Problema 2:

Determine el valor inicial y final:

$$G(z) = \frac{2z+2}{(z+0.6)^2(z-1)}$$

Solución

El teorema del valor inicial indica que

$$x(0) = \lim_{z\to\infty} X(z)$$

Aplicando el teorema se tiene:

$$x(0) = \lim_{z\to\infty} \frac{2z+2}{(z+0.6)^2(z-1)}$$

Para quitar la indeterminación se empleará la regla de L'Hopital

$$x(0) = \lim_{z\to\infty} \frac{2}{(z+0.6)^2(1)+(z-1)2(z+0.6)(1)}$$

$$x(0) = \lim_{z\to\infty} \frac{2}{(z+0.6)^2+2(z-1)(z+0.6)} = \frac{2}{\infty} = 0$$

Por lo tanto el valor inicial es igual a cero

Para el valor final:

El teorema es el siguiente:

$$\lim_{k\to\infty} x(k) = \lim_{z\to 1}\left[(1-z^{-1})X(z)\right]$$

Se tiene entonces que

$$\lim_{k\to\infty} x(k) = \lim_{z\to 1}(1-z^{-1})\frac{2z+2}{(z+0.6)^2(z-1)}$$

Si multiplicamos y dividimos por $\frac{1}{z}$ se tiene:

$$\lim_{k\to\infty} x(k) = \lim_{z\to 1}(1-z^{-1})\frac{\frac{1}{z}(2z+2)}{\frac{1}{z}(z+0.6)^2(z-1)}$$

Con esto se reduce la expresión debido a que se tienen términos iguales en el denominador y el denominador, el término es $(1-z^{-1})$

La expresión queda:

$$\lim_{k\to\infty} x(k) = \lim_{z\to 1}\frac{\frac{2z+2}{z}}{(z+0.6)^2}$$ Y valuando el límite: $$\frac{\frac{2(1)+2}{1}}{(1+0.6)^2} = \frac{4}{2.56} = 1.56$$

Por lo tanto el valor final es 1.56

Autor: Martínez González Leonardo
Revisor: Vazquez Sanchez Rosangel
Supervisor: Santiago Cruz Carlos

Comentarios: Hizo falta hacer el paso que aprendimos en clase, el de ponerlo en terminos de Z a la -1, con esto los pasos se acortan, mas sin embargo, se aplico el concepto de la regla de L'Hopital para encontrar la soluciòn.