



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MÉXICO

LABORATORIO DE DISEÑO DIGITAL
GPO. 12 Horario 9:30 a 11:30

REPORTE DE LA PRACTICA No. 4

MAPAS DE KARNAUGH

Brigada 10: Integrante 1 *Hernández Labra Virginia*
Integrante 2 *Santiago Cruz Carlos*

Fecha de realización de la práctica: 21/oct/05

Fecha de entrega del reporte: 28/oct/05

Práctica 4. Mapas de Karnaugh

OBJETIVO: Aplicar técnicas de minimización, mapas de Karnaugh, para obtener la expresión óptima en la solución de un problema específico.

1) Dada la siguiente expresión

$$F = \sum_{W,X,Y,Z} (0,1,2,3,4,6,7,9,13,15)$$

a) Genere la tabla de verdad que corresponde a esta forma canónica.

Mintérmino	W	X	Y	Z	F
m ₀	0	0	0	0	1
m ₁	0	0	0	1	1
m ₂	0	0	1	0	1
m ₃	0	0	1	1	1
m ₄	0	1	0	0	1
m ₅	0	1	0	1	0
m ₆	0	1	1	0	1
m ₇	0	1	1	1	1
m ₈	1	0	0	0	0
m ₉	1	0	0	1	1
m ₁₀	1	0	1	0	0
m ₁₁	1	0	1	1	0
m ₁₂	1	1	0	0	0
m ₁₃	1	1	0	1	1
m ₁₄	1	1	1	0	0
m ₁₅	1	1	1	1	1

Aquí se observa que la función vale uno en cada uno de los mintérminos que se indican en la sumatoria.

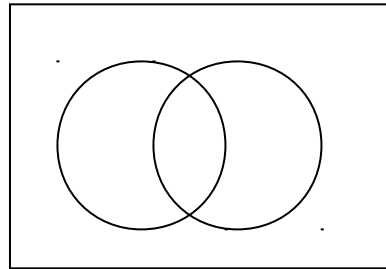
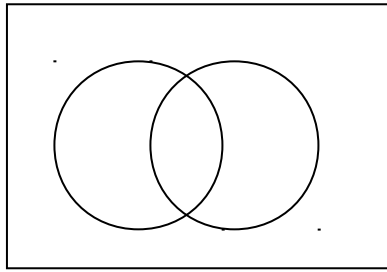
b) Enuncie el teorema del álgebra de conmutación que se generaliza para fundamentar el procedimiento de construcción de los mapas y su mecánica para la reducción de términos.

Es el teorema de absorción

$$XY + X\bar{Y} = X(Y + \bar{Y}) = X \cdot 1 = X$$

$$(X + Y)(X + \bar{Y}) = X + X\bar{Y} + XY + Y\bar{Y} = X + X(Y + \bar{Y}) + 0 = X$$

Con diagramas de euler es más didáctico porque se observa directamente la reducción



Se observa que en general se trata de términos adyacentes, es decir, que difieren en una sola variable (la cual se absorbe).

- c) Explique como se genera la expresión gráfica de una tabla lógica mediante un mapa de Karnaugh. Ejemplifique esto para función de 5 variables, coloque en cada celda el correspondiente número de minitérmino. Y construya el mapa para la función F con los datos de su tabla de verdad.

El mapa de Karnaugh es una representación gráfica de un espacio booleano de n dimensiones en el cual se puede representar alguna función booleana equivalente a la tabla de verdad.

Puesto que el mapa de Karnaugh representa un espacio booleano de n dimensiones al definir los dominios de cada variable se generan cuadros de tal forma que cualquier par de cuadros inmediatos deben corresponder a combinaciones de variables lógicamente adyacentes, es decir, que difieran en un solo bit.

El mapa de Karnaugh debe ser lo más cuadrado posible. Si se desea representar un espacio booleano de n dimensiones o variables el mapa tendrá 2^n cuadros.

Para representar una función booleana en un mapa de Karnaugh (MK) está debe estar expresada en una tabla de verdad o en alguna de las formas canónicas.

El MK usa un cuadro para cada mintermino o maxtérmino de manera similar en que la tabla un mintermino o maxtermino, se puede observar que cada cuadro representa una combinación de las variables (mintermino), el orden de los cuadros está definido por la adyacencia lógica.

Por ejemplo, sea una función de 5 variables, entonces su mapa de karnaugh se construye de la siguiente manera:

	000	001	011	010	110	111	101	100
00	0	4	12	8	24	28	20	16
01	1	5	13	9	25	29	21	17
11	3	7	15	11	27	31	23	19
10	2	6	14	10	26	30	22	18

Para la función F se tiene que su MK llenado de acuerdo a su tabla de verdad será el siguiente:

	00	01	11	10
00	1 ₀	1 ₄	0 ₁₂	0 ₈
01	1 ₁	0 ₅	1 ₁₃	1 ₉
11	1 ₃	1 ₇	1 ₁₅	0 ₁₁
10	1 ₂	1 ₆	0 ₁₄	0 ₁₀

d) Explique como se deben agrupar los términos 1 contenidos en el mapa para definir conjuntos rectangulares de unos. Marque en el mapa de la función F los conjuntos rectangulares justifique cada agrupación del mapa.

