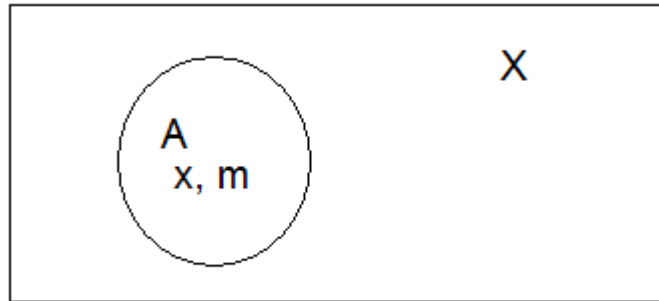


APUNTES DE LOGICA DIFUSA

APUNTES DE LOGICA DIFUSA.....	1
APUNTES DE LOGICA DIFUSA.....	2
CONJUNTOS DE CANTOR CLARAMENTE DEFINIDOS (CRISP).....	2
CONJUNTOS DIFUSOS (FUZZY).....	2
CONJUNTOS DIFUSOS.....	3
OPERADORES.....	4
LEYES DE LOS CONJUNTOS.....	4
CONJUNTOS DIFUSOS.....	4
OPERADORES.....	5
RELACIONES DIFUSAS.....	14
LOGICA DE PREDICADOS.....	19
CONECTIVOS.....	19
METODOLOGÍA PARA EL DISEÑO DE SISTEMAS DIFUSOS.....	22
CONJUNTOS DIFUSOS.....	22
CONJUNTOS CONVEXOS NORMALES.....	24
MÉTODOS PARA DEFINIR LOS CONJUNTOS DIFUSOS.....	24
INTUICION.....	24
INFERENCIA.....	25
LA IMPLICACIÓN.....	25
CONTROL DIFUSO DE RIEGO.....	32

APUNTES DE LOGICA DIFUSA

CONJUNTOS DE CANTOR CLARAMENTE DEFINIDOS (CRISP)



$$x \in A$$

$$A = \{x \mid x \in A\}$$

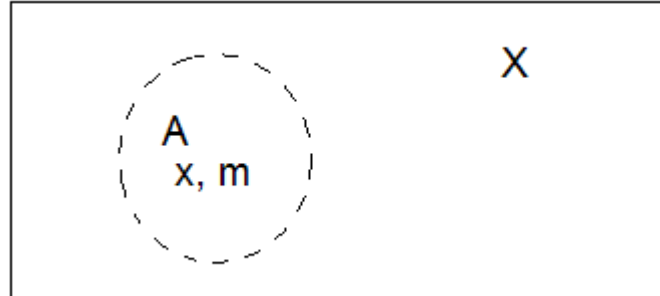
$$x_A = \{0,1\}$$

x_A Es la función característica

$$x_A = 0 \quad \text{si} \quad x \notin A$$

$$x_A = 1 \quad \text{si} \quad x \in A$$

CONJUNTOS DIFUSOS (FUZZY)



X Elemento del conjunto

μ Función de pertenencia al conjunto

$$\tilde{x} \in \tilde{A}$$

$$\tilde{A} = \{\tilde{x} \mid \tilde{x} \in \tilde{A}, 0 \leq \mu(x) \leq 1\}$$

$$\mu(x) = [0,1]$$

$$\tilde{A} = \{(1,0.1), (2,0.2), (3,0.1), (4,0.5), (5,0.), (6,0.1), (7,0.1), (8,0.1), (9,0.1), (10,0.1)\}$$

\tilde{A} : Números cercanos a 5 comprendidos del 1 al 10.

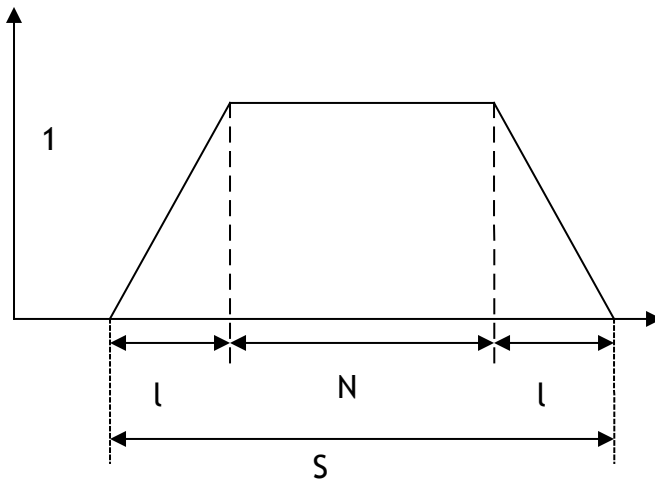
$$\tilde{A} = \sum_{i=1}^n \frac{\mu(x)}{x_i} \quad \text{Notación de Zadeh conjuntos discretos}$$

$$\tilde{A} = \int \frac{\mu(x)}{x_i} \quad \text{Notación de Zadeh conjuntos continuos}$$

$$\tilde{A} = \frac{0.1}{1} + \frac{0.2}{2} + \frac{0.1}{3} + \frac{0.5}{4} + \frac{0.2}{5} + \frac{0.1}{6} + \frac{0.7}{7} + \frac{1}{8} + \frac{0.3}{9} + \frac{1}{10}$$

“es una simple notación, en realidad no se tiene que realizar la suma aritmética”

CONJUNTOS DIFUSOS



N: núcleo del conjunto

$$N = \{x \mid x \in \tilde{A}; \mu_{\tilde{A}}(x) = 1\}$$

L: límites

$$L = \{x \mid x \in \tilde{A}; 0 \leq \mu(x) \leq 1\}$$

S: Soporte

$$S = \{x \mid x \in \tilde{A}; 0 \leq \mu(x) \leq 1\}$$

$$\mu(x) \neq 0$$

$x \in X$: x es un elemento del conjunto x .

$x \notin X$: x no es un elemento del conjunto x .

$A \subset X$: A es un subconjunto de B .

$A \subseteq X$: A está plenamente contenido en B .

$P(x)$: Potencia del conjunto “es el conjunto de todos los conjuntos posibles en X ”

$C(x)$: Cardinalidad que es el número de todos los conjuntos posibles en X .

Ejemplo:

$$A = \{a, b, c\} \quad n=3$$

$$P(A) = \{\{a, b, c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{\phi\}\}$$

$$C(A) = 2^n = 2^3 = 8$$

OPERADORES

$$\cup: \quad \text{UNION} \quad A \cup B = \{x \mid x \in A, \text{ó}, x \in B\}$$

$$A \cup B = \{x \mid x \in A, \vee, x \in B\}$$

$$\cap: \quad \text{INTERSECCION} \quad A \cap B = \{x \mid x \in A, y, x \in B\}$$

$$A \cap B = \{x \mid x \in A, \wedge, x \in B\}$$

$$/: \quad \text{DIFERENCIA} \quad A / B = \{x \in A, \wedge, x \notin B\}$$

$$\bar{}: \quad \text{COMPLEMENTO} \quad \bar{A} = \{x \mid x \notin A, x \in X\}$$

LEYES DE LOS CONJUNTOS

CONMUTATIVIDAD	$A \cup B = B \cup A$	$A \cap B = B \cap A$
ASOCIATIVIDAD	$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$	$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
DISTRIBUTIVIDAD	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
IDEM POTENCIA	$A \cup A = A$	$A \cap A = A$
IDENTIDAD	$A \cup \phi = A$	$A \cap \phi = \phi$
TRANSITIVIDAD	Sí $A \subseteq B \subseteq C$	Entonces $A \subseteq C$
INVOLUCION	$\bar{\bar{A}} = A$ (al parecer no se muestra la doble raya.)	
LEYES DE DE MORGAN	$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$ $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$	
LEY DEL MEDIO EXCLUIDO	$A \cup \bar{A} = X$	
LEY De LA CONTRADICCION	$A \cap \bar{A} = \phi$	

CONJUNTOS DIFUSOS

$$\underline{A}; \underline{B}; \underline{A} \subseteq X; \underline{B} \subseteq X$$

Universo bien definido

OPERADORES

$$\begin{aligned} \cup: & \quad \text{UNION} & \underline{A} \cup \underline{B} & \quad \mu_{\underline{A} \cup \underline{B}}(x) = \{ \mu_{\underline{A}}(x) \vee \mu_{\underline{B}}(x) \} & \quad \mu_{\underline{A} \cup \underline{B}}(x) = \text{MAX}(\mu_{\underline{A}}(x), \mu_{\underline{B}}(x)) \\ \cap: & \quad \text{INTERSECCION} & \underline{A} \cap \underline{B} & \quad \mu_{\underline{A} \cap \underline{B}}(x) = \{ \mu_{\underline{A}}(x) \wedge \mu_{\underline{B}}(x) \} & \quad \mu_{\underline{A} \cap \underline{B}}(x) = \text{MIN}(\mu_{\underline{A}}(x), \mu_{\underline{B}}(x)) \\ \bar{}: & \quad \text{COMPLEMENTO} & \bar{\underline{A}} & \quad \mu_{\bar{\underline{A}}}(x) = 1 - \mu_{\underline{A}}(x) \end{aligned}$$

EJEMPLOS:

(HACER GRAFICAS)

SEA

$$\underline{A} = \frac{0.2}{1} + \frac{0.6}{2} + \frac{1}{3} + \frac{0}{4} + \frac{0}{5}$$

$$\underline{B} = \frac{0}{1} + \frac{0.7}{2} + \frac{0.4}{3} + \frac{0.2}{4} + \frac{1}{5}$$

$$\underline{A} \cup \underline{B} = \frac{\text{MAX}(0.2, 0)}{1} + \frac{\text{MAX}(0.6, 0.7)}{2} + \frac{\text{MAX}(1, 0.4)}{3} + \frac{\text{MAX}(0, 0.2)}{4} + \frac{\text{MAX}(0, 1)}{5}$$

$$\underline{A} \cup \underline{B} = \frac{0.2}{1} + \frac{0.7}{2} + \frac{1}{3} + \frac{0.2}{4} + \frac{1}{5}$$

$$\underline{A} \cap \underline{B} = \frac{\text{MIN}(0.2, 0)}{1} + \frac{\text{MIN}(0.6, 0.7)}{2} + \frac{\text{MIN}(1, 0.4)}{3} + \frac{\text{MIN}(0, 0.2)}{4} + \frac{\text{MIN}(0, 1)}{5}$$

$$\underline{A} \cap \underline{B} = \frac{0}{1} + \frac{0.6}{2} + \frac{0.4}{3} + \frac{0}{4} + \frac{0}{5}$$

$$\bar{\underline{A}} = \frac{1-0.2}{1} + \frac{1-0.6}{2} + \frac{1-1}{3} + \frac{1-0}{4} + \frac{1-0}{5}$$

$$\bar{\underline{A}} = \frac{0.8}{1} + \frac{0.4}{2} + \frac{0}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$$

y de esta manera podemos calcular lo siguiente:

$$\tilde{A} \cap \bar{\tilde{A}} = \frac{0.2}{1} + \frac{0.4}{2} + \frac{0}{3} + \frac{0}{4} + \frac{0}{5}$$

$$\tilde{A} \cap \bar{\tilde{A}} = \frac{0.2}{1} + \frac{0.4}{2}$$

Al conjunto de candidatos a operadores para la conjunción difusa (\wedge) se les llama **normas t**, para la disyunción difusa (\vee) se les llama **normas S** o **conormas t**.

