

# Taller de Programación





Estructuras de Datos vistas: arreglos - listas

Concepto de Ordenación



#### **ARREGLOS - Características**



Un arreglo es una estructura de datos compuesta que permite acceder a cada componente por una variable índice.

Dicho índice da la posición del componente dentro de la estructura de datos.

La estructura arreglo se almacena en posiciones contiguas de memoria

#### **CARACTERISTICAS**

Homogénea

Estática

Acceso directo

Indexada

Lineal

Dimensión física

Dimensión lógica



#### **ARREGLOS - Características**

Type

elem elem elem

arreglo = array [rango] of tipo;

**OPERACIONES** 

Var
v:arreglo;

Cargar la estructura
Agregar un elemento
Insertar un elemento
Eliminar un elemento
Recorrer la estructura
Buscar un elemento
Ordenar la estructura



#### LISTAS - Características



Una lista es una estructura de datos lineal compuesta por nodos.

Cada nodo de la lista posee el dato que almacena la lista y la dirección del siguiente nodo.

Toda lista puede recorrerse a partir de su primer elemento.

Los elementos no necesariamente están en posiciones contiguas de memoria.

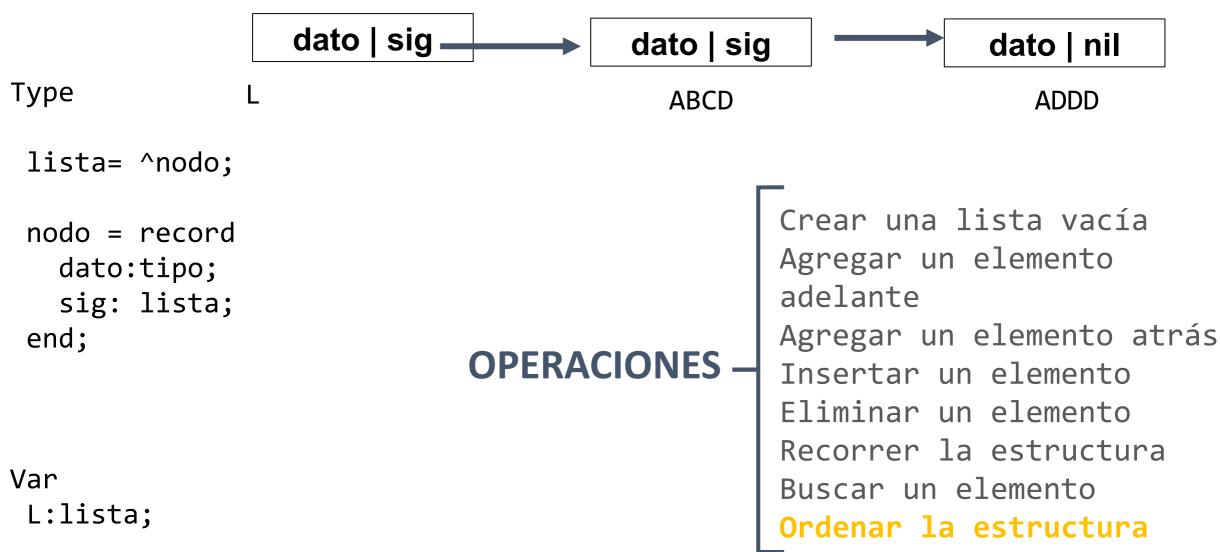
Para generar nuevos elementos en la lista, o eliminar alguno se deben utilizar las operaciones de new y dispose respectivamente.

#### **CARACTERISTICAS**

Homogénea
Dinámica
Acceso secuencial
Lineal



#### LISTAS - Características





#### ARREGLOS - Ordenación

Cuál sería el beneficio de tener una estructura ordenada?

23	1	100	4	
1	4	23	100	



Un algoritmo de ordenación es un proceso por el cual un conjunto de elementos puede ser ordenado.

Existe una gran variedad de algoritmos para ordenar vectores cada uno con características diferentes (facilidad de escritura, memoria utilizada, tiempo de ejecución)



#### ARREGLOS - Ordenación

ALGORITMO	ORDEN de EJECUCION
Selección	O(N <sup>2</sup> )
Intercambio	O(N <sup>2</sup> )
Inserción	O(N <sup>2</sup> )
Heapsort	O(N(log N))
Mergesort	O(N(log N))
Quicksort	O(N(log N))

No solo debe considerarse el tiempo de ejecución de los algoritmos.

#### También influye:

- la facilidad para la escritura del mismo.
- la cantidad de memoria utilizada.
- la complejidad de las estructuras auxiliaries que necesite
- que ocurre si los datos se encuentran ordenados, ordenados en orden inverso, o desordenados.

#### Selección Inserción



# Taller de Programación





Método de ordenación: selección



Dado un arreglo A y una dimensión lógica (dimL), el algoritmo consiste en buscar (hasta finalizar) en cada vuelta en que posición está ubicado el elemento mínimo y al finalizar la vuelta intercambiar el elemento mínimo con el primero que no ha sido ordenado.

Es decir, en la primera vuelta se busca en que posición esta ubicado el mínimo, esa búsqueda se realiza desde la primera posición hasta el final del arreglo (dimension lógica), luego se intercambia el elemento de la primera posición con el elemento ubicado en la posición que se encontró el mínimo.

En la segunda vuelta, se busca cual es la posición donde está ubicado el elemento mínimo, esa búsqueda se realiza a partir de la segunda posición (ya que el elemento de la primera posición ya fue ubicado como mínimo) y hasta el final del arreglo (dimension lógica), luego se intercambia el elemento de la segunda posición con el elemento ubicado en la posición que se encontró el mínimo.

El algoritmo repite (dimension lógica - 1) veces.



23 1 100 4 7

dimF = 6dimL= 5

#### **VUELTA 1**



23

1

100

4

7

mínimo = 1 pos= 2

Se intercambia el elemento de la posición 1 (23) con el de la posición 2 (1).

1

23

100

4

7



1 23 100 4 7

dimF = 6dimL = 5



1 |

23

100

4

7



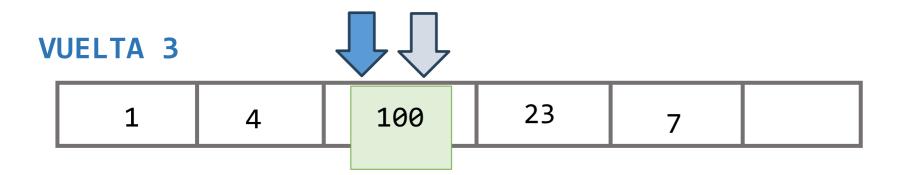
Se intercambia el elemento de la posición 2 (23) con el de la posición 4 (4).

1 4 100 23 7



1 4 100 23 7

dimF = 6dimL = 5





Se intercambia el elemento de la posición 3(100) con el de la posición 5 (7).

1 4 7 23 100





$$dimF = 6$$
  
 $dimL = 5$ 

#### **VUELTA 4**



	1	4	7		23	100	
--	---	---	---	--	----	-----	--



Se intercambia el elemento de la posición 4(23) con el de la posición 4 (23).

