УДК 004.67

**АЛГОРИТМ ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ ПРОЦЕССОВ В РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЕ ИМИТАЦИИ**

Д.В. Пантюхов

В статье анализируются консервативный и оптимистический алгоритмы синхронизации, рассматривается подход к выбору оптимального алгоритма синхронизации локальных процессов в ходе моделирования посредством анализа их характеристик и переключения типа алгоритма синхронизации на оптимальный в зависимости от типа процесса. Предложен алгоритм анализа характеристик локальных процессов и алгоритм переключения алгоритма синхронизации на оптимальный.

Ключевые слова: имитационное моделирование, локальный процесс, модельное время, алгоритм синхронизации, консервативный алгоритм, оптимистический алгоритм.

**THE QUESTION SIMULATION OF RANDOM TIMING OF THE EVENTS IN THE TASK NETWORK PLANNING AND MANAGEMENT PROJECTS CARRIED OUT COLLECTIVE AUTONOMOUS PERFORMERS**

M.A. Kutsakin

*The article deals with an approach to modeling collective behavior is completely autonomous information systems in the process of network planning and management of the joint execution of a linear sequence of works. The approaches to the formation of the characteristics of the stochastic network model. For each approach presents the results of calculations of the probability density distribution of interim assessments of the events within the network schedule presented Gantt chart.*

*Keywords: fully autonomous information systems, collective behavior, network planning and management, stochastic network model, beta distribution.*

**Введение**

В настоящее время в ряде предметных областей и создаваемых в их интересах сложных гетерогенных информационных систем, существует проблема согласования действий, входящих в них производных информационных подсистем, являющихся полностью автономными (не имеющими каналов взаимодействия с другими компонентами гетерогенной информационной системы). Примерами подобных гетерогенных информационных систем являются автономные системы, развертываемые в ходе комплексных выездных операций в интересах охранных мероприятий или чрезвычайных ситуаций.

Особо актуальной проблема согласования действий проявляется в процессе сетевого планирования и управления (СПУ) действий таких систем, в рамках которого каждая из них выполняет одну из линейной последовательности работ общего сетевого графика, представленного, например, диаграммой Гантта [1]. При этом каждая автономная система использует собственную локальную копию общего сетевого графика.

Особенностью СПУ действий автономных систем является отсутствие в их локальных копиях общего сетевого графика информации о задержках (опережениях) подмножества предшествующих работ. Аналогично, при возникновении задержки (опережения) подмножества собственных работ, автономная система не может передать информацию о ней автономным системам, реализующим последующие этапы общего сетевого графика, что существенно затрудняет принятие решение о перераспределении времени или прекращении подмножества собственных работ. В теории СПУ отсутствие подобной согласованности действий называется коллизия.

Проведенное исследование показало, что существующие методы СПУ, такие как *PERT* [2] и его модификации, не имеют механизмов управления согласованием копии общего сетевого графика в условиях автономного функционирования реализующих его систем.

Одним из способов решения подобной проблемы является применение методов децентрализованного управления, обеспечивающих функционирование автономных систем в виде коллектива. В этом случае каждая автономная система, являясь участником коллектива, выполняет модификацию локальной копии общего сетевого графика для формирования множества реализаций (ансамбля) локальных сетевых графиков, соответствующих различным вариантам коллизий, и, в зависимости от результатов наблюдений за реальным выполнением этапов (задержка (опережение)) общего сетевого графика предшествующей автономной системой выбирает реализацию локального сетевого графика, наиболее близко соответствующую текущей ситуации.

Поскольку подобный процесс имеет случайный характер, для формирования ансамбля локальных сетевых графиков целесообразно применять стохастические сетевые модели [2]. Очевидно, что при этом важной задачей является выбор такой характеристики стохастической сетевой модели, как закон распределения вероятностей времени наступления событий, отражающий выполнение этапов сетевого графика, а также методов расчета плотности распределения этих вероятностей.

В статье рассматриваются подходы к формированию стохастической сетевой модели, используемой коллективом автономных систем в условиях совместного использования единого сетевого графика, и в ее рамках обосновывается выбор закона распределения вероятностей времени наступления событий.

Целью моделирования является проверка гипотезы о возможности получения на каждом этапе реализации общего сетевого графика автономными системами – участниками коллектива, реализаций локального сетевого графика с близкими характеристиками, позволяющими сократить коллизии, возникающие в ходе СПУ.