Un operador de normas t dado por $t(x,y)$ es una función de mapeo $[0,1] \times [0,1]$ a $[0,1]$ que satisface las siguientes condiciones para cualquier w,x,y,z que pertenece a $[0,1]$

Normas t

- | | |
|--------------------------------|----------------------------|
| 1. $(0,0)=0$ | $t(x,1)=t(1,x)=x$ |
| 2. $t(x,y) \leq t(z,w)$ | si $x \leq z$ y $y \leq w$ |
| 3. $t(x,y) = t(y,x)$ | conmutatividad |
| 4. $t(x,t(y,z)) = t(t(x,y),z)$ | asociatividad |

Normas s

- | | |
|--------------------------|----------------------------|
| 1. $(1,1) = 1$ | $S(x,0) = S(0,X) = X$ |
| 2. $S(x,y) \leq S(z,w);$ | si $x \leq z$ y $y \leq w$ |
| 3. $S(x,y) = S(y,x)$ | conmutatividad |
| | monotonicidad |

Fuzzy logic

The new computer science and how is changing our World

Mcneil

Iriedeberg 1993

Simon & Schuster

Fuzzy thinking

Bart kosko

1994 hyperion

PROBLEMA EJEMPLO

C= "casa comfortable para familia de 4 personas"

c= grado de comfort / número de recámaras

Respuesta en clase

$$\tilde{C} = \frac{0.15}{1} + \frac{0.5}{2} + \frac{0.85}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}$$

Respuesta bibliografía alemana:

$$\tilde{C} = \frac{0.2}{1} + \frac{0.5}{2} + \frac{0.8}{3} + \frac{1}{4} + \frac{0.7}{5} + \frac{0.3}{6}$$

Tarea:

Encontrar los tipos de operadores para la and (y) y para la or (o)

Usando matlab graficar:

$$\mu_A(x) = \frac{1}{\left(1 + \frac{x}{5}\right)^3} \quad \mu_B(x) = \frac{1}{1 + 3(x-5)^2} \quad 0 \leq x \leq 20$$

GRAFICAR

\underline{A} ,
 \underline{B} ,
 $\overline{\underline{A}}$
 $\overline{\underline{B}}$
 $\underline{A} \cup \underline{B}$
 $\underline{A} \cap \underline{B}$
 $\overline{\underline{A}} \cap \overline{\underline{B}}$
 $\overline{\underline{A}} \cup \overline{\underline{B}}$
 $\underline{A} \cap \overline{\underline{A}}$,
 $\underline{B} \cap \overline{\underline{B}}$

Código en matlab

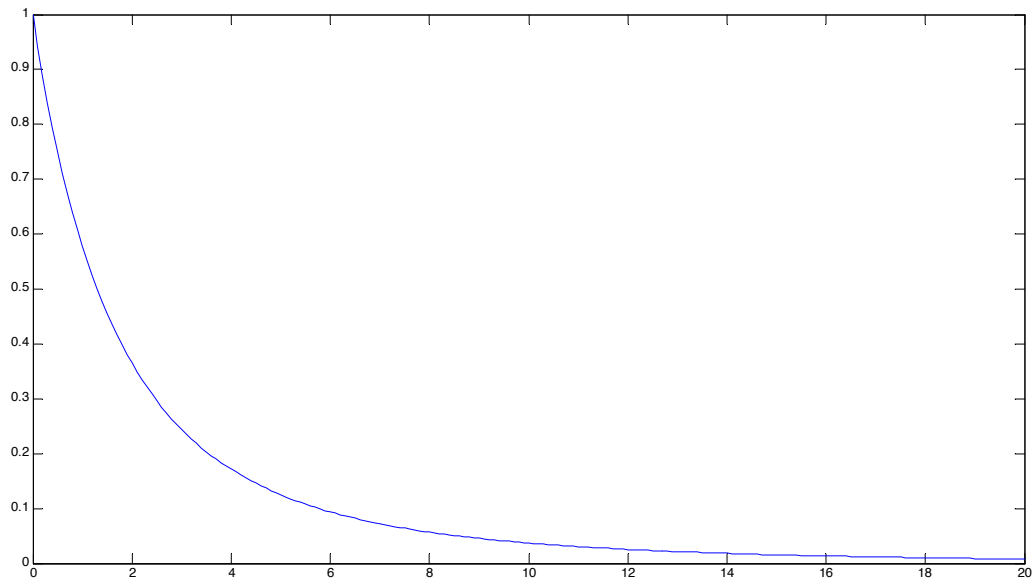
```
x=[0:0.1:20];

muA=((1+x/5).^3).^-1;
muB=(1+3*(x-5).^2).^-1;
plot(x,muA)
plot(x,muB)

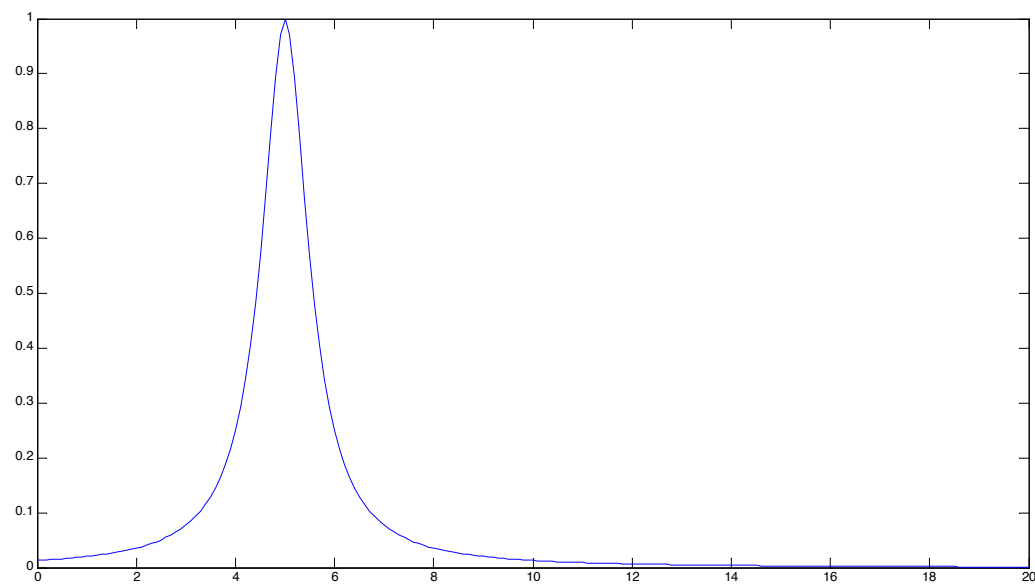
muA_neg=1-((1+x/5).^3).^-1;
muB_neg=1-(1+3*(x-5).^2).^-1;
plot(x,muA_neg)
plot(x,muB_neg)

A_union_B=max(muA,muB);
plot(x,A_union_B)
A_interseccion_B=min(muA,muB);
plot(x,A_interseccion_B)
A_neg_union_B_neg=max(muA_neg,muB_neg);
plot(x,A_neg_union_B_neg)
A_neg_inters_B_neg=min(muA_neg,muB_neg);
```

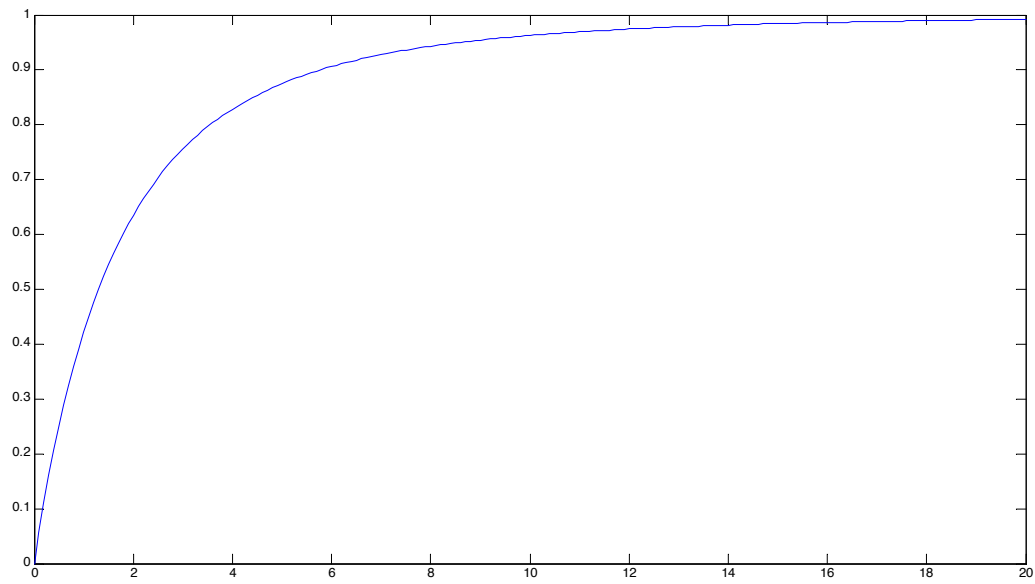
```
plot(x,A_neg_inters_B_neg)
A_inters_A_neg=min(muA,muA_neg);
plot(x,A_inters_A_neg)
B_inters_B_neg=min(muB,muB_neg);
plot(x,B_inters_B_neg)
```



