Obtener la transformada inversa Z de la siguiente función:

$$G(z)=\frac{2z+2}{(z+0.6)^2(z-1)}$$

Solución:

Utilizando el método de la integral de inversión

Polos simples
$k=\lim_{z\to z_i}\left[(z-z_i)X(z)z^{k-1}\right]$
Polo simple multiple
$k=\frac{1}{(q-1)!}\lim_{z\to z_j}\frac{d^{q-1}}{dz^{q-1}}\left[(z-z_j)^q x(z)z^{k-1}\right]$ $x(kT)=k_1+k_2+\ldots$

Para el polo múltiple:

$$k_1=\frac{1}{(2-1)!}\lim_{z\to -0.6}\frac{d}{dz}\left[(z+0.6)^2\frac{(2z+2)}{(z+0.6)^2(z-1)}z^{k-1}\right]$$

$$k_1=\lim_{z\to -0.6}\frac{d}{dz}\left[\frac{(2z+2)}{(z-1)}z^{k-1}\right]$$

$$k_1=\lim_{z\to -0.6}\left[\frac{2z^k+2z^{k-1}-\{(z-1)[(2z+2)(k-1)z^{k-2}}{(z-1)^2}\right.$$

OJO: tuve que bajar la ecuación para que se viera en la pagina.

$k_1=$

$\lim_{z\to -0.6}$

$$\left[\frac{2z^k+2z^{k-1}-(z-1)(2z+2)(k-1)z^{k-2}+2z^{k-1}(z-1)}{(z-1)^2}\right]$$

Simplificando y evaluando el límite

$$k_1=\frac{-2.4(-0.6)^{k-1}+1.28(k-1)(-0.6)^{k-2}}{2.56}$$

Para el polo simple:

$$k_2=\lim_{z\to 1}\left[(z-1)\frac{(2z+2)z^{k-1}}{(z+0.6)^2(z-1)}\right]$$

$$k_2=\lim_{z\to 1}\left[\frac{(2z+2)z^{k-1}}{(z+0.6)^2}\right]$$

$$k_2=1.56^{k-1}$$

Entonces la antitransformada z de G(z) será:

Para $k=0, 1, 2,\ldots$

$$x(kT)=k_1+k_2$$

$$x(kT)=\frac{-2.4(-0.6)^{k-1}+1.28(k-1)(-0.6)^{k-2}}{2.56}+1.56^{k-1}$$

Conclusiones:

Autor: Vazquez Sanchez Rosangel
Revisor: Santiago Cruz Carlos
Supervisor: Santiago Cruz Carlos

Comentarios: se tuvo que dar el formato acordado y la parte aritmética esta correcta
Alguas ecuaciones tuvieron que ser editadas ya que no cabian en el formato.

Problema 2:

Determine el valor inicial y final:

$$G(z) = \frac{2z+2}{(z+0.6)^2(z-1)}$$

Solución

El teorema del valor inicial indica que

$$x(0) = \lim_{z\to\infty} X(z)$$

Aplicando el teorema se tiene:

$$x(0) = \lim_{z\to\infty} \frac{2z+2}{(z+0.6)^2(z-1)}$$

Para quitar la indeterminación se empleará la regla de L'Hopital

$$x(0) = \lim_{z\to\infty} \frac{2}{(z+0.6)^2(1)+(z-1)2(z+0.6)(1)}$$

$$x(0) = \lim_{z\to\infty} \frac{2}{(z+0.6)^2+2(z-1)(z+0.6)} = \frac{2}{\infty} = 0$$

Por lo tanto el valor inicial es igual a cero

Para el valor final:

El teorema es el siguiente:

$$\lim_{k\to\infty} x(k) = \lim_{z\to 1}\left[(1-z^{-1})X(z)\right]$$

Se tiene entonces que

$$\lim_{k\to\infty} x(k) = \lim_{z\to 1}(1-z^{-1})\frac{2z+2}{(z+0.6)^2(z-1)}$$

Si multiplicamos y dividimos por $\frac{1}{z}$ se tiene:

$$\lim_{k\to\infty} x(k) = \lim_{z\to 1}(1-z^{-1})\frac{\frac{1}{z}(2z+2)}{\frac{1}{z}(z+0.6)^2(z-1)}$$

Con esto se reduce la expresión debido a que se tienen términos iguales en el denominador y el denominador, el término es $(1-z^{-1})$

La expresión queda:

$$\lim_{k\to\infty} x(k) = \lim_{z\to 1}\frac{\frac{2z+2}{z}}{(z+0.6)^2}$$

Y valuando el límite:

Por lo tanto el valor final es 1.56

$$\frac{\frac{2(1)+2}{1}}{(1+0.6)^2} = \frac{4}{2.56} = 1.56$$

Autor: Martínez González Leonardo

Revisor: Santiago Cruz Carlos
Supervisor: Peralta Ivan

Problema 3.

