Ecuaciones para diapositivas

César Lévano

October 13, 2024

Contents

1 Resumen

En este informe se muestran los resultados al analizar el campo magnético generado por dos bobinas de Helmholtz. Además usando el valor del factor de calibración de las bobinas de Helmholtz y el cambio en la inclinación de la aguja de una brújula al ser sometida a un campo magnético se calculó la componente horizontal del campo magnético de la Tierra.

2 Introducción

Se sabe que mediante la ecuación de Biot-Savart se puede hallar el valor del campo magnético generado por una corriente no dependiente del tiempo.

$$\vec{H} = \nabla \times \vec{J} \tag{2.1}$$

Para el caso de una espira circular, usando la forma integral de la ley de Biot-Savart, se obtiene

$$\vec{H} = \frac{I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times \vec{\rho}}{\rho^3} \tag{2.2}$$

De la figura se observa que

$$\vec{\rho} = -R\vec{e}_r + z\vec{e}_k \qquad d\vec{l} = Rd\theta\vec{e}_\theta \tag{2.3}$$

en coordenadas cilíndricas
Ya que dl y ρ son perpendiculares se obtiene

$$\begin{aligned}\vec{H} &= \frac{I}{4\pi}\left[\int (-\vec{e}_\theta \times \vec{e}_r)\frac{R^2}{(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}d\theta + \int (\vec{e}_\theta \times \vec{e}_k)\frac{zR}{(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}d\theta\right] \\ &= \frac{I}{4\pi}\left[\vec{e}_k \int \frac{R^2}{(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}d\theta + \int \vec{e}_r \frac{zR}{(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}d\theta\right]\end{aligned} \tag{2.4}$$

Debido a la simetría la segunda componente de (2.4) se anula. Así

$$\vec{H} = \frac{I}{4\pi}\vec{e}_k \int \frac{R^2}{(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}d\theta = \frac{I}{2}\frac{R^2}{(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} \tag{2.5}$$

Asumiendo que el medio es el vacío o que la permitividad magnética es similar a μ_0

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} \tag{2.6}$$

De (2.5) y (2.6) se tiene para una bobina conformada por N espiras

$$\vec{B} = \frac{NI\mu_0}{2R}\frac{1}{\left(1+\left(\frac{z}{R}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}\vec{e}_k \tag{2.7}$$

Si se colocan dos bobinas paralelas tal que el eje z pasa a través de los centros de ambas cortando de forma perpendicular a los planos de estas, se obtiene

$$B = \frac{\mu_0 IN}{2R}\left[\frac{1}{\left(1+\left(\frac{z+\alpha/2}{R}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{\left(1+\left(\frac{z-\alpha/2}{R}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right] \tag{2.8}$$

donde el centro de una de las bobinas se encuentra en $z = \alpha/2$ y el otro en $z = -\alpha/2$
Entonces para $\alpha = R$ y $z = 0$ en el eje z

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 IN}{(\frac{5}{4})^{\frac{3}{2}} R} \vec{e}_k \tag{2.9}$$

Por lo que

$$B = KI \tag{2.10}$$

Esta es la ecuación de calibración y K es llamado factor de calibración.

Si se coloca un magnetómetro en horizontal entre las bobinas de Helmtholtz con la aguja de este apuntando hacia el norte magnético y en el paralelo al plano de las bobinas, cuando se genera el campo magnético debido a las bobinas de Helmtholtz la aguja dentro de este se girará.

Si ${}^hB_E$ es la componente horizontal del campo magnético terrestre, Φ es la desviación de la aguja cuando el campo magnético generado por las bobinas es mucho mayor que ${}^hB_E$ y α es la desviación de la aguja respecto del norte magnético. De la figura 2 se obtiene

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \phi - \alpha} = \frac{{}^hB_H}{{}^hB_E} \tag{2.11}$$