**Объект исследования**

Объектом исследования является система СПУ, объектом управления которой является сетевой график, построенный в виде диаграммы Гантта (рисунок 1).

Значения времени начала/окончания работ *t*н в рамках сетевого графика именуются событиями. Наступление события, обозначающее завершение предыдущей работы, задается до начала выполнения согласно планирующим документам. При этом вводится условие, при котором самым поздним сроком завершения каждой работы является заранее заданное значение окончания последующей работы. В противном случае последующая работа не выполняется.

Когда сроки реализации этапов сетевого графика соблюдаются, то в функционирование коллектива автономных систем происходит без коллизий. Однако в случае задержки (опережения) выполнения подмножества работ возникают коллизии, заключающиеся в несогласованности запланированных и реальных значений времени наступления событий сетевого графика.

При выполнении моделирования были введены следующие допущения: реализация сетевого графика выполняется методом «эстафеты», когда выполнение каждой последующей работы не может начаться, пока не завершены все предшествующие ей работы; сроки наступления событий – случайные величины; анализ сетевой модели выполняется на основе метода *PERT*.

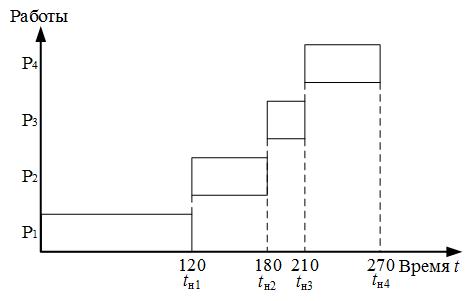


Рисунок 1. Рассматриваемый сетевой график в виде диаграммы Гантта

**Существующие подходы к моделированию временных характеристик стохастической сетевой модели**

Известные способы определения временных характеристик стохастических сетей базируются на следующих методах [3]: метод усреднения и группа аналитических методов. Идея метода усреднения заключается в том, что случайное время завершения каждой из работ заменяется его математическим ожиданием (модой), после чего осуществляется переход к анализу полученной детерминированной сети.

Аналитические методы предложены для построения улучшенных оценок средних сроков наступления событий, а также для получения распределения вероятностей наступления событий или для получения оценок ряда моментов их распределений. В [4-6] рассматриваются модификации обобщенной методики вычисления оценок наступления событий для математического ожидания, дисперсии, и моментов более высокого порядка.

В дальнейшем, в качестве методологической базы используется метод усреднения, поскольку, согласно исходным условиям, заданы запланированные сроки окончания работ, которые и будут приняты как средние значения.

Выбор закона распределения значений времени окончания работ основан на следующем предположении: события подчинены принятому для исследуемой системы закону распределения и тип распределения является одним и тем же для всех событий. Параметры распределения задаются для каждого события их ответственными исполнителями на основе нормативных документов [2]. В рассматриваемом объекте таким параметром является запланированные значения времени наступления каждого из событий.

Практически во всех системах СПУ априорно принимается, что плотность распределения временных оценок наступления событий обладает тремя свойствами: непрерывностью; унимодальностью; двумя неотрицательными точками пересечения этой плотности с осью абсцисс [2, 7].

Простейшим распределением с подобными свойствами является бета-распределение [2,7], которое характеризуется тем, что помимо наличия большого количества случайных факторов, каждый из которых в отдельности оказывает пренебрежимо малое влияние, также имеется небольшое количество факторов, влияние которых значительно. В результате воздействия таких существенных факторов распределение вероятностей обычно становится асимметричным. Именно такого рода обстоятельство имеет место при реализации подавляющего большинства входящих в сетевой проект работ, что позволяет выбрать бета-распределение в качестве закона распределения, используемого при моделировании.

Классический подход, использующий для моделирования бета-распределение, заключается в представлении его плотности выражением 1:

, (1)

где  – бета-функция, имеющая вид:

, (2)

– гамма-функция, определяемая по формуле:

, (3)

причем для целых значений *z*, гамма-функция имеет вид:

, (4)

а (*p* – 1) и (*q* – 1) – свободные параметры плотности бета-распределения.

Для удобства в дальнейшем будем обозначать   
*p* – 1 = α и *q* – 1 = β.