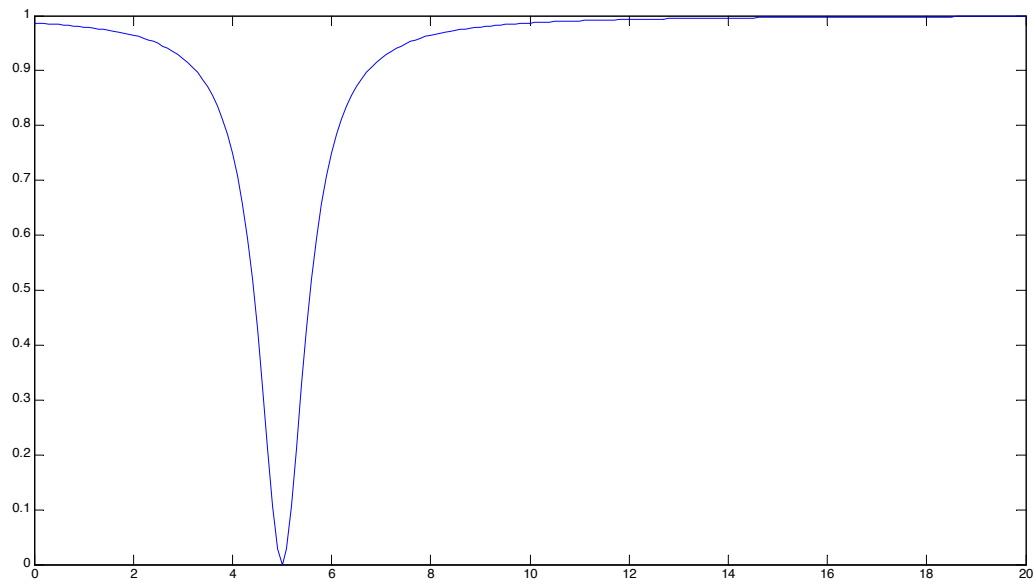
$\tilde{A},$



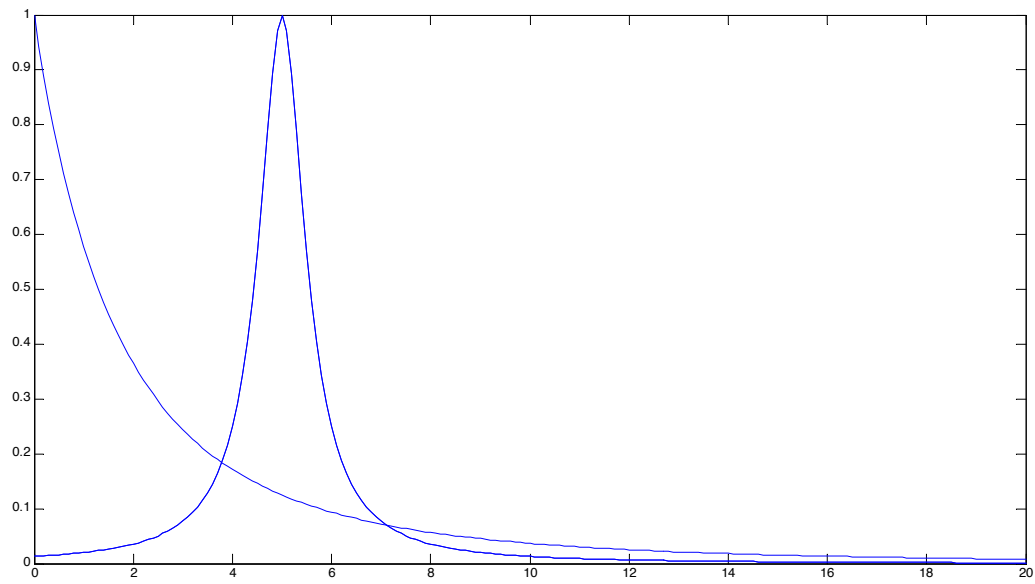
$B,$



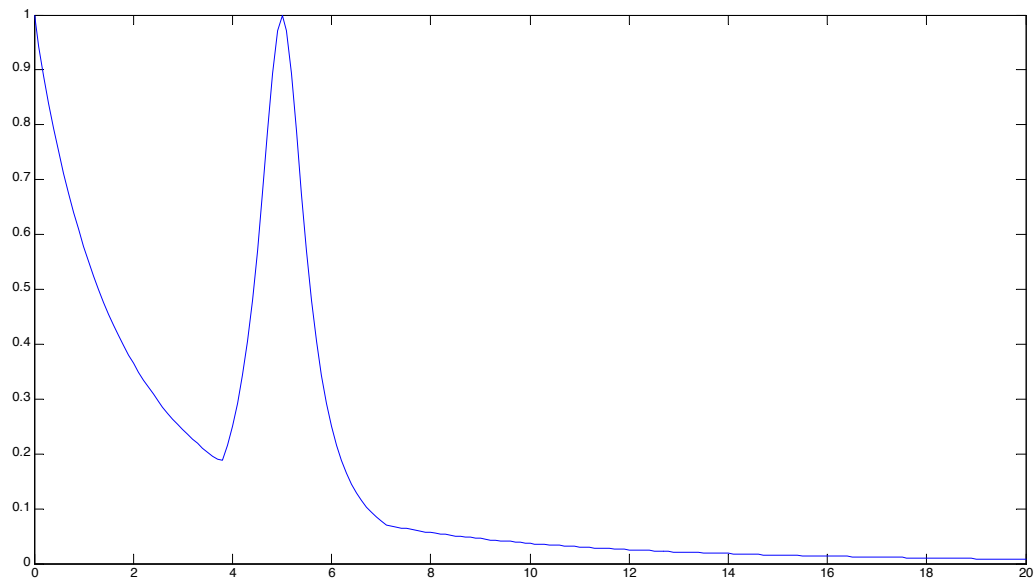
\tilde{A}



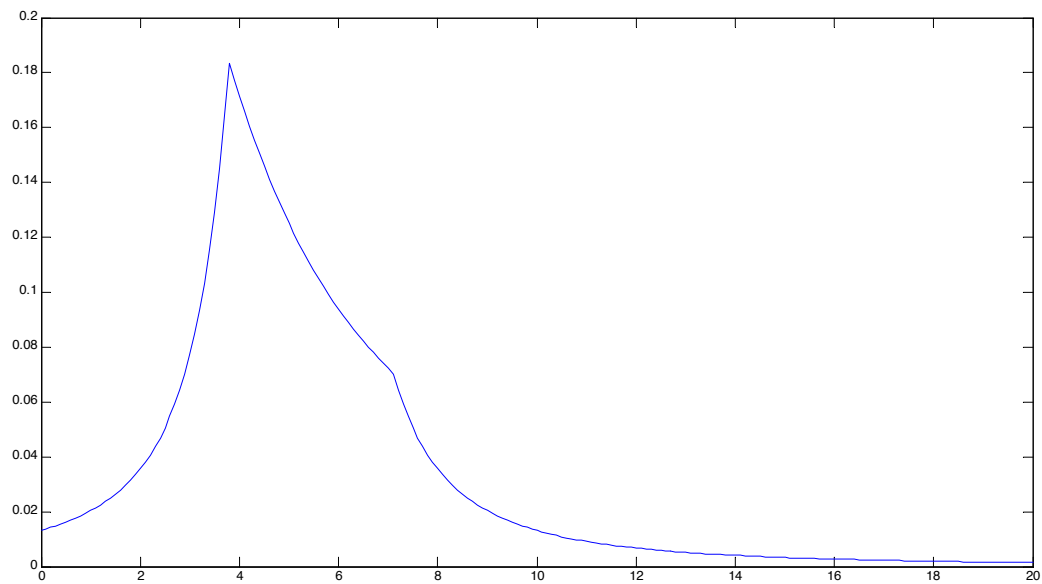
\tilde{B}



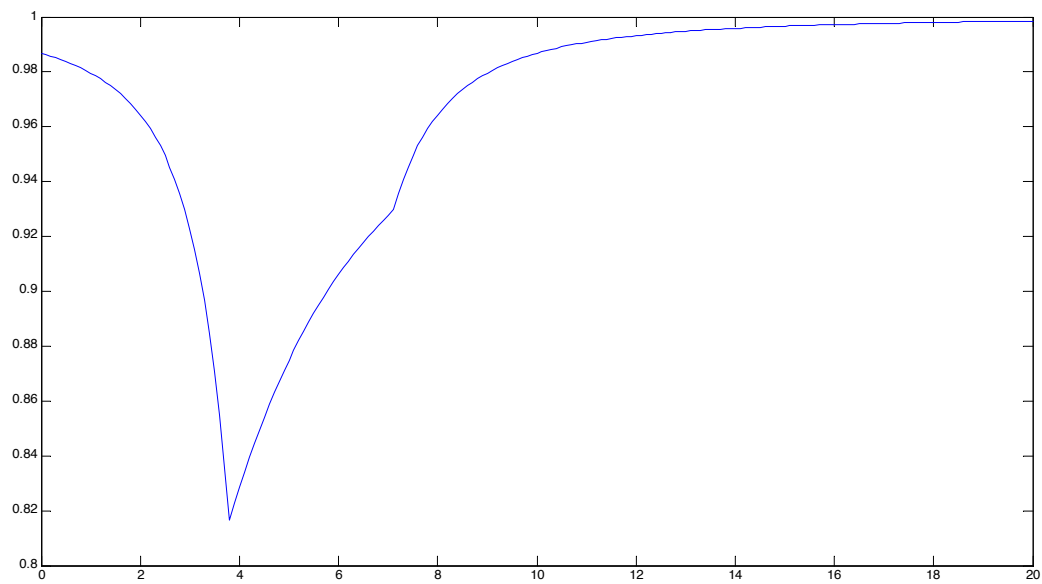
Graficas de A de B



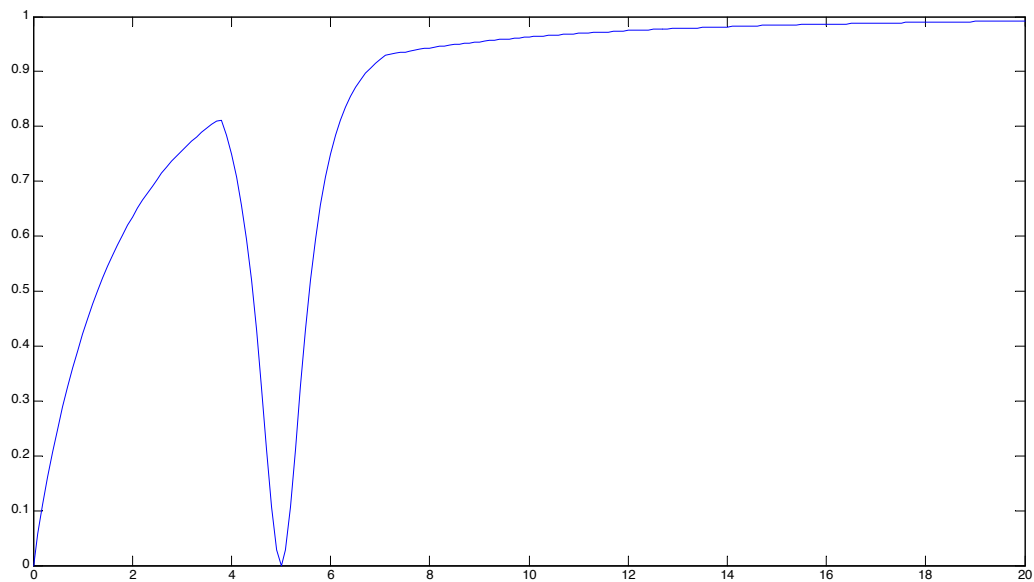
$$\underline{A} \cup \underline{B}$$



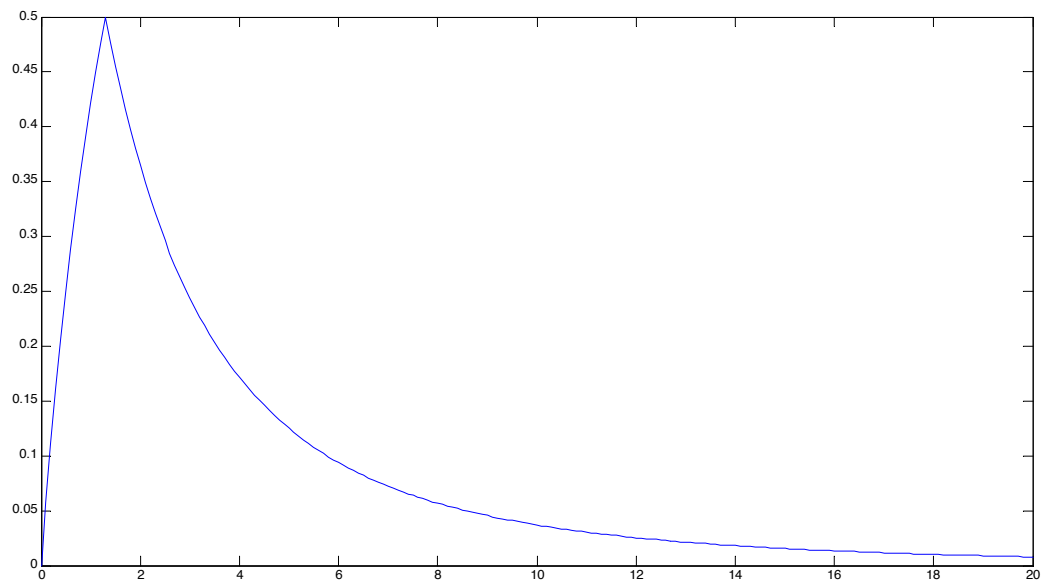
$$\underline{A} \cap \underline{B}$$



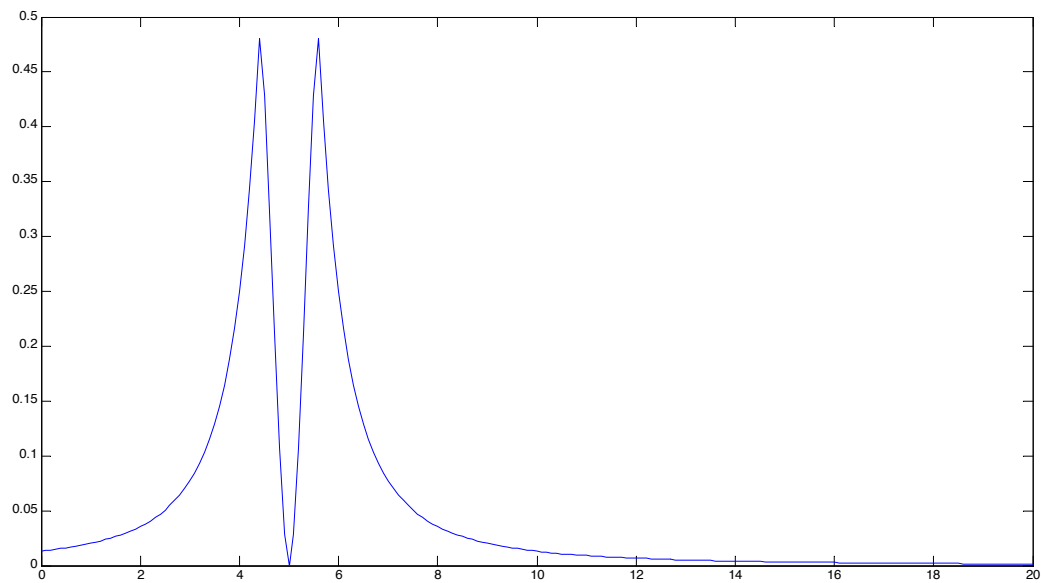
$$\bar{A} \cap \bar{B}$$



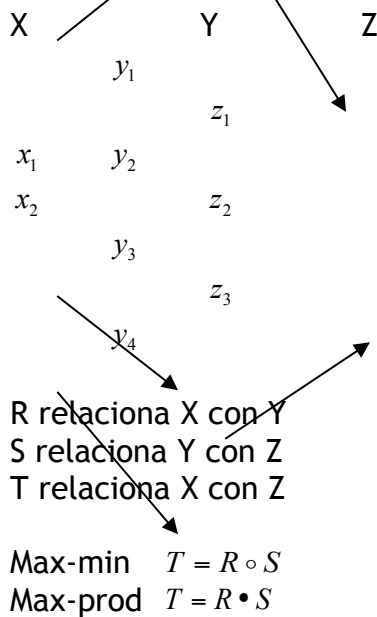
$$\tilde{A} \cap \tilde{B}$$



$$\tilde{A} \cap \bar{\tilde{A}}$$



$$\tilde{B} \cap \bar{\tilde{B}}$$



$$x_T(x_i, z_i) = V_{y \in Y} [x_R(x_i, y_i) \wedge x_S(y_i, z_i)]$$

$$x_T(x_i, z_i) = \max[\min(x_R(x_i, y_i), x_S(y_i, z_i))]$$

RELACIONES DIFUSAS

Si $\tilde{A} \subseteq X$ y $\tilde{B} \subseteq Y$

$$\tilde{R} \subseteq \tilde{A} \times \tilde{B}$$

$$\tilde{A} \times \tilde{B} \subseteq \tilde{X} \times \tilde{Y}$$

$$\mu_{\tilde{R}}(x, y) = \mu_{\tilde{A} \times \tilde{B}}(x, y) = \min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y))$$

Diagrama sagital

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.6 & 0.1 \\ 0.5 & 0.3 & 0.2 \end{bmatrix}$$

Matriz de relación R, entre X y Y

Ejemplo:

Sea:

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= \frac{0.2}{x_1} + \frac{0.6}{x_2} + \frac{0.1}{x_3} & \tilde{A} &= \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.5 \\ 0.1 \end{bmatrix} \\ \tilde{B} &= \frac{0.3}{y_1} + \frac{0.9}{y_2} & \tilde{B} &= \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.9 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} \min [\mu(x_1), \mu(y_1)] & \min [\mu(x_1), \mu(y_2)] \\ \min [\mu(x_2), \mu(y_1)] & \min [\mu(x_2), \mu(y_2)] \\ \min [\mu(x_3), \mu(y_1)] & \min [\mu(x_3), \mu(y_2)] \end{bmatrix}$$

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} \min[0.2, 0.3] & \min[0.2, 0.9] \\ \min[0.5, 0.3] & \min[0.5, 0.9] \\ \min[0.1, 0.3] & \min[0.1, 0.9] \end{bmatrix}$$

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 \\ 0.3 & 0.5 \\ 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}$$