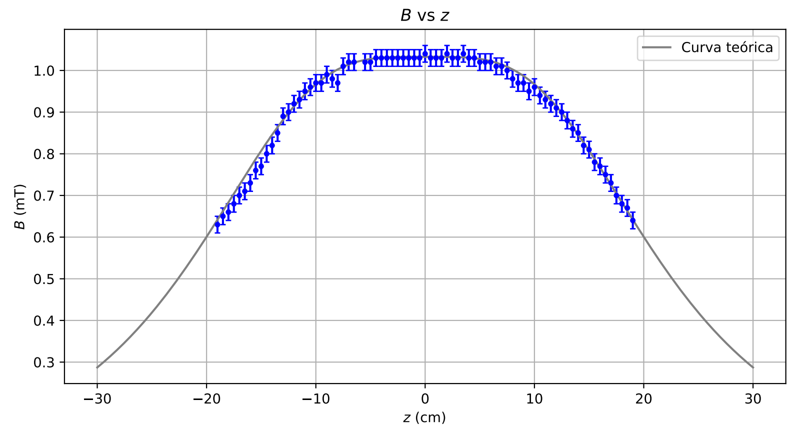
De la calibración se tiene ${}^hB_H = IK$, entonces

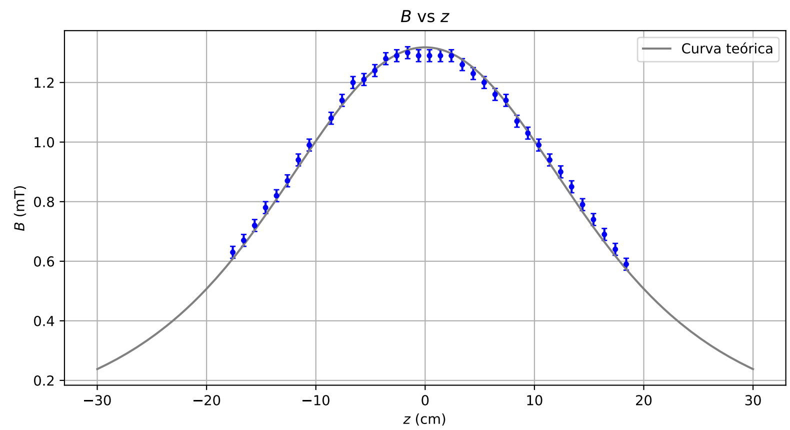
$${}^hB_E \left(\frac{\sin \alpha}{\sin \phi - \alpha} \right) = IK \tag{2.12}$$

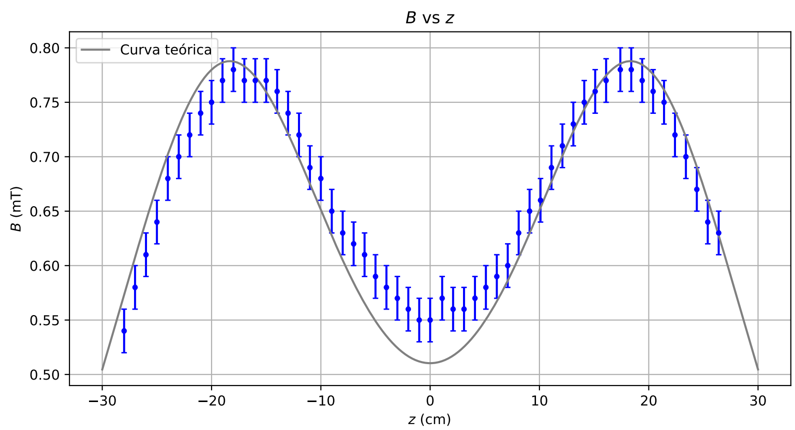
Si luego el magnetómetro se coloca en vertical la inclinación de la aguja se debe a la relación entre los módulos de las componentes horizontales y verticales del campo magnético terrestre, como se muestra en la Figura 3. Entonces se cumple que

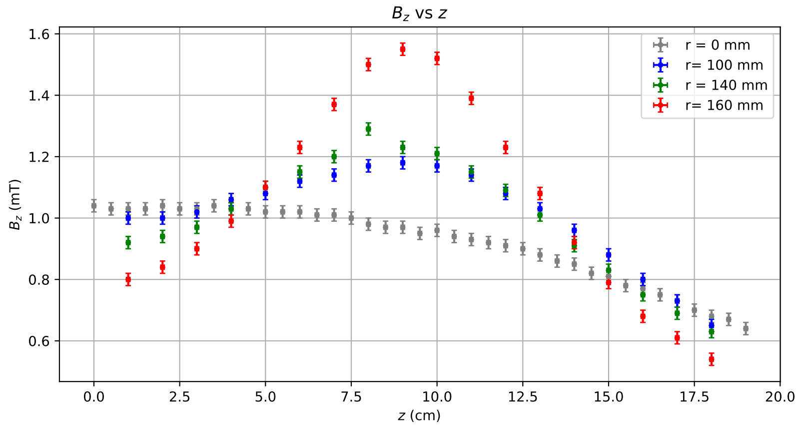
$$B_E =^h B_E \sqrt{\tan^2 \vartheta + 1} \tag{2.13}$$

