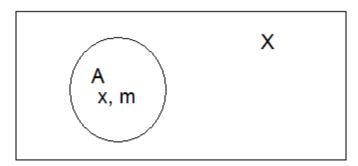
APUNTES DE LOGICA DIFUSA

CONJUNTOS DE CANTOR CLARAMENTE DEFINIDOS (CRISP)



$$x \in A$$

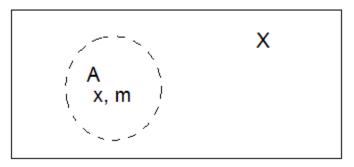
$$A = \{x \mid x \in A\}$$

$$x_A = \{0,1\}$$

 x_A Es la función característica

$$x_A = 0$$
 Si $x \notin A$
 $x_A = 1$ Si $x \in A$

CONJUNTOS DIFUSOS (FUZZY)



$$\mathfrak{X} \subseteq \widetilde{A}$$

$$\widetilde{A} = \{ \mathfrak{X} \mid \mathfrak{X} \subseteq \widetilde{A}, 0 \le \mu(x) \le 1 \}$$

$$\mu(x) = [0,1]$$

$$\widetilde{A} = \big\{ (1,0.1), (2,0.2), (3,0.1), (4,0.5), (5,0.), (6,0.1), (7,0.1), (8,0.1), (9,0.1), (10,0.1) \big\}$$

 \widetilde{A} : Números cercanos a 5 comprendidos del 1 al 10.

$$\widetilde{A} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\mu(x)}{x_i}$$
 Notación de Zadeh conjuntos discretos

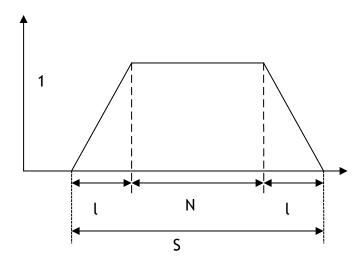
$$\widetilde{A} = \int \frac{\mu(x)}{x_i}$$
 Notación de Zadeh conjuntos continuos

$$\widetilde{A} = \frac{0.1}{1} + \frac{0.2}{2} + \frac{0.1}{3} + \frac{0.5}{4} + \frac{0.2}{5} + \frac{0.1}{6} + \frac{0.7}{7} + \frac{1}{8} + \frac{0.3}{9} + \frac{1}{10}$$

LOGICA DIFUSA - 1 de 23

"es una simple notación, en realidad no se tiene que realizar la suma aritmética"

CONJUNTOS DIFUSOS



N: núcleo del conjunto

$$N = \{x \mid x \in \widetilde{A}; \mu_{\widetilde{A}}(x) = 1\}$$

L: límites

$$L = \left\{ x \mid x \in \widetilde{A}; 0 \le \mu(x) \le 1 \right\}$$

S: Soporte

$$S = \left\{ x \mid x \in \widetilde{A}; 0 \le \mu(x) \le 1 \right\}$$

$$\mu(x) \ne 0$$

 $x \in X$: x es un elemento del conjunto x. $x \notin X$: x no es un elemento del conjunto x.

 $A \subset X$: A es un subconjunto de B.

 $A \subseteq X$: A esta plenamente contenido en B.

P(x): Potencia del conjunto "es el conjunto de todos los conjuntos posibles en X"

C(x): Cardinalidad que es el número de todos los conjuntos posibles en X.

Ejemplo:

$$A = \{a, b, c\}$$
 n=3

$$P(A) = \{\{a, b, c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{\phi\}\}\}$$

$$C(A) = 2^{n} = 2^{3} = 8$$

OPERADORES

 $U: \qquad \qquad A \cup B = \{x \mid x \in A, \phi, x \in B\}$

 $A \cup B = \{x \mid x \in A, v, x \in B\}$

 $\bigcap: \quad \text{INTERSECCION} \qquad A \cap B = \{x \mid x \in A, y, x \in B\}$