Tarea

$$R_{se} = \{R_{se1}, R_{se2}, \dots, R_{se1}\}$$

$$I_a = \{I_{a1}, I_{a2}, \dots, I_{am}\}$$

$$N = \{N_1, N_2, N_3, \dots, N_p\}$$

$$\tilde{R} = \tilde{R}_{se} \times \tilde{I}_a$$

$$\tilde{S} = \tilde{I}_a \times \tilde{N}$$

$$\tilde{R}_{se}(\%) = \frac{0.3}{30} + \frac{0.6}{60} + \frac{1}{100} + \frac{0.2}{120}$$

$$\tilde{I}_a(\%) = \frac{0.2}{20} + \frac{0.4}{40} + \frac{0.6}{60} + \frac{0.8}{80} + \frac{1}{100} + \frac{0.1}{120}$$

$$\tilde{N}(RPM) = \frac{0.33}{500} + \frac{0.67}{1000} + \frac{1}{1500} + \frac{0.15}{1800}$$

$$\tilde{R} = \tilde{R}_{se} \times \tilde{I}_a$$

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} 20 & 40 & 60 & 80 & 100 & 120 \\ 30 & \min[\mu(R_{se1}), \mu(I_{a1})] & \min[\mu(R_{se1}), \mu(I_{a2})] & \min[\mu(R_{se1}), \mu(I_{a3})] & \min[\mu(R_{se1}), \mu(I_{a4})] & \min[\mu(R_{se1}), \mu(I_{a5})] & \min[\mu(R_{se1}), \mu(I_{a6})] \\ 60 & \min[\mu(R_{se2}), \mu(I_{a1})] & \min[\mu(R_{se2}), \mu(I_{a2})] & \min[\mu(R_{se2}), \mu(I_{a3})] & \min[\mu(R_{se2}), \mu(I_{a4})] & \min[\mu(R_{se2}), \mu(I_{a5})] & \min[\mu(R_{se2}), \mu(I_{a6})] \\ 100 & \min[\mu(R_{se3}), \mu(I_{a1})] & \min[\mu(R_{se3}), \mu(I_{a2})] & \min[\mu(R_{se3}), \mu(I_{a3})] & \min[\mu(R_{se3}), \mu(I_{a4})] & \min[\mu(R_{se3}), \mu(I_{a5})] & \min[\mu(R_{se3}), \mu(I_{a6})] \\ 120 & \min[\mu(R_{se4}), \mu(I_{a1})] & \min[\mu(R_{se4}), \mu(I_{a2})] & \min[\mu(R_{se4}), \mu(I_{a3})] & \min[\mu(R_{se4}), \mu(I_{a4})] & \min[\mu(R_{se4}), \mu(I_{a5})] & \min[\mu(R_{se4}), \mu(I_{a6})] \end{bmatrix}$$

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} 20 & 40 & 60 & 80 & 100 & 120 \\ 30 & \min[0.3, 0.2] & \min[0.3, 0.4] & \min[0.3, 0.6] & \min[0.3, 0.8] & \min[0.3, 1] & \min[0.3, 0.1] \\ 60 & \min[0.6, 0.2] & \min[0.6, 0.4] & \min[0.6, 0.6] & \min[0.6, 0.8] & \min[0.6, 1] & \min[0.6, 0.1] \\ 100 & \min[1, 0.2] & \min[1, 0.4] & \min[1, 0.6] & \min[1, 0.8] & \min[1, 1] & \min[1, 0.1] \\ 120 & \min[0.2, 0.2] & \min[0.2, 0.4] & \min[0.2, 0.6] & \min[0.2, 0.8] & \min[0.2, 1] & \min[0.2, 0.1] \end{bmatrix}$$

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} 20 & 40 & 60 & 80 & 100 & 120 \\ 30 & 0.2 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.1 \\ 60 & 0.2 & 0.4 & 0.6 & 0.6 & 0.6 & 0.1 \\ 100 & 0.2 & 0.4 & 0.6 & 0.8 & 1 & 0.1 \\ 120 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.1 \end{bmatrix}$$

ojo, primera y segunda columna.

$$\tilde{S} = \tilde{I}_a \times \tilde{N}$$

$$\tilde{S} = \begin{bmatrix} & 500 & 1000 & 1500 & 1800 \\ 20 & \min[\mu(I_{a1}), \mu(N_1)] & \min[\mu(I_{a1}), \mu(N_2)] & \min[\mu(I_{a1}), \mu(N_3)] & \min[\mu(I_{a1}), \mu(N_4)] \\ 40 & \min[\mu(I_{a2}), \mu(N_1)] & \min[\mu(I_{a2}), \mu(N_2)] & \min[\mu(I_{a2}), \mu(N_3)] & \min[\mu(I_{a2}), \mu(N_4)] \\ 60 & \min[\mu(I_{a3}), \mu(N_1)] & \min[\mu(I_{a3}), \mu(N_2)] & \min[\mu(I_{a3}), \mu(N_3)] & \min[\mu(I_{a3}), \mu(N_4)] \\ 80 & \min[\mu(I_{a4}), \mu(N_1)] & \min[\mu(I_{a4}), \mu(N_2)] & \min[\mu(I_{a4}), \mu(N_3)] & \min[\mu(I_{a4}), \mu(N_4)] \\ 100 & \min[\mu(I_{a5}), \mu(N_1)] & \min[\mu(I_{a5}), \mu(N_2)] & \min[\mu(I_{a5}), \mu(N_3)] & \min[\mu(I_{a5}), \mu(N_4)] \\ 120 & \min[\mu(I_{a6}), \mu(N_1)] & \min[\mu(I_{a6}), \mu(N_2)] & \min[\mu(I_{a6}), \mu(N_3)] & \min[\mu(I_{a6}), \mu(N_4)] \end{bmatrix}$$

$$\tilde{S} = \begin{bmatrix} & 500 & 1000 & 1500 & 1800 \\ 20 & \min[0.2, 0.33] & \min[0.2, 0.67] & \min[0.2, 1] & \min[0.2, 0.15] \\ 40 & \min[0.4, 0.33] & \min[0.4, 0.67] & \min[0.4, 1] & \min[0.4, 0.15] \\ 60 & \min[0.6, 0.33] & \min[0.6, 0.67] & \min[0.6, 1] & \min[0.6, 0.15] \\ 80 & \min[0.8, 0.33] & \min[0.8, 0.67] & \min[0.8, 1] & \min[0.8, 0.15] \\ 100 & \min[1, 0.33] & \min[1, 0.67] & \min[1, 1] & \min[1, 0.15] \\ 120 & \min[0.1, 0.33] & \min[0.1, 0.67] & \min[0.1, 1] & \min[0.1, 0.15] \end{bmatrix}$$

$$\tilde{S} = \begin{bmatrix} & 500 & 1000 & 1500 & 1800 \\ 20 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.15 \\ 40 & 0.33 & 0.4 & 0.4 & 0.15 \\ 60 & 0.33 & 0.6 & 0.6 & 0.15 \\ 80 & 0.33 & 0.67 & 0.8 & 0.15 \\ 100 & 0.33 & 0.67 & 1 & 0.15 \\ 120 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}$$

0.2000 0.1500 0.1500 0.1500 0.1500 0.1000

R =

0.2000	0.3000	0.3000	0.3000	0.3000	0.1000
0.2000	0.4000	0.6000	0.6000	0.6000	0.1000
0.2000	0.4000	0.6000	0.8000	1.0000	0.1000
0.2000	0.2000	0.2000	0.2000	0.2000	0.1000

S =

0.2000	0.2000	0.2000	0.1500
0.3300	0.4000	0.4000	0.1500
0.3300	0.6000	0.6000	0.1500
0.3300	0.6700	0.8000	0.1500
0.3300	0.6700	1.0000	0.1500
0.1000	0.1000	0.1000	0.1000

LOGICA DE PREDICADOS

\tilde{P} : Proposición difusa en el universo del discurso
 $T(\tilde{P}) = \mu(x)$: Grado de verdad de \tilde{P} $0 \leq \mu(x) \leq 1$

CONECTIVOS

Si \tilde{P} y \tilde{Q} son proposiciones difusas en el mismo universo X , entonces \tilde{P} y \tilde{Q} se pueden unir mediante conectivos.

\vee :	Disyunción	$\tilde{P} \vee \tilde{Q}$	$T(\tilde{P} \vee \tilde{Q}) = \text{MAX}[T(\tilde{P}), T(\tilde{Q})]$
\wedge :	Conjunción	$\tilde{P} \wedge \tilde{Q}$	$T(\tilde{P} \wedge \tilde{Q}) = \text{MIN}[T(\tilde{P}), T(\tilde{Q})]$
\neg :	Negación	$\bar{\tilde{P}}$	$T(\bar{\tilde{P}}) = 1 - T(\tilde{P})$
\rightarrow :	Implicación (IF ... THEN)	$\tilde{P} \rightarrow \tilde{Q}$	$T(\tilde{P} \rightarrow \tilde{Q}) = T(\bar{\tilde{P}} \vee \tilde{Q}) = \text{MAX}[1 - T(\tilde{P}), T(\tilde{Q})]$

\tilde{P} es el antecedente y \tilde{Q} el consecuente,
un antecedente verdadero no puede implicar un consecuente falso.

\leftrightarrow : Equivalencia $\tilde{P} \leftrightarrow \tilde{Q}$

Un antecedente verdadero no puede implicar un consecuente falso.

Un antecedente verdadero si puede implicar un consecuente verdadero

Un antecedente falso si puede implicar un consecuente falso

Un antecedenete falso si puede implicar un consecuente verdadero

P	Q	\bar{P}	\bar{Q}	$P \vee Q$	$P \wedge Q$	$P \rightarrow Q$	$P \leftrightarrow Q$	$\bar{P} \vee Q$
F	F	V	V	F	F	V	V	V
F	V	V	F	V	F	V	F	V
V	F	F	V	V	F	F	F	F
V	V	F	F	V	V	V	V	V

$T(P)$	$T(Q)$	$T(\bar{P})$	$T(\bar{Q})$	$T(P \vee Q)$	$T(P \wedge Q)$	$T(P \rightarrow Q)$	$T(P \leftrightarrow Q)$	$T(\bar{P} \vee Q)$
0	0	1	1	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0	1	0	1
1	0	0	1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	1	1	1	1

-
-
-

-
- Si las proposiciones o juicios están en diferentes universidad, entonces:
- Sea P un juicio o proposición en A

