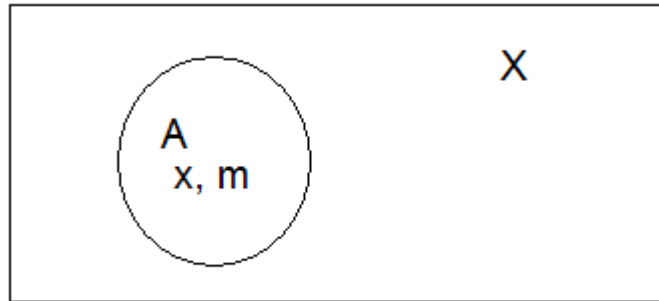


## APUNTES DE LOGICA DIFUSA

APUNTES DE LOGICA DIFUSA.....	1
APUNTES DE LOGICA DIFUSA.....	2
CONJUNTOS DE CANTOR CLARAMENTE DEFINIDOS (CRISP).....	2
CONJUNTOS DIFUSOS (FUZZY).....	2
CONJUNTOS DIFUSOS.....	3
OPERADORES.....	4
LEYES DE LOS CONJUNTOS.....	4
CONJUNTOS DIFUSOS.....	4
OPERADORES.....	5
RELACIONES DIFUSAS.....	14
LOGICA DE PREDICADOS.....	19
CONECTIVOS.....	19
METODOLOGÍA PARA EL DISEÑO DE SISTEMAS DIFUSOS.....	22
CONJUNTOS DIFUSOS.....	22
CONJUNTOS CONVEXOS NORMALES.....	24
MÉTODOS PARA DEFINIR LOS CONJUNTOS DIFUSOS.....	24
INTUICION.....	24
INFERENCIA.....	25
LA IMPLICACIÓN.....	25
CONTROL DIFUSO DE RIEGO.....	32

## APUNTES DE LOGICA DIFUSA

### CONJUNTOS DE CANTOR CLARAMENTE DEFINIDOS (CRISP)



$$x \in A$$

$$A = \{x \mid x \in A\}$$

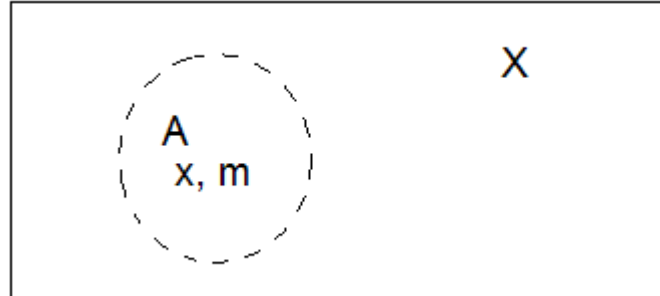
$$x_A = \{0,1\}$$

$x_A$  Es la función característica

$$x_A = 0 \quad \text{si} \quad x \notin A$$

$$x_A = 1 \quad \text{si} \quad x \in A$$

### CONJUNTOS DIFUSOS (FUZZY)



$X$  Elemento del conjunto

$\mu$  Función de pertenencia al conjunto

$$\tilde{x} \in \tilde{A}$$

$$\tilde{A} = \{\tilde{x} \mid \tilde{x} \in \tilde{A}, 0 \leq \mu(x) \leq 1\}$$

$$\mu(x) = [0,1]$$

$$\tilde{A} = \{(1,0.1), (2,0.2), (3,0.1), (4,0.5), (5,0.), (6,0.1), (7,0.1), (8,0.1), (9,0.1), (10,0.1)\}$$

$\tilde{A}$ : Números cercanos a 5 comprendidos del 1 al 10.

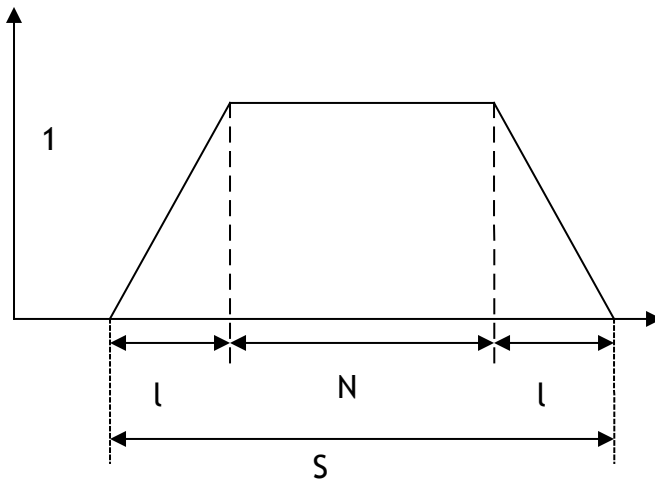
$$\tilde{A} = \sum_{i=1}^n \frac{\mu(x)}{x_i} \quad \text{Notación de Zadeh conjuntos discretos}$$

$$\tilde{A} = \int \frac{\mu(x)}{x_i} \quad \text{Notación de Zadeh conjuntos continuos}$$

$$\tilde{A} = \frac{0.1}{1} + \frac{0.2}{2} + \frac{0.1}{3} + \frac{0.5}{4} + \frac{0.2}{5} + \frac{0.1}{6} + \frac{0.7}{7} + \frac{1}{8} + \frac{0.3}{9} + \frac{1}{10}$$

“es una simple notación, en realidad no se tiene que realizar la suma aritmética”

## CONJUNTOS DIFUSOS



N: núcleo del conjunto

$$N = \{x \mid x \in \tilde{A}; \mu_{\tilde{A}}(x) = 1\}$$

L: límites

$$L = \{x \mid x \in \tilde{A}; 0 \leq \mu(x) \leq 1\}$$

S: Soporte

$$S = \{x \mid x \in \tilde{A}; 0 \leq \mu(x) \leq 1\}$$

$$\mu(x) \neq 0$$

$x \in X$  :  $x$  es un elemento del conjunto  $x$ .

$x \notin X$  :  $x$  no es un elemento del conjunto  $x$ .

$A \subset X$  :  $A$  es un subconjunto de  $B$ .

$A \subseteq X$  :  $A$  esta plenamente contenido en  $B$ .

$P(x)$  : Potencia del conjunto “es el conjunto de todos los conjuntos posibles en  $X$ ”

$C(x)$  : Cardinalidad que es el número de todos los conjuntos posibles en  $X$ .

Ejemplo:

$$A = \{a, b, c\} \quad n=3$$

$$P(A) = \{\{a, b, c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{\phi\}\}$$

$$C(A) = 2^n = 2^3 = 8$$

## OPERADORES

$$\cup: \quad \text{UNION} \quad A \cup B = \{x \mid x \in A, \text{ó}, x \in B\}$$

$$A \cup B = \{x \mid x \in A, \vee, x \in B\}$$

$$\cap: \quad \text{INTERSECCION} \quad A \cap B = \{x \mid x \in A, y, x \in B\}$$

$$A \cap B = \{x \mid x \in A, \wedge, x \in B\}$$

$$/: \quad \text{DIFERENCIA} \quad A / B = \{x \in A, \wedge, x \notin B\}$$

$$\bar{\phantom{x}}: \quad \text{COMPLEMENTO} \quad \bar{A} = \{x \mid x \notin A, x \in X\}$$

## LEYES DE LOS CONJUNTOS

CONMUTATIVIDAD	$A \cup B = B \cup A$	$A \cap B = B \cap A$
ASOCIATIVIDAD	$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$	$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
DISTRIBUTIVIDAD	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
IDEM POTENCIA	$A \cup A = A$	$A \cap A = A$
IDENTIDAD	$A \cup \phi = A$	$A \cap \phi = \phi$
TRANSITIVIDAD	Sí $A \subseteq B \subseteq C$	Entonces $A \subseteq C$
INVOLUCION	$\bar{\bar{A}} = A$ (al parecer no se muestra la doble raya.)	
LEYES DE DE MORGAN	$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$ $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$	
LEY DEL MEDIO EXCLUIDO	$A \cup \bar{A} = X$	
LEY De LA CONTRADICCION	$A \cap \bar{A} = \phi$	

## CONJUNTOS DIFUSOS

$$\underline{A}; \underline{B}; \underline{A} \subseteq X; \underline{B} \subseteq X$$

Universo bien definido

## OPERADORES

$$\begin{aligned} \cup: & \quad \text{UNION} & \underline{A} \cup \underline{B} & \quad \mu_{\underline{A} \cup \underline{B}}(x) = \{ \mu_{\underline{A}}(x) \vee \mu_{\underline{B}}(x) \} & \quad \mu_{\underline{A} \cup \underline{B}}(x) = \text{MAX}(\mu_{\underline{A}}(x), \mu_{\underline{B}}(x)) \\ \cap: & \quad \text{INTERSECCION} & \underline{A} \cap \underline{B} & \quad \mu_{\underline{A} \cap \underline{B}}(x) = \{ \mu_{\underline{A}}(x) \wedge \mu_{\underline{B}}(x) \} & \quad \mu_{\underline{A} \cap \underline{B}}(x) = \text{MIN}(\mu_{\underline{A}}(x), \mu_{\underline{B}}(x)) \\ \bar{\phantom{x}}: & \quad \text{COMPLEMENTO} & \bar{\underline{A}} & \quad \mu_{\bar{\underline{A}}}(x) = 1 - \mu_{\underline{A}}(x) \end{aligned}$$

## EJEMPLOS:

### (HACER GRAFICAS)

SEA

$$\underline{A} = \frac{0.2}{1} + \frac{0.6}{2} + \frac{1}{3} + \frac{0}{4} + \frac{0}{5}$$

$$\underline{B} = \frac{0}{1} + \frac{0.7}{2} + \frac{0.4}{3} + \frac{0.2}{4} + \frac{1}{5}$$

$$\underline{A} \cup \underline{B} = \frac{\text{MAX}(0.2, 0)}{1} + \frac{\text{MAX}(0.6, 0.7)}{2} + \frac{\text{MAX}(1, 0.4)}{3} + \frac{\text{MAX}(0, 0.2)}{4} + \frac{\text{MAX}(0, 1)}{5}$$

$$\underline{A} \cup \underline{B} = \frac{0.2}{1} + \frac{0.7}{2} + \frac{1}{3} + \frac{0.2}{4} + \frac{1}{5}$$

$$\underline{A} \cap \underline{B} = \frac{\text{MIN}(0.2, 0)}{1} + \frac{\text{MIN}(0.6, 0.7)}{2} + \frac{\text{MIN}(1, 0.4)}{3} + \frac{\text{MIN}(0, 0.2)}{4} + \frac{\text{MIN}(0, 1)}{5}$$

$$\underline{A} \cap \underline{B} = \frac{0}{1} + \frac{0.6}{2} + \frac{0.4}{3} + \frac{0}{4} + \frac{0}{5}$$

$$\bar{\underline{A}} = \frac{1-0.2}{1} + \frac{1-0.6}{2} + \frac{1-1}{3} + \frac{1-0}{4} + \frac{1-0}{5}$$

$$\bar{\underline{A}} = \frac{0.8}{1} + \frac{0.4}{2} + \frac{0}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$$

y de esta manera podemos calcular lo siguiente:

$$\tilde{A} \cap \bar{\tilde{A}} = \frac{0.2}{1} + \frac{0.4}{2} + \frac{0}{3} + \frac{0}{4} + \frac{0}{5}$$

$$\tilde{A} \cap \bar{\tilde{A}} = \frac{0.2}{1} + \frac{0.4}{2}$$

Al conjunto de candidatos a operadores para la conjunción difusa ( $\wedge$ ) se les llama **normas t**, para la disyunción difusa ( $\vee$ ) se les llama **normas S** o **conormas t**.

Un operador de normas  $t$  dado por  $t(x,y)$  es una función de mapeo  $[0,1] \times [0,1]$  a  $[0,1]$  que satisface las siguientes condiciones para cualquier  $w,x,y,z$  que pertenece a  $[0,1]$

### Normas t

- |                                |                            |
|--------------------------------|----------------------------|
| 1. $(0,0)=0$                   | $t(x,1)=t(1,x)=x$          |
| 2. $t(x,y) \leq t(z,w)$        | si $x \leq z$ y $y \leq w$ |
| 3. $t(x,y) = t(y,x)$           | conmutatividad             |
| 4. $t(x,t(y,z)) = t(t(x,y),z)$ | asociatividad              |

### Normas s

- |                          |                            |
|--------------------------|----------------------------|
| 1. $(1,1) = 1$           | $S(x,0) = S(0,X) = X$      |
| 2. $S(x,y) \leq S(z,w);$ | si $x \leq z$ y $y \leq z$ |
| 3. $S(x,y) = S(y,x)$     | conmutatividad monotonidad |

### Fuzzy logic

The new computer science and how is changing our World

Mcneil

Iriedeberg 1993

Simon & Schuster

Fuzzy thinking

Bart kosko

1994 hyperion

### PROBLEMA EJEMPLO

C= "casa comfortable para familia de 4 personas"

c= grado de comfort / número de recámaras

Respuesta en clase

$$\tilde{C} = \frac{0.15}{1} + \frac{0.5}{2} + \frac{0.85}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}$$

Respuesta bibliografía alemana:

$$\tilde{C} = \frac{0.2}{1} + \frac{0.5}{2} + \frac{0.8}{3} + \frac{1}{4} + \frac{0.7}{5} + \frac{0.3}{6}$$



Tarea:

Encontrar los tipos de operadores para la and (y) y para la or (o)

Usando matlab graficar:

$$\mu_A(x) = \frac{1}{\left(1 + \frac{x}{5}\right)^3} \quad \mu_B(x) = \frac{1}{1 + 3(x-5)^2} \quad 0 \leq x \leq 20$$

GRAFICAR

$\underline{A}$ ,  
 $\underline{B}$ ,  
 $\overline{\underline{A}}$   
 $\overline{\underline{B}}$   
 $\underline{A} \cup \underline{B}$   
 $\underline{A} \cap \underline{B}$   
 $\overline{\underline{A}} \cap \overline{\underline{B}}$   
 $\overline{\underline{A}} \cup \overline{\underline{B}}$   
 $\underline{A} \cap \overline{\underline{A}}$ ,  
 $\underline{B} \cap \overline{\underline{B}}$