 $A \cap B = \{x \mid x \in A, \land, x \in B\}$

/: DIFERENCIA $A/B = \{x \in A, \land, x \notin B\}$

-: COMPLEMENTO $\overline{A} = \{x \mid x \notin A, x \in X\}$

LEYES DE LOS CONJUNTOS

CONMUTATIVIDAD $A \cup B = B \cup A$ $A \cap B = B \cap A$

ASOCIATIVIDAD $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

 $DISTRIBUTIVIDAD \qquad \qquad A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cup (A \cup B) \qquad \qquad A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap B)$

IDEM POTENCIA $A \cup A = A$ $A \cap A = A$ $A \cap \phi = \phi$

IDENTIDAD $A \cup \phi = A$ $A \cap \phi = \phi$

TRANSITIVIDAD Sí $A \subseteq B \subseteq C$ Entonces $A \subseteq C$

INVOLUCION $\overline{A} = A$ (al parecer no se muestra

la doble raya.)

LEYES DE DE $\overline{A \cup B} = \overline{A \cap B}$ $\overline{A \cap B} = \overline{A \cup B}$

LEY DEL MEDIO $A \cup \overline{A} = X$

 $A \cup A = X$ EXCLUIDO

LEY De LA $A \cap \overline{A} = \phi$

 $A \cap A =$ CONTRADICCION

CONJUNTOS DIFUSOS

$$A; B; A \subseteq X; B \subseteq X$$

Universo bien definido

OPERADORES

 $\cap : \quad \mathsf{INTERSECCION} \quad \overset{\mathcal{A}}{\mathcal{A}} \cap \overset{\mathcal{B}}{\mathcal{B}} \qquad \mu_{\overset{\mathcal{A}}{\mathcal{A}} \cup \overset{\mathcal{B}}{\mathcal{B}}}(x) = \left\{ \left. \mu_{\overset{\mathcal{A}}{\mathcal{A}}}(x) \wedge \mu_{\overset{\mathcal{B}}{\mathcal{B}}}(x) \right\} \qquad \mu_{\overset{\mathcal{A}}{\mathcal{A}} \cap \overset{\mathcal{B}}{\mathcal{B}}}(x) = MIN \left(\left. \mu_{\overset{\mathcal{A}}{\mathcal{A}}}(x), \mu_{\overset{\mathcal{B}}{\mathcal{B}}}(x) \right) \right\}$

: COMPLEMENTO \overline{A} $\mu_{\overline{A}}(x) = 1 - \mu_{A}(x)$

EJEMPLOS:

(HACER GRAFICAS)

SEA

$$A = \frac{0.2}{1} + \frac{0.6}{2} + \frac{1}{3} + \frac{0}{4} + \frac{0}{5}$$
$$B = \frac{0}{1} + \frac{0.7}{2} + \frac{0.4}{3} + \frac{0.2}{4} + \frac{1}{5}$$

$$\underline{A} \cup \underline{B} = \frac{MAX(0.2,0)}{1} + \frac{MAX(0.6,0.7)}{2} + \frac{MAX(1,0.4)}{3} + \frac{MAX(0,0.2)}{4} + \frac{MAX(0,1)}{5}$$

$$\underline{A} \cup \underline{B} = \frac{0.2}{1} + \frac{0.7}{2} + \frac{1}{3} + \frac{0.2}{4} + \frac{1}{5}$$

$$\underline{A} \cap \underline{B} = \frac{MIN(0.2,0)}{1} + \frac{MIN(0.6,0.7)}{2} + \frac{MIN(1,0.4)}{3} + \frac{MIN(0,0.2)}{4} + \frac{MIN(0,1)}{5}$$

$$\underline{A} \cap \underline{B} = \frac{0}{1} + \frac{0.6}{2} + \frac{0.4}{3} + \frac{0}{4} + \frac{0}{5}$$

$$\overline{\underline{A}} = \frac{1 - 0.2}{1} + \frac{1 - 0.6}{2} + \frac{1 - 1}{3} + \frac{1 - 0}{4} + \frac{1 - 0}{5}$$

$$\overline{\underline{A}} = \frac{0.8}{1} + \frac{0.4}{2} + \frac{0}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$$

y de esta manera podemos calcular lo siguiente:

SANTIAGO CRUZ CARLOS 21/08/2006 16:55 08/P8

$$A \cap \overline{A} = \frac{0.2}{1} + \frac{0.4}{2} + \frac{0}{3} + \frac{0}{4} + \frac{0}{5}$$

$$\underline{A} \cap \overline{\underline{A}} = \frac{0.2}{1} + \frac{0.4}{2}$$

SANTIAGO CRUZ CARLOS 21/08/2006 16:55 08/P8

Al conjunto de candidatos a operadores para la conjunción difusa (y) se les llama normas t, para la disyunción difusa (o) se les llama normas S o conormas t.

Un operador de normas t dado por t(x,y) es una función de mapeo [0,1]x[0,1] a [0,1] que satisface las siguientes condiciones para cualquier w,x,y,z que pertenece a [0,1]

Normas t

1	
(0,0)=0	t(x,1)=t(1,x)=x
(0,0)-0	

2.
$$t(x,y) \le t(z,w)$$
 $si x \le z y y \le w$

3.
$$t(x,y) = t(y,x)$$
 conmutatividad

4.
$$t(x,t(y,z)) = t(t(x,y),z)$$
 asociatividad

Normas s

1.
$$(1,1) = 1$$
 $S(x,0) = S(0,X) = X$

2.
$$S(x,y) \le S(z,w)$$
; $si x \le z \quad y \quad y \le z$

3.
$$S(x,y) = S(y,x)$$
 conmutatividad monotonicidad

Fuzzy logic

The new computer science and how is changing our World

Mcneil

Iriedeberg 1993

Simon & Schuster

Fuzzy thinking

Bart kosko

1994 hyperion

PROBLEMA EJEMPLO

C= "casa comfortable para familia de 4 personas"

c= grado de comfort / número de recámaras

Respuesta en clase

$$C = \frac{0.15}{1} + \frac{0.5}{2} + \frac{0.85}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}$$

Respuesta bibliografía alemana:

$$C = \frac{0.2}{1} + \frac{0.5}{2} + \frac{0.8}{3} + \frac{1}{4} + \frac{0.7}{5} + \frac{0.3}{6}$$

SANTIAGO CRUZ CARLOS 21/08/2006 16:55 08/P8

Tarea:

Encontrar los tipos de operadores para la and (y) y para la or (o) Usando matlab graficar:

$$\mu_{\underline{A}}(x) = \frac{1}{\left(1 + \frac{x}{5}\right)^3}$$

$$\mu_{B}(x) = \frac{1}{1+3(x-5)^{2}}$$

$$0 \le x \le 20$$

GRAFICAR

Ą,

₿,

 \overline{A}

 \overline{B}

 $A \cup B$

 $A \cap B$

 $\bar{\underline{A}}\cap\bar{\underline{B}}$

 $\bar{A} \cup \bar{B}$

 $A \cap \overline{A}$

 $\underline{B} \cap \overline{\underline{B}}$

Código en matlab

x=[0:0.1:20];

 $muA=((1+x/5).^3).^-1;$

muB=(1+3*(x-5).^2).^-1;

plot(x,muA)

plot(x,muB)

muA_neg=1-((1+x/5).^3).^-1;

 $muB_neg=1-(1+3*(x-5).^2).^-1;$

plot(x,muA_neg)

plot(x,muB_neg)

A_union_B=max(muA,muB);

plot(x,A_union_B)

A_interseccion_B=min(muA,muB);

plot(x,A_interseccion_B)

A_neg_union_B_neg=max(muA_neg,muB_neg);

plot(x,A_neg_union_B_neg)

A_neg_inters_B_neg=min(muA_neg,muB_neg);