1 4 7 23 100



```
Program ordenar;
Const dimF = ... {máxima longitud del arreglo}
Type
      TipoElem = ... { tipo de datos del vector }
      Indice = 0.. dimF;
      Tvector = array [ 1..dimF] of TipoElem;
Var
  a:Tvector;
  dimL:integer;
Begin
  cargarVector (a, dimL);
  seleccion (a, dimL);
End.
```



```
Procedure selection ( var v: tVector; dimLog: indice );
var i, j, pos: indice; item : tipoElem;
begin
 for i:=1 to dimLog-1 do begin {busca el mínimo y guarda en pos la posición}
          pos := i;
          for j := i+1 to dimLog do
              if v[j] < v[pos] then pos:=j;
         {intercambia v[i] y v[p]}
         item := v[pos];
         v[ pos ] := v[ i ];
         v[ i ] := item;
      end;
end;
```



# QUE NECESITAMOS CONOCER?

Dimensión lógica del arreglo.

Posición donde va el elemento ordenado.

Posición desde la que vamos a buscar el mínimo.

Posición del elemento mínimo.

#### **CARACTERISTICAS**

Fácil de implementar.

El tiempo de ejecución es de orden N<sup>2</sup>.

Posición del elemento mínimo.



# Taller de Programación





#### Método de ordenación: inserción



Dado un arreglo A y una dimensión lógica (dimL), el algoritmo consiste en ordenar en cada vuelta un elemento a un subconjunto de elementos ya ordenados.

Es decir, en la primera vuelta se toma el subconjunto que contiene el primer elemento del arreglo y obviamente se considera ordenado.

En la segunda vuelta, se toma el segundo elemento del arreglo y se lo inserta de manera que quede ordenado con respecto al subconjunto que ya está ordenado (el primer elemento).

En la tercera vuelta, se toma el tercer elemento del arreglo y se lo inserta de manera que quede ordenado con respecto al subconjunto que ya está ordenado (el primer y segundo elemento).

En la k-ésima vuelta, se toma el k+1 elemento del arreglo y se lo inserta de manera que quede ordenado con respecto al subconjunto de k elementos que ya está ordenados.

En cada vuelta puede ser necesario realizar corrimientos para insertar de manera ordenada cada nuevo elelemnto.

Dado que en la primer vuelta se considera solo el primer elemento y por lo tanto no se debe realizar ningún ordenamiento, en realidad la primera vuelta del algoritmo comienza tomando los dos primeros elementos.

El algoritmo repite (dimension lógica - 1) veces.





**VUELTA 1** 



Tomo ele elemento ubicado en la posición 2 (3) y se compara desde la posición 1 hasta la 1 para ver en qué posición debe insertarse.



5 2 1 4 6

Debe insertarse en la posición 1



Se encuentra que el valor debe insertarse en la posición 1, por lo tanto, se realiza un corrimiento desde la posición 1 hasta la 2 para "hacer" lugar en el vector.

5 3 2 1 4 6





dimF = 7dimL= 6

**VUELTA 2** 



Tomo ele elemento ubicado en la posición 3 (2) y se compara desde la posición 1 hasta la 2 para ver en qué posición debe insertarse.



3 5 2 4 6	3	5	2	1	4	6	

Debe insertarse en la posición 1



Se encuentra que el valor debe insertarse en la posición 1, por lo tanto, se realiza un corrimiento desde la posición 1 hasta la 3 para "hacer" lugar en el vector.

3 5 2 1 4 6



2 3 5 1 4 6

dimF = 7dimL= 6

**VUELTA 3** 



Tomo ele elemento ubicado en la posición 4 (1) y se compara desde la posición 1 hasta la 3 para ver en qué posición debe insertarse.



2 3 5 1 4 6

Debe insertarse en la posición 1



Se encuentra que el valor debe insertarse en la posición 1, por lo tanto, se realiza un corrimiento desde la posición 1 hasta la 3 para "hacer" lugar en el vector.

2 3 5 1 4 6





dimF = 7dimL= 6



Tomo ele elemento ubicado en la posición 5 (4) y se compara desde la posición 1 hasta la 4 para ver en qué posición debe insertarse.



Debe insertarse en la posición 4



Se encuentra que el valor debe insertarse en la posición 4, por lo tanto, se realiza un corrimiento desde la posición 4 hasta la 5 para "hacer" lugar en el vector.

1 2	3	5	4	6	
-----	---	---	---	---	--

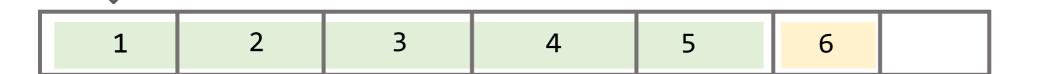




dimF = 7dimL= 6



Tomo ele elemento ubicado en la posición 6 (6) y se compara desde la posición 1 hasta la 5 para ver en qué posición debe insertarse.



Debe insertarse en la posición



Se encuentra que el valor debe insertarse en la posición 6, por lo tanto, se realiza un corrimiento desde la posición 6 hasta la 6 para "hacer" lugar en el vector.

1 2	3	4	5	6	
-----	---	---	---	---	--



```
Program ordenar;
Const dimF = ... {máxima longitud del arreglo}
Type
      TipoElem = ... { tipo de datos del vector }
      Indice = 0.. dimF;
      Tvector = array [ 1..dimF] of TipoElem;
Var
  a:Tvector;
  dimL:integer;
Begin
  cargarVector (a, dimL);
  insercion (a, dimL);
End.
```



```
Procedure insercion ( var v: tVector; dimLog: indice );
var i, j: indice; actual: tipoElem;
begin
 for i:= 2 to dimLog do begin
     actual:= v[i];
     j:= i-1;
     while (j > 0) y (v[j] > actual) do
       begin
         v[j+1]:= v[j];
         j:= j - 1;
       end;
     v[j+1]:= actual;
 end;
end;
```



#### ARREGLOS – Ordenación - insercion

# QUE NECESITAMOS CONOCER?

Dimensión lógica del arreglo.

Posición que se debe comparar.

Cuántos elementos ya están ordenados.

#### **CARACTERISTICAS**

No tan fácil de implementar.

El tiempo de ejecución es de orden N<sup>2</sup>

Si los datos están ordenados de menor a mayor el algoritmo solo hace comparaciones, por lo tanto, es de orden (n).

Si los datos están ordenados de mayor a menor el algoritmo hace todas las comparaciones y todos los intercambios, por lo tanto es de orden (N2). comparaciones.

Qué ocurre con las listas?



# Taller de Programación





## Recursión

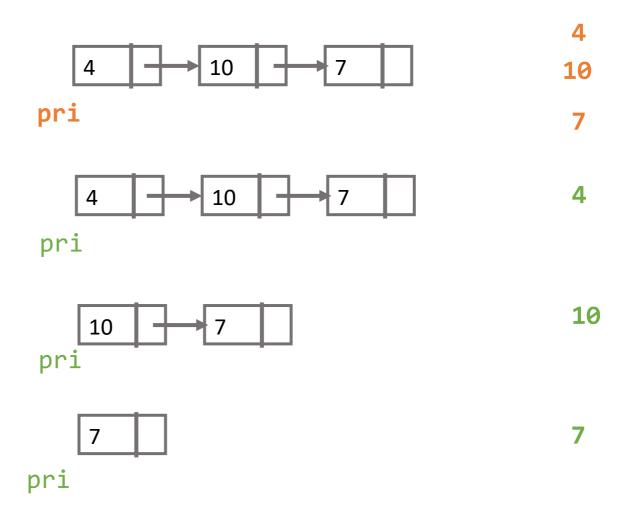


#### Recursión - MOTIVACION



Suponga que debe realizar un módulo que imprima una los elementos de una lista de enteros.

