

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA



Simetrías del Hamiltoniano de Dirac en el Grafeno

INFORME

Estudiante:

Claudio César Lévano Apari

Asesor:

Prof. Dr. Daniel Eduardo Soto Barrientos

Octubre 2024

Agradecimientos

Resumen

En este trabajo nos dedicaremos a desarrollar el fundamento teórico necesario para entender la detección de las ondas gravitacionales predichas por la teoría de la relatividad general hace ... y realizada satisfactoriamente por el experimento LIGO en el 2016.

Tal fundamento será desarrollado a partir de la obtención de las ecuaciones de Einstein, las cuales nos otorgarán el conocimiento entre las relaciones de la geometría del espacio-tiempo con la materia presente en este.

...

Índice general

Resumen	III
1. Introducción	1
1.1. Gravitación de Newton vs. gravitación de Einstein	1
1.2. Sobre la teoría de la Relatividad General	2
1.3. Ondas Gravitacionales	3
1.4. Experimento LIGO	3
2. Ecuaciones de Einstein	5
2.1. Principios Fundamentales	5
3. Conclusiones y Perspectivas	6
A. Geometría del Espacio-Tiempo	8
A.1. Ideas Generales	8
B. Teoría clásica de campos	9
B.1. Ideas Generales	9
Bibliografía	10

Capítulo 1

Introducción

1.1. Gravitación de Newton vs. gravitación de Einstein

Es de importancia resaltar la figura que Sir Isaac Newton representó para el desarrollo de la física teórica y en particular del conocimiento de la mecánica celeste. Pues, “*antes de Newton no existía un sistema completo de causalidad física, capaz de representar cualquiera de las características del mundo empírico*” [1].

Con el objetivo de responder si ¿existe alguna regla simple por la que sea posible calcular por completo los movimientos de los cuerpos celestes en nuestro sistema planetario, si se conoce, en un determinado momento, su estado dinámico?; Newton, que contaba con las leyes empíricas de Kepler referida al movimiento de los planetas, entendió que necesitaba leyes diferenciales, y no integrales, para establecer la causalidad del mundo físico; además al estudiar la gravitación mediante aquellas, llegó a descubrir que las fuerzas motrices que actúan sobre los astros y la gravedad son de igual naturaleza. Por ello estableció que la combinación entre *ley de movimiento*

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{F}, \quad (1.1)$$

y *ley de atracción*

$$\vec{F} = -\frac{GMm}{|\vec{r}|^2} \hat{r}, \quad (1.2)$$

nos permiten el cálculo completo de estados pasados y futuros de un sistema, a partir de su estado en un momento en particular, en la medida en que los hechos se produzcan bajo la influencia única de la fuerza de la gravedad.

Con esta construcción intelectual, Newton logró explicar satisfactoriamente los movimientos de los planetas, lunas y cometas hasta en sus menores detalles, así como las mareas y el movimiento de la Tierra que origina la precesión de los equinoccios. Por ello, a casi un poco más de un siglo después que Newton publicara su teoría en el libro *Principia Mathematica*, la comunidad científica rechazó el resultado obtenido por Le Verrier, en 1845, sobre una pequeña discrepancia en la velocidad de precesión del perihelio de Mercurio comparado con la teoría de Newton [2].

Es así que este resultado empírico, como el éxito de la teoría del campo electromagnético de Maxwell-Lorentz, el cual explicaba que las interacciones eléctricas y magnéticas se transmitían mediante una velocidad finita a través del espacio, llevó a revisar los principios fundamentales de la teoría de Newton encontrándose 3 debilidades: (1) El uso de un espacio absoluto y un tiempo absoluto, (2) La introducción de fuerzas que actúan en forma instantánea a distancia para representar los efectos de la interacción gravitatoria y (3) La igualdad no argumentada de la masa gravitacional y la masa inercial de la ecuación de movimiento. Tales debilidades fueron las ideas fundamentales que sirvieron de análisis preliminar para la formulación de la teoría de la relatividad de Einstein. Siendo la teoría de la relatividad especial que analiza los dos primeros problemas de la teoría de Newton. Y la teoría de la relatividad general la que encuentra un profundo significado en la igualdad del tercer problema. Esta última brinda el mismo valor otorgado para la precesión de Mercurio dada por Le Verrier, pasando a reemplazar la teoría de la gravedad de Newton. La cual, desde el punto de vista cuantitativo, es modificada en forma mínima, pero desde el punto de vista cualitativo, en cambio, es modificada profundamente.