Взятый в качестве основы для анализ сетевой модели метод *PERT* является развитием этого классического подхода с учетом следующих допущений:

1. Наступление события, заключающегося в завершении работы (*i*, *j*),  
   *t* (*i, j*) – есть случайная величина, распределенная по закону бета-распределения на отрезке [*a, b*] с плотностью:

, (5)

где α и β – свободные параметры плотности бета-распределения; *a, b* – соответственно оптимистическое и пессимистическое время наступления рассматриваемого события, коэффициент *C* рассчитывается по формуле:

,

где Г(α+β+2), Г(α+1) и Г(β+1) – гамма-функции, определяемые выражением (3).

1. Параметры закона распределения  – математическое ожидание   
   *М* (*i*, *j*) и дисперсия *σ*2(*i*, *j*) – определяются по формулам:

, (6)

, (7)

где *aij*, *bij* и *mij* – соответственно оптимистическая, пессимистическая и наиболее вероятная (мода) [8] оценки, задаваемые ответственными исполнителями работы (*i*, *j*).

Эта вероятностная модель подвергается критике [3] за необходимость определения требования к исполнителям работ задавать три временные оценки. При этом, из-за отсутствия достаточной статистики, особую сложность вызывает задание моды распределения. Для преодоления этого недостатка был разработан ряд модификаций этой модели [2, 7].

Так в работе [2] предлагается обоснование целесообразности выбора бета-распределения, приводящее к формуле бета-распределения с плотностью:

, (8)

в которой α, β *­–* свободные параметры; *a*, *b* – отрезок, задающий возможные значения случайной величины *t* времени наступления события; а *B* (α, β) есть функция Эйлера:

. (9)

Кроме того, в ряде работ [2-7] показано, что в качестве закона распределения временных оценок наступления событий возможно использовать гамма-распределение, но с тремя оценками, рассматривая формулу плотности для бета-распределения в запланированном заранее интервале времени от оптимистичного до пессимистичного срока наступления события. Выражение (10) определяет плотность распределения временных оценок наступления событий согласно гамма-распределению:

, (10)

где *B* и α – *const*, *T* – величина, показывающая с какой задержкой по времени случилось рассматриваемое событие, Г(α) – гамма-функция.

У представленных перечисленных подходов имеется один общий недостаток: необходимость задания отрезка [*a, b*], а также подбор свободных параметров α и β, что в целом является нетривиальной задачей.

В работах [9, 10] предложен подход, позволяющий выбрать распределение с плотностью, зависящей только от параметров *a* и *b*, задающих соответственно пессимистическое и оптимистическое значение времени окончания работы. Подобный подход стал возможен благодаря тому, что было введено ограничение, заключавшееся в том, что параметры α и β от работы к работе являются неизменными. развитием этого подходя является выбор закона распределения с плотностью, определяемой выражением 11 [2]:

, (11)

где *С* – константа, определяемая из условия:

. (12)

При этом окончательное выражение для плотности распределения в интервале от *a* до *b* имеет вид:

. (13)

Распределение (13) относится к классу бета-распределений со следующими параметрами:

- математическое ожидание:  (14);

- мода распределения:  (15);

дисперсия:  (16).

В работе [2] доказано, что приведенное распределение (13) удовлетворяет требованиям непрерывности, унимодальности и наличию двух неотрицательных точек пересечения с осью абсцисс. Основным преимуществом перед другими рассмотренными подходами является значительное сокращение необходимой для планирования информации, что актуально для рассматриваемого коллектива автономных систем.

Условимся, что запланированные согласно нормативным документам значения времени окончания работ (рисунок 1) являются значениями соответствующих мод: *mn* = *t*н. Учитывая допущение о том, что самый поздний (пессимистичный) срок *bn* завершения любой из работ ограничен заданным значением срока *tn*+1 завершения последующей работы и, применяя выражение (15), сможем найти оптимистический срок *an*:

. (17)

Тогда используя формулу (13) плотности распределения получим следующие результаты, показанные на рисунке 2.