Procedure imprimir (pri:lista); Begin while (pri <> nil) do begin write(pri^.dato); pri:= pri^.sig; end; End; Se presenta el mismo problema cada vez más chico hasta llegar a una instancia que no se debe resolver nada





## Recursión - MOTIVACION



Suponga que debe realizar un módulo que retorne el factorial de un número entero recibido.  $n=\ n\ *\ (n-1)\ n\ veces$ 

```
Procedure factorial (num:integer; var fac:integer);
                                             factorial (5) = 5 *
Var
i:integer;
                                                              factorial(4)
                     Se presenta el mismo
Begin
                                             factorial (4) = 4 *
                      problema cada vez
 fac:= 1;
                                                               factorial(3)
 for i:= num downto 1 do
                      mas instancia factorial (3) = 3 *
                              chic0
  begin
   fac:= fac * i;
                      que se resuelve de
                                                               factorial(2)
  end;
                       manera directa
End;
                                             factorial (2) = 2 *
                                                               factorial(1)
                                             factorial (1)
```

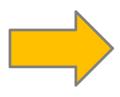


## RECURSIÓN - DEFINICION

Existen un conjunto de problemas que pueden resolverse siempre de la misma manera con la característica que el problema debe ir "achicandose" en cada instancia a resolver, hasta que en alguna instancia la solución es "trivial".



La recursividad es una técnica de resolución de problemas que consiste en dividir un problema en instancias más pequeñas del mismo problema (también llamados subproblemas) hasta que obtengamos un subproblema lo suficientemente pequeño que tenga una solución trivial o directa.



La recursividad consiste en resolver un problema por medio de un módulo (procedimientos o funciones) que se llama a sí mismo, evitando el uso de bucles y otros iteradores.

Cuando el problema se va achicando llega a un punto que no puede achicarse más, esa instancia se denomina caso base.

Hay problemas en los cuales debe realizarse alguna tarea cuando se alcanza el caso base y otros que no.

Hay problemas que pueden tener más de un caso base.



## RECURSIÓN - EJEMPLOS

Suponga que debe realizar un módulo que imprima los elementos de una lista de enteros que recibe como parámetro.

#### **SOLUCIÓN ITERATIVA**

```
Procedure imprimir (pri:lista);
Begin
  while (pri <> nil) do
    begin
    write (pri^.dato);
    pri:= pri^.sig;
    end;
End;
```

```
Cómo achico
el problema?
```



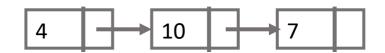
Qué hago cuando llego al caso base?

#### **SOLUCIÓN RECURSIVA**

```
Procedure imprimir (pri:lista);
Begin
  if (pri <> nil) do
    begin
    write (pri^.dato);
    pri:= pri^.sig;
    imprimir (pri);
    end;
End;
Cómo
    funciona?
```



# RECURSIÓN – EJEMPLOS – Cómo funciona?



```
Procedure imprimir (pri:lista);
Begin
  if (pri <> nil) then
  begin
    write (pri^.dato);
  pri:= pri^.sig;
  imprimir (pri);
  end;
End;
```

Cuál es la diferencia con la solución secuencial?

Procedimiento imprimir	pri= 4	4	3
Procedimiento imprimir	pri= 10	10	3
Procedimiento imprimir	pri= 7	7	3
Procedimiento imprimir	pri= nil	En este caso n se hace nada	10
Variables del programa Programa principal			



## RECURSIÓN – EJEMPLOS – Cómo funcionan?

#### **SOLUCIÓN ITERATIVA**

```
Procedure imprimir (pri:lista);
Begin
  while (pri <> nil) do
    begin
    write (pri^.dato);
    pri:= pri^.sig;
  end;
End;
```

#### SOLUCIÓN RECURSIVA

```
Procedure imprimir (pri:lista);
Begin
    IF (pri <> nil) then
        begin
        write (pri^.dato);
        pri:= pri^.sig;
        imprimir (pri);
        end;
    End;
Clase 2-1 - Módulo Imperativo
```

Procedimiento imprimir

Variables del programa Programa principal

Cuál cree que es más eficiente en cuanto al uso de la memoria?

Procedimiento imprimir

Procedimiento imprimir

Procedimiento imprimir

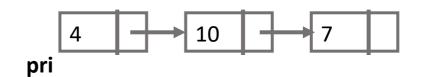
Variables del programa Programa principal Qué pasa con los parámetros?

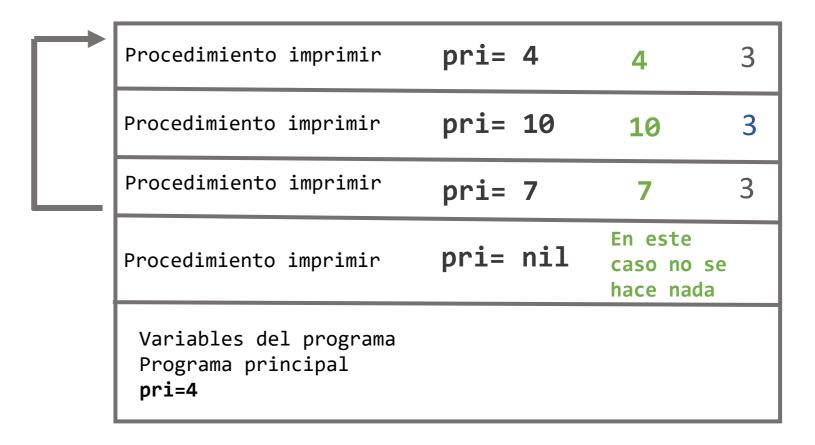


# RECURSIÓN – EJEMPLOS – Cómo funciona?

#### **SOLUCIÓN RECURSIVA**

```
Procedure imprimir (pri:lista);
Begin
  if (pri <> nil) then
    begin
    write (pri^.dato);
    pri:= pri^.sig;
    imprimir (pri);
    end;
End;
```