1.2. Sobre la teoría de la Relatividad General

En 1905, A. Einstein presentó el primer artículo de la teoría de la relatividad especial, *On the electrodynamics of moving bodies* [3], en el cual establecía a nivel de principio la equivalencia de los sistemas de referencia inerciales para la formulación de las leyes de la naturaleza. Este establecía que solo son admisibles como expresión de tales leyes, las ecuaciones que no alteran su forma al cambiar las coordenadas usando una transformación lineal especial: la transformación de Lorentz. A partir de este trabajo, resultó de manera natural la pregunta si los sistemas de referencia acelerados, respecto a un sistema de referencia inercial, podían ser considerados equivalentes para la formulación de las leyes naturales. Tal generalización, como Einstein señaló en un artículo donde trataba de establecer bajo la relatividad especial la ecuación del campo gravitatorio [4], debía estar basada en la equivalencia de la masa inercial y la gravitatoria.

Esta afirmación, elevada como principio es conocida como *principio de equivalencia*. El cual, establece que en un campo gravitatorio homogéneo todos los movimientos referidos a un sistema de coordenadas uniformemente acelerado por el campo son equivalentes a los movimientos que se efectúan en ausencia de campo gravitatorio, es decir un sistema de referencia inercial. Por lo tanto, es requerido admitir transformaciones para sistemas acelerados, los cuales dejarán de ser lineales en las cuatro coordenadas del espacio-tiempo. La matemática sugiere una respuesta que se basa en las investigaciones fundamentales de Gauss y Riemann, tales transformaciones deben ser todas las transformaciones de coordenadas continuas.

Si convertimos en principio la equivalencia de todos los sistemas de coordenadas para la formulación de leyes naturales, afirmación conocida *principio de covariancia*, llegaremos a la teoría de la relatividad general, a condición de que consideremos que la ley de constancia de la rapidez de la luz en el vacío es inamovible, dicho en otras palabras, que la métrica de Minkowski que se debe mantener al menos para porciones infinitamente pequeñas del espacio-tiempo. Sin embargo, para regiones finitas del espacio tiempo la métrica que se

considerará será una métrica riemanniana, cuyas componentes representan funciones del espacio-tiempo. Luego, visto el tensor métrico como un campo, se alcanzó sobre bases físicas al convencimiento de que el campo métrico era al mismo tiempo el campo gravitatorio. Así, el problema de la gravitación se vio reducido a un problema matemático: se requería hallar las ecuaciones fundamentales más simples que fueran covariantes con respecto a una transformación arbitraria y continua de coordenadas.

1.3. Ondas Gravitacionales

1.4. Experimento LIGO

...

Capítulo 2

Ecuaciones de Einstein

...

2.1. Principios Fundamentales

Capítulo 3

Conclusiones y Perspectivas

Como hemos podido apreciar

Este estudio nos permite tener las siguientes perspectivas:

Apéndice A

Geometría del Espacio-Tiempo

A.1. Ideas Generales

Cuando ..

Apéndice B

Teoría clásica de campos

B.1. Ideas Generales

Considerar ...

Bibliografía

- [1] A. EINSTEIN. *Textos recogidos de Sobre la teoría de la relatividad y otras aportaciones científicas, Mis ideas y opiniones*. Sarpe, Madrid. Traducción de José M. Álvarez Flores y Ana Goldar. (1985)
- [2] JAMES D. WELLS. *Effective Theories in Physics. From Planetary Orbits to Elementary Particle Masses*. Springer. (2012)
- [3] A. EINSTEIN. *Zur elektrodynamik bewegter körper*. Annalen der physik, 322(10), 891-921. (1905)
- [4] A. EINSTEIN. *On the relativity principle and the conclusions drawn from it*. Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik, 4, 411-462. (1907)
- [5] R. D'INVERNO. *Introducing Einstein's relativity*. Oxford University Press Inc. N.Y., EE.UU. (1992)
- [6] A. BARUT. *Electrodynamics and Classical Theory of Fields and Particles*. Dover Publications, Inc. N.Y., EE.UU. (1980)