Código en matlab

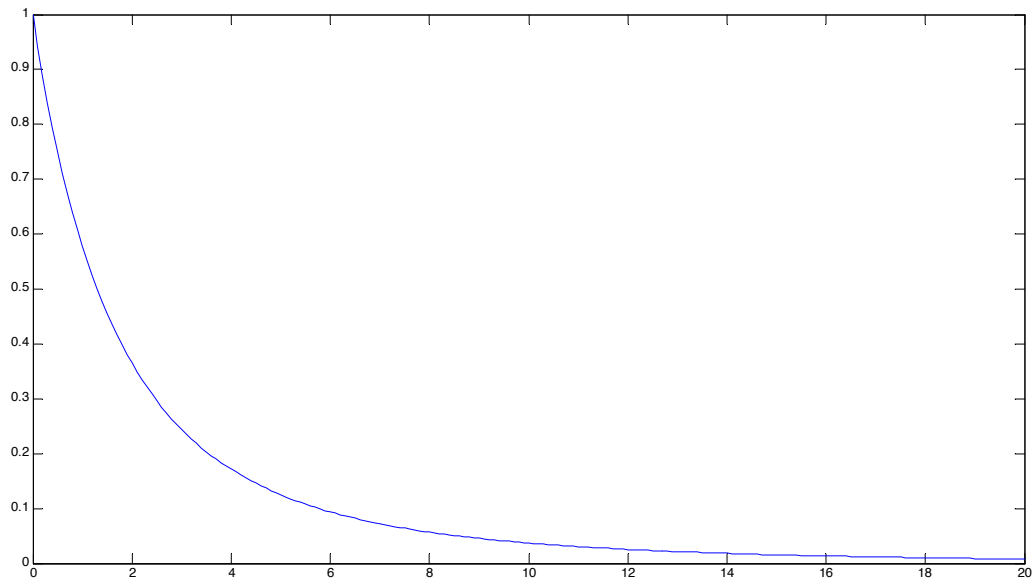
```
x=[0:0.1:20];

muA=((1+x/5).^3).^-1;
muB=(1+3*(x-5).^2).^-1;
plot(x,muA)
plot(x,muB)

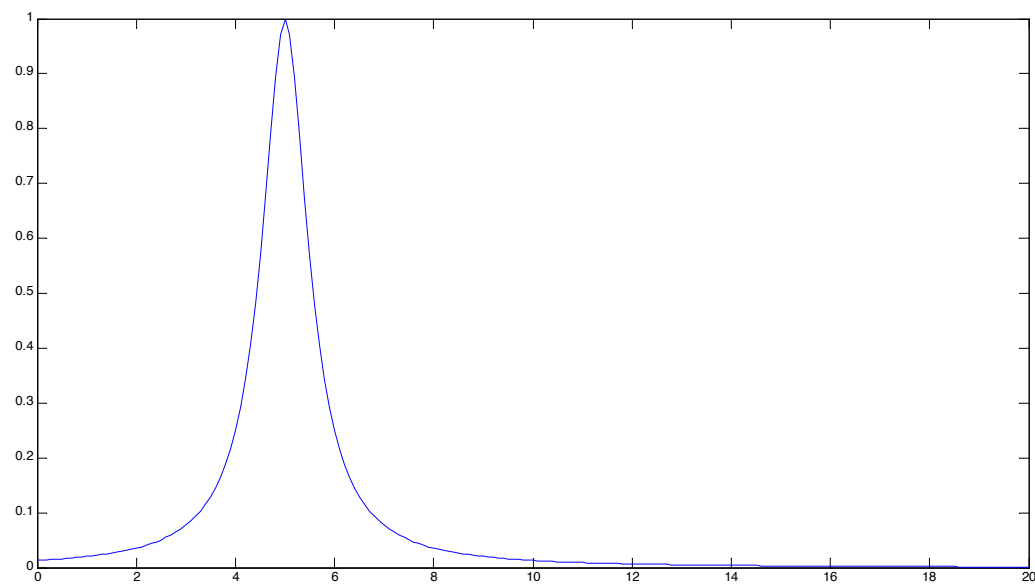
muA_neg=1-((1+x/5).^3).^-1;
muB_neg=1-(1+3*(x-5).^2).^-1;
plot(x,muA_neg)
plot(x,muB_neg)

A_union_B=max(muA,muB);
plot(x,A_union_B)
A_interseccion_B=min(muA,muB);
plot(x,A_interseccion_B)
A_neg_union_B_neg=max(muA_neg,muB_neg);
plot(x,A_neg_union_B_neg)
A_neg_inters_B_neg=min(muA_neg,muB_neg);
```

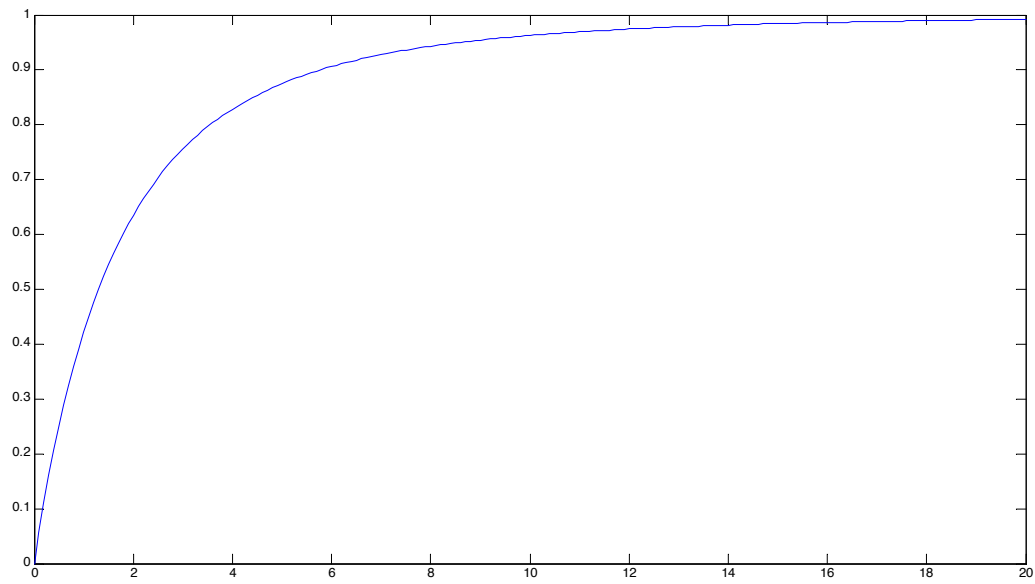
```
plot(x,A_neg_inters_B_neg)
A_inters_A_neg=min(muA,muA_neg);
plot(x,A_inters_A_neg)
B_inters_B_neg=min(muB,muB_neg);
plot(x,B_inters_B_neg)
```