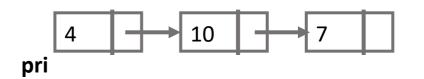


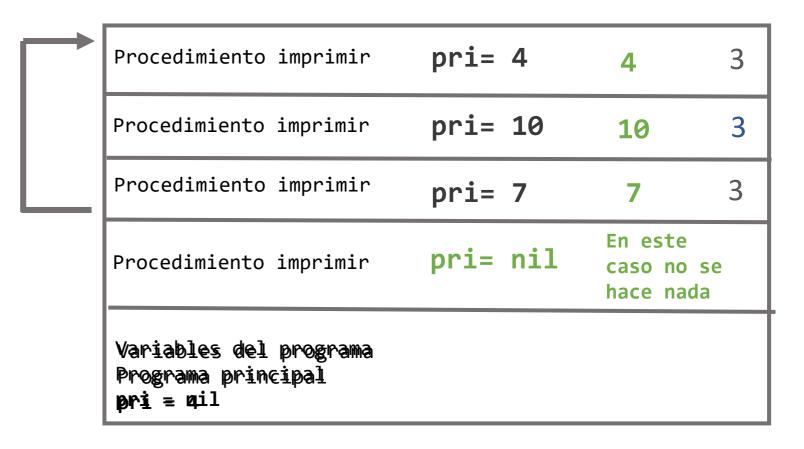


# RECURSIÓN – EJEMPLOS – Cómo funciona?

#### **SOLUCIÓN RECURSIVA**

```
Procedure imprimir (VAR pri:lista);
Begin
   IF (pri <> nil) then
      begin
      write (pri^.dato);
      pri:= pri^.sig;
      imprimir (pri);
   end;
End;
```







### RECURSIÓN - EJEMPLOS

Suponga que debe realizar un módulo que calcular la potencia de un número x a la n, que es =  $x^n = x * x * x$  (n veces).

pienso

#### **SOLUCIÓN ITERATIVA**

Clase 2-1 – Módulo Imperativo

```
Procedure potencia (x,n:integer;
                    var pot:integer);
Var
 i:integer;
Begin
                                función?
  if (n = 0) then pot:= 1
  else if (n = 1) then pot:= x
  else begin
    pot:= 1;
                                  Cómo lo
    for i:= 1 to n do
       pot:= pot * x;
                                 recursivo?
  end;
 End;
```

#### **SOLUCIÓN ITERATIVA**

```
Function potencia (x,n:integer):integer;
             Var
              i,pot:integer;
Con una | Begin
               if (n = 0) then pot:= 1
               else if (n = 1) then pot:= x
                else begin
                  pot:= 1;
                  for i:= 1 to n do
                     pot:= pot * x;
                end;
                potencia:=pot;
               End;
```



## RECURSIÓN - EJEMPLOS

Suponga que debe realizar un módulo que calcular la potencia de un número x a la n, que es =  $x^n$  = x \* x \* x (n veces).

#### SOLUCIÓN RECURSIVA

```
Procedure potencia (x,n:integer;
                     var pot:integer);
Var
                                 Con una
 i:integer;
                                función?
Begin
  if (n = 0) then pot:= 1
  else if (n = 1) then pot:= x
  else
   begin
     potencia (x, (n-1), pot);
     pot:= pot * n;
   end;
                           Cuántos caso
 End;
                               base hay?
Clase 2-1 – Módulo Imperativo
```

#### **SOLUCIÓN RECURSIVA**

```
Function potencia (x,n:integer):integer;
 Begin
 if (n = 0) then potencia:= 1
 else if (n = 1) then potencia:= x
 else
    potencia:= x * potencia(x, n-1));
  end;
End;
                     Cómo
                   funciona?
```



## RECURSIÓN - Características

#### **SOLUCIÓN RECURSIVA**

```
Function potencia (x,n:integer);

Begin
  if (n = 0) then potencia:= 1

else if (n = 1) then potencia:= x

else
    potencia:= x * potencia(x, n-1));
    end;
End;
```

```
Supongamos x = 4 n=3
```



```
potencia x=4,n=2 4 * potencia (4,1)
```

Alguna vez entrará por el caso (n=0)?



# Taller de Programación



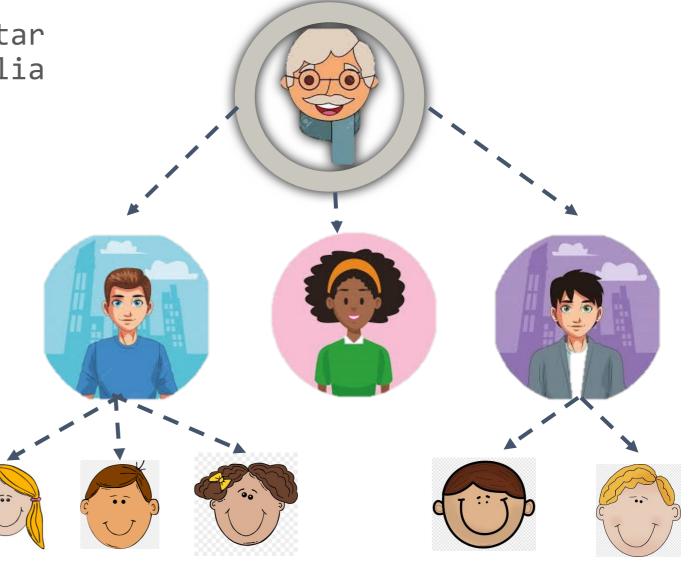


### Esturctura de datos arbol



Supongamos que queremos representar el arbol genealógico de una familia a partir de un integrante (por ejemplo un abuelo).

El abuelo tiene hijos y a su vez esos hijos también pueden tener hijos (nietos del abuelo)





Supongamos que queremos representar la organización de una empresa.

La empresa tiene un area generencial (con una jefa), la cual está compuesta por varias areas de trabajo (area de personal, area contable, etc con diferentes personas a cargo).

Cada una de estas areas a su vez también podría estas compuesta por alguna/s subarea (con varias personas a cargo).





Por todo lo mencionado es importante notar que existen un montón de problemas que necesitan expresarse de una manera jerarquica característica que no permiten las estructuras vistas hasta el momento (arreglos y listas).

Es una estructura de datos jerárquica.

Está formada por nodos, donde cada nodo tiene a lo sumo hijos. E

El nodo principal del árbol se denomina raíz y los nodos que no tienen hijos se denominan hojas del árbol.