$$P \subset A$$

$$\text{y } A \subseteq X$$

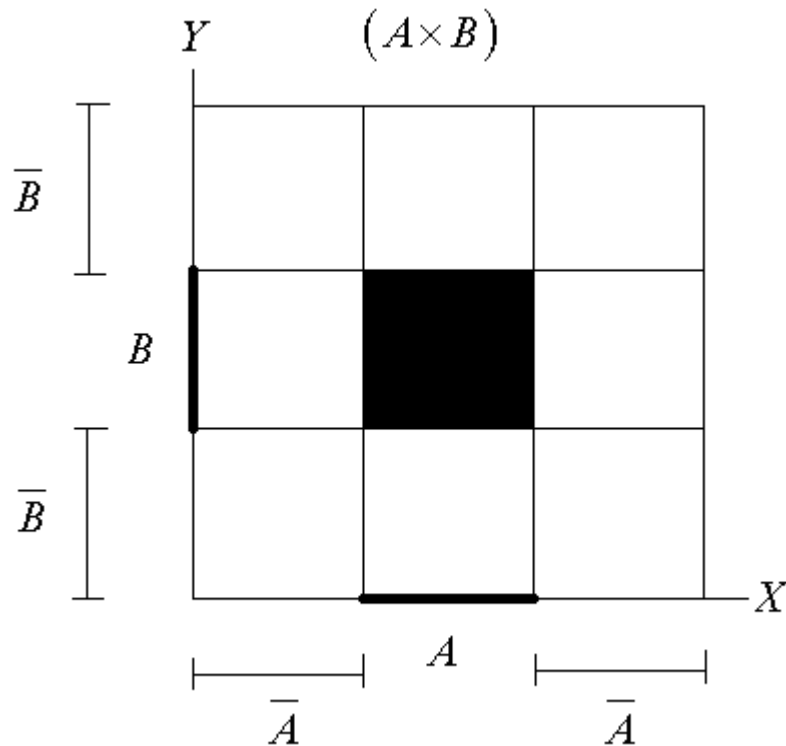
sea Q un juicio o proposición en B

$$Q \subset B$$

$$\text{y } B \subseteq Y$$

$$R = P \rightarrow Q$$

$$R = (A \times B) \cup (\bar{A} \times Y)$$



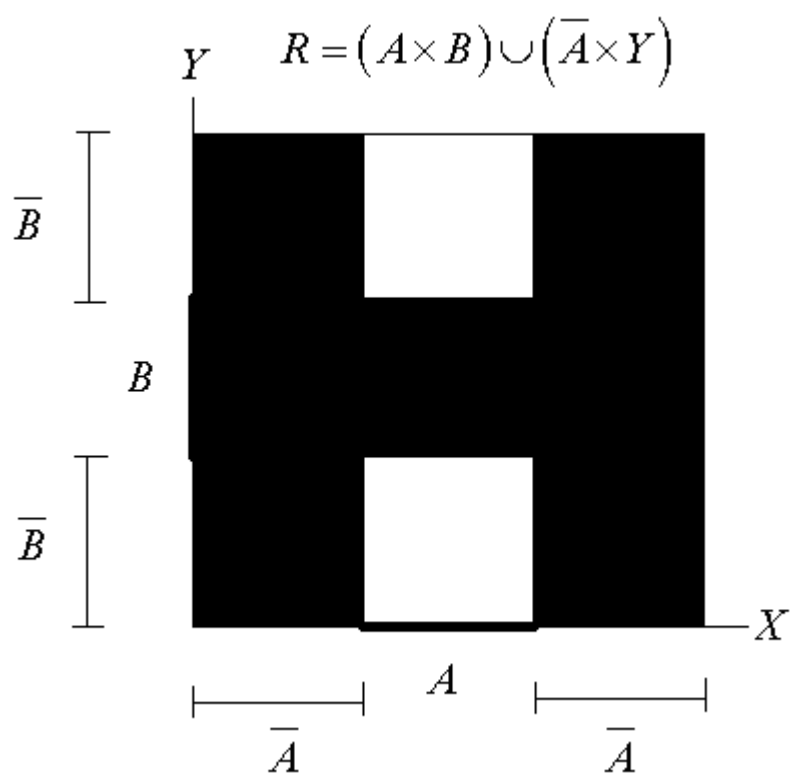
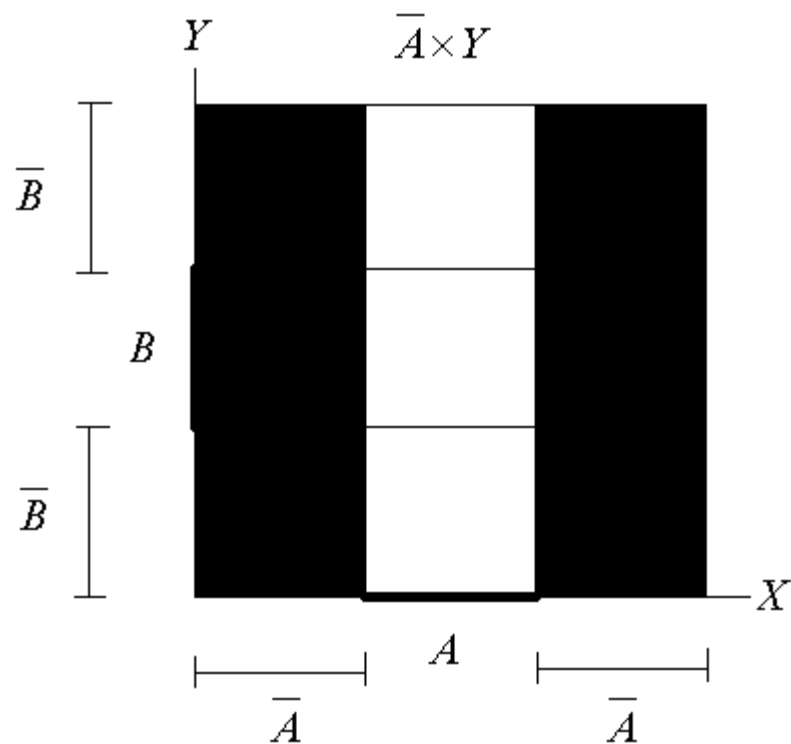
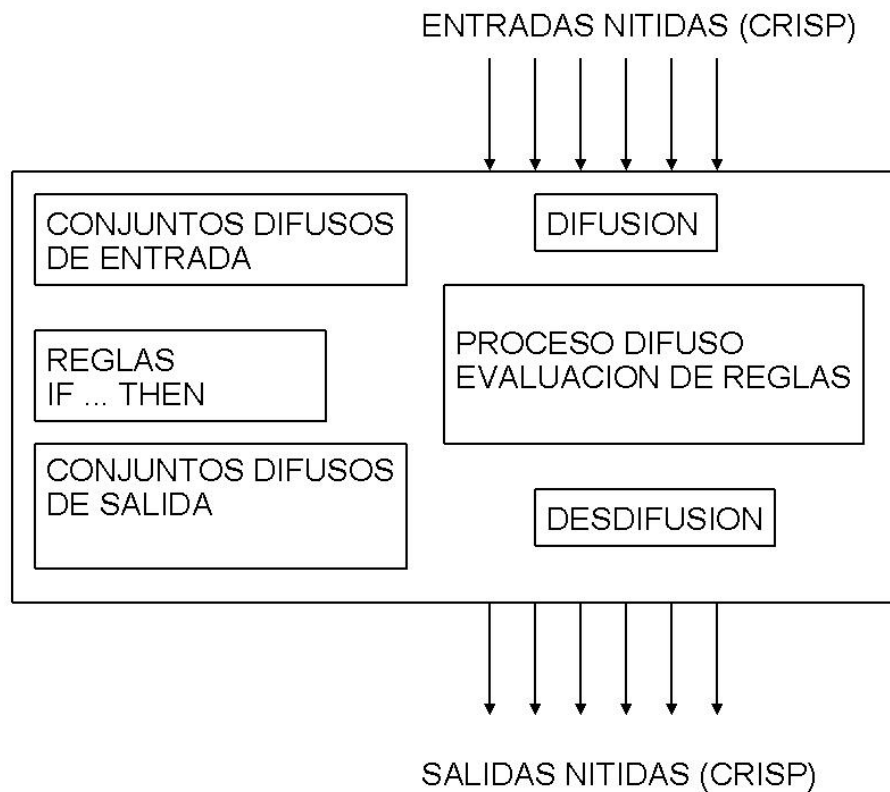


Ilustración 1 IMPLICACION

$$(T \rightarrow Q) = T(\bar{P} \vee Q)$$

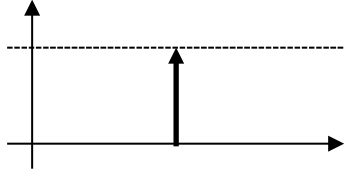
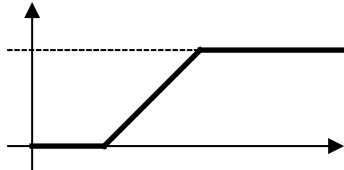
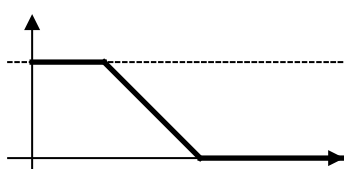
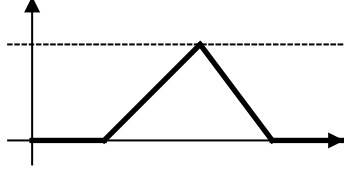
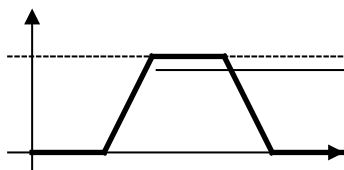
$$P \rightarrow Q = \bar{P} \cup Q$$

METODOLOGÍA PARA EL DISEÑO DE SISTEMAS DIFUSOS



1. Identificar las entradas y las salidas del sistema
2. Dividir el sistema o los universos del discurso
3. Definir los conjuntos difusos de entrada y de salida
4. Escoger las reglas del sistema
5. Optimizar el sistema
6. Implementar el sistema difuso en la plataforma a utilizar

CONJUNTOS DIFUSOS

<p>$Singleton(\alpha)$</p> 	$\mu(x) = \begin{cases} 0 & x \neq \alpha \\ 1 & x = \alpha \end{cases}$
<p>$S(\alpha, \beta)$</p> 	$\mu(x) = \begin{cases} 0 & x < \alpha \\ \frac{x-\alpha}{\beta-\alpha} & \alpha \leq x \leq \beta \\ 1 & x > \beta \end{cases}$
<p>$Z(\alpha, \beta)$</p> 	$\mu(x) = \begin{cases} 1 & x < \alpha \\ \frac{x-\alpha}{\beta-\alpha} & \alpha \leq x \leq \beta \\ 0 & x > \beta \end{cases}$
<p>$\lambda(\alpha, \beta, \gamma) \circ \Lambda(\alpha, \beta, \gamma)$</p> 	$\mu(x) = \begin{cases} 0 & x < \alpha \\ \frac{x-\alpha}{\beta-\alpha} & \alpha < x < \beta \\ \frac{x-\gamma}{\beta-\lambda} & \beta < x < \lambda \\ 1 & x = \beta \end{cases}$
<p>$\pi(\alpha, \beta, \gamma, \delta) \circ \Pi(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$</p> 	$\mu(x) = \begin{cases} 0 & x < \alpha \\ \frac{x-\alpha}{\beta-\alpha} & \alpha < x < \beta \\ 1 & \beta < x < \lambda \\ \frac{x-\alpha}{\beta-\alpha} & \beta < x < \gamma \\ 0 & x > \delta \end{cases}$

VERSIONES ACAMPANADAS

(FALTAN TRES GRAFICAS)

CONJUNTOS CONVEXOS NORMALES

Los conjuntos convexos son aquellos cuya función de membresía es: estrictamente creciente o decreciente, o creciente y luego decreciente. Los conjuntos normales son aquellos en los que por lo menos existe un elemento del universo con un grado de pertenencia unitario.

(FALTAN DOS GRAFICAS)

MÉTODOS PARA DEFINIR LOS CONJUNTOS DIFUSOS

Al definir conjuntos, es conveniente manejar números impares de conjuntos, además es conveniente que los cruces ocurran solamente entre dos conjuntos y el punto de intersección con una $\mu(x)=0.5$

Los métodos para definir conjuntos difusos son:

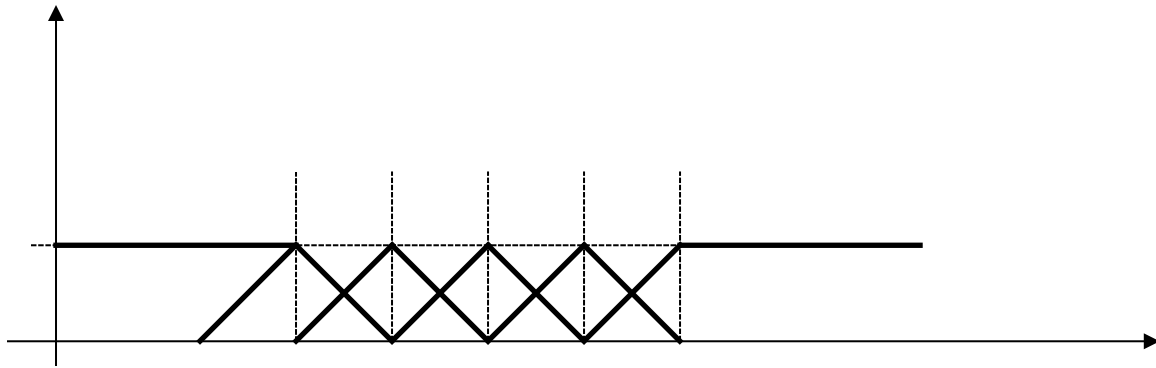
- Intuición
- Inferencia
- Ordenación por rango
- Conjuntos difusos angulares
- Redes neuronales
- Por algoritmos genéticos

INTUICION

Conocimiento inmediato de un objeto, también se ha definido como el conocimiento inmediato de una verdad.

Ejemplo:

Definir los conjuntos difusos para las temperaturas: fría, fresca, agradable, tibia, caliente, muy caliente.