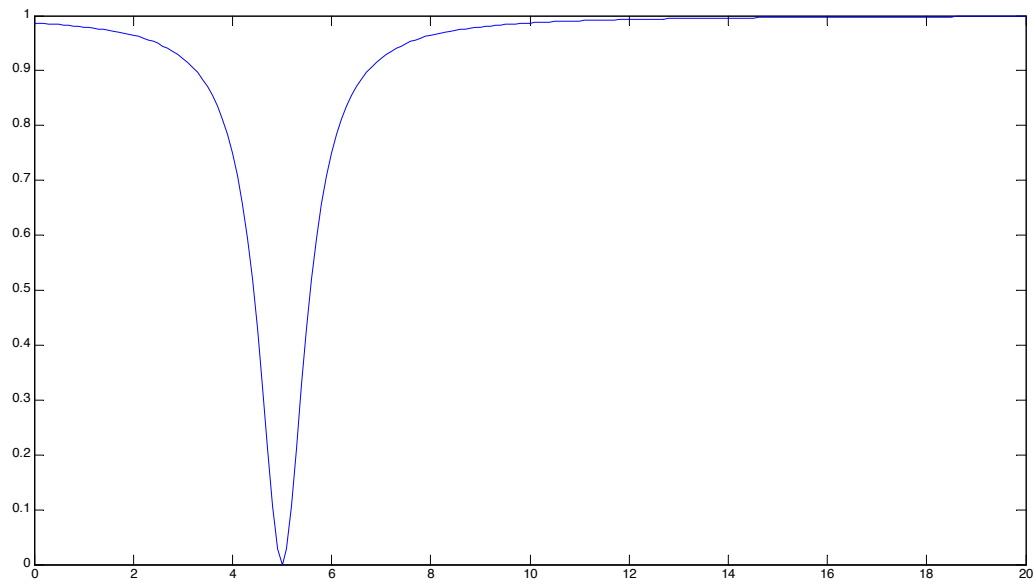
$A,$



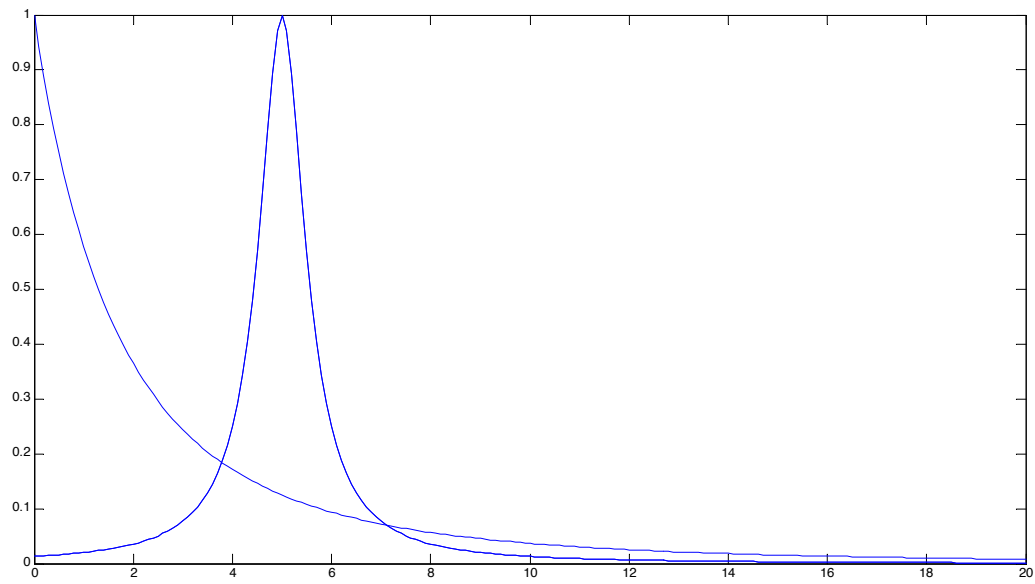
$B,$



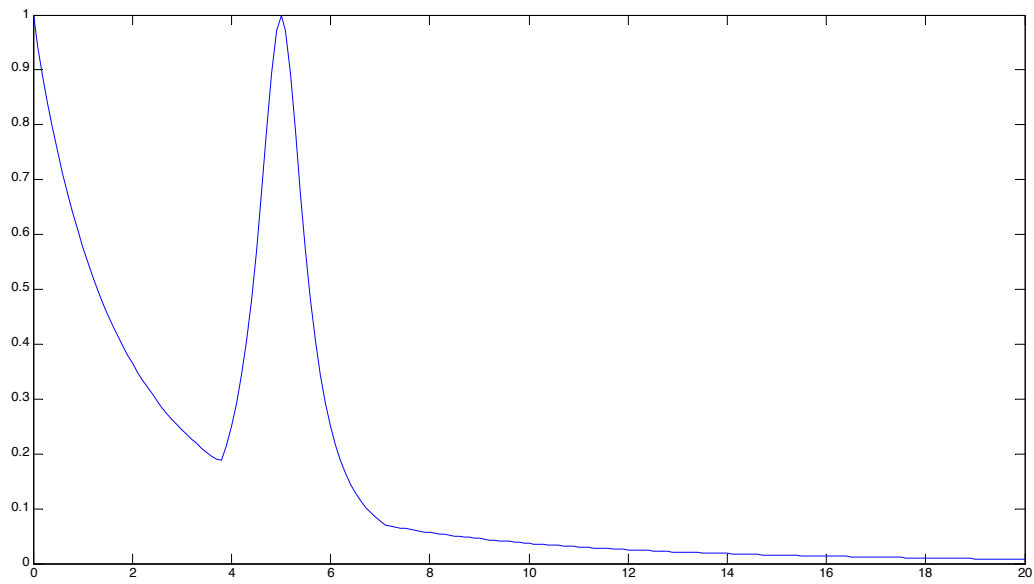
$\bar{A}$



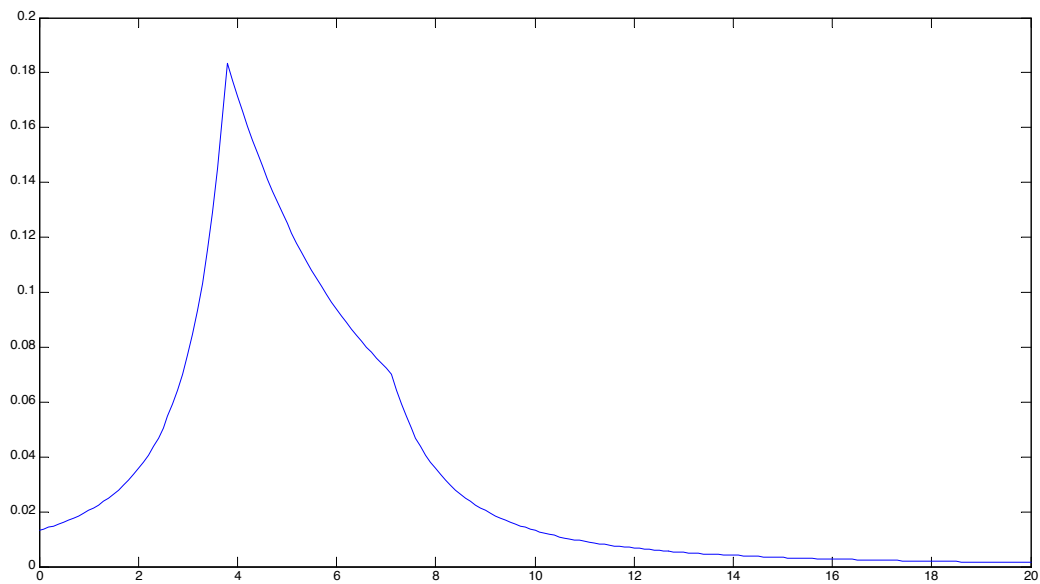
$\bar{B}$



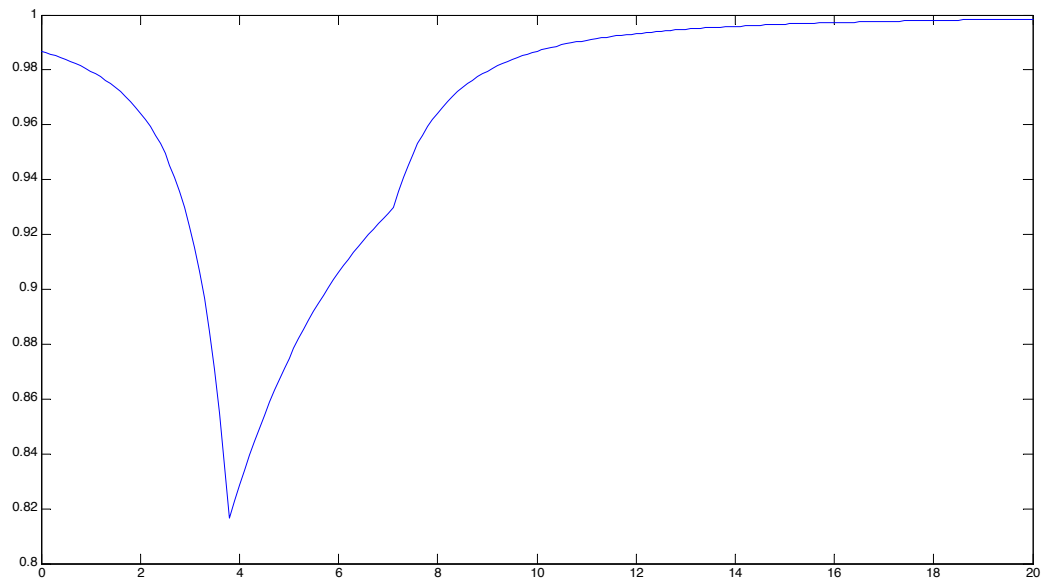
Graficas de A de B



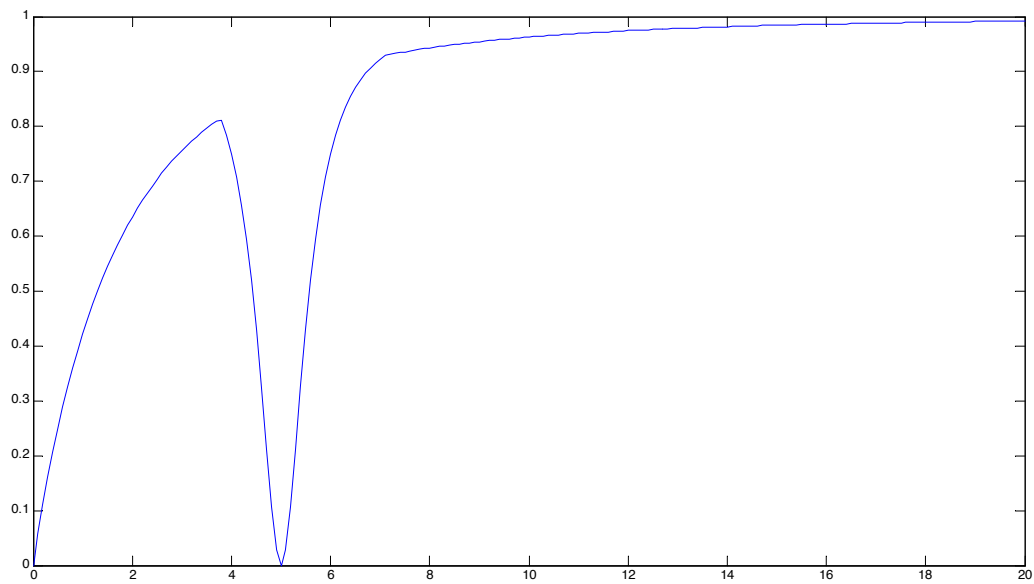
$$\underline{A} \cup \underline{B}$$



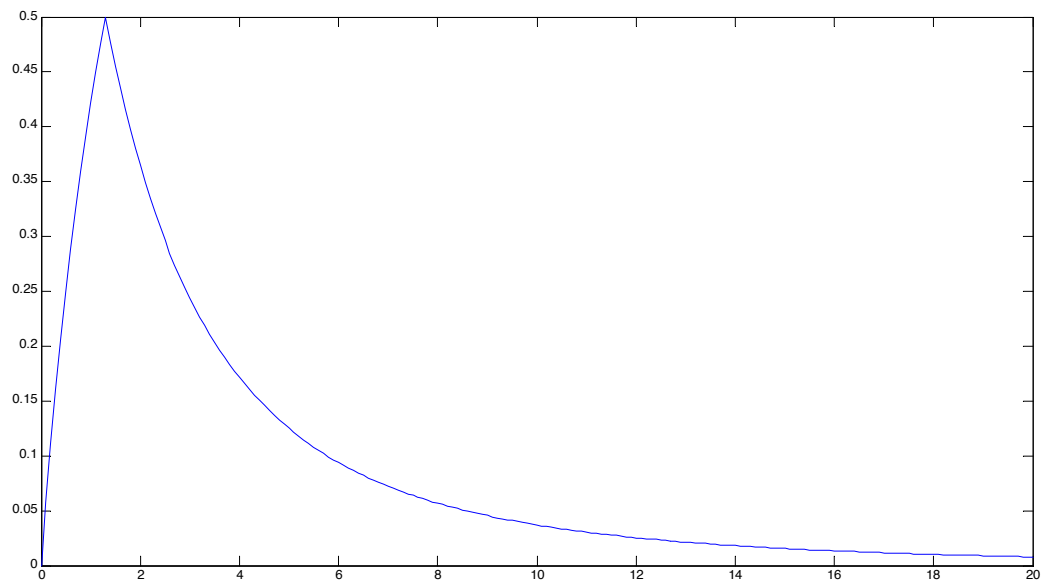
$$\underline{A} \cap \underline{B}$$



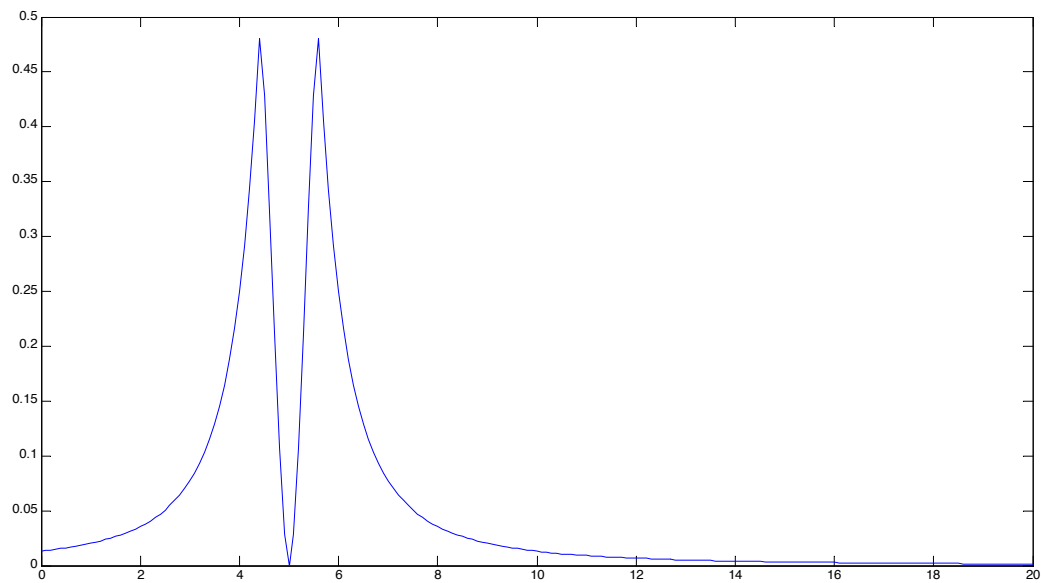
$$\bar{A} \cap \bar{B}$$



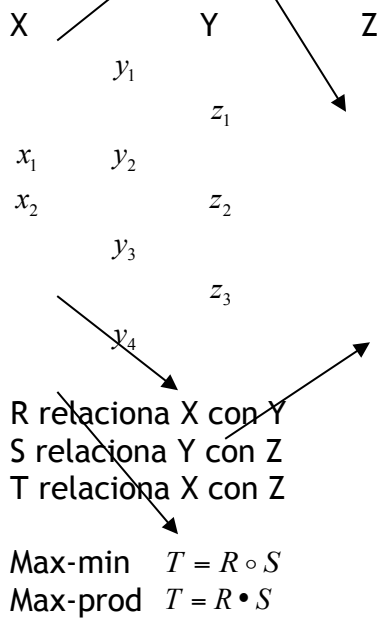
$$\tilde{A} \cap \tilde{B}$$



$$\tilde{A} \cap \bar{\tilde{A}}$$



$$\tilde{B} \cap \bar{\tilde{B}}$$



$$x_T(x_i, z_i) = V_{y \in Y} [x_R(x_i, y_i) \wedge x_S(y_i, z_i)]$$

$$x_T(x_i, z_i) = \max[\min(x_R(x_i, y_i), x_S(y_i, z_i))]$$

## RELACIONES DIFUSAS

Si  $\tilde{A} \subseteq X$  y  $\tilde{B} \subseteq Y$

$$\tilde{R} \subseteq \tilde{A} \times \tilde{B}$$

$$\tilde{A} \times \tilde{B} \subseteq \tilde{X} \times \tilde{Y}$$

$$\mu_{\tilde{R}}(x, y) = \mu_{\tilde{A} \times \tilde{B}}(x, y) = \min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y))$$

Diagrama sagital

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.6 & 0.1 \\ 0.5 & 0.3 & 0.2 \end{bmatrix}$$

Matriz de relación R, entre X y Y

Ejemplo:



Sea:

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= \frac{0.2}{x_1} + \frac{0.6}{x_2} + \frac{0.1}{x_3} & \tilde{A} &= \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.5 \\ 0.1 \end{bmatrix} \\ \tilde{B} &= \frac{0.3}{y_1} + \frac{0.9}{y_2} & \tilde{B} &= \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.9 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} \min [\mu(x_1), \mu(y_1)] & \min [\mu(x_1), \mu(y_2)] \\ \min [\mu(x_2), \mu(y_1)] & \min [\mu(x_2), \mu(y_2)] \\ \min [\mu(x_3), \mu(y_1)] & \min [\mu(x_3), \mu(y_2)] \end{bmatrix}$$

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} \min[0.2, 0.3] & \min[0.2, 0.9] \\ \min[0.5, 0.3] & \min[0.5, 0.9] \\ \min[0.1, 0.3] & \min[0.1, 0.9] \end{bmatrix}$$

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 \\ 0.3 & 0.5 \\ 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}$$

## Tarea

$$R_{se} = \{R_{se1}, R_{se2}, \dots, R_{se1}\}$$

$$I_a = \{I_{a1}, I_{a2}, \dots, I_{am}\}$$

$$N = \{N_1, N_2, N_3, \dots, N_p\}$$

$$\tilde{R} = \tilde{R}_{se} \times \tilde{I}_a$$

$$\tilde{S} = \tilde{I}_a \times \tilde{N}$$

$$\tilde{R}_{se}(\%) = \frac{0.3}{30} + \frac{0.6}{60} + \frac{1}{100} + \frac{0.2}{120}$$

$$\tilde{I}_a(\%) = \frac{0.2}{20} + \frac{0.4}{40} + \frac{0.6}{60} + \frac{0.8}{80} + \frac{1}{100} + \frac{0.1}{120}$$

$$\tilde{N}(RPM) = \frac{0.33}{500} + \frac{0.67}{1000} + \frac{1}{1500} + \frac{0.15}{1800}$$

$$\tilde{R} = \tilde{R}_{se} \times \tilde{I}_a$$

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} & 20 & 40 & 60 & 80 & 100 & 120 \\ 30 & \min[\mu(R_{se1}), \mu(I_{a1})] & \min[\mu(R_{se1}), \mu(I_{a2})] & \min[\mu(R_{se1}), \mu(I_{a3})] & \min[\mu(R_{se1}), \mu(I_{a4})] & \min[\mu(R_{se1}), \mu(I_{a5})] & \min[\mu(R_{se1}), \mu(I_{a6})] \\ 60 & \min[\mu(R_{se2}), \mu(I_{a1})] & \min[\mu(R_{se2}), \mu(I_{a2})] & \min[\mu(R_{se2}), \mu(I_{a3})] & \min[\mu(R_{se2}), \mu(I_{a4})] & \min[\mu(R_{se2}), \mu(I_{a5})] & \min[\mu(R_{se2}), \mu(I_{a6})] \\ 100 & \min[\mu(R_{se3}), \mu(I_{a1})] & \min[\mu(R_{se3}), \mu(I_{a2})] & \min[\mu(R_{se3}), \mu(I_{a3})] & \min[\mu(R_{se3}), \mu(I_{a4})] & \min[\mu(R_{se3}), \mu(I_{a5})] & \min[\mu(R_{se3}), \mu(I_{a6})] \\ 120 & \min[\mu(R_{se4}), \mu(I_{a1})] & \min[\mu(R_{se4}), \mu(I_{a2})] & \min[\mu(R_{se4}), \mu(I_{a3})] & \min[\mu(R_{se4}), \mu(I_{a4})] & \min[\mu(R_{se4}), \mu(I_{a5})] & \min[\mu(R_{se4}), \mu(I_{a6})] \end{bmatrix}$$