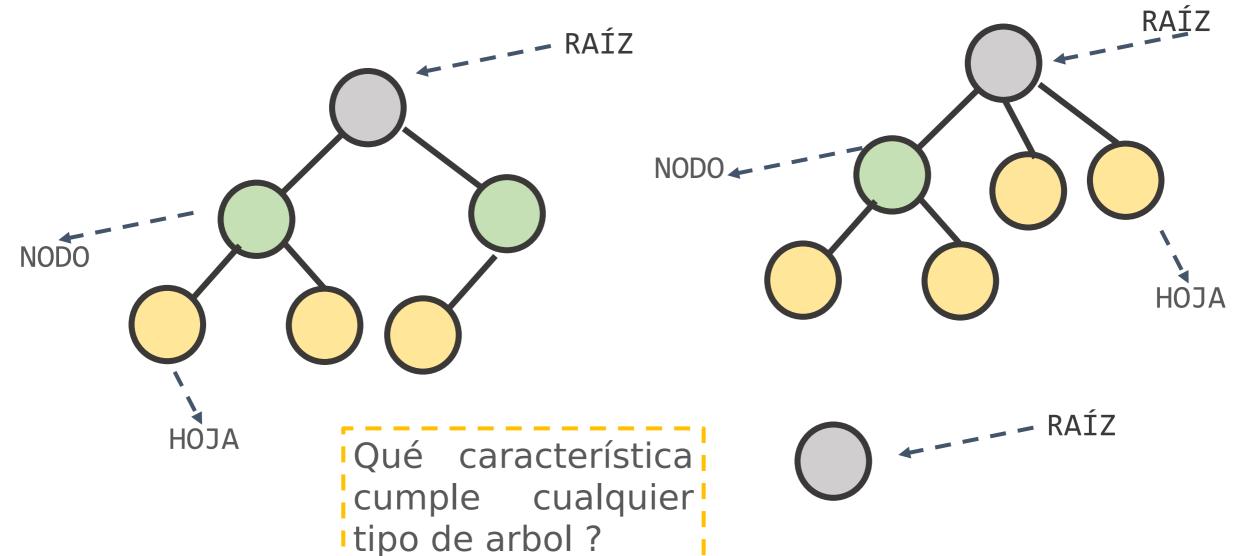


Homogénea

Dinámica

**NO** lineal







## **ÁRBOLES - Características**

Todo árbol es una estructura jerárquica

Todo árbol es una estructura dinámica

Todo árbol es una estructura homogénea

Para crear un árbol siempre se empieza por la raíz

Un árbol vacío se representa con el valor nil

Un nuevo dato siempre se inserta como una hoja

Con qué tipo de arbol vamos a trabajar? Cómo se declara?

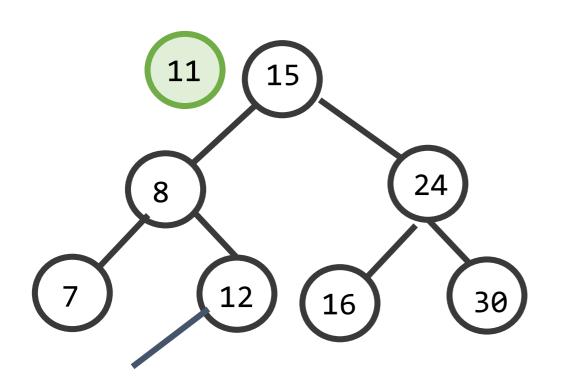


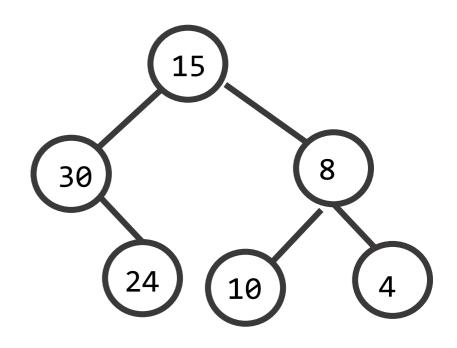
# ÁRBOLES BINARIOS DE BÚSQUEDA- Declaración

```
Programa arboles;
                                                           Programa arbolesPersonas;
 Type
                                                           Type
                         Programa arbolesEnteros;
   arbol = ^nodo;
                                                            persona = record
                         Type
   tipo = ...;
                                                               nombre:string;
                            arbol = ^nodo;
                                                              dni:integer;
                            nodo = record
   nodo = record
                                                            end;
                                    dato: integer;
            dato: tipo;
                                                            arbol = ^nodo;
                                    HI: arbol;
                                                            nodo = record
            HI: arbol;
                                    HD: arbol;
                                                                     dato: persona;
            HD: arbol;
                                   end;
                                                                     HI: arbol;
           end;
                                                                     HD: arbol;
                         Var
                                                                    end;
                          a:arbol;
 Var
                                                           Var
                         Begin
  a:arbol;
                                                            a:arbol;
 Begin
                                           Qué
                                                           Begin
                         End.
                                     caracteróistica
  •••
                                                            •••
 End.
                                                           End.
                                     tiene un ABB?
Clase 3-1 – Módulo Imperativo
```



# ÁRBOLES BINARIOS DE BÚSQUEDA- Característica





Un árbol binario de búsqueda (ABB) agrega los elementos por sus hojas. Dichos elementos quedan ordenados (todos por el mismo criterio). Esta operación lleva un tiempo de ejecución de O(log n).



# Taller de Programación





Esturctura de datos arbol

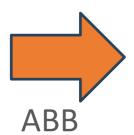
Operaciones - CREACION



Es una estructura de datos jerárquica (no lineal), homogéna y dinámica.

Está formada por nodos, donde cada nodo tiene a lo sumo hijos.

El nodo principal del árbol se denomina raíz y los nodos que no tienen hijos se denominan hojas del árbol.



Los nodos del arbol respetan todos el mismo criterio (los hijos ubicados a la izquierda son menores al nodo padre o al revés)

Cómo creamos

Clase 3-2 – Módulo Imperativo



Clase 3-2 – Módulo Imperativo

# ÁRBOLES BINARIOS DE BÚSQUEDA- CREACION

```
Programa arboles;
Type
                                 Begin
  arbol = ^nodo;
                                   a:= nil; //indico que el árbol está vacío
  nodo = record
           dato: integer;
                                     read (num); //leo un valor
           HI: arbol;
                                     while (num <> 50) do
          HD: arbol;
          end;
                                       begin
                                         agregar (a,num); //agrego el valor al arbol
Var
                                         read (num);
 a:arbol;
                                       end;
 num:integer;
                                 End..
Begin
                                              Suponga que se leen los siguientes
                                              valores y se quieren ir agregando en a
                                              (9, 18, 22, 19, 7,50). Cómo quedarán
End.
```

guardados?



Suponga que se leen los siguientes valores y se quieren ir agregando en un ABB (9, 18, 22, 19,7, 50)

```
Programa arboles;
Type
  arbol = ^nodo;
  nodo = record
          dato: integer;
          HI: arbol;
          HD: arbol;
         end;
Var
 a:arbol; num:integer;
Begin
  a:= nil;
 read (num);
  while (num <> 50) do
   begin
    agregar (a,num);
    read (num);
   end;
End.
Clase 3-2 – Módulo Imperativo
```

Cómo quedarán guardados los valores en el ABB? a = nil

Se lee el valor 9 (num) y se invoca al procedimiento agregar (a, num)

Como a = nil, el primer valor leído será la raíz del arbol.

Para agregarlo al ser una estructura dinámica debe reservarse memoria.

Luego se asigna en el campo dato el valor de num, y como por ahora este nodo no tiene hijos, en los campos HI e HD debe asignarse nil

El procedimiento agregar termina y vuelve al programa principal en donde a ahora apunta a un nodo con valor 9 y sus hijos en nil.







Suponga que se leen los siguientes valores y se quieren ir agregando en un ABB (9, 18, 22, 19, 7, 50)

```
Programa arboles;
Type
  arbol = ^nodo;
  nodo = record
          dato: integer;
          HI: arbol;
          HD: arbol;
         end;
Var
 a:arbol; num:integer;
Begin
  a:= nil;
 read (num);
  while (num <> 50) do
   begin
    agregar (a,num);
    read (num);
   end;
End.
Clase 3-2 – Módulo Imperativo
```

```
a = 9
```

Se lee el valor 18 (num) y se invoca al procedimiento agregar (a,num)

Como el árbol NO es vacío, tengo que recorrer desde la raíz hasta el lugar correspondiente respetando el orden. Siempre se inserta en una hoja.