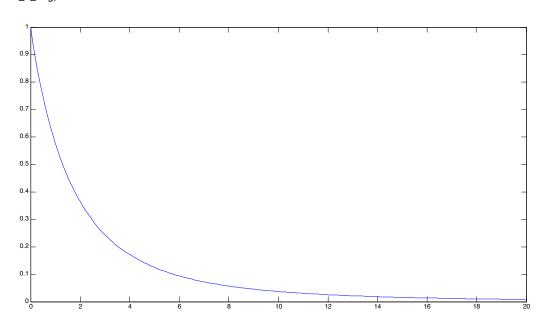
plot(x,A_neg_inters_B_neg)

A_inters_A_neg=min(muA,muA_neg);

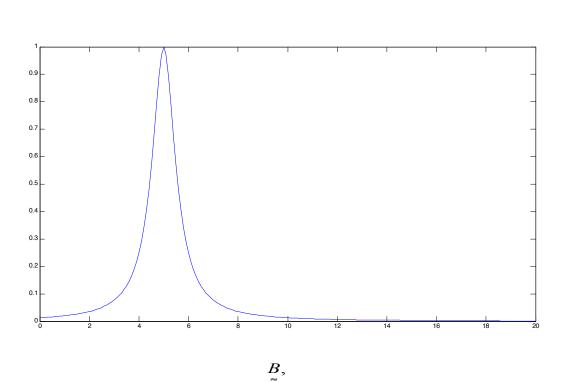
plot(x,A_inters_A_neg)

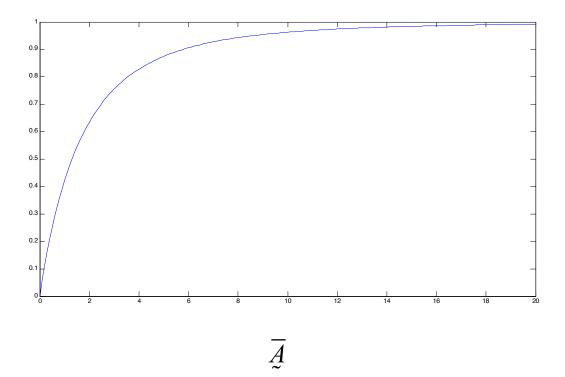
B_inters_B_neg=min(muB,muB_neg);

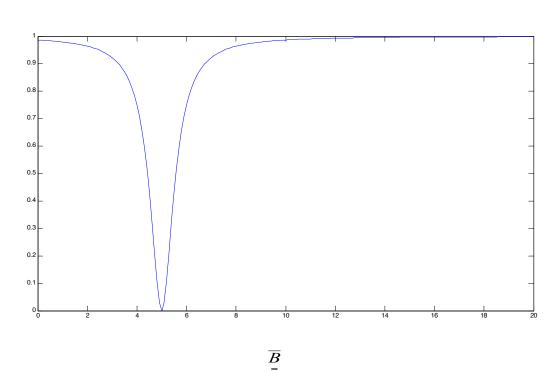
plot(x,B_inters_B_neg)

