以小船最低点为坐标原点，垂直向上为Z轴，船头至船尾的连线为Y轴建立直角坐标系假设船体底部曲面方程为，船高为，桅杆长度0.5m，质量0.1kg，重物的底面半径0.02m，质量1kg，材料面密度为0.1458kg/m2

求

1. **龙骨方程**

x取0，得到z=By2,即为龙骨方程。

1. **任意截面方程**

设截面所在平面为ax+by+cz+d=0①

则任意截面方程为①与相交部分，即

（a,b,c,d为任意常数）

1. **甲板方程**

甲板面平行于xoy平面，所以令曲面方程中的z=H即可。即



**4、假设A=17656，B=14.8，H=0.2**

**4.1求吃水线深度**

先求m总=m船+m甲板+m重物+m桅杆

已知桅杆的质量为0.1kg，重物的质量为1kg

所以m总=m船+m甲板+1.1

已知船的面密度，求得船的表面积即可求得船的总重。所以



由于投影面为，对称性好。可以将积分转化为第一象限积分的四倍。即





所以船体的总表面积为



使用matlab的quad2d函数求解，得到结果为 0.113379476543658m3

再用ρV=m求得m船体= 0.016530727680065kg

最终求得m总=1.116530727680065kg

再使用m=ρ水V排；ρ水=1000kg/m3；求得V排=m\*10-3,单位m³。

因为甲板平行于水面，所以设吃水线高度为H对浸入水内船体进行体积积分，即求得V排。



通过二分法迭代求H，最终求得H=0.120879583074898m，即吃水线深度。

**4.2求重心**

根据方程可以知道船体有良好的对称性，关于x轴y轴均对称，即船体的重心的x坐标和y坐标均为0。仅需求z坐标即可。

使用matlab的quad2d函数求解，得到结果为0.003030405142533m。

已知三点P（0，0，0.003030405142533），Q（x1,y1,z1），R(x2,y2,z2)

(P为桅杆重心，Q为重物重心)

三点对应质量为m0=0.016530727680065kg,m1=0.1kg,m2=1kg。所以质心坐标的xyz坐标如下：







质心坐标为，单位均为m。

**5.1** **将小船向 x 轴倾斜 140°求出吃水线所在平面的方程**

方法①：坐标系转换（把船转过去）

方法②：把水转过来。（以船自身为坐标系）

位置是相对的，既然将小船转140°入水，组成船-水的相对位置；也可以将水面转过来140°组成水-船的相对位置。既然如此，水面就是一个平面，即z=tan140°x+k,这个k就是关键，利用水下船体体积\*水的密度=船的总重可以求出k值，确定该水面方程，以船自身为坐标系的该水面方程即为吃水线方程。

**以下将进行对于方法二的求解：**

已知船的坐标方程和吃水线方程，求k。k有三个临界点，分别是

①吃水线与原点相交（水漫得最高，ps:排水体积大于总体积一半肯定够了）

排水体积关于z轴分为两部分，右侧的体积为总体积的一半远大于所需排水体积，左侧未算，但是肯定是大于0的。

②吃水线与船的左上点相交(水漫到的关键点，ps:通过计算漫到这点排水体积还不够一点点)

根据z=tan140°x+k与可以求得k=0.151320293728474；然后求吃水线与船的另一侧的交点的x值，使用联立求解可以求得x=x0=0.049897854853113（我是使用二分迭代的方式求得的）；最后使用积分求其排水体积。此处使用船体总体积减去水上体积更容易计算。船体总体积已经算过了，使用第四题中的结果即可。水上体积表达式如下：



积分出来结果为0.001595895710214m³。

再用船体总体积减去其积分结果，求得水下体积为0.001099084023240m³略小于所需排水体积0.001116530727680m³

③吃水线与船中心的最高点相交(水漫到的最低点，ps:通过计算漫到这点排水体积还是不够)

**最终计算结果说明：**

由①②③可知，k在k1和k2之间，k1即①中的k=0，k2即②中的k=0.151320293728474;

此时k为变量，通过二分迭代，每次计算k时，分别计算水面与船体的交点的x轴坐标，此时的计算函数其实类似与②中的公式，只需要将x0和这两个上下限，改成由随k而变的xmin和xmax，这两个值也可以利用每次二分迭代k的时候，使用二分迭代求得。最终利用②中的积分和船的总体积求得排水体积。此处只给出结果，k=0.150534414731095。

最终那个吃水线方程为z=tan140°x+0.150534414731095。

**5.2 将小船向 x 轴倾斜 140°，求浮心及复原力矩**

**浮心：**

已知水下船体关于y轴对称，对称区域也关于y轴对称，所以关于y的奇函数的积分为0。根据浮心定义：浮心就是被排开的流体的重心。所以可以利用重心公式求解。

设其坐标为，已知y0=0。仅需求x0和z0即可。

已知吃水线方程为，k为已知常数（0.150534414731095）。所以可以根据吃水线平面和船体的交线求得两端交点x1，x2，此处由5.1二分迭代求k的过程中已求出，分别为-0.057953430474795和0.049815920068628。然后将积分区域分成三片，左边右边两块和中间一块。三块y的上下限均在之间；左右两块z的上下限分别为H和曲面方程，中间一块z的上下限分别为H和吃水线平面方程；而三块x的范围，以x1，x2分割，左边的在与x1之间，中间的在x1，x2之间，右边的在x2和之间。最终按重心三重积分求结果。以下为公式：

;

**关于x：**

右边的积分同理可得，只要将上下限换掉即可。



将三者积分相加，除以m得最终浮心的x坐标，约为0.013938450731625，单位m。

**关于z：**

右边的积分同理可得，只要将上下限换掉即可。

将三者积分相加，除以m得最终浮心的z坐标，约为0.170003799370430，单位m。

**复原力矩：**

复原力矩

**6.1 画出重物质量与吃水线的曲线图**

①4.1船的重量公式算出船的总重，再根据V排=总重量

求出对应的吃水线H，再用程序求出每次增重1g对应的吃水线。画图