Obtenga G(z) por el método de la integral de convolucion:

$$G(s)=\frac{2s+2}{(s^2+\frac{[2]s}{10}-1)(s-1)}$$

Polos simples
$K_j=\lim_{s\to s_j}\left[(s-s_j)\frac{X(s)z}{z-e^{Ts}}\right]$
Polo simple de orden n
$K_i=\frac{1}{(n_i-1)!}\lim_{s\to s_i}\frac{d^{n_i-1}}{ds^{n_i-1}}\left[(s-s_i)^{n_i}\frac{X(s)z}{z-e^{Ts}}\right]$

$$K_1=\lim_{s\to 1}\left[(s-1)\left[\frac{2s+2}{(s^2+\frac{2s}{10}-1)(s-1)}\right]\frac{z}{z-e^{Ts}}\right]$$

$$K_1=\lim_{s\to 1}\left[\frac{2s+2}{(s^2+\frac{2s}{10}-1)}\frac{z}{z-e^{Ts}}\right]$$

$$K_1=\frac{2[1]+2}{([1]^2+\frac{2[1]}{10}-1)}\frac{z}{z-e^{T[1]}}$$

$$K_1=\frac{4}{(1+\frac{2}{10}-1)}\frac{z}{z-e^{T}}$$

$$\boxed{K_1=20\frac{z}{z-e^{T}}}$$

Obteniendo las raíces de : $(s^2+\frac{[2]s}{10}-1)$ para saber si son polos simples o complejos:

$$s_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-(\frac{2}{10})\pm\sqrt{(\frac{2}{10})^2-4(1)(-1)}}{2(1)}$$

$$s_{1,2}=\frac{-(\frac{2}{10})\pm\sqrt{(\frac{2}{10})^2-4(1)(-1)}}{2(1)}=\frac{-(\frac{2}{10})\pm\sqrt{(\frac{4}{100})+4}}{2(1)}$$

$$s_{1,2}=\frac{-(\frac{2}{10})\pm\sqrt{(\frac{4}{100})+\frac{400}{100}}}{2(1)}=\frac{-(\frac{2}{10})\pm\sqrt{\frac{404}{100}}}{2(1)}$$

$$s_{1,2}=\frac{-(\frac{2}{10})\pm\sqrt{(\frac{4}{100})+\frac{400}{100}}}{2(1)}=\frac{-(\frac{2}{10})\pm\sqrt{\frac{404}{100}}}{2(1)}$$

$s_1=0.90499$

$s_2=-1.10499$

polos simples

$$K_2=\lim_{s\to 0.90499}\Bigg[(s-0.90499)\Bigg[\frac{2s+2}{(s-0.90499)(s+1.10499)(s}$$

$$K_2=\lim_{s\to 0.90499}\left[\left[\frac{2s+2}{(s+1.10499)(s-1)}\right]\frac{z}{z-e^{Ts}}\right]$$

$$K_2=\left[\frac{2[0.90499]+2}{([0.90499]+1.10499)([0.90499]-1)}\right]\frac{z}{z-e^{0.90499T}}$$

$$K_2=\left[\frac{3.8082}{(2.00998)(-0.09501)}\right]\frac{z}{z-e^{0.90499T}}$$

$$K_2=\left[\frac{3.8082}{-0.190968}\right]\frac{z}{z-e^{0.90499T}}$$

$$\boxed{K_2=-19.9415\frac{z}{z-e^{0.90499T}}}$$

$$K_3=\lim_{s\to -1.10499}\Bigg[(s+1.10499)\Bigg[\frac{2s+2}{(s+1.10499)(s-0.90499)(s}$$

$$K_3=\lim_{s\to -1.10499}\left[\left[\frac{2s+2}{(s-0.90499)(s-1)}\right]\frac{z}{z-e^{Ts}}\right]$$

$$K_3=\left[\frac{2[-1.10499]+2}{([-1.10499]-0.90499)([-1.10499]-1)}\right]\frac{z}{z-e^{T[-1.1}}$$

$$K_3=\left[\frac{-0.20998}{(-2.00998)(-2.10499)}\right]\frac{z}{z-e^{-1.10499T}}$$

$$\boxed{K_3=-0.049629\frac{z}{z-e^{-1.10499T}}}$$

G(z)=

$$20\frac{z}{z-e^{T}}+-19.9415\frac{z}{z-e^{0.90499T}}+$$
$$\boxed{-0.049629\frac{z}{z-e^{-1.10499T}}}$$

Autor: Santiago Cruz Carlos,
Revisor: Peralta Ivan
Supervisor: Peralta Ivan