拿破崙問題

维基百科,自由的百科全书

拿破崙問題 (Napoleon's problem) 是著名的圓規作圖問題,原題如下:

給定一圓和其圓心,只用圓規將此圓四等分。(此圓指的是圓周而不是圓面積)

此題目是由義大利數學家羅蘭索·馬歇羅尼 (Lorenzo Mascheroni) 向拿破崙·波拿巴提出的問題,但我們不知道他是否有解出這個問題。此題目後來又更加進化,變成**只給定一圓,只用圓規將此圓四等分**,在這種情況必須先用圓規作圖找到圓心。以上兩種都被稱為拿破崙問題。

1672年,<u>喬治·莫爾</u>(Georg Mohr)<u>證明</u>只要使用圓規就可以解決所有的尺規作圖 $^{[1]}$,但此證明直到1928年才被發現。 $^{[2]}$

目录

找出圓心

作法

證明

四等分圓

作法

證明

參見

註解

參考資料

找出圓心

作法

- 1. 在已知的圓C上找任意一點 A,以任意<u>半徑</u>畫<u>弧</u> C_1 (必須和圓C有交點,长度最好差不多有半圆那么长,方便第三步作图),交圓C於 B'、B 兩點。
- 2. 分别以B'、B為圓心, $\overline{B'A}$ 、 \overline{BA} 為半徑,畫兩条弧 C_2 ,兩弧线相交於 A 点和 C 點。
- 3. 再以 C 点為圓心、 \overline{CA} 為半徑,畫弧 C_3 ,交弧 C_1 於 D'、D兩點。
- 4. 以 $\mathbf{D'}$ 、 \mathbf{D} 為圓心, $\overline{D'}$ \overline{A} 、 \overline{DA} 為半徑,畫兩条弧 C_4 ,兩弧线相交於 \mathbf{A} 点和 \mathbf{O} 点。(\mathbf{O} 点即圓C的圓心)

證明

設圓 C_1 的半徑為a,圓 C_3 的半徑為b,我們知道:

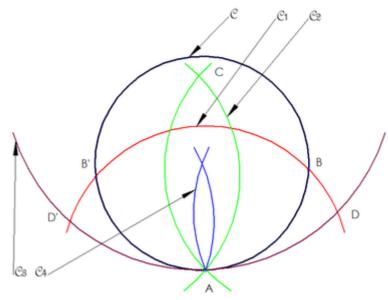
$$a = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AD} = \overline{OD}$$

$$b = \overline{AC} = \overline{DC}$$

因 為 $\triangle ADC \sim \triangle AOD$, 所 以 $\overline{AO} = rac{a^2}{b}$

由於 $\overline{AO}:\overline{AB}=a:b=\overline{AB}:\overline{AC}$,可以得出 $\triangle ABC\sim\triangle AOB$

根據對稱性, \overline{AO} 通過<u>圓心</u>,又 $\overline{AO} = \overline{OB}$,所以O是圓C的圓心。



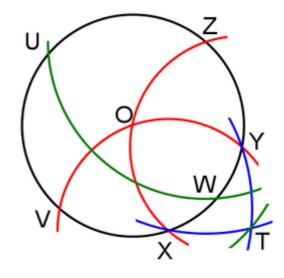
 $C \rightarrow$ 深藍、 $C_1 \rightarrow$ 紅、 $C_2 \rightarrow$ 綠、 $C_3 \rightarrow$ 紫、 $C_4 \rightarrow$ 藍

四等分圓

作法

由前面我們已經知道圓心的位置

- 1. 以 \overline{OX} 為半徑畫圓將圓六等分,其中四點為V、X、Y、Z(如圖)。
- 2. 以V為圓心, \overline{VY} 為半徑畫弧;以Z為圓心, \overline{ZX} 為半徑畫弧,兩弧交於T點。
- 3. 以Z為圓心, \overline{OT} 為半徑,交圓於U、W兩點。
- 4. V、W、Z、U四點將圓四等分。



證明

設圓的半徑為a,容易得出 \overline{OV} 、 \overline{OX} 、 \overline{OY} 、 \overline{OZ} 、 \overline{VX} 、 \overline{XY} 、 \overline{YZ} 的長度都是a,可以得出 $\overline{VY}=\overline{VT}=\sqrt{3}a$,根據<u>畢氏定理</u>可以得出 $\overline{OT}=\sqrt{\overline{VT}^2-\overline{VO}^2}=\sqrt{2}a$,因此V、W、Z、U四點將圓四等分。

參見

- 拿破崙定理
- 尺規作圖
- 圓規作圖

註解

1. Georg Mohr, Euclides Danicus (Amsterdam: Jacob van Velsen, 1672).

2. Schogt, J. H. (1938) "Om Georg Mohr's Euclides Danicus," Matematisk Tidsskrift A , pages 34-36.

參考資料

- Napoleon's Problem (http://mathworld.wolfram.com/NapoleonsProblem.html)MathWorld
- 拿破崙分圓 (https://web.archive.org/web/20041026085501/http://www.chhs.tp.edu.tw/teacher/083/mathweb/problem/problem-newpon.htm)

取自"https://zh.wikipedia.org/w/index.php?title=拿破崙問題&oldid=48981436"

本页面最后修订于2018年4月5日 (星期四) 05:10。

本站的全部文字在<u>知识共享署名-相同方式共享3.0协议</u>之条款下提供,附加条款亦可能应用。(请参阅<u>使用条款</u>) Wikipedia®和维基百科标志是<u>维基媒体基金会</u>的注册商标;维基™是维基媒体基金会的商标。 维基媒体基金会是按美国国内税收法501(c)(3)登记的<u>非营利慈善机构</u>。