INFERENCIA

Acción y efecto de inferir (deducir una cosa a partir de otra)

Ejemplo:

LA IMPLICACIÓN

Las proposiciones en dos universos diferentes:

Sea \tilde{P} una proposición en \tilde{A}

Sea \tilde{Q} una proposición en \tilde{B}

$$\tilde{P} \in \tilde{A}$$

$$\tilde{Q} \in \tilde{B}$$

$$\tilde{A} \subset X$$

$$\tilde{B} \subset Y$$

$$\tilde{R} = \tilde{P} \rightarrow \tilde{Q}$$

$$\tilde{R} = (\tilde{A} \times \tilde{B}) \cup (\bar{\tilde{A}} \times Y)$$

$$T(\tilde{P} \rightarrow \tilde{Q}) = T(\bar{\tilde{P}} \vee \tilde{Q}) = \text{MAX}\{\min[T(\tilde{A}), T(\tilde{B})], 1 - T(\bar{\tilde{A}})\}$$

EJEMPLO

Una compañía ha inventado un nuevo producto, y se desea realizar una evaluación de su potencial comercial, en función de su originalidad, y del tamaño del mercado. Obtener la implicación $\underline{A} \rightarrow \underline{B}$

$\underline{A} \subset X$: Originalidad

$\underline{B} \subset Y$: Tamaño del mercado

$$\underline{A} = \frac{0}{1} + \frac{0.6}{2} + \frac{1}{3} + \frac{0.2}{4}$$

$$\underline{B} = \frac{0}{1} + \frac{0.4}{2} + \frac{1}{3} + \frac{0.8}{4} + \frac{0.3}{5} + \frac{0}{6}$$

$$\underline{R} = (\underline{A} \times \underline{B}) \cup (\bar{\underline{A}} \times Y)$$

$$\mu_{\underline{R}}(x, y) = \text{MAX} \left\{ \min [\mu_{\underline{A}}(x), \mu_{\underline{B}}(y)], 1 - \mu_{\underline{A}}(x) \right\}$$

$$\underline{A} = \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0.6 \\ 1 \\ 0.2 \end{bmatrix} \quad \bar{\underline{A}} = \begin{matrix} \bar{a}_1 \\ \bar{a}_2 \\ \bar{a}_3 \\ \bar{a}_4 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0.4 \\ 0 \\ 0.8 \end{bmatrix}$$

$$\underline{B} = \begin{matrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \\ 0 & 0.4 & 1 & 0.8 & 0.3 & 0 \end{matrix}$$

$$\underline{Y} = \begin{matrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{matrix}$$

$$\underline{A} \times \underline{B} = \begin{matrix} & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \\ a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_2 & 0 & 0.4 & 0.6 & 0.6 & 0.3 & 0 \\ a_3 & 0 & 0.4 & 1 & 0.8 & 0.3 & 0 \\ a_4 & 0 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0 \end{matrix}$$

$$\bar{\underline{A}} \times \underline{Y} = \begin{matrix} & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 & y_6 \\ a_1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ a_2 & 0.4 & 0.4 & 0.4 & 0.4 & 0.4 & 0.4 \\ a_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_4 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \end{matrix}$$

$$\tilde{R} = \begin{matrix} & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \\ \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0.4 & 0.4 & 0.6 & 0.6 & 0.4 & 0.4 \\ 0 & 0.4 & 1 & 0.8 & 0.3 & 0 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

VARIABLES LINGÜÍSTICAS

Vamos a usar variables lingüísticas, que puedan ser de tres tipos:

1. Juicios de asignación
2. Juicios condicionales
jitomate es maduro
3. Juicios incondicionales

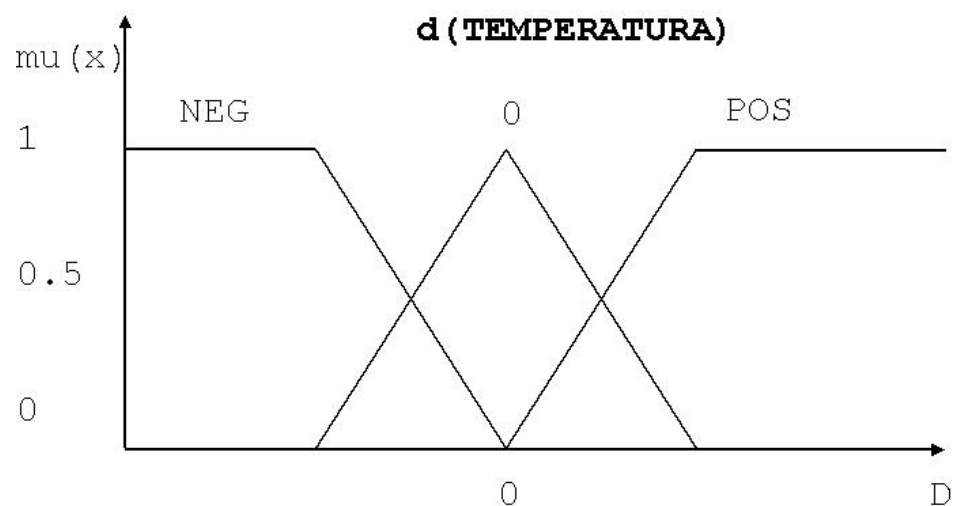
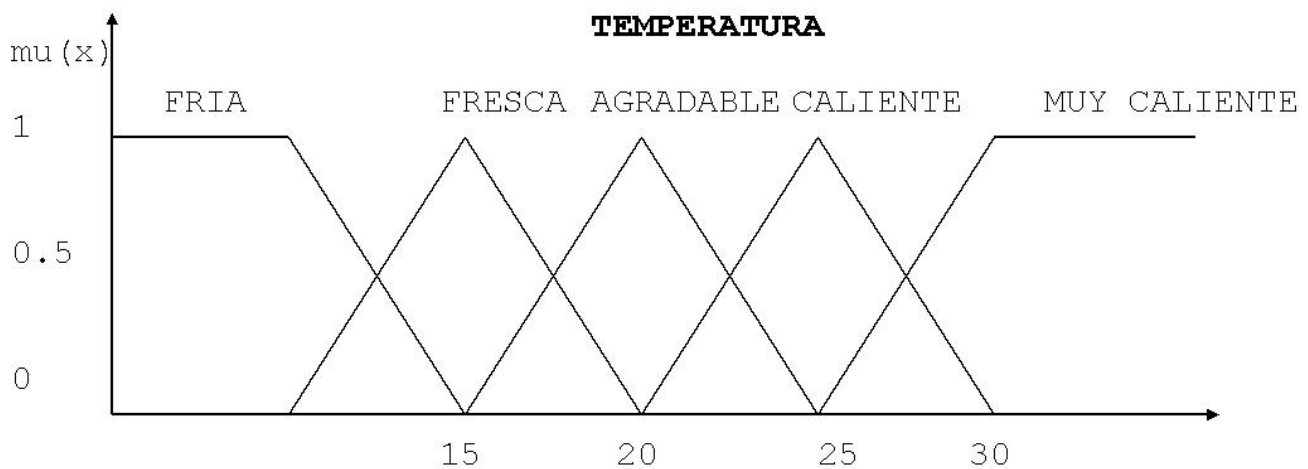
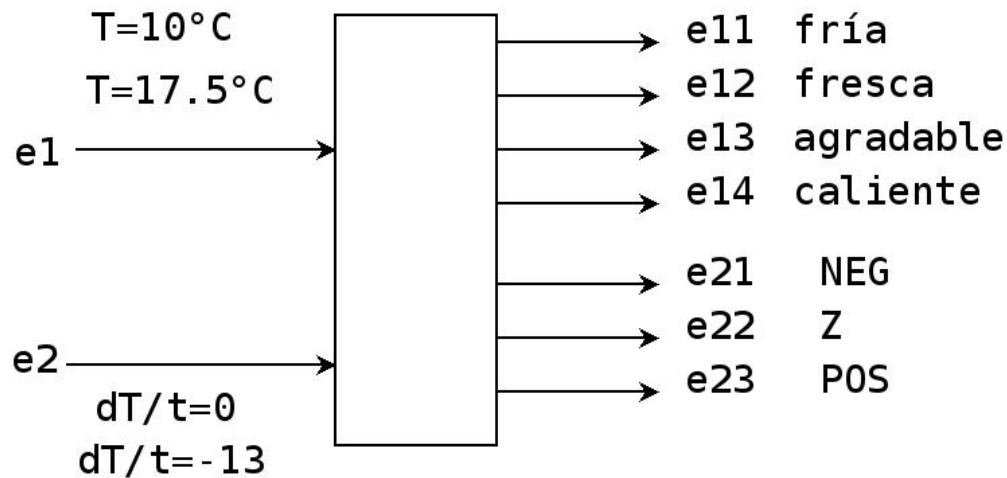
Ejemplos: x es grande, x es pequeña
Ejemplos: IF el jitomate es rojo THEN el

Ejemplos: órdenes, asignaciones.

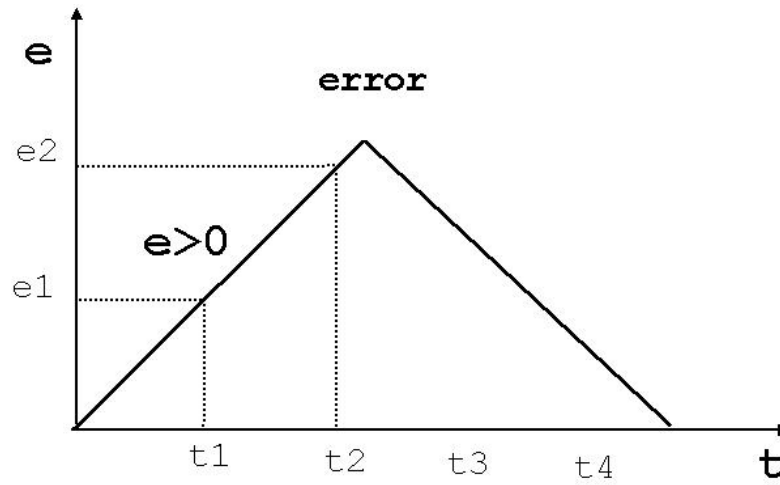
FALTA 18 y 19

MÁQUINA DE INFERENCIA

Difusión: proceso que convierte las entradas nítidas en entradas difusas.



Derivada: ofrece sentido y rapidez de cómo varia la variable.



$$\frac{d(e)}{dt} = \frac{\Delta e}{\Delta t}$$

$$\dot{e} = \frac{e_{\text{nuevo}} - e_{\text{viejo}}}{t_{\text{nuevo}} - t_{\text{viejo}}}$$

CONTROL DE TEMPERATURA EN LIQUIDO (P.D.)

$T_{max} = 70\text{ }^{\circ}\text{C}$

$T_{min} = T_{amb} = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$

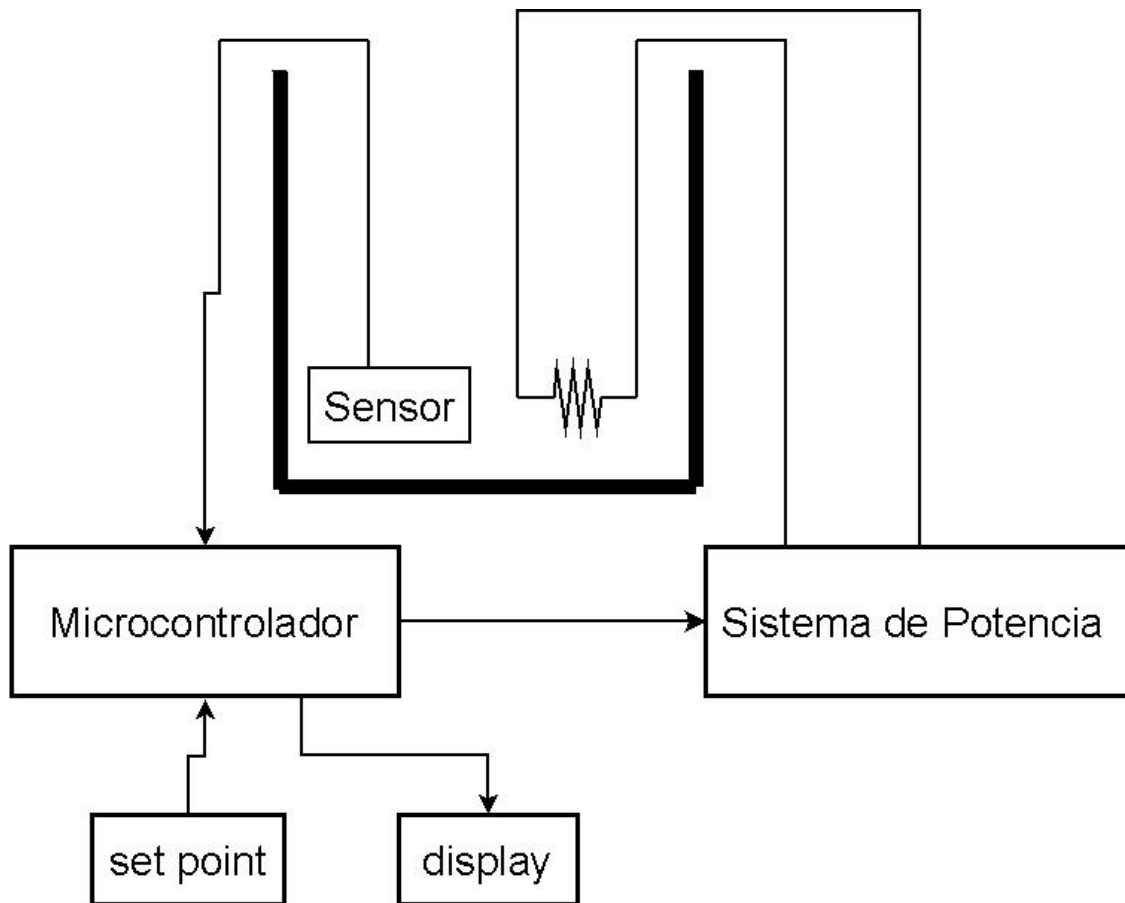
(DIAGRAMA)

Sistema de control difuso

Control difuso P.D. de temperatura

-Líquido

-foco



DESDIFUSION

- Alturas máximas
- Centroide
- R Promedio pesado
- Centro de sumas

- Promedio de máximos
- Centro del área mayor
- El primer máximo
- El último de los máximos
- COM
- COG

Encontrar un valor característico que represente al conjunto difuso.