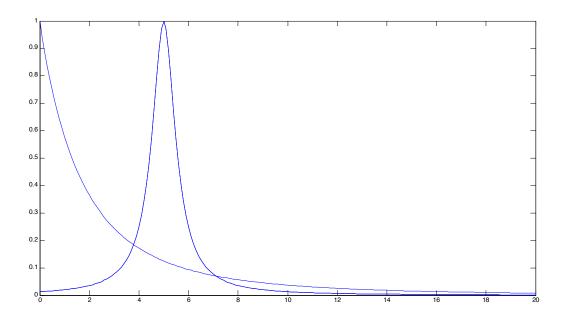


A

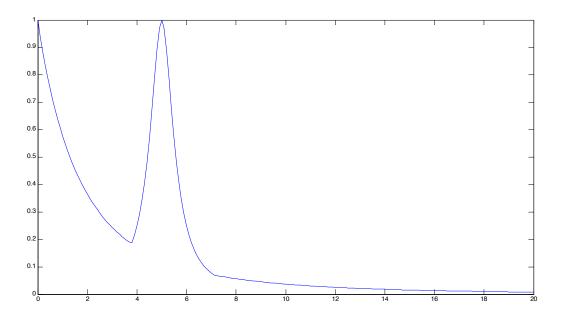




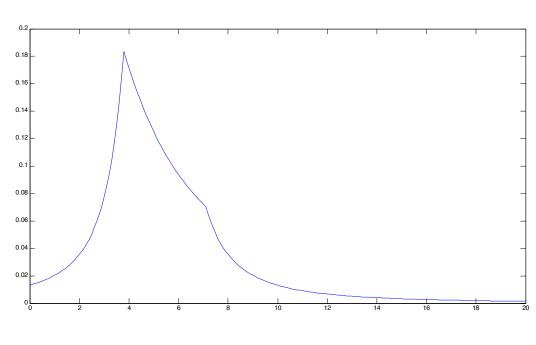




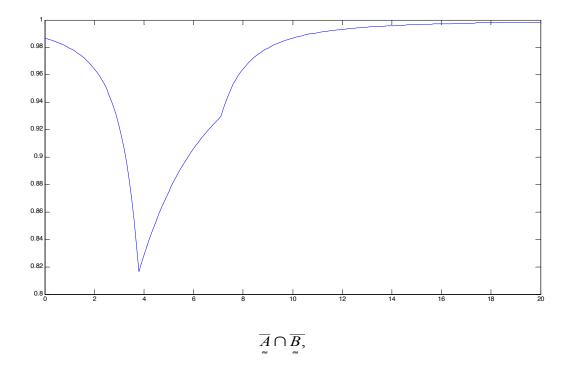
Graficas de A de B

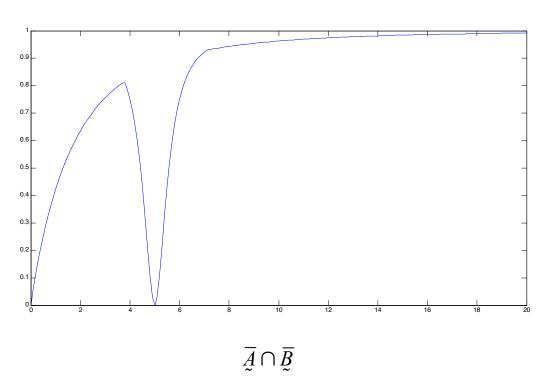


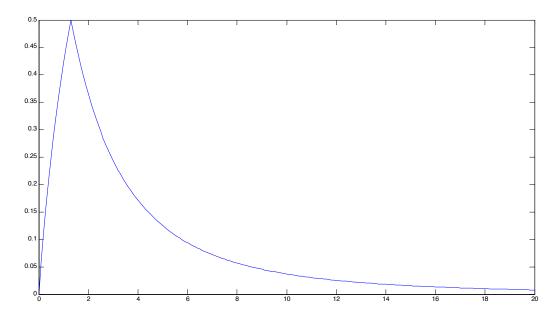




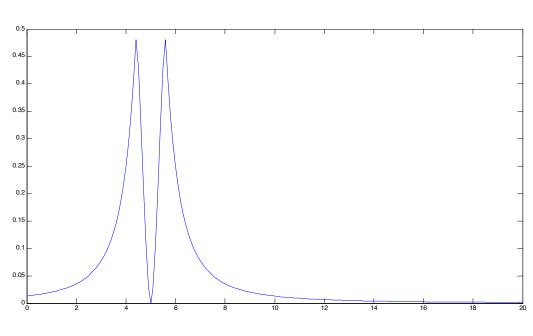
 $A \cap B$





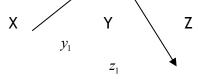




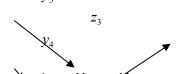


$$\underline{B} \cap \overline{\underline{B}}$$

SANTIAGO CRUZ CARLOS 21/08/2006 16:55 08/P8



$$x_1$$
 y_2 x_2 z_2



R relaciona X con Y S relaciona Y con Z T relaciona X con Z

Max-min
$$T = R \circ S$$

Max-prod $T = R \bullet S$

$$\begin{split} x_T(x_i, z_i) &= V_{y \in Y} \big[x_R(x_i, y_i) \land x_S(y_i, z_i) \big] \\ x_T(x_i, z_i) &= \max \big[\min \big(x_R(x_i, y_i), x_S(y_i, z_i) \big) \big] \end{split}$$