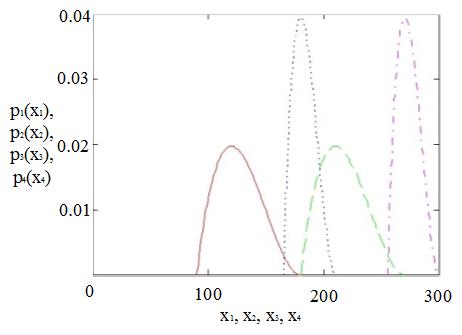


Рисунок 2. Полученный вид функций плотности бета-распределения

Функция распределения случайных значений времени окончания работ сетевого графика (рисунок 1) представлена выражением (18):

. (18)

Полученные результаты и вид функций распределения исследуемой случайной величины показаны на рисунке 3.

Результаты, полученные при моделировании с использованием других рассмотренных подходов, отражены в работе [11].

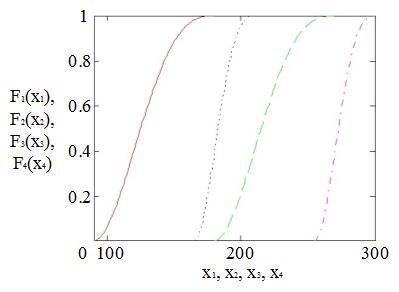


Рисунок 3. Полученный вид функций бета-распределения

Так как объект исследования подвержен воздействию случайных факторов, влияющих на запланированные значения времени окончания каждой из взаимосвязанных работ, то для того, чтобы последующие работы учитывали случайные изменения времени окончания текущей работы, к их модам будет добавляться случайная величина *zn*, обозначающая насколько позже (раньше) закончилась текущая работа относительно запланированного срока. Тогда мода следующей после текущей работы примет значение:

**, (19)

где *n* – номер текущей работы, а мода *mn* + 2 будет учитывать и случайный сдвиг *zn*, и случайный сдвиг *zn* + 1. При этом все расчеты оптимистичных сроков завершения работ будут вестись относительно нового значения.

Для рассматриваемого примера (рисунок 1) при случайном сдвиге на 10 единиц времени вправо по оси абсцисс первой работы, перерасчета мод выбранного распределения и значений оптимистичного и пессимистичного сроков свершения последующих трех работ, получили результаты, показанные на рисунке 4.

При случайном сдвиге на 10 единиц времени вправо по оси абсцисс первой и второй работы, перерасчета мод выбранного распределения и значений оптимистичного и пессимистичного сроков свершения третьей и четвертой работы, получили результаты, показанные на рисунке 5.

При случайном сдвиге на 10 единиц времени вправо по оси абсцисс первой и второй работы, а также при наличии случайной задержки третьей работы на 20 единиц относительно запланированных изначально сроков, получили результаты, показанные на рисунке 6. Из рисунка предположителен вывод о том, что исполнители третьей и четвертой работы в ходе выполнения сетевого графика (рисунок 1) смогут понять, что для того, чтобы уложиться в рассчитанный пессимистичный срок выполнения всего сетевого графика (рисунок 1), четвертую работу из него, наиболее вероятно, необходимо будет исключить.

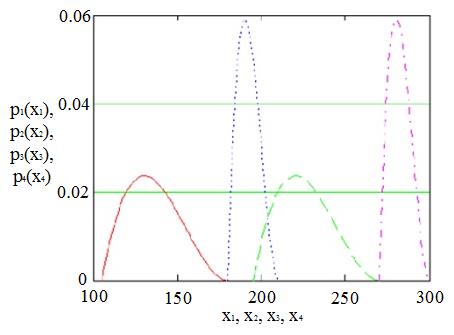


Рисунок 4. Полученные значения функции плотности бета-распределения при наличии случайной задержки первой работы на 10 единиц

Полученные результаты и вид функций распределения исследуемой случайной величины показаны с учетом задержки первых трех работ представлены на рисунке 7.