CONTROL DIFUSO DE RIEGO

- Identificar las entradas y salidas del sistema



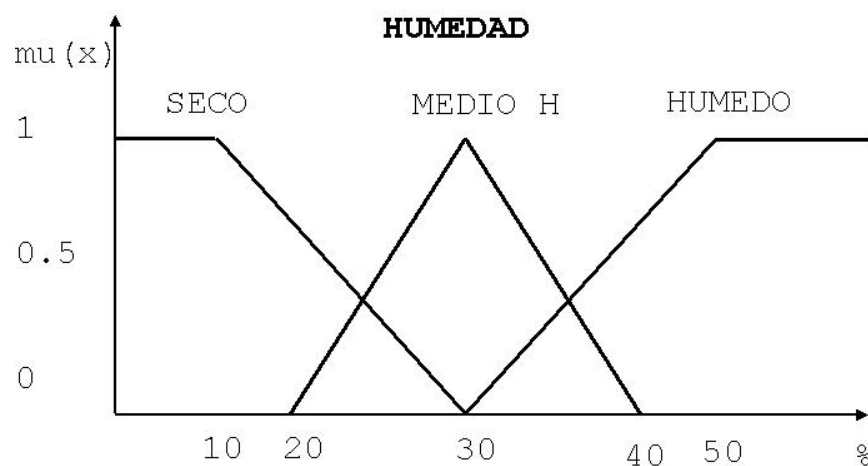
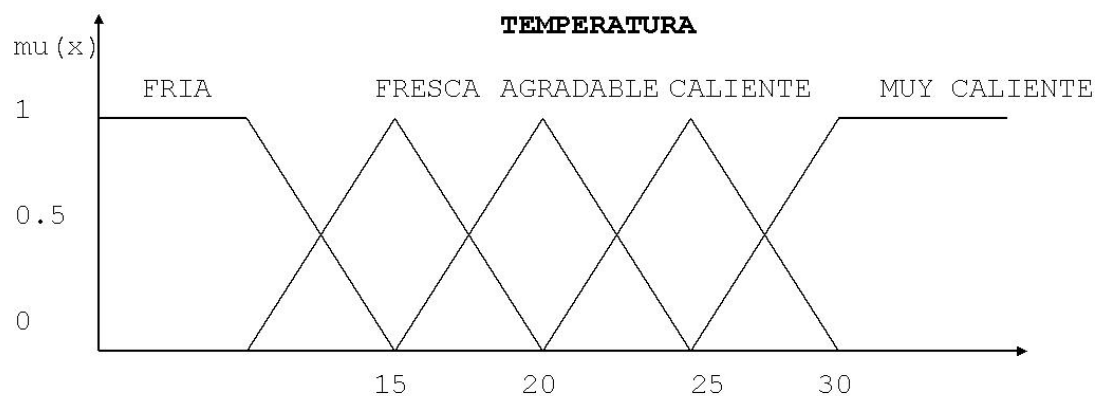
- Dividir el sistema o los universos del discurso

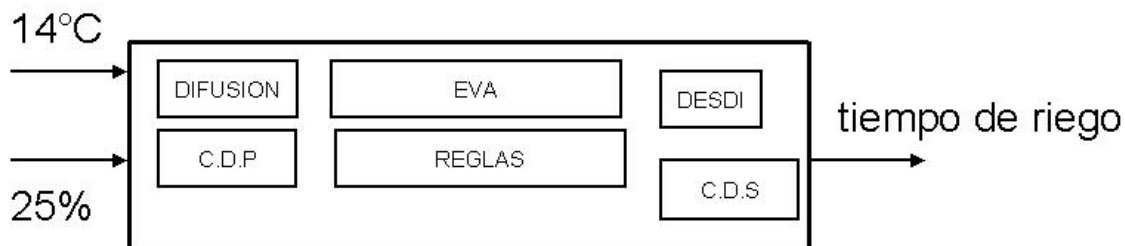
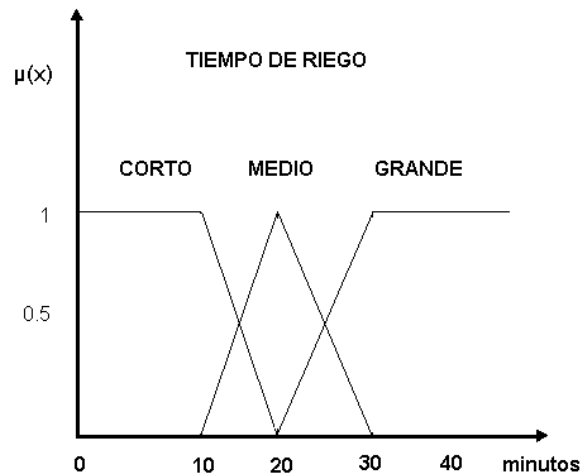
Para la temperatura ambiente se considera un rango de 0 a 40 °C

Para la humedad del campo se considera de 0 a 60 %

Para el tiempo de riego se considera de 0 a 40 minutos.

- Definir los conjuntos de entrada y salida





- Escoger las reglas del sistema

Reglas:

- | | | |
|--|-------------------------------|------------------------------------|
| 1. IF temperatura <u>fría</u> | AND humedad es <u>seca</u> | THEN tiempo de riego <u>MEDIO</u> |
| 2. IF temperatura <u>fría</u> | AND humedad es <u>medio h</u> | THEN tiempo de riego <u>CORTO</u> |
| 3. IF temperatura <u>fría</u> | AND humedad es <u>humedo</u> | THEN tiempo de riego <u>CORTO</u> |
| 4. IF temperatura <u>media</u> | AND humedad es <u>seca</u> | THEN tiempo de riego <u>GRANDE</u> |
| 5. IF temperatura <u>media</u> | AND humedad es <u>medio h</u> | THEN tiempo de riego <u>MEDIO</u> |
| 6. IF temperatura <u>media</u> | AND humedad es <u>humedo</u> | THEN tiempo de riego <u>CORTO</u> |
| 7. IF temperatura <u>agradable</u> | AND humedad es <u>seca</u> | THEN tiempo de riego <u>GRANDE</u> |
| 8. IF temperatura <u>agradable</u> | AND humedad es <u>medio h</u> | THEN tiempo de riego <u>MEDIO</u> |
| 9. IF temperatura <u>agradable</u> | AND humedad es <u>humedo</u> | THEN tiempo de riego <u>CORTO</u> |
| 10. IF temperatura <u>caliente</u> | AND humedad es <u>seca</u> | THEN tiempo de riego <u>GRANDE</u> |
| 11. IF temperatura <u>caliente</u> | AND humedad es <u>medio h</u> | THEN tiempo de riego <u>CORTO</u> |
| 12. IF temperatura <u>caliente</u> | AND humedad es <u>humedo</u> | THEN tiempo de riego <u>CORTO</u> |
| 13. IF temperatura <u>muy caliente</u> | AND humedad es <u>seca</u> | THEN tiempo de riego <u>CORTO</u> |
| 14. IF temperatura <u>muy caliente</u> | AND humedad es <u>medio h</u> | THEN tiempo de riego <u>CORTO</u> |
| 15. IF temperatura <u>muy caliente</u> | AND humedad es <u>humedo</u> | THEN tiempo de riego <u>CORTO</u> |

	FRIA	MEDIA	AGRADABLE	CALIENTE	MUY CALIENTE
SECO	Medio	Grande	Grande	Grande	Corto
MEDIO H	Corto	Medio	Medio	Corto	Corto
HUMEDO	Corto	Corto	Corto	Corto	Corto

En este caso no existe set point
Difusión

Siguiendo los dos valores puntuales de 14°C y 25% de humedad tenemos:



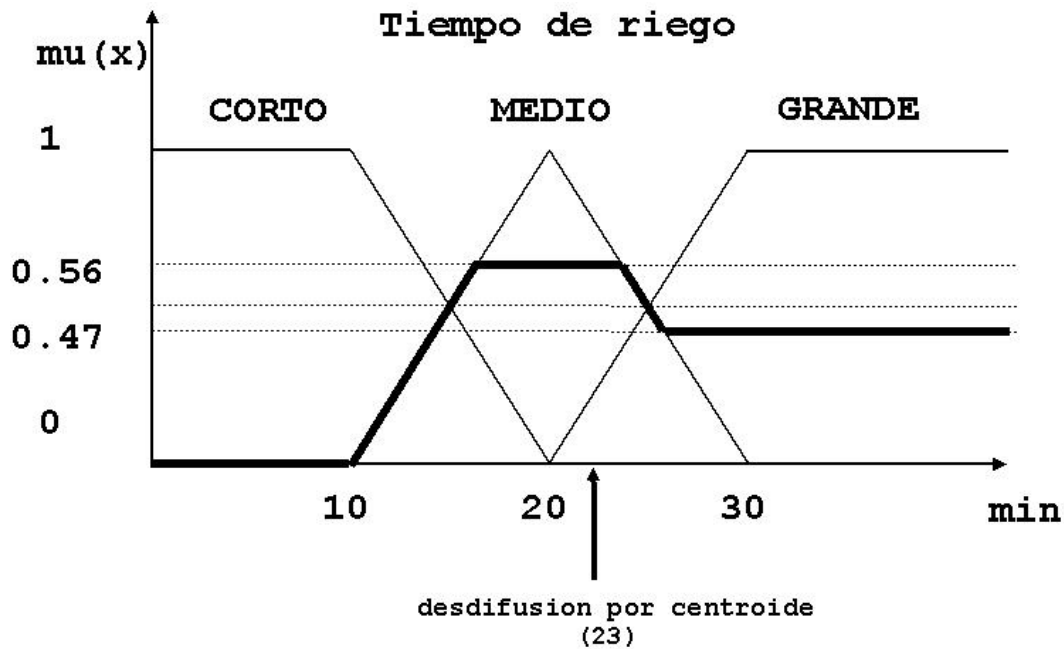
Evacuación de reglas:

IF temperatura <u>fría</u>	AND humedad es <u>seca</u>	THEN tiempo de riego MEDIO
IF temperatura <u>fría</u>	AND humedad es <u>medio h</u>	THEN tiempo de riego CORTO
IF temperatura <u>fría</u>	AND humedad es <u>humedo</u>	THEN tiempo de riego CORTO
IF temperatura <u>media</u>	AND humedad es <u>seca</u>	THEN tiempo de riego GRANDE
IF temperatura <u>media</u>	AND humedad es <u>medio h</u>	THEN tiempo de riego MEDIO
IF temperatura <u>media</u>	AND humedad es <u>humedo</u>	THEN tiempo de riego CORTO
IF temperatura <u>agradable</u>	AND humedad es <u>seca</u>	THEN tiempo de riego GRANDE
IF temperatura <u>agradable</u>	AND humedad es <u>medio h</u>	THEN tiempo de riego MEDIO
IF temperatura <u>agradable</u>	AND humedad es <u>humedo</u>	THEN tiempo de riego CORTO
IF temperatura <u>caliente</u>	AND humedad es <u>seca</u>	THEN tiempo de riego GRANDE
IF temperatura <u>caliente</u>	AND humedad es <u>medio h</u>	THEN tiempo de riego CORTO
IF temperatura <u>caliente</u>	AND humedad es <u>humedo</u>	THEN tiempo de riego CORTO
IF temperatura <u>muy caliente</u>	AND humedad es <u>seca</u>	THEN tiempo de riego CORTO
IF temperatura <u>muy caliente</u>	AND humedad es <u>medio h</u>	THEN tiempo de riego CORTO
IF temperatura <u>muy caliente</u>	AND humedad es <u>humedo</u>	THEN tiempo de riego CORTO

DESDIFUSION

T. de riego

0.00	CORTO:	MAX[(0), (0); (0),(0); (0),(0);]
0.56	MEDIO:	MAX[(0),(0.4);(0),(0.56)]
0.47	GRANDE:	MAX[(0.4),(0.47),(0)]



INTERPRETACIÓN DE LAS SUPERFICIES DE CONTROL

Un hoyo en la superficie de control representa una salida inadecuada del control.