La minimización usando MK considerando mintérminos debe seguir los siguientes pasos:

1. Llenar el MK correspondiente con el valor de la función booleana.
2. Considerar los don't care como *
3. Agrupar los 1s adyacentes en grupos de número potencia de 2 (tratando de hacer grupos rectangulares lo más grandes posibles).
4. Si ayuda se pueden tomar en consideración los * como 1s para hacer grupos más grandes, siempre y cuando no existan conjuntos redundantes (es decir que contengan puros *s o bien haya conjuntos rectangulares completamente dentro de otro conjunto rectangular).
5. Identificar la mínima cantidad de grupos que contengan a todos los 1s.
6. La función minimizada será igual a la sumatoria de los dominios de esos conjuntos rectangulares.
7. La función minimizada no es única, puesto que depende de la audacia del diseñador y la forma en que agrupo los conjuntos rectangulares.

	00	01	11	10
00	1 ₀	1 ₄	0 ₁₂	0 ₈
01	1 ₁	0 ₅	1 ₁₃	1 ₉
11	1 ₃	1 ₇	1 ₁₅	0 ₁₁
10	1 ₂	1 ₆	0 ₁₄	0 ₁₀

	00	01	11	10
00	1 ₀	1 ₄	0 ₁₂	0 ₈
01	1 ₁	0 ₅	1 ₁₃	1 ₉
11	1 ₃	1 ₇	1 ₁₅	0 ₁₁
10	1 ₂	1 ₆	0 ₁₄	0 ₁₀

	00	01	11	10
00	1 ₀	1 ₄	0 ₁₂	0 ₈
01	1 ₁	0 ₅	1 ₁₃	1 ₉
11	1 ₃	1 ₇	1 ₁₅	0 ₁₁
10	1 ₂	1 ₆	0 ₁₄	0 ₁₀

	00	01	11	10
00	1 ₀	1 ₄	0 ₁₂	0 ₈
01	1 ₁	0 ₅	1 ₁₃	1 ₉
11	1 ₃	1 ₇	1 ₁₅	0 ₁₁
10	1 ₂	1 ₆	0 ₁₄	0 ₁₀

	00	01	11	10
00	1 ₀	1 ₄	0 ₁₂	0 ₈
01	1 ₁	0 ₅	1 ₁₃	1 ₉
11	1 ₃	1 ₇	1 ₁₅	0 ₁₁
10	1 ₂	1 ₆	0 ₁₄	0 ₁₀

$$F = \overline{W}Y + WXZ + W\overline{Y}Z + \overline{W}\overline{Z} + \overline{W}\overline{X}$$

a la cual le aplicamos álgebra de boole para obtener la siguiente expresión

$$F = \overline{W}(\overline{X} + Y + \overline{Z}) + WZ(X + \overline{Y})$$

e) Enuncie y explique el teorema del implicante primo. E identifiquemos para el mapa F.

Los implicantes primos son los términos que no han sido agrupados, existen implicantes primos esenciales y esenciales secundarios.

	00	01	11	10
00	1 ₀	1 ₄	0 ₁₂	0 ₈
01	1 ₁	0 ₅	1 ₁₃	1 ₉
11	1 ₃	1 ₇	1 ₁₅	0 ₁₁
10	1 ₂	1 ₆	0 ₁₄	0 ₁₀

f) Defina que son una celda 1 distinguida, un implicante primo esencial y un implicante primo esencial secundario; el porque de su utilidad al hacer reducciones en un mapa. Y comience a generar la función reducida de F, detalle como obtiene cada unos de los términos de esa función.

Celda uno distinguida: Es aquella que contiene un solo grupo de un 1, es decir que no se pudo agrupar con los demás mintérminos, por lo que es un implicante primo esencial.

Implicante primo esencial: Es aquel que está contenido en un solo conjunto rectangular.

Implicante primo esencial secundario: Es aquel que está contenido en más de un conjunto rectangular.

La utilidad de saberlos distinguir es darles la importancia debida a la hora de hacer reducciones, por ejemplo es sumamente necesario incluir siempre todos los implicantes primos esenciales, mientras que los secundarios a pesar de que se deben incluir todos, pueden existir conjuntos rectangulares que absorban más implicantes primos esenciales secundarios y reducir más (como es el caso de la técnica de minimización de Quine Mcklusky).