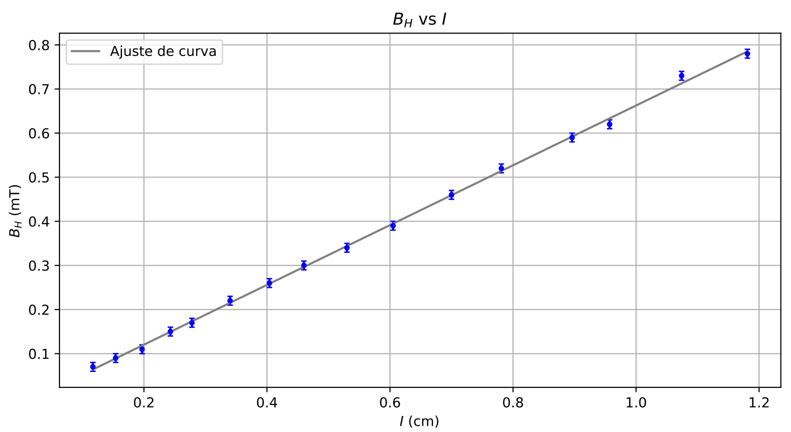
Luego se obtienen las gráficas

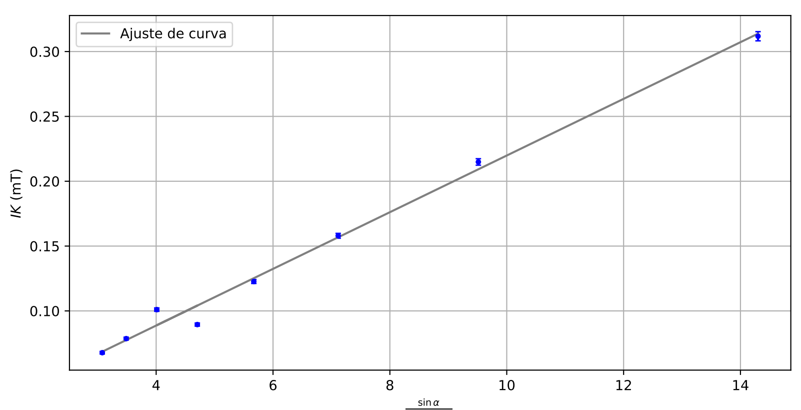

B vs z
Curva teórica
B (mT)
z (cm)

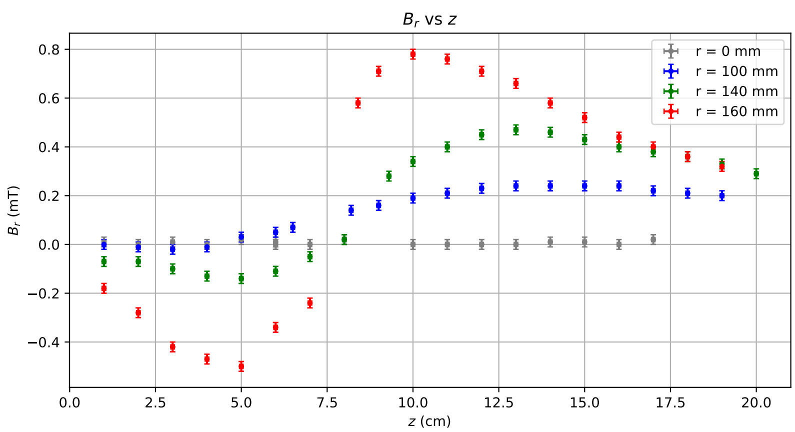

B vs z
Curva teórica
B (mT)
z (cm)


B vs z
Curva teórica
B (mT)
z (cm)


B_z vs z
r = 0 mm
r= 100 mm
r = 140 mm
r= 160 mm
B_z (mT)
z (cm)


B_H vs I
Ajuste de curva
B_H (mT)
I (cm)


Ajuste de curva
IK (mT)
$\frac{\sin\alpha}{\sin(\Phi-\alpha)}$



B_r vs z
r = 0 mm
r = 100 mm
r = 140 mm
r = 160 mm
B_r (mT)
z (cm)
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
−0.2
−0.4
0.0
2.5
5.0
7.5
10.0
12.5
15.0
17.5
20.0