

Problema 2:

Determine el valor inicial y final:

$$G(z) = \frac{2z + 2}{(z + 0.6)^2(z - 1)}$$

Solución

El teorema del valor inicial indica que

$$x(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} X(z)$$

Aplicando el teorema se tiene:

$$x(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{2z + 2}{(z + 0.6)^2(z - 1)}$$

Para quitar la indeterminación se empleará la regla de L'Hopital

$$x(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{2}{(z + 0.6)^2(1) + (z - 1)2(z + 0.6)(1)}$$

$$x(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{2}{(z + 0.6)^2 + 2(z - 1)(z + 0.6)} = \frac{2}{\infty} = 0$$

Por lo tanto el valor inicial es igual a cero

Para el valor final:

El teorema es el siguiente:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x(k) = \lim_{z \rightarrow 1} [(1 - z^{-1})X(z)]$$

Se tiene entonces que $\lim_{k \rightarrow \infty} x(k) = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) \frac{2z + 2}{(z + 0.6)^2 (z - 1)}$

Si multiplicamos y dividimos por $\frac{1}{z}$ se tiene:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x(k) = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) \frac{\frac{1}{z} (2z + 2)}{\frac{1}{z} (z + 0.6)^2 (z - 1)}$$

Con esto se reduce la expresión debido a que se tienen términos iguales en el denominador y el denominador, el término es $(1 - z^{-1})$

La expresión queda:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x(k) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{\frac{2z + 2}{z}}{(z + 0.6)^2} \text{ Y valuando el límite: } \frac{\frac{2(1) + 2}{1}}{(1 + 0.6)^2} = \frac{4}{2.56} = 1.56$$

Por lo tanto el valor final es 1.56

Autor: Martínez González Leonardo

Revisor: Vazquez Sanchez Rosangel

Supervisor: Santiago Cruz Carlos