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} & 20 & 40 & 60 & 80 & 100 & 120 \\ 30 & \min[0.3, 0.2] & \min[0.3, 0.4] & \min[0.3, 0.6] & \min[0.3, 0.8] & \min[0.3, 1] & \min[0.3, 0.1] \\ 60 & \min[0.6, 0.2] & \min[0.6, 0.4] & \min[0.6, 0.6] & \min[0.6, 0.8] & \min[0.6, 1] & \min[0.6, 0.1] \\ 100 & \min[1, 0.2] & \min[1, 0.4] & \min[1, 0.6] & \min[1, 0.8] & \min[1, 1] & \min[1, 0.1] \\ 120 & \min[0.2, 0.2] & \min[0.2, 0.4] & \min[0.2, 0.6] & \min[0.2, 0.8] & \min[0.2, 1] & \min[0.2, 0.1] \end{bmatrix}$$

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} & 20 & 40 & 60 & 80 & 100 & 120 \\ 30 & 0.2 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.1 \\ 60 & 0.2 & 0.4 & 0.6 & 0.6 & 0.6 & 0.1 \\ 100 & 0.2 & 0.4 & 0.6 & 0.8 & 1 & 0.1 \\ 120 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.1 \end{bmatrix}$$

ojo, primera y segunda columna.

$$\tilde{S} = \tilde{I}_a \times \tilde{N}$$

$$\tilde{S} = \begin{bmatrix} & 500 & 1000 & 1500 & 1800 \\ 20 & \min[\mu(I_{a1}), \mu(N_1)] & \min[\mu(I_{a1}), \mu(N_2)] & \min[\mu(I_{a1}), \mu(N_3)] & \min[\mu(I_{a1}), \mu(N_4)] \\ 40 & \min[\mu(I_{a2}), \mu(N_1)] & \min[\mu(I_{a2}), \mu(N_2)] & \min[\mu(I_{a2}), \mu(N_3)] & \min[\mu(I_{a2}), \mu(N_4)] \\ 60 & \min[\mu(I_{a3}), \mu(N_1)] & \min[\mu(I_{a3}), \mu(N_2)] & \min[\mu(I_{a3}), \mu(N_3)] & \min[\mu(I_{a3}), \mu(N_4)] \\ 80 & \min[\mu(I_{a4}), \mu(N_1)] & \min[\mu(I_{a4}), \mu(N_2)] & \min[\mu(I_{a4}), \mu(N_3)] & \min[\mu(I_{a4}), \mu(N_4)] \\ 100 & \min[\mu(I_{a5}), \mu(N_1)] & \min[\mu(I_{a5}), \mu(N_2)] & \min[\mu(I_{a5}), \mu(N_3)] & \min[\mu(I_{a5}), \mu(N_4)] \\ 120 & \min[\mu(I_{a6}), \mu(N_1)] & \min[\mu(I_{a6}), \mu(N_2)] & \min[\mu(I_{a6}), \mu(N_3)] & \min[\mu(I_{a6}), \mu(N_4)] \end{bmatrix}$$

$$\tilde{S} = \begin{bmatrix} & 500 & 1000 & 1500 & 1800 \\ 20 & \min[0.2, 0.33] & \min[0.2, 0.67] & \min[0.2, 1] & \min[0.2, 0.15] \\ 40 & \min[0.4, 0.33] & \min[0.4, 0.67] & \min[0.4, 1] & \min[0.4, 0.15] \\ 60 & \min[0.6, 0.33] & \min[0.6, 0.67] & \min[0.6, 1] & \min[0.6, 0.15] \\ 80 & \min[0.8, 0.33] & \min[0.8, 0.67] & \min[0.8, 1] & \min[0.8, 0.15] \\ 100 & \min[1, 0.33] & \min[1, 0.67] & \min[1, 1] & \min[1, 0.15] \\ 120 & \min[0.1, 0.33] & \min[0.1, 0.67] & \min[0.1, 1] & \min[0.1, 0.15] \end{bmatrix}$$

$$\tilde{S} = \begin{bmatrix} & 500 & 1000 & 1500 & 1800 \\ 20 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.15 \\ 40 & 0.33 & 0.4 & 0.4 & 0.15 \\ 60 & 0.33 & 0.6 & 0.6 & 0.15 \\ 80 & 0.33 & 0.67 & 0.8 & 0.15 \\ 100 & 0.33 & 0.67 & 1 & 0.15 \\ 120 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}$$

0.2000 0.1500 0.1500 0.1500 0.1500 0.1000

R =

0.2000	0.3000	0.3000	0.3000	0.3000	0.1000
0.2000	0.4000	0.6000	0.6000	0.6000	0.1000
0.2000	0.4000	0.6000	0.8000	1.0000	0.1000
0.2000	0.2000	0.2000	0.2000	0.2000	0.1000

S =

0.2000	0.2000	0.2000	0.1500
0.3300	0.4000	0.4000	0.1500
0.3300	0.6000	0.6000	0.1500
0.3300	0.6700	0.8000	0.1500
0.3300	0.6700	1.0000	0.1500
0.1000	0.1000	0.1000	0.1000

## LOGICA DE PREDICADOS

$\tilde{P}$ : Proposición difusa en el universo del discurso  
 $T(\tilde{P}) = \mu(x)$  : Grado de verdad de  $\tilde{P}$   $0 \leq \mu(x) \leq 1$

## CONECTIVOS

Si  $\tilde{P}$  y  $\tilde{Q}$  son proposiciones difusas en el mismo universo  $X$ , entonces  $\tilde{P}$  y  $\tilde{Q}$  se pueden unir mediante conectivos.

$\vee$ :	Disyunción	$\tilde{P} \vee \tilde{Q}$	$T(\tilde{P} \vee \tilde{Q}) = \text{MAX}[T(\tilde{P}), T(\tilde{Q})]$
$\wedge$ :	Conjunción	$\tilde{P} \wedge \tilde{Q}$	$T(\tilde{P} \wedge \tilde{Q}) = \text{MIN}[T(\tilde{P}), T(\tilde{Q})]$
$\neg$ :	Negación	$\bar{\tilde{P}}$	$T(\bar{\tilde{P}}) = 1 - T(\tilde{P})$
$\rightarrow$ :	Implicación (IF ... THEN)	$\tilde{P} \rightarrow \tilde{Q}$	$T(\tilde{P} \rightarrow \tilde{Q}) = T(\bar{\tilde{P}} \vee \tilde{Q}) = \text{MAX}[1 - T(\tilde{P}), T(\tilde{Q})]$

$\tilde{P}$  es el antecedente y  $\tilde{Q}$  el consecuente,  
un antecedente verdadero no puede implicar un consecuente falso.

$\leftrightarrow$  : Equivalencia  $\tilde{P} \leftrightarrow \tilde{Q}$

Un antecedente verdadero no puede implicar un consecuente falso.

Un antecedente verdadero si puede implicar un consecuente verdadero

Un antecedente falso si puede implicar un consecuente falso

Un antecedenete falso si puede implicar un consecuente verdadero

$P$	$Q$	$\bar{P}$	$\bar{Q}$	$P \vee Q$	$P \wedge Q$	$P \rightarrow Q$	$P \leftrightarrow Q$	$\bar{P} \vee Q$
F	F	V	V	F	F	V	V	V
F	V	V	F	V	F	V	F	V
V	F	F	V	V	F	F	F	F
V	V	F	F	V	V	V	V	V

$T(P)$	$T(Q)$	$T(\bar{P})$	$T(\bar{Q})$	$T(P \vee Q)$	$T(P \wedge Q)$	$T(P \rightarrow Q)$	$T(P \leftrightarrow Q)$	$T(\bar{P} \vee Q)$
0	0	1	1	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0	1	0	1
1	0	0	1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	1	1	1	1

-  
-  
-

- 
- Si las proposiciones o juicios están en diferentes universidad, entonces:
- Sea P un juicio o proposición en A

$$P \subset A$$

$$\text{y } A \subseteq X$$

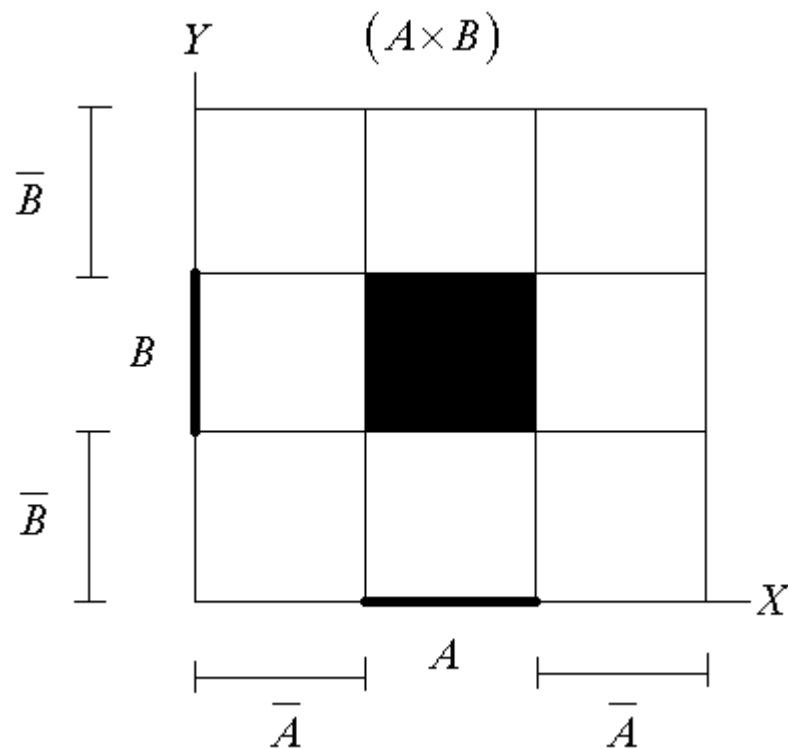
sea Q un juicio o proposición en B

$$Q \subset B$$

$$\text{y } B \subseteq Y$$

$$R = P \rightarrow Q$$

$$R = (A \times B) \cup (\bar{A} \times Y)$$



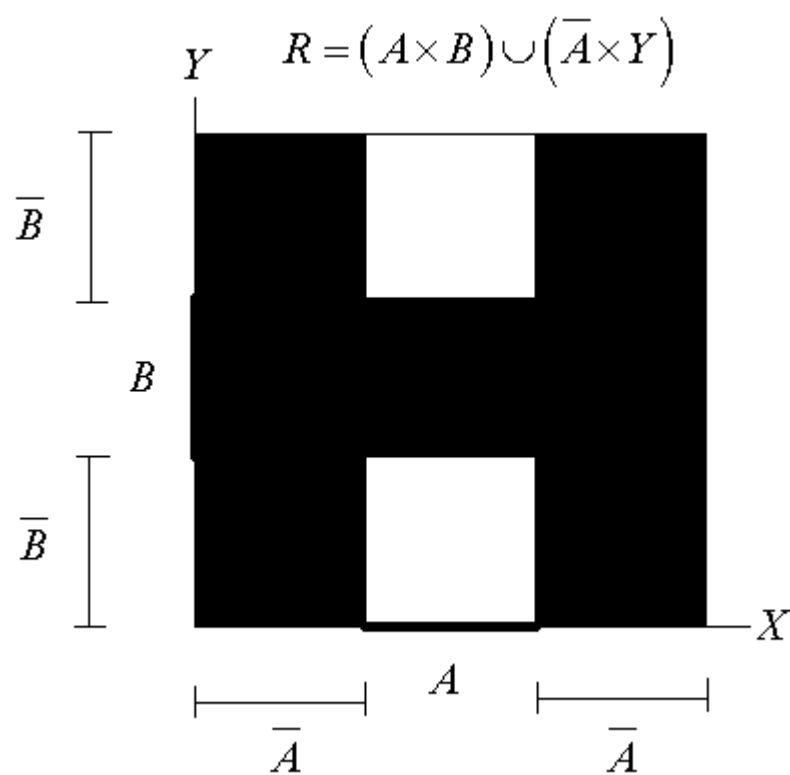
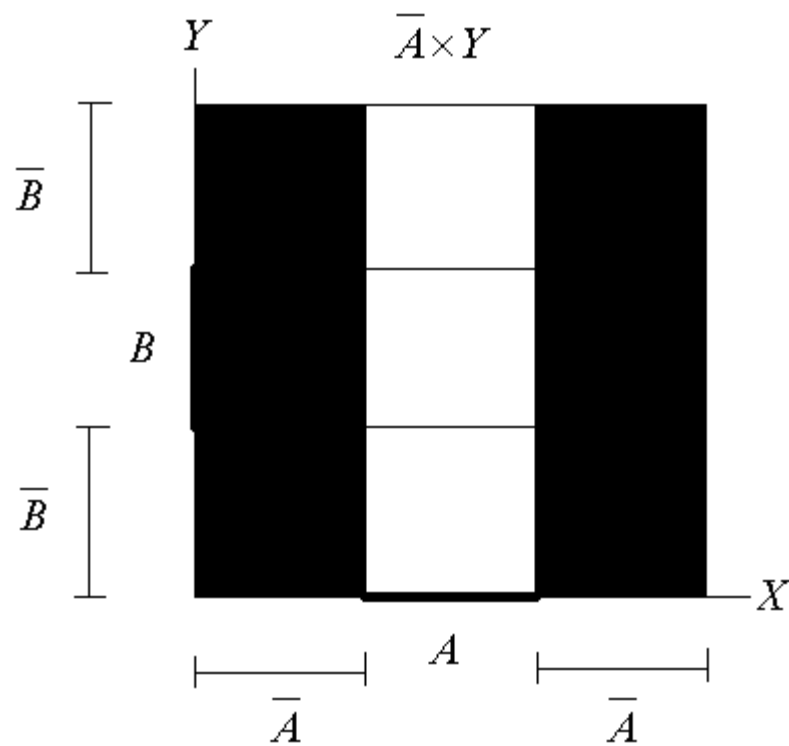
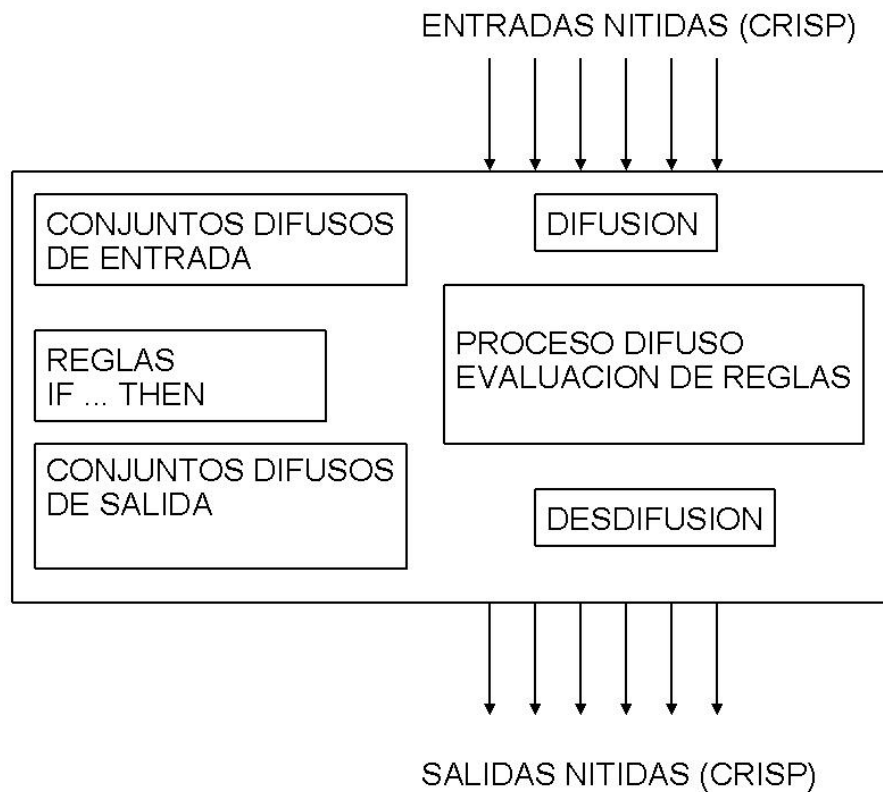


Ilustración 1 IMPLICACION

$$(T \rightarrow Q) = T(\bar{P} \vee Q)$$

$$P \rightarrow Q = \bar{P} \cup Q$$

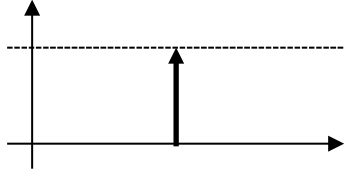
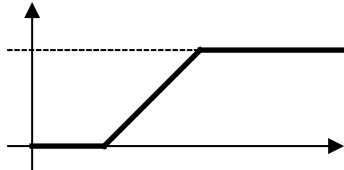
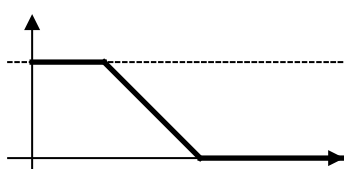
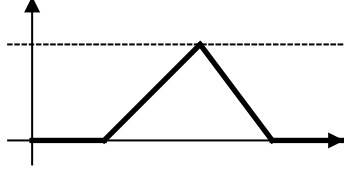
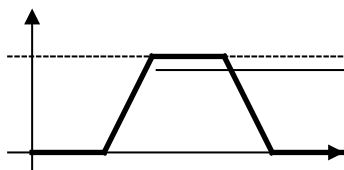
### METODOLOGÍA PARA EL DISEÑO DE SISTEMAS DIFUSOS



1. Identificar las entradas y las salidas del sistema
2. Dividir el sistema o los universos del discurso
3. Definir los conjuntos difusos de entrada y de salida
4. Escoger las reglas del sistema
5. Optimizar el sistema
6. Implementar el sistema difuso en la plataforma a utilizar



## CONJUNTOS DIFUSOS

<p><math>Singleton(\alpha)</math></p> 	$\mu(x) = \begin{cases} 0 & x \neq \alpha \\ 1 & x = \alpha \end{cases}$
<p><math>S(\alpha, \beta)</math></p> 	$\mu(x) = \begin{cases} 0 & x < \alpha \\ \frac{x-\alpha}{\beta-\alpha} & \alpha \leq x \leq \beta \\ 1 & x > \beta \end{cases}$
<p><math>Z(\alpha, \beta)</math></p> 	$\mu(x) = \begin{cases} 1 & x < \alpha \\ \frac{x-\alpha}{\beta-\alpha} & \alpha \leq x \leq \beta \\ 0 & x > \beta \end{cases}$
<p><math>\lambda(\alpha, \beta, \gamma) \circ \Lambda(\alpha, \beta, \gamma)</math></p> 	$\mu(x) = \begin{cases} 0 & x < \alpha \\ \frac{x-\alpha}{\beta-\alpha} & \alpha < x < \beta \\ \frac{x-\gamma}{\beta-\lambda} & \beta < x < \lambda \\ 1 & x = \beta \end{cases}$
<p><math>\pi(\alpha, \beta, \gamma, \delta) \circ \Pi(\alpha, \beta, \gamma, \delta)</math></p> 	$\mu(x) = \begin{cases} 0 & x < \alpha \\ \frac{x-\alpha}{\beta-\alpha} & \alpha < x < \beta \\ 1 & \beta < x < \lambda \\ \frac{x-\alpha}{\beta-\alpha} & \beta < x < \gamma \\ 0 & x > \delta \end{cases}$

## VERSIONES ACAMPANADAS

(FALTAN TRES GRAFICAS)

## CONJUNTOS CONVEXOS NORMALES

Los conjuntos convexos son aquellos cuya función de membresía es: estrictamente creciente o decreciente, o creciente y luego decreciente. Los conjuntos normales son aquellos en los que por lo menos existe un elemento del universo con un grado de pertenencia unitario.

(FALTAN DOS GRAFICAS)

## MÉTODOS PARA DEFINIR LOS CONJUNTOS DIFUSOS

Al definir conjuntos, es conveniente manejar números impares de conjuntos, además es conveniente que los cruces ocurran solamente entre dos conjuntos y el punto de intersección con una  $\mu(x)=0.5$

Los métodos para definir conjuntos difusos son:

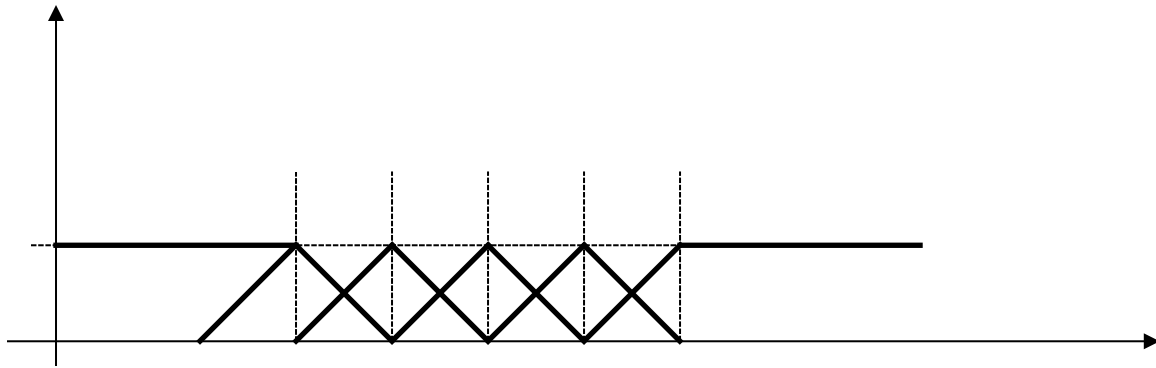
- Intuición
- Inferencia
- Ordenación por rango
- Conjuntos difusos angulares
- Redes neuronales
- Por algoritmos genéticos

## INTUICION

Conocimiento inmediato de un objeto, también se ha definido como el conocimiento inmediato de una verdad.

### Ejemplo:

Definir los conjuntos difusos para las temperaturas: fría, fresca, agradable, tibia, caliente, muy caliente.



## INFERENCIA

Acción y efecto de inferir (deducir una cosa a partir de otra)

Ejemplo:

## LA IMPLICACIÓN

Las proposiciones en dos universos diferentes:

Sea  $\underline{P}$  una proposición en  $\underline{A}$

Sea  $\underline{Q}$  una proposición en  $\underline{B}$

$$\underline{P} \in \underline{A}$$

$$\underline{Q} \in \underline{B}$$

$$\underline{A} \subset X$$

$$\underline{B} \subset Y$$

$$\underline{R} = \underline{P} \rightarrow \underline{Q}$$

$$\underline{R} = (\underline{A} \times \underline{B}) \cup (\bar{\underline{A}} \times Y)$$

$$T(\underline{P} \rightarrow \underline{Q}) = T(\bar{\underline{P}} \vee \underline{Q}) = MAX\{\min[T(\underline{A}), T(\underline{B})], 1 - T(\bar{\underline{A}})\}$$

## EJEMPLO

Una compañía ha inventado un nuevo producto, y se desea realizar una evaluación de su potencial comercial, en función de su originalidad, y del tamaño del mercado. Obtener la implicación  $\underline{A} \rightarrow \underline{B}$

$\underline{A} \subset X$  : Originalidad

$\underline{B} \subset Y$  : Tamaño del mercado

$$\underline{A} = \frac{0}{1} + \frac{0.6}{2} + \frac{1}{3} + \frac{0.2}{4}$$

$$\underline{B} = \frac{0}{1} + \frac{0.4}{2} + \frac{1}{3} + \frac{0.8}{4} + \frac{0.3}{5} + \frac{0}{6}$$

$$\underline{R} = (\underline{A} \times \underline{B}) \cup (\bar{\underline{A}} \times Y)$$

$$\mu_{\underline{R}}(x, y) = \text{MAX} \left\{ \min [\mu_{\underline{A}}(x), \mu_{\underline{B}}(y)], 1 - \mu_{\underline{A}}(x) \right\}$$

$$\underline{A} = \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0.6 \\ 1 \\ 0.2 \end{bmatrix} \quad \bar{\underline{A}} = \begin{matrix} \bar{a}_1 \\ \bar{a}_2 \\ \bar{a}_3 \\ \bar{a}_4 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0.4 \\ 0 \\ 0.8 \end{bmatrix}$$

$$\underline{B} = \begin{matrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \\ 0 & 0.4 & 1 & 0.8 & 0.3 & 0 \end{matrix}$$

$$\underline{Y} = \begin{matrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{matrix}$$

$$\underline{A} \times \underline{B} = \begin{matrix} & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \\ a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_2 & 0 & 0.4 & 0.6 & 0.6 & 0.3 & 0 \\ a_3 & 0 & 0.4 & 1 & 0.8 & 0.3 & 0 \\ a_4 & 0 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0 \end{matrix}$$

$$\bar{\underline{A}} \times Y = \begin{matrix} & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 & y_6 \\ a_1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ a_2 & 0.4 & 0.4 & 0.4 & 0.4 & 0.4 & 0.4 \\ a_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_4 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \end{matrix}$$

$$\tilde{R} = \begin{matrix} & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \\ \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0.4 & 0.4 & 0.6 & 0.6 & 0.4 & 0.4 \\ 0 & 0.4 & 1 & 0.8 & 0.3 & 0 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

## VARIABLES LINGÜÍSTICAS

Vamos a usar variables lingüísticas, que puedan ser de tres tipos:

1. Juicios de asignación
2. Juicios condicionales  
jitomate es maduro
3. Juicios incondicionales

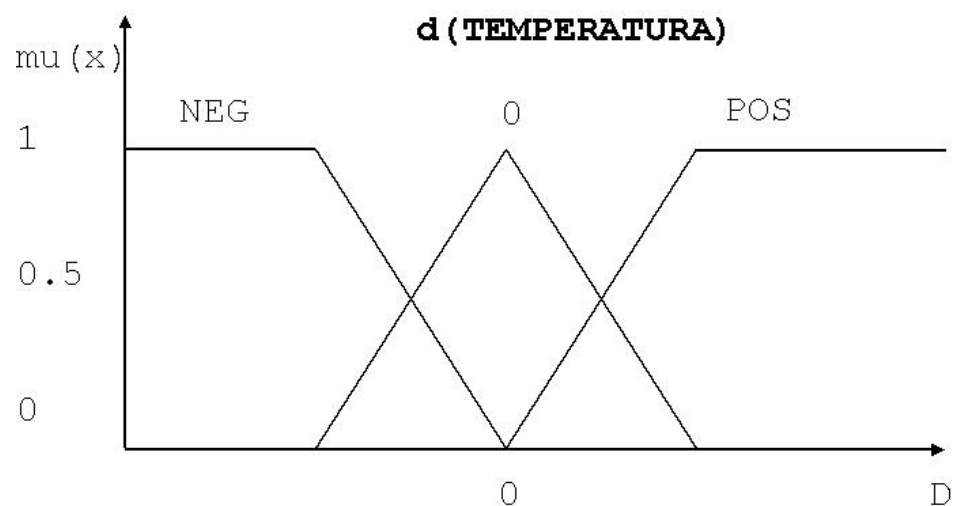
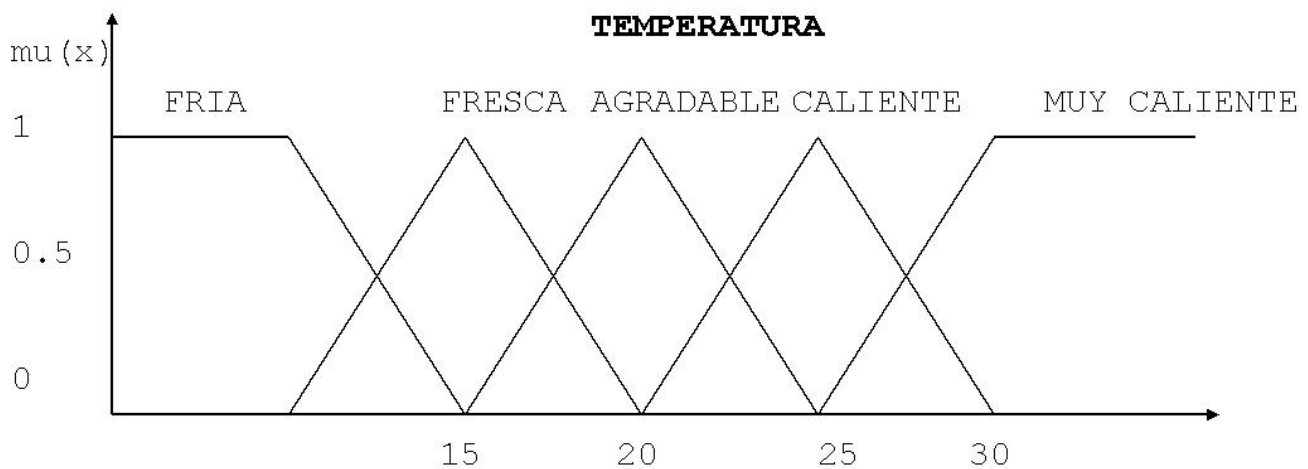
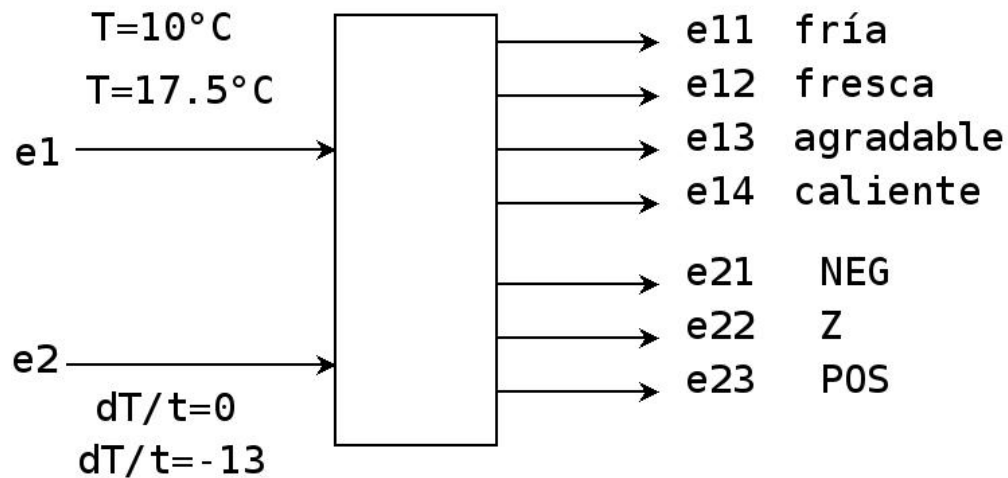
Ejemplos: x es grande, x es pequeña  
Ejemplos: IF el jitomate es rojo THEN el

Ejemplos: órdenes, asignaciones.

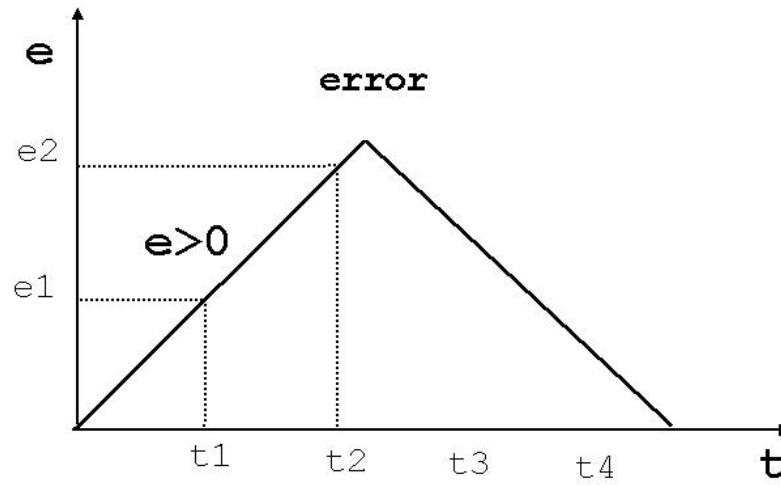
**FALTA 18 y 19**

## MÁQUINA DE INFERENCIA

**Difusión:** proceso que convierte las entradas nítidas en entradas difusas.



**Derivada:** ofrece sentido y rapidez de cómo varia la variable.



$$\frac{d(e)}{dt} = \frac{\Delta e}{\Delta t}$$

$$\dot{e} = \frac{e_{\text{nuevo}} - e_{\text{viejo}}}{t_{\text{nuevo}} - t_{\text{viejo}}}$$



### CONTROL DE TEMPERATURA EN LIQUIDO (P.D.)

$T_{max} = 70\text{ }^{\circ}\text{C}$

$T_{min} = T_{amb} = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$

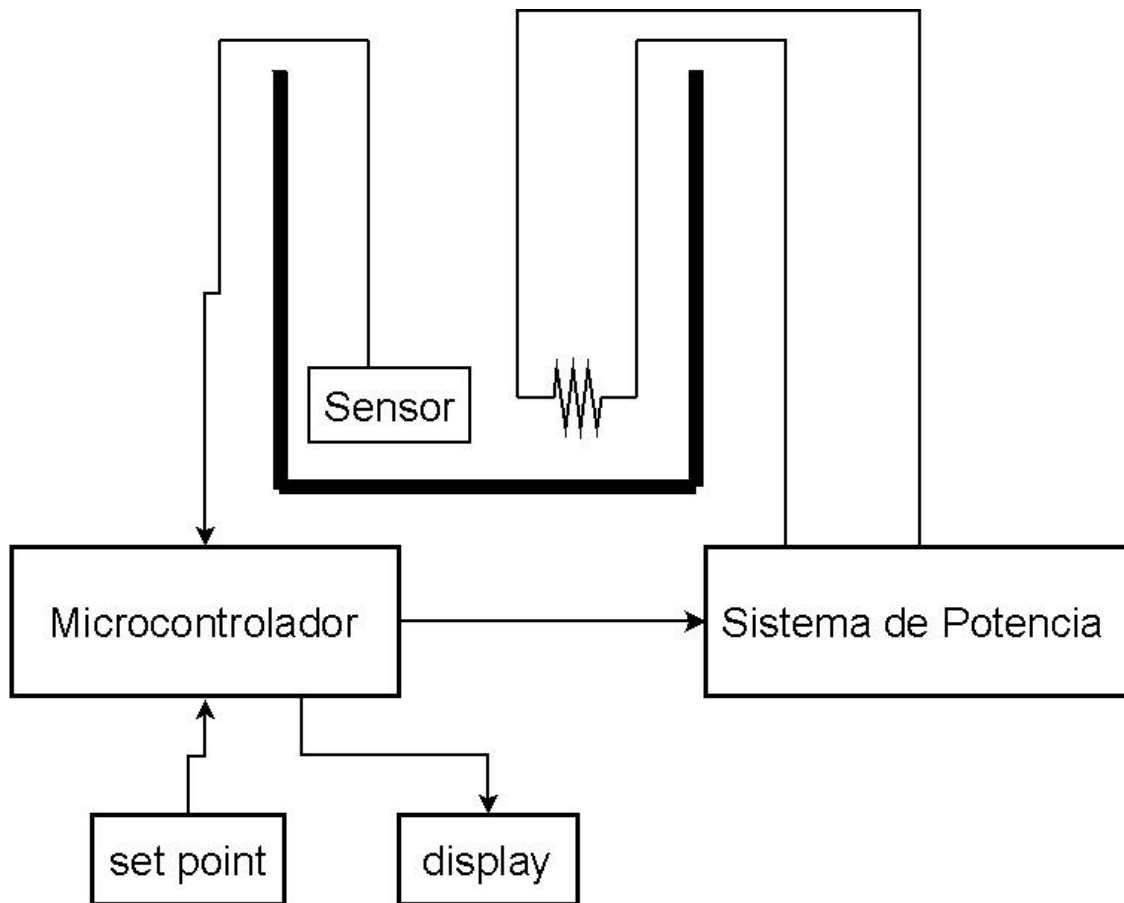
(DIAGRAMA)

Sistema de control difuso

Control difuso P.D. de temperatura

-Líquido

-foco



### DESDIFUSION

- Alturas máximas
- Centroide
- R Promedio pesado
- Centro de sumas

- Promedio de máximos
- Centro del área mayor
- El primer máximo
- El último de los máximos
- COM
- COG

Encontrar un valor característico que represente al conjunto difuso.

## CONTROL DIFUSO DE RIEGO

- Identificar las entradas y salidas del sistema



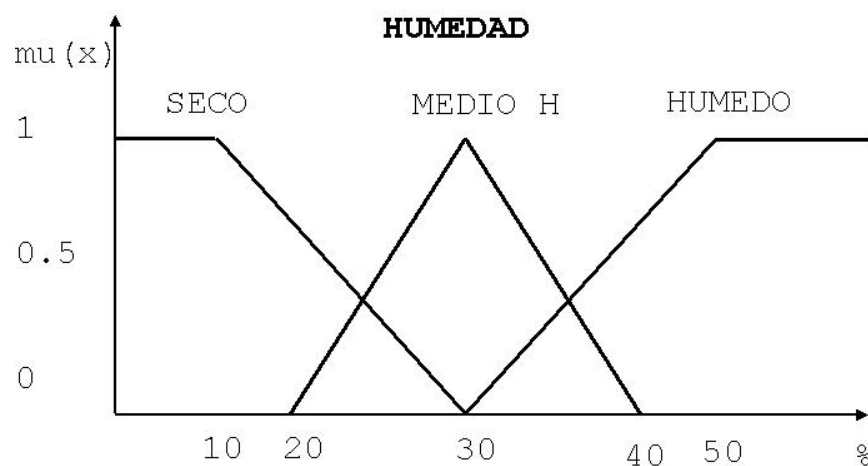
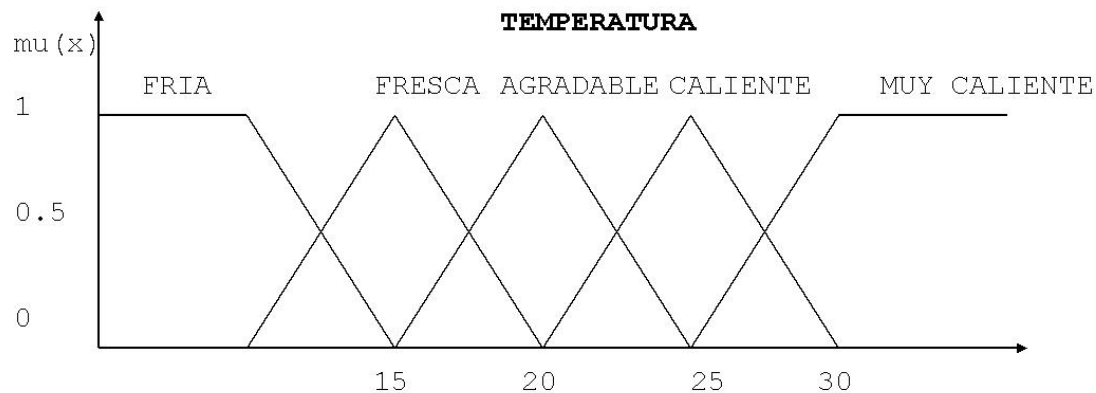
- Dividir el sistema o los universos del discurso

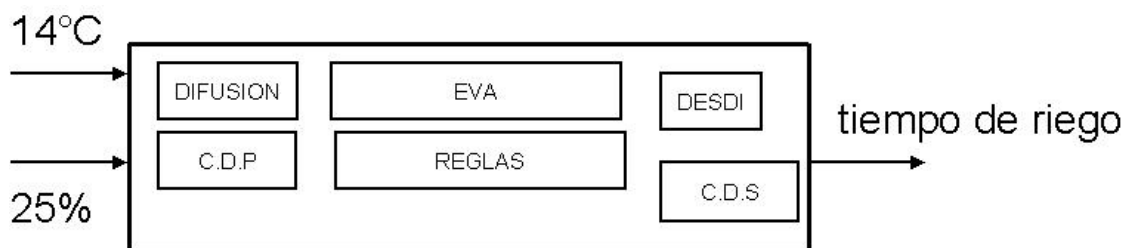
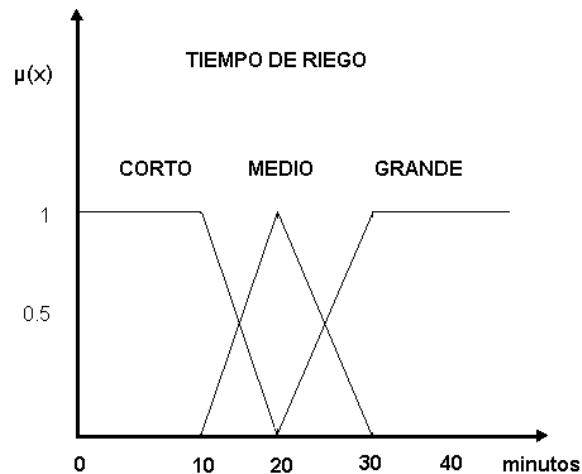
Para la temperatura ambiente se considera un rango de 0 a 40 °C

Para la humedad del campo se considera de 0 a 60 %

Para el tiempo de riego se considera de 0 a 40 minutos.