R: numero de reglas
R: nxmrxr

n: numero de conjuntos de entrada 1
m: numero de conjuntos de entrada 2
r: numero de salidas

CONTROL DIFUSO DE TEMPERATURA

$T_{max} = 70\text{ }^{\circ}\text{C}$
 $T_{min} = T_{amb} = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$

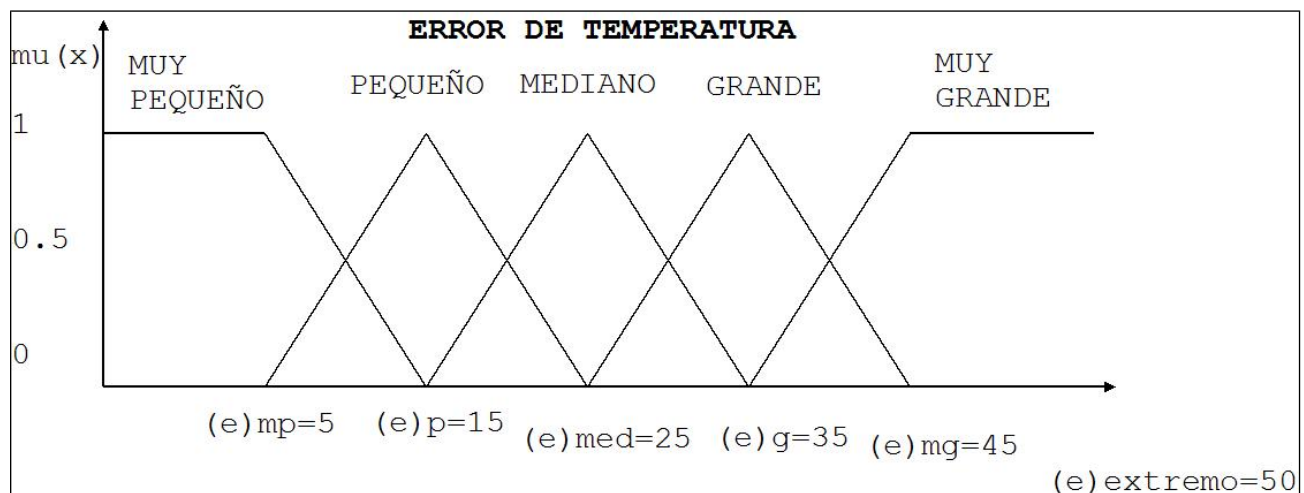
- Identificar las entradas y salidas del sistema

ENTRADAS: error de la temperatura y derivada de la temperatura
SALIDAS: retraso de tiempo alfa para el TRIAC

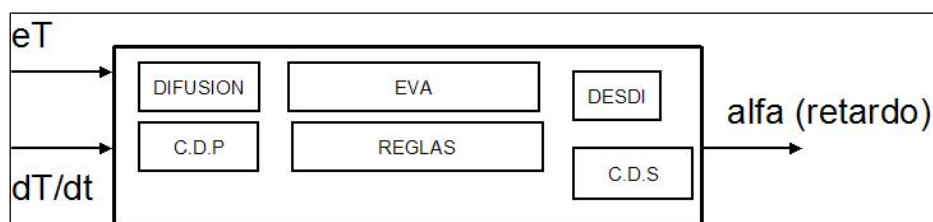
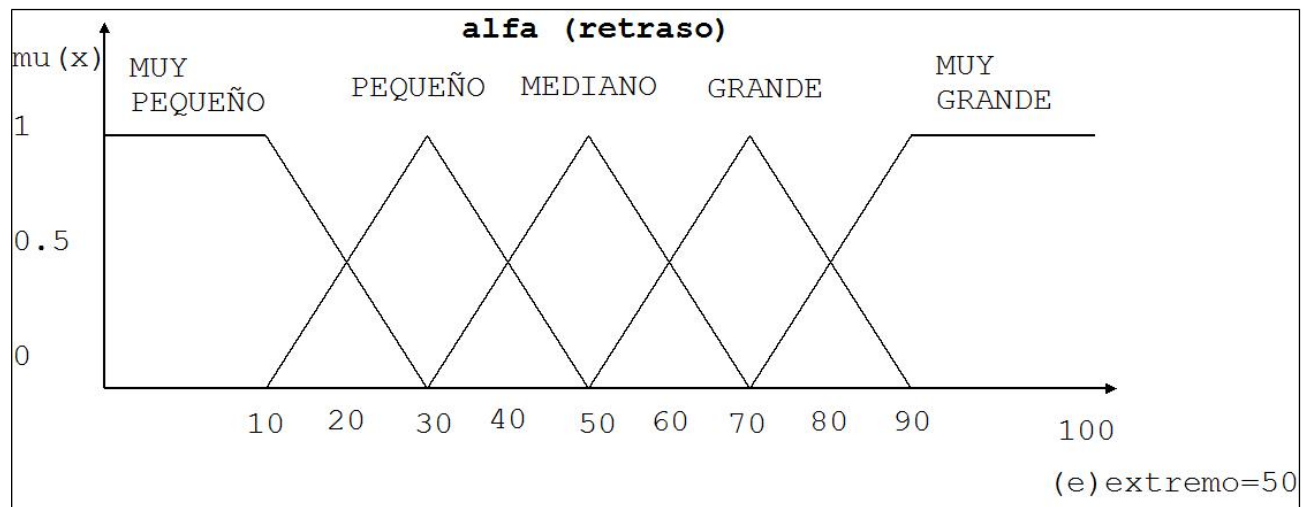
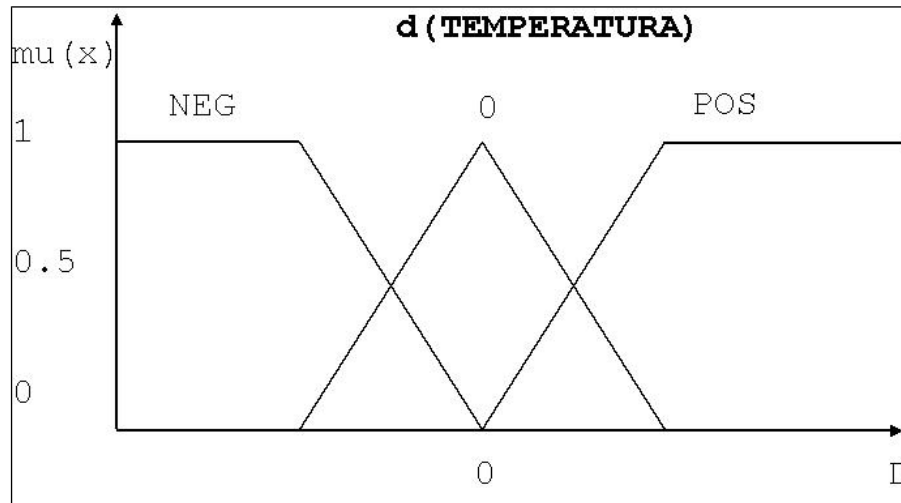
- Dividir el sistema o los universos del discurso

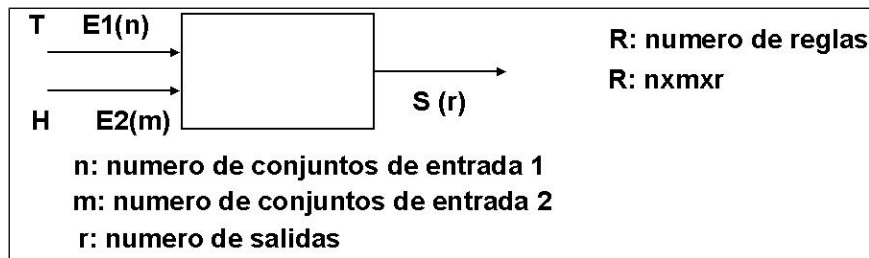
Para el error se considera muy pequeño, pequeño, mediano, grande, muy grande.
Para la derivada de la temperatura, puede ser positiva, negativa, o cero.
Para el retraso alfa, puede ser del 0 % al 100 %.

- Definir los conjuntos de entrada y salida



si suponemos una temperatura ambiente de T_{amb}
 $70 - t_{amb} = E(Valor)_{max}$ seria un error grande
 $E(Valor)_{max} - 5 = (E)_{mg}$
 $(E)_{mg} - 10 = (E)_m$
 $(E)_m - 10 = (E)_p$
 $(E)_p - 10 = (E)_{mp}$





n=5
m=3
r=1
R=5x3x1
R=15

- Escoger las reglas del sistema

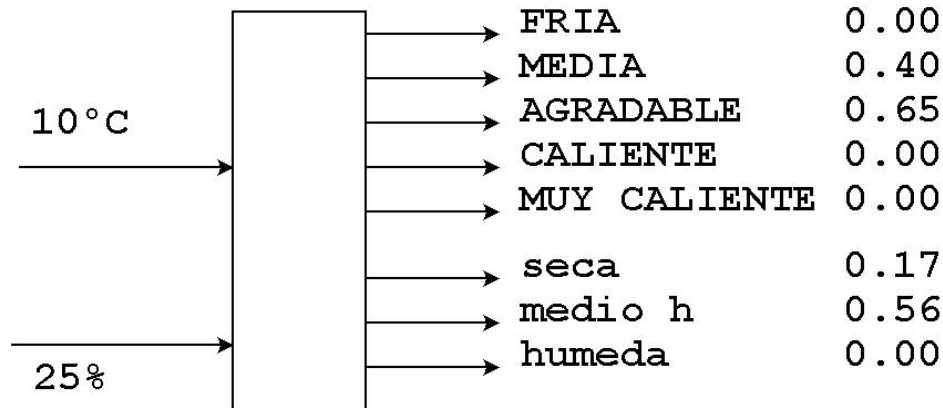
Reglas:

- | | |
|--|------------------------------|
| 1. IF <u>error de temp muy pequeño</u> AND derivada es <u>negativa</u> | THEN alfa <u>no existe</u> |
| 2. IF <u>error de temp muy pequeño</u> AND derivada es <u>cero</u> | THEN alfa |
| 3. IF <u>error de temp muy pequeño</u> AND derivada es <u>positiva</u> | THEN alfa <u>muy grande</u> |
| 4. IF <u>error de temp pequeño</u> AND derivada es <u>negativa</u> | THEN alfa <u>no existe</u> |
| 5. IF <u>error de temp pequeño</u> AND derivada es <u>cero</u> | THEN alfa |
| 6. IF <u>error de temp pequeño</u> AND derivada es <u>positivo</u> | THEN alfa <u>grande</u> |
| 7. IF <u>error de temp mediano</u> AND derivada es <u>negativa</u> | THEN alfa <u>no existe</u> |
| 8. IF <u>error de temp mediano</u> AND derivada es <u>cero</u> | THEN alfa |
| 9. IF <u>error de temp mediano</u> AND derivada es <u>positiva</u> | THEN alfa <u>mediano</u> |
| 10. IF <u>error de temp grande</u> AND derivada es <u>negativa</u> | THEN alfa <u>no existe</u> |
| 11. IF <u>error de temp grande</u> AND derivada es <u>cero</u> | THEN alfa |
| 12. IF <u>error de temp grande</u> AND derivada es <u>positiva</u> | THEN alfa <u>pequeño</u> |
| 13. IF <u>error de temp muy grande</u> AND derivada es <u>negativa</u> | THEN alfa <u>no existe</u> |
| 14. IF <u>error de temp muy grande</u> AND derivada es <u>cero</u> | THEN alfa |
| 15. IF <u>error de temp muy grande</u> AND derivada es <u>positiva</u> | THEN alfa <u>muy pequeño</u> |

(Error de temperatura)					
	MUY PEQUEÑO	PEQUEÑO	MEDIANO	GRANDE	MUY GRANDE
(derivada)					
NEGATIVO	Sin alfa	Sin alfa	Sin alfa	Sin alfa	Sin alfa
ZERO	Alfa muy grande				
POSITIVO	Alfa muy grande	Alfa grande	Alfa mediano	Alfa pequeño	Alfa muy pequeño

Difusión: proceso que convierte las entradas nítidas en entradas difusas

Siguiendo los dos valores puntuales de 14°C y 25% de humedad tenemos:



Evacuación de reglas:

IF temperatura <u>fria</u>	AND humedad es <u>seca</u>	THEN tiempo de riego <u>MEDIO</u>
IF temperatura <u>fria</u>	AND humedad es <u>medio h</u>	THEN tiempo de riego <u>CORTO</u>
IF temperatura <u>fria</u>	AND humedad es <u>humedo</u>	THEN tiempo de riego <u>CORTO</u>
IF temperatura <u>media</u>	AND humedad es <u>seca</u>	THEN tiempo de riego <u>GRANDE</u>
IF temperatura <u>media</u>	AND humedad es <u>medio h</u>	THEN tiempo de riego <u>MEDIO</u>
IF temperatura <u>media</u>	AND humedad es <u>humedo</u>	THEN tiempo de riego <u>CORTO</u>
IF temperatura <u>agradable</u>	AND humedad es <u>seca</u>	THEN tiempo de riego <u>GRANDE</u>
IF temperatura <u>agradable</u>	AND humedad es <u>medio h</u>	THEN tiempo de riego <u>MEDIO</u>
IF temperatura <u>agradable</u>	AND humedad es <u>humedo</u>	THEN tiempo de riego <u>CORTO</u>
IF temperatura <u>caliente</u>	AND humedad es <u>seca</u>	THEN tiempo de riego <u>GRANDE</u>
IF temperatura <u>caliente</u>	AND humedad es <u>medio h</u>	THEN tiempo de riego <u>CORTO</u>
IF temperatura <u>caliente</u>	AND humedad es <u>humedo</u>	THEN tiempo de riego <u>CORTO</u>
IF temperatura <u>muy caliente</u>	AND humedad es <u>seca</u>	THEN tiempo de riego <u>CORTO</u>
IF temperatura <u>muy caliente</u>	AND humedad es <u>medio h</u>	THEN tiempo de riego <u>CORTO</u>
IF temperatura <u>muy caliente</u>	AND humedad es <u>humedo</u>	THEN tiempo de riego <u>CORTO</u>

DESDIFUSION

T. de riego

CORTO: MAX[(0), (0); (0), ();(0), ();]

