

오랜만에 작성해 보는 백준 문제 풀이. 수학 문제는 풀이 적을 맛이 난다.

나머지와 몫이 같은 수 성공



시간 제한	메모리 제한	제출	정답	맞힌 사람	정답 비율
2 초	256 MB	10030	4684	3915	47.541%

문제

N으로 나누었을 때 나머지와 몫이 같은 모든 자연수의 합을 구하는 프로그램을 작성하시오. 예를 들어 N=3일 때, 나머지와 몫이 모두 같은 자연수는 4와 8 두 개가 있으므로, 그 합은 12이다.

입력

첫째 줄에 2,000,000 이하의 자연수 N이 주어진다.

출력

첫 줄에 구하고자 하는 수를 출력한다.

<https://www.acmicpc.net/problem/1834>

문제 이해가 잘 안돼서, 일단 끄적여봤다.

1로 나누었을 때 나머지와 몫이 같은 자연수의 합 $\rightarrow 0 = 0$

몫과 나머지가 0일 때: 0

2로 나누었을 때 나머지와 몫이 같은 자연수의 합 $\rightarrow 0 + 3 = 3$

몫과 나머지가 0일 때: 0

몫과 나머지가 1일 때: 3

3으로 나누었을 때 나머지와 몫이 같은 자연수의 합 $\rightarrow 0 + 4 + 8 = 12$

몫과 나머지가 0일 때: 0

몫과 나머지가 1일 때: 4

몫과 나머지가 2일 때: 8

4로 나누었을 때 나머지와 몫이 같은 자연수의 합 $\rightarrow 0 + 5 + 10 + 15 = 30$

몫과 나머지가 0일 때: 0

몫과 나머지가 1일 때: 5

몫과 나머지가 2일 때: 10

몫과 나머지가 3일 때: 15

...

n으로 나누었을 때 나머지와 몫이 같은 자연수의 합 $\rightarrow 0 + (n+1) + (n+1)*2 + \dots + (n+1)*(n-1)$

몫과 나머지가 0일 때: 0

몫과 나머지가 1일 때: n+1

몫과 나머지가 2일 때: (n+1)*2

몫과 나머지가 3일 때: (n+1)*3

...

몫과 나머지가 n-1일 때: (n+1)*(n-1)

제일 먼저 발견한 규칙성. n으로 나누었을 때 몫과 나머지가 k인 수는 (n+1)*k이다. 이것만으로도 정답 코드를 작성할 수 있다.

```
# Python 3
n = int(input())
sum = 0
for i in range(n):
    sum += (n + 1) * i
print(sum)
```

해당 문제를 구글에 검색해 보니 이와 유사한 정답 코드가 많이 보였다. 이 또한 좋은 풀이라고 생각하지만, 이 풀이는 시간이 오래 걸린다. 또 다른 규칙성을 찾아 조금 더 단순화해보자.

위에서 고적인 바와 같이, n으로 나누었을 때 나머지와 몫이 같은 자연수의 합은 $0 + (n+1) + (n+1)*2 + \dots + (n+1)*(n-1)$ 과 같다. 이는 다시 말해 n+1에 1부터 n-1까지 더한 값을 곱한 값과 같다. 앞서 작성한 정답 코드의 반복문을 시그마를 이용해 풀이해 보자.

$$(n+1) \sum_{k=0}^{n-1} k = \frac{n^3 - n}{2}$$

1부터 n까지의 합이 $n(n+1)/2$ 인데 n-1까지의 합을 구하므로, 시그마는 n에 n-1을 대입한 $n(n-1)/2$ 로 풀이된다. 여기에 n+1을 곱하면 $(n^3 - n)/2$ 이 나온다. 인수분해 공식까지 야무지게 쓰고 나니 고등학생 때로 돌아간 기분이다. 이를 이용하여 위 코드에서 반복문을 제거한 정답 코드는 다음과 같다.

```
# Python 3
n = int(input())
sum = (n ** 3 - n) // 2
print(sum)
```

나눗셈 연산자(/)가 아닌 몫 연산자(//)를 써야 한다는 점에 유의하자. 나눗셈 연산자로 연산한 결과값은 실수이기 때문에 출력값이 달라진다. 몫 연산자를 쓰더라도 n이 자연수이면 $n^3 - n$ 은 항상 짝수이므로 나머지가 생기지 않는다.

n이 홀수인 경우 → 홀수의 세 제곱(홀수) - 홀수 = 짝수
n이 짝수인 경우 → 짝수의 세 제곱(짝수) - 짝수 = 짝수

#알고리즘, #백준, #문제, #문제해결, #코딩, #프로그래밍, #Python, #파이썬, #구현, #수학, #나머지와몫이같은 수, #1834, #개발자, #개발