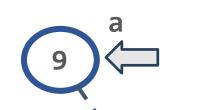
Comparo num (18) con lo que está apuntado a (9), como 18 > 9 se determina que hay que agregarlo a la derecha de 9.

Como HD de 9 es =nil, ya se encontró el lugar (hoja), reservo memoria dinámica y asigno los valores correspondientes

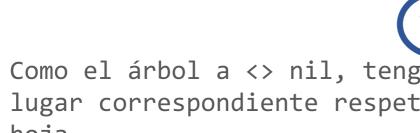
El procedimiento agregar termina y vuelve al programa principal en donde a ahora apunta a un nodo con valor 9 y su HI= nil y HD = 18.



Suponga que se leen los siguientes valores y se quieren ir agregando en un ABB (9, 18, 22, 19, 7, 50)



Se lee el valor 22 (num) y se invoca al procedimiento agregar (a,num)



Como el árbol a <> nil, tengo que recorrer desde la raíz hasta el lugar correspondiente respetando el orden. Siempre se inserta en una hoja.

Comparo num (22) con lo que está apuntado a (9), 22> 9 se determina que hay que agregarlo a la derecha de 9. Como HD de 9 <> nil, sigo recorriendo hacia la derecha. Luego se compara y 22 > 18 y como HD 18 = nil se encontró el lugar donde agregar el 22.

Reservo memoria dinámica y asigno los valores correspondientes

El procedimiento agregar termina y vuelve al programa principal en donde a ahora apunta a un nodo con valor 9 y su HI= nil y HD = 18 y 18 con su HD=22.



Suponga que se leen los siguientes valores y se quieren ir agregando en un ABB (9, 18, 22, 19, 7, 50)



Como a<>nil, tengo que recorrer desde la raíz hasta el lugar correspondiente respetando el orden. Siempre se inserta en una hoja.

Se lee el valor 19 (num) y se invoca

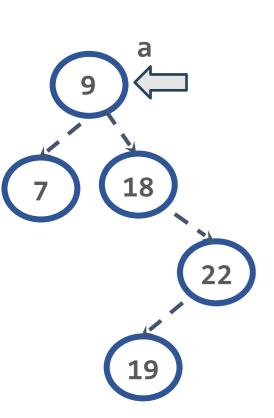
Comparo num (19) con lo que está apunta a (9) y como 18 > 9, hay que agregarlo a la derecha 9. Luego 18 <= 19 entonces hay que agregarlo a la derecha. Luego 19 <= 22, hay que agregarlo a la izquierda de 22. Como es nil, se encontró el lugar.

Reservo memoria dinámica y asigno los valores correspondientes

El procedimiento agregar termina y vuelve al programa principal en Clase 3-2 – Módulo Imperativo donde a = 9, su HD =18, a su vez su HD=22 y el HI de 22 = 19.



Suponga que se leen los siguientes valores y se quieren ir agregando en un ABB (9, 18, 22, 19, 7, 50)



a = 9

Se lee el valor 7 (num) y se invoca al procedimiento agregar (a,num)

18

22

Como a<>nil, tengo que recorrer desde la raíz hasta el lugar correspondiente respetando el orden. Siempre se inserta en una hoja.

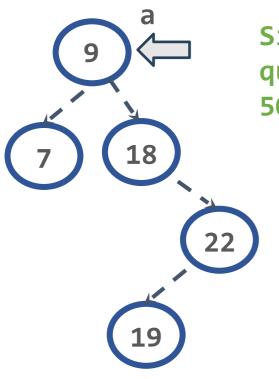
Comparo num (7) con lo que está apunta a (9) y como es 7<=9 se determina que hay que agregarlo a la izquierda de 9, que como 9 no tiene HI se encontró el lugar.

Reservo memoria dinámica y asigno los valores correspondientes

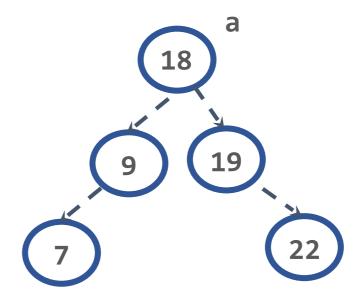
El procedimiento agregar termina y vuelve al programa principal en donde a = 9, su HD =18, y su HI=7.



Suponga que se leen los siguientes valores y se quieren ir agregando en un ABB (9, 18, 22, 19, 7, 50)

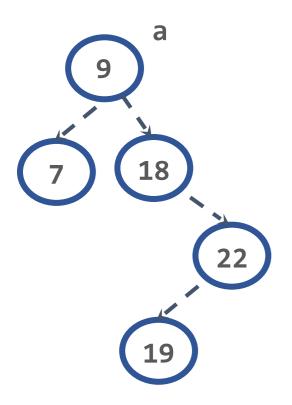


Si se leyeran los mismos valores pero en otro orden quedaría formado el mismo arbol? (18, 9, 7, 19, 22, 50)

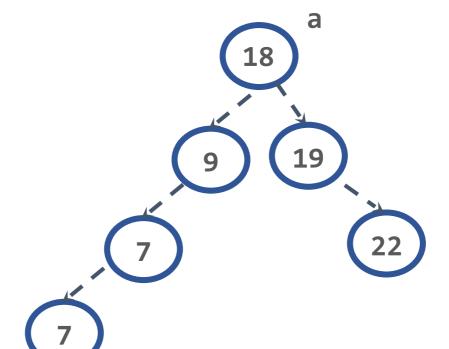




Suponga que se leen los siguientes valores y se quieren ir agregando en un ABB (9, 18, 22, 19, 7, 50)



Qué ocurre si se leen valores repetidos? (18, 9, 7, 7,19, 22, 50)



Cómo lo implementam os? Cuál sería el caso base?



```
Type
  arbol = ^nodo;
  nodo = record
   dato: integer;
   HI: arbol;
   HD: arbol;
  end;
Var
 abb:arbol; x:integer;
Begin
 abb:=nil;
 read (x);
 while (x<>50)do
  begin
   AGREGAR(abb,x);
  read(x);
  end;
End.
```

Programa arboles;

```
Procedure agregar (var a:árbol; num:integer);
Begin
  if (a = nil) then
   begin
      new(A);
      a^.dato:= num; a^.HI:= nil; a^.HD:= nil;
   end
   else
    if (num <= A^.dato) then agregar(a^.HI,num)</pre>
    else agregar (a^.HD,num)
End;
                                      Cómo
```

