end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix} -\frac{6}{7} \\ \frac{1}{7} \\ \frac{15}{7} \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} \frac{8}{7} \\ -\frac{13}{7} \\ -\frac{6}{7} \\ 1 \end{pmatrix}}$$

№3.214

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 1 & 3 & -2 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 4 & -1 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 5 & -2 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 8 & -3 & 9 & 2 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 1 & 3 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 3 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 3 & 0 \end{array}\right) =$$

$$= \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 1 & 3 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & -1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{array}\right) =$$

$\Rightarrow$ система неразрешима,

№3.215

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -1 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 6 & -3 & 2 & 4 & 5 & 3 \\ 6 & -3 & 4 & 8 & 13 & 9 \\ 4 & -2 & 1 & 1 & 2 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -1 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 6 & -3 & 2 & 4 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 4 & 3 \\ 4 & -2 & 1 & 1 & 2 & 1 \end{array}\right) =$$

$$= \left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -1 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{-1} & \cancel{-2} & \cancel{-4} & \cancel{-3} \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & -3 & -4 & -3 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -1 & 1 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -4 & -3 \end{array}\right) =$$

$$= \left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -4 & -3 \end{array}\right) \Rightarrow \begin{cases} x_2 = 2x_1 + 1 - x_5 \\ x_3 = 3 - 4x_5 \\ x_4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ 2x_1 + 1 - x_5 \\ 3 - 4x_5 \\ 0 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_5 \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$