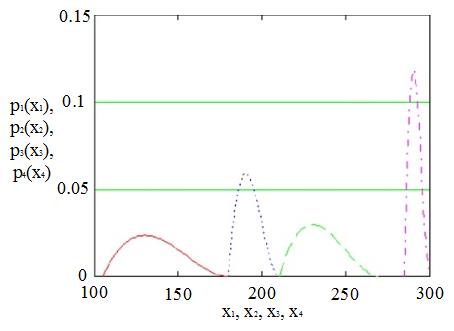


Рисунок 5. Полученные значения функции плотности бета-распределения при наличии случайной задержки первой и второй работы на 10 единиц

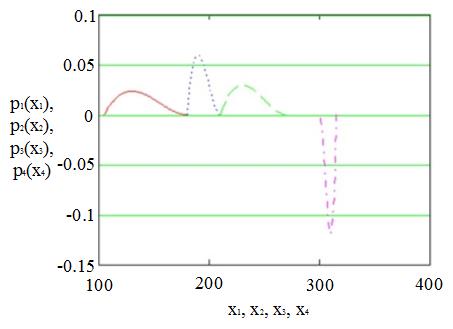


Рисунок 6. Полученные значения функции плотности бета-распределения при наличии случайной задержки первой и второй работы на 10 единиц, а третьей работы на 20 единиц

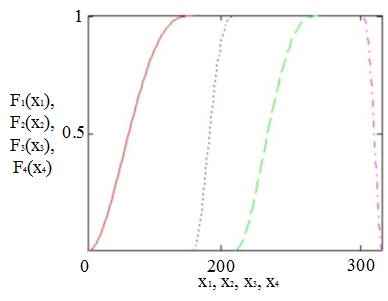


Рисунок 7. Полученный вид функций бета-распределения при наличии случайной задержки первой и второй работы на 10 единиц, а третьей работы на 20 единиц.

**Заключение**

Проведенное моделирование процесса СПУ коллективом автономных систем показало, что моды плотности распределения для каждого из рассматриваемых событий совпадают с запланированными сроками наступления событий сетевого графика (рисунок 1), что соответствует первоначальному виду сетевого графика без коллизий.

В качестве базового распределение обоснованно выбрано бета-распределение, имеющее два параметра: *m* и *b* – соответственно моды, совпадающие с нормативно заданными значениями времени окончания работ, и пессимистические значения времени окончания работ, входящих в проект сетевого графика. При этом значение случайной величины задержки (опережения) *zn* может оказать существенное влияние на выполнение всего сетевого графика, и при критических значениях исключить выполнение той или иной работы.

Таким образом, при исследовании и оценивании временных характеристик сетевого графика вида (рисунок 1), реализуемого коллективом автономных систем, предлагается использовать бета-распределение плотности вероятности временных оценок наступления событий. Разработанная модель позволила проверить гипотезу о возможности получения реализации локального сетевого графика, наиболее близко соответствующей текущей ситуации, с учетом случайного значения задержки (опережения) выполнения работ.

**Список использованных источников**

1. Peter W.G. Morris. The Management of Projects // Peter W.G. Morris, Thomas Telford / ISBN 0-7277-2593-9. – Google Print. – 1994. – 18 p.
2. Голенко Д.И. Статистические методы сетевого планирования и управления / Голенко Д.И. – Издательство «Наука». – Москва, 1968. – 401 с.
3. Алтаев В.Я., Бурков В.Н., Тейман А.И. Теория сетевого планирования и управления / Москва. – 1966. – С. 186-188.
4. Fulkerson D.R. Expected Critical Path Lengths in PERT Networks. Operat. Res., v.10, No. 6, 1962.
5. Clingen G.T. A Modification of Fulkerson’s PERT Algoritm. Operat. Res., v. 12, No. 1, 1961.
6. Clark C.F. The Greatest of a Finite Set of Random Variables. Operat. Res., v. 9, No. 1, 1961.
7. Голенко-Гинзбург Д.И. Стохастические сетевые модели планирования и управления разработками / Голенко-Гинзбург Д.И. – Издательство «Научная книга». – Воронеж, 2010. – 284 с.
8. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Вентцель Е.С. Высшая школа. 6 издание. – Москва, 1999. ­­– 575 с.
9. Голенко Д.И. Теоретико-вероятностные вопросы в сетевом планировании по времени / «Вычислительные системы». – № 11. – СО АН СССР. – Новосибирск. – 1964.
10. Голенко Д.И. Статистические методы в системах сетевого планирования и управления / «Сетевое планирование и управление». – «Экономика». – 1967.
11. Лебеденко Е.В., Дунаев В.А., Куцакин М.А. Интернет-журнал «Науковедение» Том 8, №3 (2016): [Электронный ресурс]. – Электрон. текст. дан. – Режим доступа: <http://naukovedenie.ru/PDF/107TVN316.pdf>. – Ид. номер 107TVN316.