	00	01	11	10
00	1 ₀	1 ₄	0 ₁₂	0 ₈
01	1 ₁	0 ₅	1 ₁₃	1 ₉
11	1 ₃	1 ₇	1 ₁₅	0 ₁₁

10

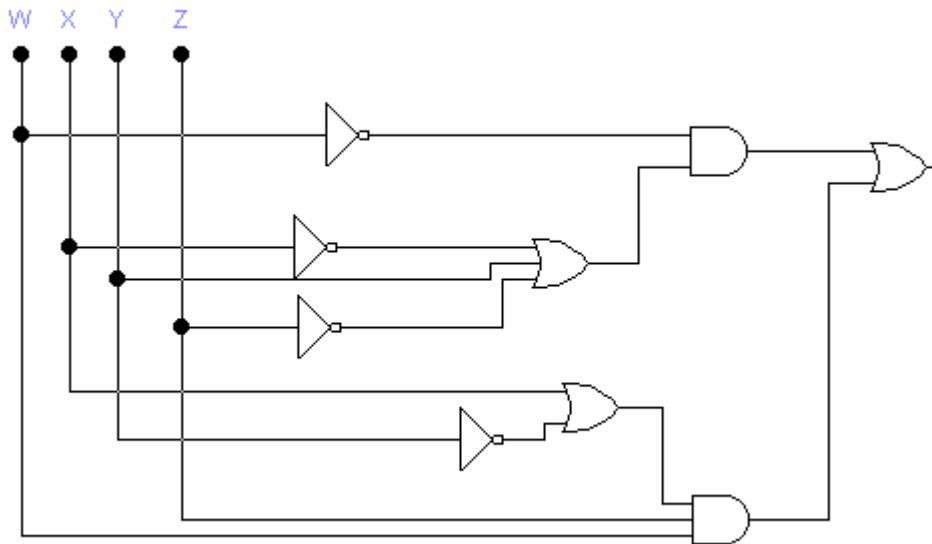
1	2	1	6	0	14	0	10
---	---	---	---	---	----	---	----

$$F = \overline{W}Y + WXZ + W\overline{Y}Z + \overline{W}\overline{Z} + \overline{W}\overline{X}$$

a la cual le aplicamos álgebra de boole para obtener la siguiente expresión

$$F = \overline{W}(\overline{X} + Y + \overline{Z}) + WZ(X + \overline{Y})$$

Implementandola tenemos que:



- 2) Sean $X = x_1x_0$ y $Y = y_1y_0$ dos números de 2 bits. El objetivo es comparar estos números y determinar sus magnitudes relativas. Definiendo las salidas de la siguiente forma:

$$G = (X > Y)$$

$$E = (X = Y)$$

$$L = (X < Y)$$

Diseñe e implemente un circuito combinacional utilizando mapas de Karnaugh que muestre estas tres salidas.

X_1	X_0	Y_1	Y_0	$X > Y$	$X = Y$	$X < Y$
0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	0	1
0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0
1	0	1	0	0	1	0
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	1	0

Función G

	00	01	11	10
00	0 ₀	1 ₄	1 ₁₂	1 ₈
01	0 ₁	0 ₅	1 ₁₃	1 ₉
11	0 ₃	0 ₇	0 ₁₅	0 ₁₁
10	0 ₂	0 ₆	1 ₁₄	0 ₁₀

Función E

	00	01	11	10
00	1 ₀	0 ₄	0 ₁₂	0 ₈
01	0 ₁	1 ₅	0 ₁₃	0 ₉
11	0 ₃	0 ₇	1 ₁₅	0 ₁₁
10	0 ₂	0 ₆	0 ₁₄	1 ₁₀

Función L

$$G \otimes E = L$$

CONCLUSIONES

HERNÁNDEZ LABRA VIRGINIA

- Muchas veces el álgebra booleana puede volverse tediosa y difícil en el manejo para reducir una función. Es mucho más sencillo utilizar los mapas de Karnaugh aunque no siempre son de gran ayuda como fue el caso de la función E del ejercicio 2 de la práctica. Pero a excepciones en su mayoría son de gran utilidad los mapas de Karnaugh por su simplicidad y transparencia a la hora de reducir los términos.
- El álgebra de boole, los mapas de Karnaugh, el método de minimización de Quine Macklosky son técnicas de minimización muy usadas en el diseño de circuitos combinacionales (aquellos que utilizan compuertas lógicas para su implementación y la salida está en función de las variables de entrada y del arreglo de las compuertas).
- Los implicantes primos esenciales, celdas uno distinguidas son determinantes a la hora de minimizar, puesto que no se deben olvidar estos terminos ya que no están incluidos en ningún otro conjunto rectangular.
- Los mapas de Karnaugh deben ser lo más cuadrados posibles y deben realizarse utilizando el código Gray (porque se observan de mejor manera las adyacencias). En los MK no debe existir ningún 1 sin agrupar, aunque se deben tomar en cuenta que se deben realizar los conjuntos rectangulares más grandes posibles en grupos de 2^n .
- En ocasiones el intuir las funciones a través de la tabla de verdad puede ser de gran ayuda pero eso solo lo logra la pericia y práctica del diseñador.