RELACIONES DIFUSAS

Si
$$A \subseteq X$$
 y $B \subseteq Y$
 $A \subseteq A \times B$
 $A \times B \subseteq X \times Y$

$$\mu_{R}(x, y) = \mu_{A \times B}(x, y) = \min \left(\mu_{A}(x), \mu_{B}(x) \right)$$

Diagrama sagital

$$\tilde{R} = \begin{vmatrix} 0.8 & 0.6 & 0.1 \\ 0.5 & 0.3 & 0.2 \end{vmatrix}$$

Matriz de relación R, entre X y Y

Ejemplo:

LOGICA DIFUSA - 15 de 23

SANTIAGO CRUZ CARLOS 21/08/2006 16:55 08/P8

Sea:

$$A = \frac{0.2}{x_1} + \frac{0.6}{x_2} + \frac{0.1}{x_3}$$

$$A = \begin{vmatrix} 0.2 \\ 0.5 \\ 0.1 \end{vmatrix}$$

$$B = \frac{0.3}{y_1} + \frac{0.9}{y_2}$$

$$B = \begin{vmatrix} 0.3 \\ 0.9 \end{vmatrix}$$

$$\widetilde{R} = \begin{vmatrix} \min \left[\mu(x_1), \mu(y_1) \right] & \min \left[\mu(x_1), \mu(y_2) \right] \\ \min \left[\mu(x_2), \mu(y_1) \right] & \min \left[\mu(x_2), \mu(y_2) \right] \\ \min \left[\mu(x_3), \mu(y_1) \right] & \min \left[\mu(x_3), \mu(y_2) \right] \end{vmatrix}$$

$$\tilde{R} = \begin{vmatrix} \min[0.2, 0.3] & \min[0.2, 0.9] \\ \min[0.5, 0.3] & \min[0.5, 0.9] \\ \min[0.1, 0.3] & \min[0.1, 0.9] \end{vmatrix}$$

SANTIAGO CRUZ CARLOS 21/08/2006 16:55 08/P8

$$R_{se} = \{R_{se1}, R_{se2}, \dots, R_{se1}\}$$

$$I_a = \{I_{a1}, I_{a2}, \dots I_{am}\}$$

$$N = \{N_1, N_2, N_3, \dots, N_p\}$$

$$R = R_{se} \times I_{a}$$

$$S = I_a \times N$$

$$\begin{split} &R_{se}\left(\%\right) = \frac{0.3}{30} + \frac{0.6}{60} + \frac{1}{100} + \frac{0.2}{120} \\ &L_{a}\left(\%\right) = \frac{0.2}{20} + \frac{0.4}{40} + \frac{0.6}{60} + \frac{0.8}{80} + \frac{1}{100} + \frac{0.1}{120} \end{split}$$

$$N(RPM) = \frac{0.33}{500} + \frac{0.67}{1000} + \frac{1}{1500} + \frac{0.15}{1800}$$

$$\vec{R} = \begin{bmatrix}
20 & 40 & 60 & 80 & 100 & 120 \\
30 & 0.2 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.1 \\
60 & 0.2 & 0.4 & 0.6 & 0.6 & 0.6 & 0.1 \\
100 & 0.2 & 0.4 & 0.6 & 0.8 & 1 & 0.1 \\
120 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.1
\end{bmatrix}$$

ojo, primera y segunda columna.