funciona?



```
(9, 18, 22, 7)
Procedure agregar (var a:arbol; num:integer);
Begin
  if (a = nil) then
   begin
      new(a);
      a^.dato:= num; a^.HI:= nil; a^.HD:= nil;
   end
   else
    if (num <= a^.dato) then agregar(a^.HI,num)</pre>
    else agregar(a^.HD,num)
                                                      a
End;
```

```
a=@iHDnumni19
Procedimiento agregar
                                HI = nil
Wariables del programa
Programa principal a= 1911
                   num = 9
```



```
(9, 18, 22, 7)
Procedure agregar (var a:arbol; num:integer);
Begin
  if (a = nil) then
   begin
      new(a);
      a^.dato:= num; a^.HI:= nil; a^.HD:= nil;
   end
   else
    if (num <= a^.dato) then agregar(a^.HI,num)</pre>
    else agregar(a^.HD,num)
End;
```

```
a=9 HI= nil
Procedimiento agregar
                           HD = 1
                           num = 28
                       a=A&lHI= nil
Procedimiento agregar
                       num = 18
                             HD= nil
                             num = 18
Variables del programa
Programa principal a= 9
                  num=18
```



```
(9, 18, 22, 7)
Procedure agregar (var a:arbol; num:integer);
Begin
  if (a = nil) then
   begin
      new(a);
      a^.dato:= num; a^.HI:= nil; a^.HD:= nil;
   end
   else
    if (num <= a^.dato) then agregar(a^.HI,num)</pre>
    else agregar(a^.HD,num)
End;
```

```
a=9 HI= nil
Procedimiento agregar
                           HD= 18
                           num = 22
                       a=18 HI= nil
Procedimiento agregar
                       HD= nil HI=nil
                       num HD2222
                            num = 22
                       a=221HI= nil
Procedimiento agregar
                       num = 22
                            HD= nil
                            num = 22
Variables del programa
Programa principal a= 9
                  num=22
```



```
(9, 18, 22, 7)
Procedure agregar (var a:arbol; num:integer);
Begin
  if (a = nil) then
   begin
      new(a);
      a^.dato:= num; a^.HI:= nil; a^.HD:= nil;
   end
   else
    if (num <= a^.dato) then agregar(a^.HI,num)</pre>
    else agregar(a^.HD,num)
End;
```

```
a=9 HI= nil
Procedimiento agregar
                           HD= 22
                           num = 22
                       a≣RiHI= nil
Procedimiento agregar
                       num = HP = nil
                             num = 7
Variables del programa
```

num = 7

Programa principal a = 9



# Taller de Programación





Esturctura de datos arbol

Operaciones - RECORRIDO



## ESTRUCTURA DE DATOS ARBOL - RECORRIDO

Es una estructura de datos jerárquica (no lineal), homogéna y dinámica.

Está formada por nodos, donde cada nodo tiene a lo sumo hijos.

El nodo principal del árbol se denomina raíz y los nodos que no tienen hijos se denominan hojas del árbol.

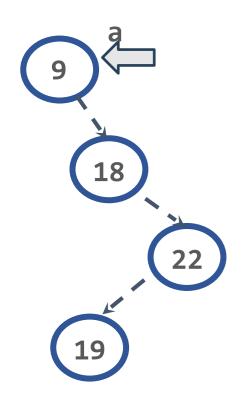


Los nodos del arbol respetan todos el mismo criterio (los hijos ubicados a la izquierda son menores al nodo padre o al revés)

Cómo recorremos un ABB?



## ESTRUCTURA DE DATOS ARBOL - RECORRIDO



Para poder recorrer un ABB siempre debe comenzarse el recorrido desde la raiz.

Una vez que se esta parado en la raíz debe hacerse la acción que se quiera con el valor (imprimir, agregar en otro arbol, agregarlo en una lista, modificarlo, etc).

Luego debe tomarse uno de sus hijos y realizar la misma acción que para el nodo padre y luego el otro de sus hijos.

Cuál es el caso base?

Cuántos llamados recursivos se hacen en cada nodo?

Cómo se implementa?



#### ESTRUCTURA DE DATOS ARBOL - RECORRIDO

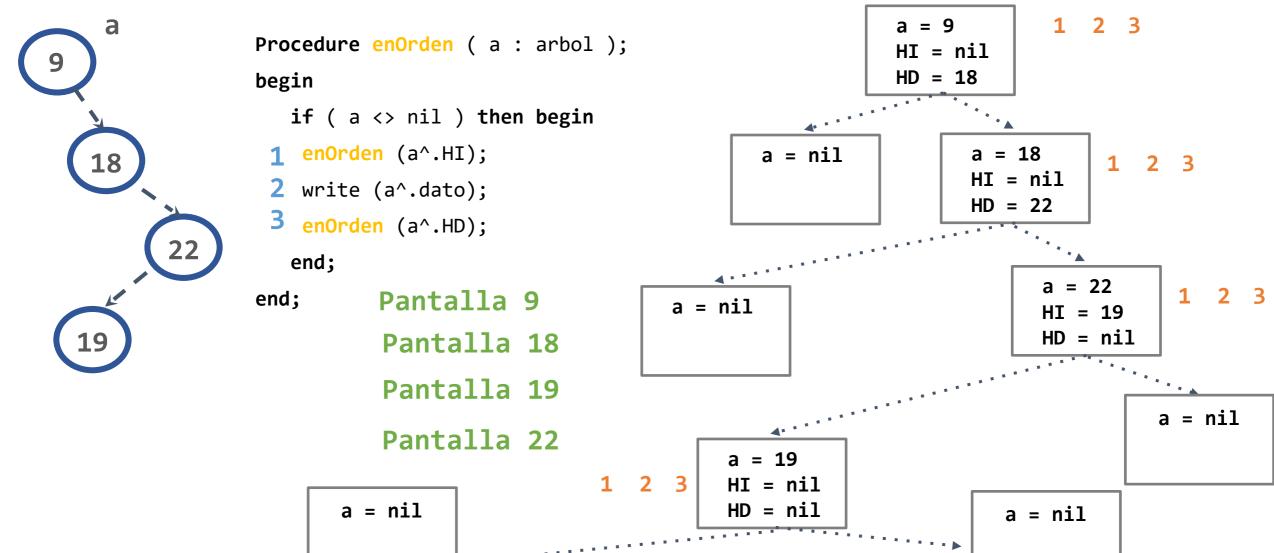
```
Programa arboles;
Type
  arbol = ^nodo;
  nodo = record
          dato: integer;
          HI: arbol;
          HD: arbol;
         end;
Var
a:arbol; num:integer;
Begin
  a:= nil;
 read (num);
  while (num <> 50) do
   begin
    agregar (a,num);
    read (num);
   end;
  recorrido enOrden(a);
End.
```

```
Procedure enOrden ( a : arbol );
begin
   if ( a <> nil ) then begin
    enOrden (a^.HI);
    write (a^.dato); //o cualquier otra acción
    enOrden (a^.HD);
   end;
end;
    Es lo mismo
    pasar a por
     referencia?
  Cómo funciona?
```



Clase 3-3 – Módulo Imperativo

### ESTRUCTURA DE DATOS ARBOL - RECORRIDO





### ESTRUCTURA DE DATOS ARBOL - RECORRIDO

```
Procedure preOrden (a:arbol);
begin
   if ( a <> nil ) then
     begin
      write (a^.dato);
      preOrden (a^.HI);
      preOrden (a^.HD);
   end;
end;
```

```
Procedure postOrden (a:arbol);
begin
   if ( a <> nil ) then
     begin
      postOrden (a^.HI);
      postOrden (a^.HD);
      write (a^.dato);
   end;
end;
```

Qué imprimen?

Si **a** se pasa por referencia que imprime cada uno?