- Definir los conjuntos de entrada y salida





- Escoger las reglas del sistema

### Reglas:

- |  |                               |                                    |
|--|-------------------------------|------------------------------------|
| 1. IF temperatura <u>fría</u>          | AND humedad es <u>seca</u>    | THEN tiempo de riego <u>MEDIO</u>  |
| 2. IF temperatura <u>fría</u>          | AND humedad es <u>medio h</u> | THEN tiempo de riego <u>CORTO</u>  |
| 3. IF temperatura <u>fría</u>          | AND humedad es <u>humedo</u>  | THEN tiempo de riego <u>CORTO</u>  |
| 4. IF temperatura <u>media</u>         | AND humedad es <u>seca</u>    | THEN tiempo de riego <u>GRANDE</u> |
| 5. IF temperatura <u>media</u>         | AND humedad es <u>medio h</u> | THEN tiempo de riego <u>MEDIO</u>  |
| 6. IF temperatura <u>media</u>         | AND humedad es <u>humedo</u>  | THEN tiempo de riego <u>CORTO</u>  |
| 7. IF temperatura <u>agradable</u>     | AND humedad es <u>seca</u>    | THEN tiempo de riego <u>GRANDE</u> |
| 8. IF temperatura <u>agradable</u>     | AND humedad es <u>medio h</u> | THEN tiempo de riego <u>MEDIO</u>  |
| 9. IF temperatura <u>agradable</u>     | AND humedad es <u>humedo</u>  | THEN tiempo de riego <u>CORTO</u>  |
| 10. IF temperatura <u>caliente</u>     | AND humedad es <u>seca</u>    | THEN tiempo de riego <u>GRANDE</u> |
| 11. IF temperatura <u>caliente</u>     | AND humedad es <u>medio h</u> | THEN tiempo de riego <u>CORTO</u>  |
| 12. IF temperatura <u>caliente</u>     | AND humedad es <u>humedo</u>  | THEN tiempo de riego <u>CORTO</u>  |
| 13. IF temperatura <u>muy caliente</u> | AND humedad es <u>seca</u>    | THEN tiempo de riego <u>CORTO</u>  |
| 14. IF temperatura <u>muy caliente</u> | AND humedad es <u>medio h</u> | THEN tiempo de riego <u>CORTO</u>  |
| 15. IF temperatura <u>muy caliente</u> | AND humedad es <u>humedo</u>  | THEN tiempo de riego <u>CORTO</u>  |

	FRIA	MEDIA	AGRADABLE	CALIENTE	MUY CALIENTE
SECO	Medio	Grande	Grande	Grande	Corto
MEDIO H	Corto	Medio	Medio	Corto	Corto
HUMEDO	Corto	Corto	Corto	Corto	Corto

En este caso no existe set point  
Difusión

Siguiendo los dos valores puntuales de 14°C y 25% de humedad tenemos:



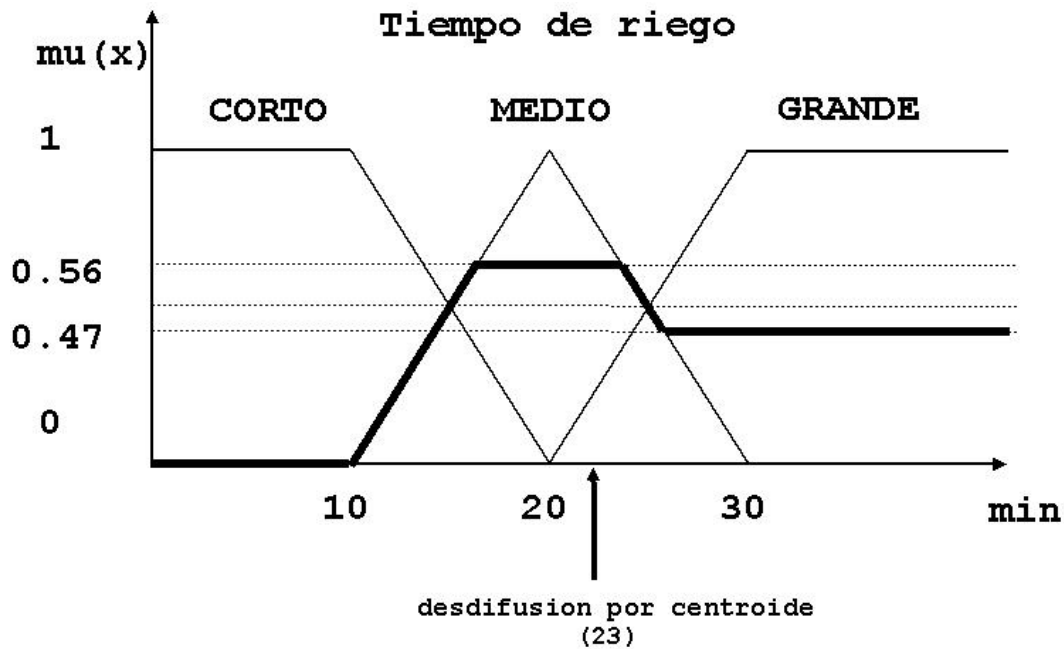
Evacuación de reglas:

IF temperatura <u>fría</u>	AND humedad es <u>seca</u>	THEN tiempo de riego MEDIO
IF temperatura <u>fría</u>	AND humedad es <u>medio h</u>	THEN tiempo de riego CORTO
IF temperatura <u>fría</u>	AND humedad es <u>humedo</u>	THEN tiempo de riego CORTO
IF temperatura <u>media</u>	AND humedad es <u>seca</u>	THEN tiempo de riego GRANDE
IF temperatura <u>media</u>	AND humedad es <u>medio h</u>	THEN tiempo de riego MEDIO
IF temperatura <u>media</u>	AND humedad es <u>humedo</u>	THEN tiempo de riego CORTO
IF temperatura <u>agradable</u>	AND humedad es <u>seca</u>	THEN tiempo de riego GRANDE
IF temperatura <u>agradable</u>	AND humedad es <u>medio h</u>	THEN tiempo de riego MEDIO
IF temperatura <u>agradable</u>	AND humedad es <u>humedo</u>	THEN tiempo de riego CORTO
IF temperatura <u>caliente</u>	AND humedad es <u>seca</u>	THEN tiempo de riego GRANDE
IF temperatura <u>caliente</u>	AND humedad es <u>medio h</u>	THEN tiempo de riego CORTO
IF temperatura <u>caliente</u>	AND humedad es <u>humedo</u>	THEN tiempo de riego CORTO
IF temperatura <u>muy caliente</u>	AND humedad es <u>seca</u>	THEN tiempo de riego CORTO
IF temperatura <u>muy caliente</u>	AND humedad es <u>medio h</u>	THEN tiempo de riego CORTO
IF temperatura <u>muy caliente</u>	AND humedad es <u>humedo</u>	THEN tiempo de riego CORTO

DESDIFUSION

T. de riego

0.00	CORTO:	MAX[(0), (0); (0),(0); (0),(0);]
0.56	MEDIO:	MAX[(0),(0.4); (0),(0.56)]
0.47	GRANDE:	MAX[(0.4),(0.47),(0)]



### INTERPRETACIÓN DE LAS SUPERFICIES DE CONTROL

Un hoyo en la superficie de control representa una salida inadecuada del control.



**R: numero de reglas**  
**R: nxmrx**

**n: numero de conjuntos de entrada 1**  
**m: numero de conjuntos de entrada 2**  
**r: numero de salidas**

## CONTROL DIFUSO DE TEMPERATURA

$T_{max} = 70\text{ }^{\circ}\text{C}$   
 $T_{min} = T_{amb} = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$

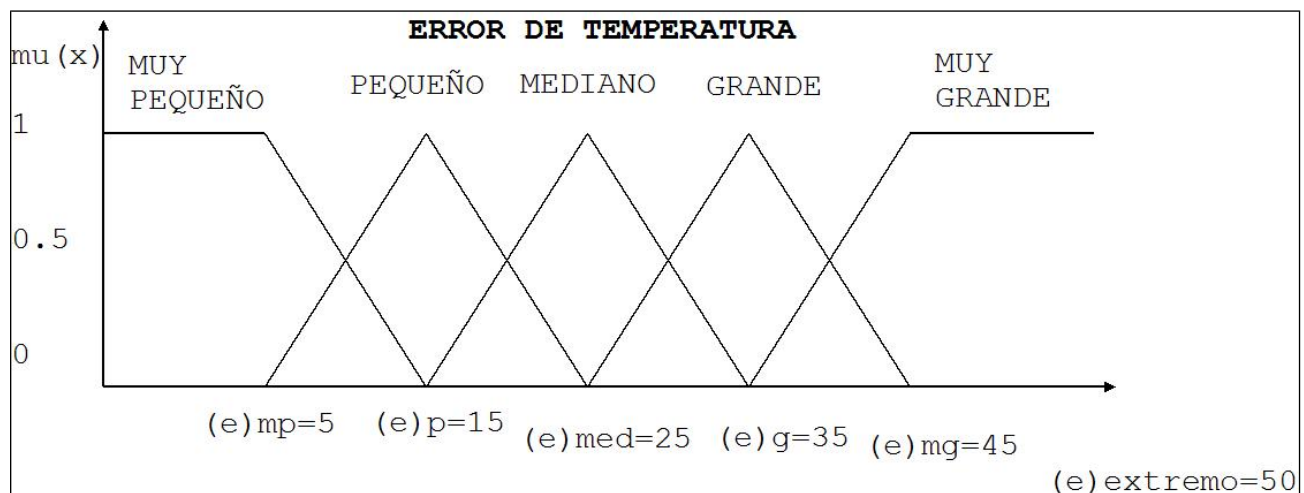
- Identificar las entradas y salidas del sistema

ENTRADAS: error de la temperatura y derivada de la temperatura  
SALIDAS: retraso de tiempo alfa para el TRIAC

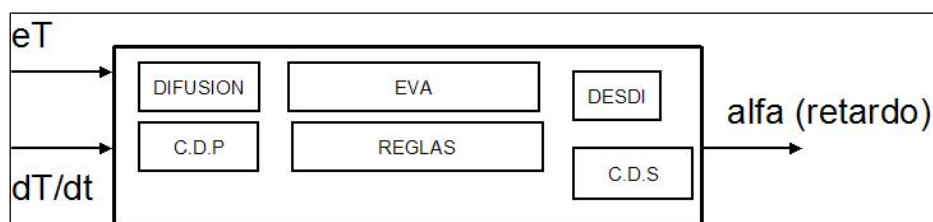
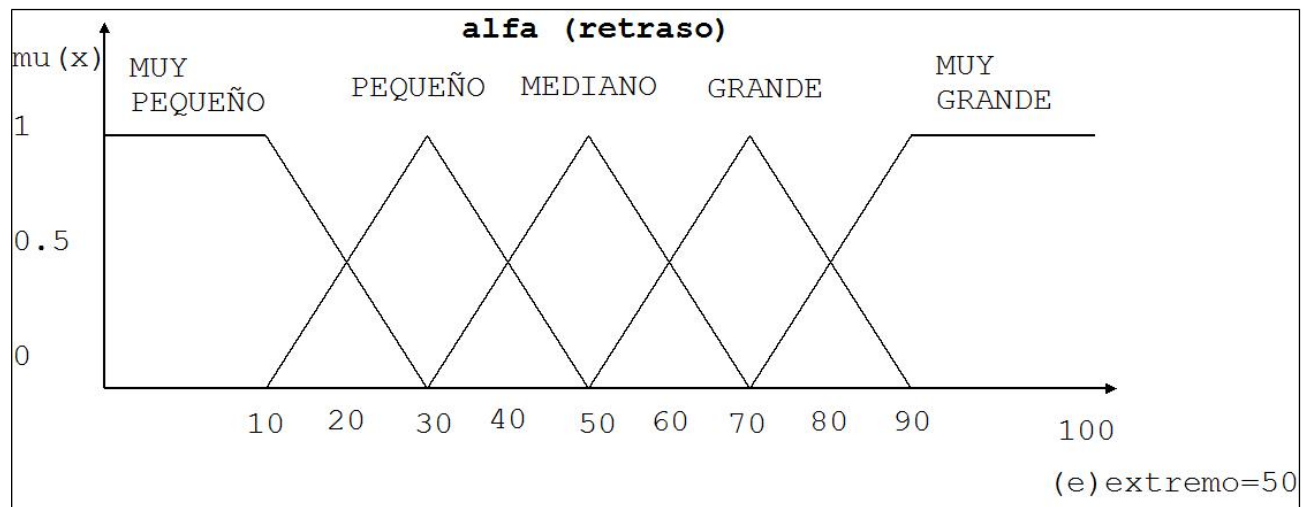
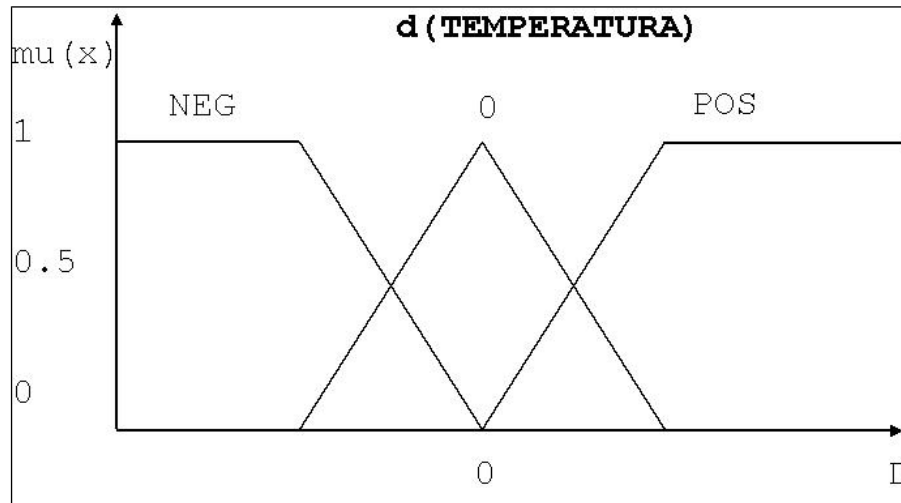
- Dividir el sistema o los universos del discurso

Para el error se considera muy pequeño, pequeño, mediano, grande, muy grande.  
Para la derivada de la temperatura, puede ser positiva, negativa, o cero.  
Para el retraso alfa, puede ser del 0 % al 100 %.