$$S = \begin{bmatrix} 500 & 1000 & 1500 & 1800 \\ 20 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.15 \\ 40 & 0.33 & 0.4 & 0.4 & 0.15 \\ 60 & 0.33 & 0.6 & 0.6 & 0.15 \\ 80 & 0.33 & 0.67 & 0.8 & 0.15 \\ 100 & 0.33 & 0.67 & 1 & 0.15 \\ 120 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}$$

SANTIAGO CRUZ CARLOS 21/08/2006 16:55 08/P8

_	
D	_
т.	=

0.2000	0.3000	0.3000	0.3000	0.3000	0.1000
0.2000	0.4000	0.6000	0.6000	0.6000	0.1000
0.2000	0.4000	0.6000	0.8000	1.0000	0.1000
0.2000	0.2000	0.2000	0.2000	0.2000	0.1000

S =

0.2000	0.2000	0.2000	0.1500
0.3300	0.4000	0.4000	0.1500
0.3300	0.6000	0.6000	0.1500
0.3300	0.6700	0.8000	0.1500
0.3300	0.6700	1.0000	0.1500
0.1000	0.1000	0.1000	0.1000

SANTIAGO CRUZ CARLOS 21/08/2006 16:55 O8/P8

Preposición difusa en el universo del discurso

 $T(P) = \mu(x)$: Grado de verdad de P $0 \le \mu(x) \le 1$

CONECTIVOS

Si $_{z}^{p}$ y $_{z}^{Q}$ son proporciones difusas en el mismo universo X, entonces $_{z}^{p}$ y $_{z}^{Q}$ se pueden unir mediante conectivos.

 $P \vee Q \qquad T(P \vee Q) = MAX[T(P), T(Q)]$ ۷: Disyunción

۸:

Negación - :

Conjunción $P \wedge Q = T(P \wedge Q) = MIN[T(P), T(Q)]$ Negación $P \rightarrow Q = T(P) = 1 - T(P)$ Implicación $P \rightarrow Q = T(P) = T(P) = MAX[1 - T(P), Q]$

LA IMPLICACION

Las preposiciones en dos universos diferentes:

Sea P una preposición en A

Sea Q una preposición en B

 $Q \in B$ $P \in A$

 $A \subset X$ $B \subset Y$

 $R = P \rightarrow Q$

 $R = \left(\underset{\sim}{A} \times \underset{\sim}{B} \right) \cup \left(\underset{\sim}{\overline{A}} \times Y \right)$ $T \left(\underset{\sim}{P} \to Q \right) = T \left(\underset{\sim}{\overline{P}} \vee Q \right) = MAX \left\{ \min[T(\underset{\sim}{A}), T(\underset{\sim}{B})], 1 - T(\underset{\sim}{\overline{A}}) \right\}$

EJEMPLO

Una compañía ha inventado un nuevo producto, y se desea realizar una evaluación de su potencial comercial, en función de su originalidad, y del tamaño del mercado. Obtener la implicación $\underline{A} \to \underline{B}$

 $A \subseteq X$: Originalidad

$$B \subseteq Y$$
: Tamaño del mercado

$$A = \frac{0}{1} + \frac{0.6}{2} + \frac{1}{3} + \frac{0.2}{4}$$

$$A = \frac{0}{1} + \frac{0.4}{2} + \frac{1}{3} + \frac{0.8}{4} + \frac{0.3}{5} + \frac{0}{6}$$

$$\underline{R} = (\underline{A} \times \underline{B}) \cup (\underline{\overline{A}} \times Y)$$

$$\mu_{\underline{R}}(x,y) = MAX \left\{ \min \left[\mu_{\underline{A}}(x), \mu_{\underline{B}}(x) \right], 1 - \mu_{\underline{A}}(x) \right\}$$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0.6 \\ 1 \\ 0.2 \end{bmatrix} \qquad \qquad \underline{\overline{A}} = \begin{bmatrix} \bar{a_1} \\ 0.4 \\ 0 \\ \bar{a_3} \\ \bar{a_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0.4 \\ 0 \\ 0.8 \end{bmatrix}$$

$$b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad b_4 \quad b_5 \quad b_6$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0.4 & 1 & 0.8 & 0.3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$b_1$$
 b_2 b_3 b_4 b_5 b_6
 $Y = 1$ 1 1 1 1 1

$$\overline{\underline{A}} \times Y = a_2 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0.4 & 0.4 & 0.4 & 0.4 & 0.4 & 0.4 \\ a_3 & a_4 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \end{bmatrix}$$

