

Sistemas de Equações Lineares

Métodos Numéricos

<https://github.com/c3-disciplina-mn/MetodoGausmn>



Olá Turma!

Integrantes:

- José Fernando;
- Humberto Carneiro;
- Luiz Claudio Brito.

Aplicação prática

Contexto:



Supondo que você queira criar uma mistura de fertilizantes para maximizar o crescimento das plantas. Você tem três tipos de fertilizantes disponíveis, cada um contendo diferentes quantidades de nutrientes.



O primeiro fertilizante contém 2% de nitrogênio, 3% de fósforo e 1% de potássio.
O segundo fertilizante contém 1% de nitrogênio, 2% de fósforo e 2% de potássio.
O terceiro fertilizante contém 3% de nitrogênio, 1% de fósforo e 2% de potássio.
Você precisa criar uma mistura que contenha pelo menos 8% de nitrogênio, pelo menos 7% de fósforo e pelo menos 10% de potássio.

Aplicação prática

O sistema de equações lineares:



Podemos representar as quantidades dos três tipos de fertilizantes como variáveis x , y e z , respectivamente.

Então, podemos escrever um sistema de equações lineares para descrever as quantidades de nutrientes em cada tipo de fertilizante.



Sistema de equações lineares:

$$0.02x + 0.01y + 0.03z \geq 0.08 \quad \text{[Nitrogênio]}$$

$$0.03x + 0.02y + 0.01z \geq 0.07 \quad \text{[Fósforo]}$$

$$0.01x + 0.02y + 0.02z \geq 0.10 \quad \text{[Potássio]}$$

Aqui, a primeira equação representa a quantidade mínima de nitrogênio necessária na mistura, a segunda equação representa a quantidade mínima de fósforo necessária e a terceira equação representa a quantidade mínima de potássio necessária.

Método de Gauss:

Descrição breve:

O método de Gauss é uma técnica para resolver sistemas de equações lineares. Ele funciona transformando o sistema em uma forma triangular superior (ou seja, com zeros abaixo da diagonal principal) por meio de uma série de operações de linha, como a adição ou subtração de múltiplos de uma equação a outra. Uma vez que o sistema esteja nessa forma triangular, é fácil resolver as equações de forma direta, começando pela última equação e trabalhando de trás para a frente.

Para o método de Gauss utilizando as equações lineares da mistura química, foram necessários 20 interações para alcançar o resultado final.

Método de Jordan:

Descrição breve:

O método de Jordan é um método matemático que é usado quando escalonamos uma matriz para resolver um sistema linear. Precisamos transformar as equações em uma matriz aumentada e aplicar operações elementares de linha para obter uma matriz escalonada reduzida. Em seguida, podemos resolver o sistema por substituição retroativa.

Para o método de Jordan utilizando as equações lineares da mistura química, foram necessários 27 interações para alcançar o resultado final.

Método de Jacobi:

Descrição breve:

O Método de Jacobi é um algoritmo iterativo utilizado para resolver sistemas de equações lineares. Ele começa com uma estimativa inicial para as soluções e, em cada iteração, atualiza as estimativas com base nas equações do sistema. Esse processo é repetido até que as estimativas converjam para os valores corretos. O Método de Jacobi é usado principalmente quando os sistemas de equações são grandes e esparsos, o que significa que a maioria dos coeficientes das equações é zero, tornando-o eficaz para problemas complexos de engenharia e ciência.

Para o método de Jacobi utilizando as equações lineares da mistura química, foram necessários o número máximo de interações para alcançar o resultado final. (Foi definido como 50 o número máximo de interações). Não converge.

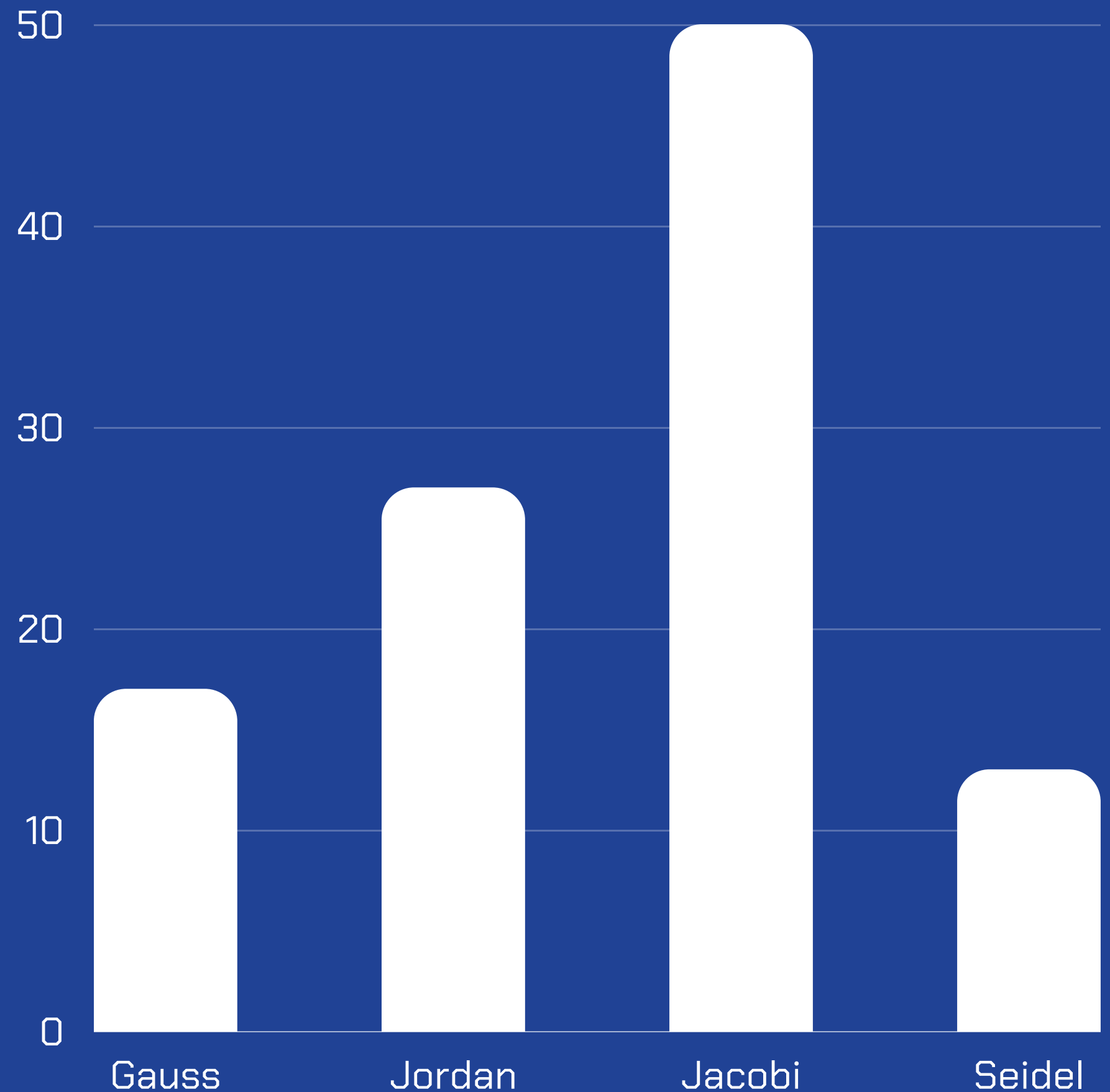
Método de Seidel:

Descrição breve:

O Método de Gauss-Seidel é uma técnica iterativa para resolver sistemas de equações lineares similar ao método de Jacobi, a sua diferença é que a medida que descobrimos o valor de uma variável, ela já é utilizada no cálculo da próxima variável, na mesma iteração.

Para o método de Seidel utilizando as equações lineares da mistura química, foram necessários 13 interações para alcançar o resultado final.

Gráfico de métodos e quantidade de interações



Gauss X Jordan

Método direto

Menos operações

Maior complexidade

+ Eficiente

Mais operações

Menor complexidade

- Eficiente

Jacobi X Seidel

Métodos iterativos

Menos eficiente

+Iterações

Mais eficiente

-Iterações

Conclusões e aprendizados

Concluimos que de acordo com os métodos apresentados. O método de eliminação Gauss é o mais simples e requer menos operações do que o método de eliminação de Jordan. Porém, o método de Gauss pode ser menos eficiente para sistemas maiores, pois precisa de mais memória e pode levar a erros numéricos. O Jordan é mais preciso e pode ser mais eficiente para sistemas grandes, mas pode ser mais difícil de implementar.

O método de Jacobi é um método iterativo que pode ser usado para resolver sistemas lineares grandes, é fácil de implementar .

O método de Seidel é semelhante ao método de Jacobi. Porém o método de Jacobi é geralmente mais estável do que o método de Seidel, mas o método de Seidel pode convergir mais rápido. A escolha do melhor método depende das características específicas do sistema linear utilizado.