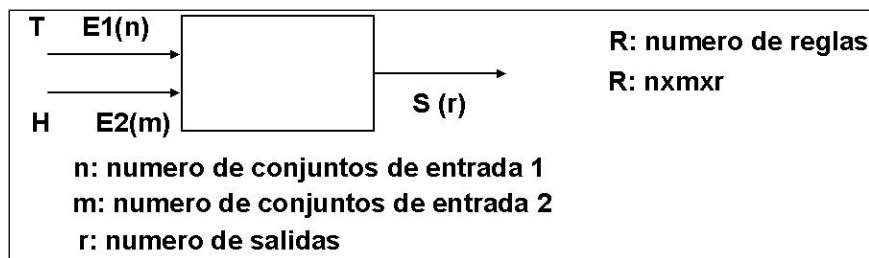
- Definir los conjuntos de entrada y salida



si suponemos una temperatura ambiente de  $T_{amb}$   
 $70 - t_{amb} = E(Valor)_{max}$  seria un error grande  
 $E(Valor)_{max} - 5 = (E)_{mg}$   
 $(E)_{mg} - 10 = (E)_m$   
 $(E)_m - 10 = (E)_p$   
 $(E)_p - 10 = (E)_{mp}$







n=5  
m=3  
r=1  
R=5x3x1  
R=15

- Escoger las reglas del sistema

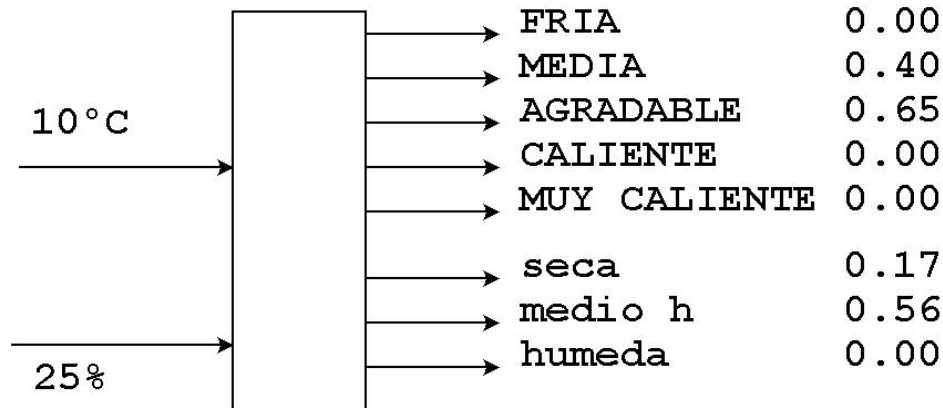
#### Reglas:

- |  |                          |
|--|--------------------------|
| 1. IF <u>error de temp muy pequeño</u> AND derivada es <u>negativa</u> | THEN alfa <u>NADA</u>    |
| 2. IF <u>error de temp muy pequeño</u> AND derivada es <u>cero</u>     | THEN alfa                |
| 3. IF <u>error de temp muy pequeño</u> AND derivada es <u>positiva</u> | THEN alfa <u>TODA</u>    |
| 4. IF <u>error de temp pequeño</u> AND derivada es <u>negativa</u>     | THEN alfa <u>NADA</u>    |
| 5. IF <u>error de temp pequeño</u> AND derivada es <u>cero</u>         | THEN alfa                |
| 6. IF <u>error de temp pequeño</u> AND derivada es <u>positivo</u>     | THEN alfa <u>grande</u>  |
| 7. IF <u>error de temp mediano</u> AND derivada es <u>negativa</u>     | THEN alfa <u>NADA</u>    |
| 8. IF <u>error de temp mediano</u> AND derivada es <u>cero</u>         | THEN alfa                |
| 9. IF <u>error de temp mediano</u> AND derivada es <u>positiva</u>     | THEN alfa <u>mediano</u> |
| 10. IF <u>error de temp grande</u> AND derivada es <u>negativa</u>     | THEN alfa <u>NADA</u>    |
| 11. IF <u>error de temp grande</u> AND derivada es <u>cero</u>         | THEN alfa                |
| 12. IF <u>error de temp grande</u> AND derivada es <u>positiva</u>     | THEN alfa <u>pequeño</u> |
| 13. IF <u>error de temp muy grande</u> AND derivada es <u>negativa</u> | THEN alfa <u>NADA</u>    |
| 14. IF <u>error de temp muy grande</u> AND derivada es <u>cero</u>     | THEN alfa                |
| 15. IF <u>error de temp muy grande</u> AND derivada es <u>positiva</u> | THEN alfa <u>NADA</u>    |

(Error de temperatura)					
	MUY PEQUEÑO	PEQUEÑO	MEDIANO	GRANDE	MUY GRANDE
(derivada)					
NEGATIVO	NADA	NADA	NADA	NADA	NADA
ZERO	GRANDE	PEQUEÑA	MEDIANA	GRANDE	TODA
POSITIVO	TODA (potencia muy pequeña)	GRANDE (potencia pequeña)	MEDIANA (potencia mediana)	PEQUEÑA (potencia grande)	NADA (potencia muy grande)

**Difusión:** proceso que convierte las entradas nítidas en entradas difusas

Siguiendo los dos valores puntuales de 14°C y 25% de humedad tenemos:



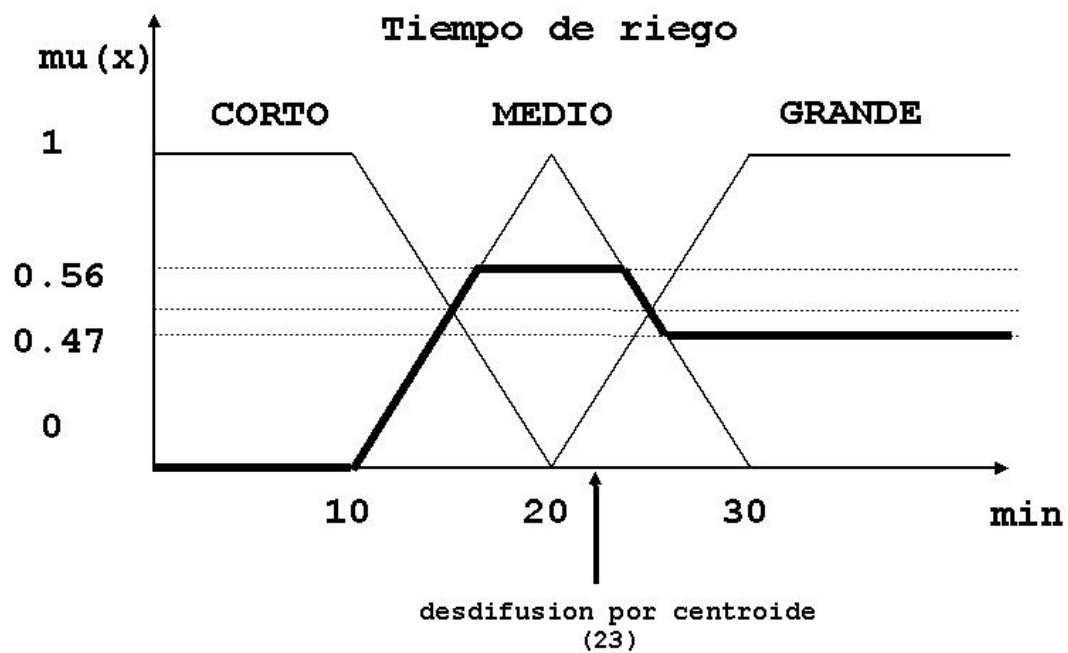
**Evacuación de reglas:**

IF temperatura <u>fria</u>	AND humedad es <u>seca</u>	THEN tiempo de riego <u>MEDIO</u>
IF temperatura <u>fria</u>	AND humedad es <u>medio h</u>	THEN tiempo de riego <u>CORTO</u>
IF temperatura <u>fria</u>	AND humedad es <u>humedo</u>	THEN tiempo de riego <u>CORTO</u>
IF temperatura <u>media</u>	AND humedad es <u>seca</u>	THEN tiempo de riego <u>GRANDE</u>
IF temperatura <u>media</u>	AND humedad es <u>medio h</u>	THEN tiempo de riego <u>MEDIO</u>
IF temperatura <u>media</u>	AND humedad es <u>humedo</u>	THEN tiempo de riego <u>CORTO</u>
IF temperatura <u>agradable</u>	AND humedad es <u>seca</u>	THEN tiempo de riego <u>GRANDE</u>
IF temperatura <u>agradable</u>	AND humedad es <u>medio h</u>	THEN tiempo de riego <u>MEDIO</u>
IF temperatura <u>agradable</u>	AND humedad es <u>humedo</u>	THEN tiempo de riego <u>CORTO</u>
IF temperatura <u>caliente</u>	AND humedad es <u>seca</u>	THEN tiempo de riego <u>GRANDE</u>
IF temperatura <u>caliente</u>	AND humedad es <u>medio h</u>	THEN tiempo de riego <u>CORTO</u>
IF temperatura <u>caliente</u>	AND humedad es <u>humedo</u>	THEN tiempo de riego <u>CORTO</u>
IF temperatura <u>muy caliente</u>	AND humedad es <u>seca</u>	THEN tiempo de riego <u>CORTO</u>
IF temperatura <u>muy caliente</u>	AND humedad es <u>medio h</u>	THEN tiempo de riego <u>CORTO</u>
IF temperatura <u>muy caliente</u>	AND humedad es <u>humedo</u>	THEN tiempo de riego <u>CORTO</u>

**DESDIFUSION**

**T. de riego**

CORTO: MAX[(0), (0); (0), ();(0), ();]



## EJEMPLO DE DISEÑO DE LA APROXIMACION O SALIDA DE UN TREN

Introduction to applied fuzzy electronics (ENCONTRADO EN biblio ANEXO INGENIERIA)

Ahmad M. Ibrahim

PRENTICE HALL

TK7868

D5

I375

1997

Consider the case of a subway train approaching or leaving station.

The inputs are the distance from the station and the speed of the train. (more inputs, such as an angle of elevation, radius of curvature, number of cars, etc., can be considered for a better design).

The output is the amount of breaks power used.

The membership functions for distance, speed, and brakes are shown in the next figure.

The rule base for this example is composed of the following rules:

1.- if speed is **very\_slow** and distance **very\_close**, then brakes power is **very\_light**

2.-

...

	SPEED			
	Very_slow	Slow	Fast	Very_fast
DISTANCE				
Very_close	Light	Heavy	Very_heavy	Very_heavy
Close	Light	Light	Heavy	Very_heavy
Far	Light	Very_light	Light	Heavy
Very_far	Very_light	Very_light	Light	Light

Now let us consider the control action if the distance is 100 m and the speed is 24.6 km/h

A speed of 24.6 km/h has a membership of 0.58 in slow and 0.21 in fast, i.e.,

$$\mu_{slow} = 0.58$$

$$\mu_{fast} = 0.21$$

A distance of 100 m has a membership of 0.29 in Close and 0.88 in Far. i.e.,

$$\mu_{slow} = 0.29$$

$$\mu_{fast} = 0.88$$

accordingly, the rules that will fire are:

Rule #6 (slow/case) with a strength of 0.58 AND 0.29 = 0.29

Rule #7 (fast/close) with a strength of 0.21 AND 0.29 = 0.21

Rule #10 (slow/far) with a strength of 0.58 AND 0.88 = 0.58

Rule #11 (fast/far) with a strength of 0.21 AND 0.88 = 0.21

If using min-max defuzzification, and OR operation follows, leading to

$$0.29 \text{ OR } 0.21 \text{ OR } 0.58 \text{ OR } 0.21 = 0.58$$

The craps control action will be to apply 58% of the maximum braking power.

If using center-of-gravity defuzzification, the craps output is determined by the weighted sum of the centroids of the membership functions. The centroid is the center of the output membership function adjusted to the degree of rule firing.

The triangular membership functions become trapezoidal, as shown before.

One can see from figure that the craps control action will be to apply much less than 58 % of the breaking power.

Instead of defining the output membership functions as shown in the figure, singleton sets could have been used. Singleton sets to define the output control actions.

The crisp control action is determined by the weighted average defined by:

$$Crisp_{action} = \frac{\sum^n (rule\_strength)_n \cdot (action)}{\sum^n (rule\_strength)_n}$$

$$brakes_{power} = \frac{(0.29)(5) + (0.21)(70) + (0.58)(5) + (0.21)(30)}{0.29 + 0.21 + 0.58 + 0.21}$$

$$brakes_{power} = 19.65\%_{of\_maximum\_braking\_power}$$

## FUZZY LOGIC CONTROL vs PID CONTROL

PID control is well-established in classical control systems. It is often used as a benchmark against which other control system are evaluated. One can design a PID Controller using fuzzy logic approach, but why would one be interested in doing that ?

A possible reason for the interest in producing a PID-like system using fuzzy logic could have been to gain confidence in a fuzzy logic approach. Fuzzy logic, however, has passed this stage; we know it works well. Further. We know that, in general, a system that can be described mathematically can be described linguistically, though the opposite is not always true.

One may still have the desire to describe de PD, PI, or PID algorithms linguistically to enhance the performance of an existing system.

One can use rules for **PD** such as:

**IF** error is positive **AND** change in error is almost zero, **THEN** the control action is positive.

**IF** error is negative **AND** change in error is almost zero, **THEN** the control action is positive.

For PID you can use rules of the type

**IF** error is almost zero **AND** the change in error is positive **AND** the sum of errors is positive, **THEN** the control action is positive.

## SOMETHING INTERESTING ABOUT FUZZY LOGIC CONTROL

The concept of PID controller can be extended to digital control systems where a difference, rather than differential, equation describe the operation.

For example PI control is adequate for processes where the dynamics are essentially first order, i.e. the process can be described by a first-order differential equation; e.g., level control in single tank.

PID control is adeacuate for processes where the dynamics are essentially second order, e.g. motion with friction. For more complicated systems, a simple PID control may not be sufficient.

Fuzzy logic control describes the algorithmic for process control as a fuzzy relation between information on the condition of the process to be controlled and the control action. It is thus distinguished from the conventional control algorithms, since information about the system rather than a mathematical model is what the designer needs.