SANTIAGO CRUZ CARLOS 21/08/2006 16:55 O8/P8

Variables lingüísticas

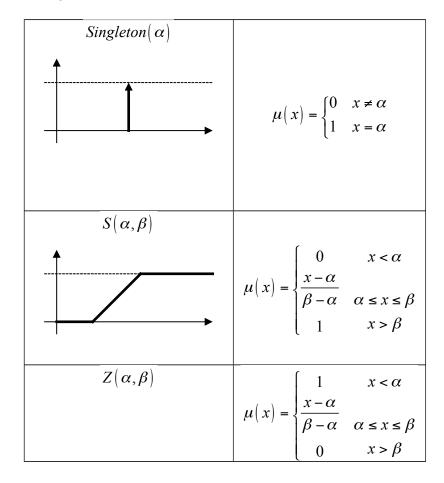
Vamos a usar variables lingüísticas, que puedan ser de tres tipos:

- 1. Juicios de asignación jitomate es maduro
- 3. Juicios incondicionales
- Ejemplos: x es grande, x es pequeña
- Ejemplos: IF el jitomate es rojo THEN el

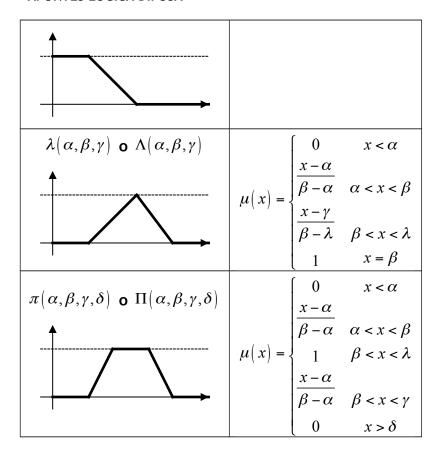
Ejemplos: ordenes, asignaciones.

FALTA 18 y 19

Conjuntos Difusos



LOGICA DIFUSA - 21 de 23



Versiones acampanadas

(FALTAN TRES GRAFICAS)

Conjuntos convexos normales

Los conjuntos convexos son aquellos cuya función de membresía es: estrictamente creciente o decreciente, o creciente y luego decreciente. Los conjuntos normales son aquellos en los que por lo menos existe un elemento del universo con un grado de pertenencia unitario.

(FALTAN DOS GRAFICAS)

Métodos para definir los conjuntos difusos

Al definir conjuntos, es conveniente manejar numeros impares de conjuntos, además es conveniente que los cruces ocurran solamente entre dos conjuntos y el punto de interseccion con una $\mu(x)$ =0.5

Los métodos para definir conjuntos difusos son:

- Intuición
- Inferencia

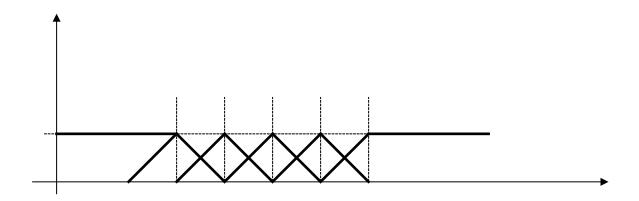
- Ordenación por rango
- Conjuntos difusos angulares
- Redes neuronales
- Por algoritmos genéticos

INTUICION

Conocimiento inmediato de un objeto, también se ha definido como el conocimiento inmediato de una verdad.

Ejemplo:

Definir los conjuntos difusos para las temperaturas: fría, fresca, agradable, tibia, caliente, muy caliente.



INFERENCIA

Acción y efecto de inferir (deducir una cosa a partir de otra)

Ejemplo: