

求解线性方程组

通过 C 语言程序实现求解线性方程组的程序。

考虑线性方程组：

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \quad (1)$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \quad (2)$$

\vdots

$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n \quad (n)$$

该方程组可以用一个二维数组来表示：

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \cdots & & & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} & b_n \end{bmatrix}$$

求解上述方程可以采用高斯消去的过程来实现。

首先，通过把第(2)-(n)个式子减去 a_{i1}/a_{11} *(1)式从而消去第 1 列除 a_{11} 外的其他数

据：

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & a_{n2} & \cdots & a_{nn} & b_n \end{bmatrix}$$

再选择第(2)个式子，通过将(3)-(n)个式子减去 a_{i2}/a_{22} *(2)式消去除 a_{22} 以下的数。

继续上述过程直到上述方程变为一个三角方程：

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} & b_n \end{bmatrix}$$

此时，可以求得 $x_1 - x_n$ 的值。

$$x_n = \frac{b_n}{a_{nn}}$$

$$x_{n-1} = (b_{n-1} - a_{nn-1}x_n) / a_{n-1n-1}$$

...

$$x_1 = \left(b_1 - \sum_{i=2}^n a_{1i}x_i \right) / a_{11}$$

需要注意的地方：

在求 $a_{i1} / a_{11} * (1)$ 式这样的计算时，要注意如果 a_{11} 如果过小，会导致 a_{i1} / a_{11} 非常大。

此时可以采用如下策略来解决该问题，例如在求 $a_{i1} / a_{11} * (1)$ 式这样的计算时，可以从 $a_{21} - a_{n1}$ 中寻找一个最大的数，将该数对应的这一行与第一行进行交换，然后再进行消去。

该 **project** 提供相应方程，以及对应的正确解。

通过 **C** 语言程序实现该方程的求解，并与正确结果进行比较。