№1

найти и упростить P:

$$\bar{P} = (B\cap \bar{C})\cup(A\cap B)\cup(\bar{A}\cap C)\cup(\bar{A}\cap B) =$$

$$= \underbrace{(A\cap B)\cup(\bar{A}\cap B)}\cup(B\cap\bar{C})\cup(\bar{A}\cap C) =$$

$$= \underbrace{B\cup\underbrace{(B\cap\bar{C})}_{=B}}\cup(\bar{A}\cap C) = B\cup\bar{A}\cap C \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \bar{P} = B\cup\bar{A}\cap C \Rightarrow \boxed{P = (\bar{B}\cap A)\cup\bar{C}}$$

Найти P через $A = \{0, 3, 4, 9\}$

$B = \{1, 3, 4, 7\}$ $C = \{0, 1, 2, 4, 7, 8, 9\}$

$I = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

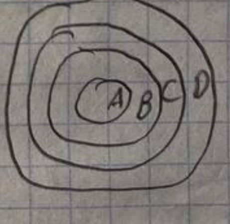
$$P = \{0, 2, 5, 6, 8, 9\}\cap\{0, 3, 4, 9\}\cup$$

$$\cup\{3, 5, 6\} = \{0, 9\}\cup\{3, 5, 6\} =$$

$$= \{0, 3, 5, 6, 9\} \Leftrightarrow \boxed{P = \{0, 3, 5, 6, 9\}}$$

№2

упростить с учетом, что $A\subset B\subset C\subset D\subset U$; $A\neq\varnothing$



$$(\underline{A\cap B}\cap\bar{C})\cup(\bar{C}\cap D)\cup(B\cap C\cap D) =$$

$$= (A\cap\bar{C})\cup(\bar{C}\cap D)\cup(B\cap D) =$$

$$= \varnothing\cup(\bar{C}\cap D)\cup B = (D\setminus C)\cup B$$

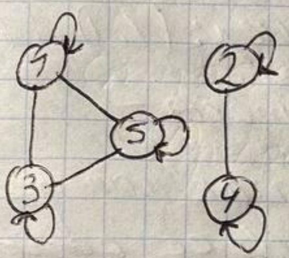
№3

Отношение задано на $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

$aRb \Leftrightarrow (a+b) \bmod 2 = 0 \Rightarrow$

$R=\{(1,1),(1,3),(1,5),(2,2),(2,4),(3,1),(3,3),$
$(3,5),(4,2),(4,4),(5,1),(5,3),(5,5)\}$

Графическое представление.



a) рефлексивно - да, т.к. у каждого элемента есть петля

b) антирефлексивность - нет, т.к. оно рефлексивно.

c) нерефлексивность - нет, т.к. оно рефлексивно.

d) симметрично - да, т.к. у каждого элемента есть ребро.

e) асимметрично - нет, т.к симм.

f) несимметричность - нет, т.к. симм.

g) антисимметричность - нет, т.к симм.

h) транзитивность - да, т.к. треугольник ребер и ребро с петлями.

i) интранзитивность - нет, т.к. транзит.

j) нетранзитивность - нет, т.к. транзит.

a) Отношение эквивалентности - да, т.к. оно рефлексивно, симметрично и транзитивно.

в) функциональное - нет, т.к. есть такой элемент, стоящий на первом месте в паре, для которого $\exists$ два различных элемента, стоящих на втором месте. например: (1, 1), (1, 3)

c) отношение соответствия - много-многозначное, так как у каждого первого элемента более одного образа, у каждого второго более одного прообраза

d) отношение порядка отсутствует

№4

a) A - мн-во целых чисел и $R = \{(a, b) \mid a+b=0\}$

$a+b=0 \Leftrightarrow a=-b \Rightarrow \begin{cases} |a| = |b| \\ \text{sign}\, a = -\text{sign}\, b \end{cases}$

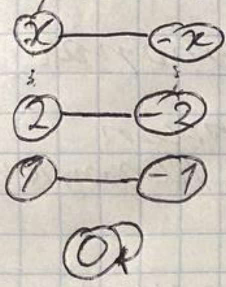
$\Rightarrow R$ состоит из

пар типа $(x; -x)$ $(-x; x)$ $\forall x \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$

а для нуля просто $(0; 0)$

№4 (продолжение)

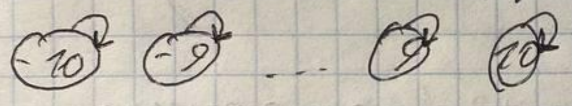
графическое изображение:



Это отношение не является эквивалентным, т.к. у большей части элементов нет петель, только ребра.

б) $A=\{-10; -9; \dots 9; 10\}$ $R=\{(a,b) \mid a^3=b^3\}$

$a^3=b^3 \Leftrightarrow a=b \Rightarrow$ будут пары типа (x, x)



отношение состоит только из петель $\Rightarrow$ рефлекс. & симм & транз $\Rightarrow$ эквивалентно.

$[-10]=\{-10\}$; $[-9]=\{-9\}$; аналогично $[9]=\{9\}$ $[10]=\{10\}$

c) $A=\{1, 2, 3\}$ $R=\{(1,1), (2;2), (3;3), (2;1), (1;2), (2,3), (3,2), (3,1), (1,3)\}$

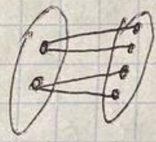
каждый элемент рефлексивен + треугольник рёбер $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ отношение - рефлексивно, симметрично & транзитивно $\Rightarrow$ оно эквивалентно.

$[1]=\{1, 2, 3\}$ $[2]=\{1, 2, 3\}$ $[3]=\{1, 2, 3\}$

№5

а) пример композиции нескольких бинарных отношений, которая имеет одно-многозначный тип соответствия и является нестрогого порядка.



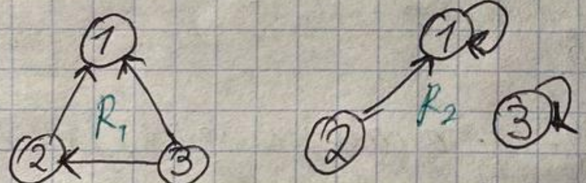
нестрогий => нужна петли + рефлекс. => нужны доп. для одно-
& антисимм. многозначн => невозможно.
транз.

невозможно, либо нужно взаимно-однозначное либо много-многозначное.

в) $A = \{1, 2, 3\}$

$R_1 = \{(2,1), (3,1), (3,2)\}$ - полностью

$R_2 = \{(2,1), (1,1), (3,3)\}$ - частично.



с) $\exists R = \{(1,1)\} \Rightarrow R^{-1} = \{(1,1)\} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ они эквивалентна $\Rightarrow$ у них одинаковые свойства