Západočeská univerzita v Plzni
Fakulta aplikovaných věd

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Semidefinitní programování v kombinatorické optimalizaci

Autor: Ondřej Špaček
Vedoucí práce: Doc. Ing. Roman Čada, Ph.D.

Plzeň, 2020

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci vypracoval samostatně s použitím odborné literatury uvedené v seznamu, který je uveden na konci této práce.

V Plzni dne ....
                                                                                                podpis

Poděkování

Především bych chtěl poděkovat svému vedoucímu diplomové práce Doc. Ing. Romanu Čadovi, Ph.D. za spoustu času, který mi věnoval a cenné rady při řešení problémů spojených s vypracováním diplomové práce.

Abstrakt

Klíčová slova

Abstract

Keywords

Použité značky a symboly

Obsah

Úvod

Část I

Teorie

Kapitola 1

Základní geometrické pojmy

Mějme dva body $x_1, x_2 \in \mathbb{R}^n$ takové, že $x_1 \neq x_2$ a parametr $\theta \in \mathbb{R}^n$. Potom výraz

$$y = \theta x_1 + (1 - \theta)x_2 \tag{1.1}$$

popisuje **přímku** procházející body x_1 a x_2. Pro $\theta = 0$ dostáváme bod x_2 a pro $\theta = 1$ bod x_1. Omezíme-li tedy θ na interval $\langle 0, 1\rangle$, dostaneme **úsečku** s koncovými body x_1 a x_2. Výraz 1.1 lze přepsat do tvaru

$$y = x_2 + \theta(x_1 - x_2),$$

který můžeme interpretovat jako součet počátečního bodu x_2 a nějakého násobku směrového vektoru $x_1 - x_2$.

Říkáme, že $C \subseteq \mathbb{R}^n$ je **afinní prostor**, jestliže přímka procházející libovolnými dvěma různými body z C leží v C. Tedy C obsahuje lineární kombinace libovolných dvou bodů z C, jestliže součet koeficientů lineární kombinace je roven jedné. To lze zobecnit i pro více než dva body. Lineární kombinace $\theta_1 x_1 + \cdots + \theta_k x_k$ bodů $x_1, \ldots, x_k$ taková, že $\theta_1 + \cdots + \theta_k = 1$, se nazývá **afinní kombinace** bodů $x_1, \ldots, x_k$. Indukcí z definice afinního prostoru lze snadno ukázat, že pokud C je afinní prostor, $x_1, \ldots, x_k \in C$ a $\theta_1 + \cdots + \theta_k = 1$, potom bod $\theta_1 x_1 + \cdots + \theta_k x_k \in C$.

Nechť C je afinní prostor a $x_0 \in C$, potom množina

$$V = C - x_0 = \{x - x_0 \mid c \in C\}$$

je **vektorový prostor**, tj. množina, která je uzavřená na sčítání a násobení skalárem.

Afinní prostor C lze vyjádřit jako

$$C = V + x_0 = \{v + x_0 \mid v \in V\},$$

kde V je vektorový prostor a x_0 je počátek. Poznamenejme, že vektorový prostor V asociovaný s afinním prostorem C nezávisí na volbě počátku x_0. **Dimenze** afinního prostoru $C = V + x_0$ je definována jako dimenze vektorového prostoru $V = C - x_0$, kde x_0 je libovolný prvek z C.

Kapitola 2

Lineární programování

Kapitola 3

Semidefinitní programování

Kapitola 4

Kuželové programování

Část II

Kombinatorické úlohy

Kapitola 5

Shannonova kapacita

Kapitola 6

Maximální řez

Kapitola 7

Problém obchodního cestujícího

Část III

Implementace

Kapitola 8

Lovászova theta funkce

Kapitola 9

Maximální řez

Závěr