# Taller de Programación



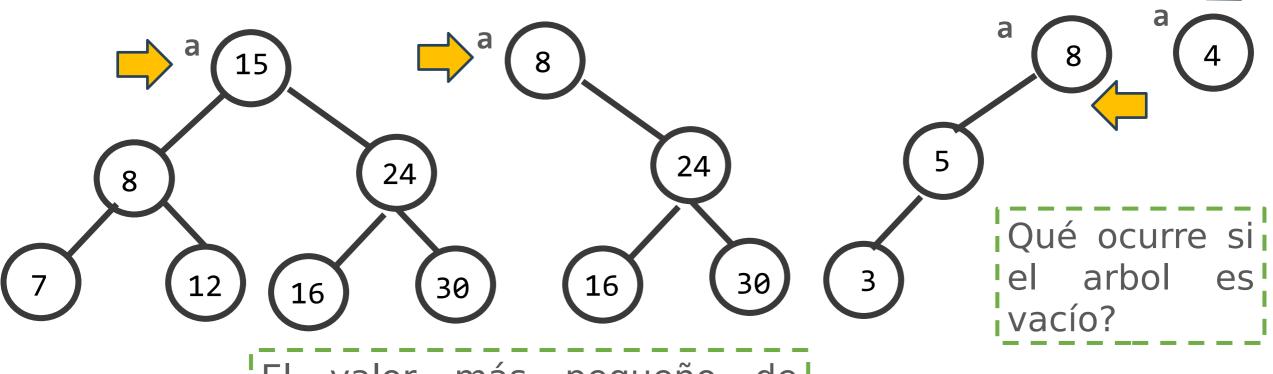


Esturctura de datos ABB – MAYOR ELEMENTO

Esturctura de datos ABB – MENOR ELEMENTO



Supongamos que disponemos de un arbol binario de búsqueda, y queremos implementar un modulo que retorne el valor más pequeño que está cargado en el arbol.



El valor más pequeño de cualquier ABB es el valor ubicado "mas" a la iquierda

Cómo lo implemento?



```
DEVUELVE EL VALOR
MINMA arbolesEnteros;
 Type
   arbol = ^nodo;
   nodo = record
           dato: integer;
           HI: arbol;
           HD: arbol;
          end;
 Var
  a:arbol; min:integer;
 Begin
  cargarArbol(a);
  if (a <> nil) then
    min:= minimo(a);
    write (min);
 End.
```

Clase 4-1 – Módulo Imperativo

## DEVUELVE EL NODO QUE CONTIENE EL MINIMO

```
Programa arbolesEnteros;
Type
  arbol = ^nodo;
  nodo = record
          dato: integer;
          HI: arbol;
          HD: arbol;
         end;
Var
a:arbol; min:arbol;
Begin
 cargarArbol(a);
 min:= minimoNodo(a);
   if (min <> nil) then
                          write (min^.dato);
End.
```



# **DEVUELVE EL VALOR MINIMO**

```
Programa arbolesEnteros;
Type
  arbol = ^nodo;
  nodo = record
          dato: integer;
          HI: arbol;
          HD: arbol;
         end;
Var
 a:arbol; min:integer;
Begin
cargarArbol(a);
 if (a <> nil) then
   min:= minimo(a);
   write (min);
End.
```

```
function minimo (a:arbol): integer;
begin
   if (a^{\cdot}.HI = nil) then
      minimo:= a^.dato
  else mínimo:= mínimo (a^.HI);
end;
                                  Puede
                             implementarse
function minimo (a:arbol): de manera
begin
  while (a^.HI <> nil) do
     a:=a^{\cdot}.HI;
  minimo:= a^.dato
end;
```

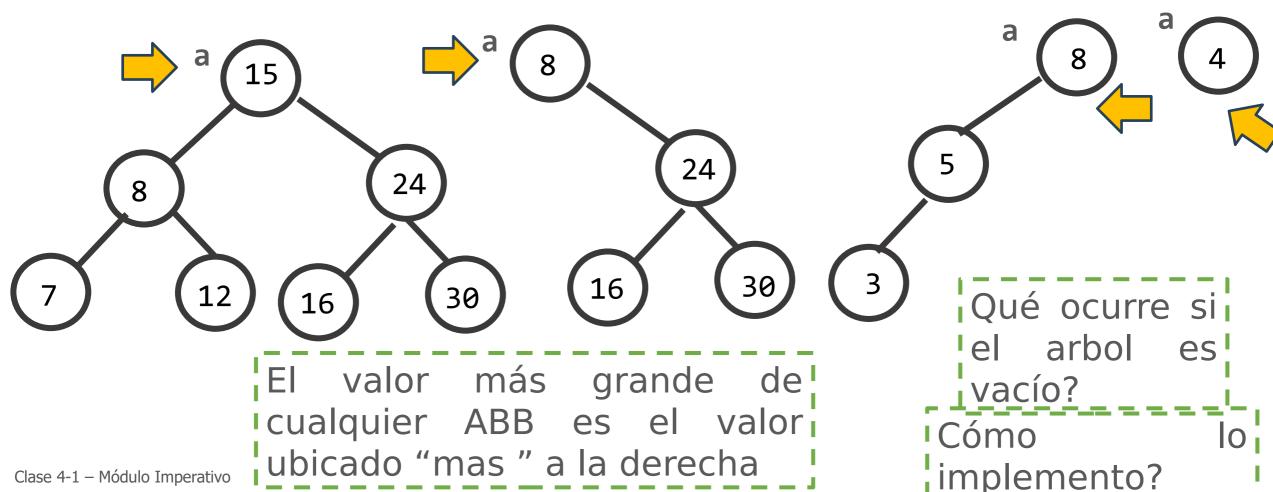


### DEVUELVE EL NODO QUE CONTIENE EL MINIMO

```
Programa arbolesEnteros;
Type
  arbol = ^nodo;
 nodo = record
          dato: integer;
          HI: arbol;
          HD: arbol;
         end;
Var
a:arbol; min:arbol;
Begin
cargarArbol(a);
min:= minimoNodo(a);
   if (min <> nil) then write (min^.dato);
End.
```

```
function minimoNodo (a:arbol): arbol;
Begin
  if (a = nil) then minimoNodo:= nil
  else if (a^.HI = nil) then
        minimoNodo:= a;
  else mínimoNodo:= mínimoNodo (a^.HI);
end;
                                Puede
                           implementarse
function minimoNodo (a:arbol): de manera
                              iterativa?
Begin
  if (a = nil) then minimoNodo:= nil
  else
   while (a^.HI <> nil) do
     a:=a^{\cdot}.HI;
   minimoNodo:= a
 end;
```

Supongamos que disponemos de un arbol binario de búsqueda, y queremos implementar un modulo que retorne el valor más grande que está cargado en el arbol.



Clase 4-1 – Módulo Imperativo



```
DEVUELVE EL VALOR
MAXIMA arbolesEnteros;
  Type
    arbol = ^nodo;
    nodo = record
            dato: integer;
            HI: arbol;
            HD: arbol;
           end;
  Var
   a:arbol; max:integer;
  Begin
   cargarArbol(a);
   if (a <> nil) then
     max:= maximo(a);
     write (max);
  End.
Clase 4-1 – Módulo Imperativo
```

## DEVUELVE EL NODO QUE CONTIENE EL MAXIMO

```
Programa arbolesEnteros;
Type
  arbol = ^nodo;
  nodo = record
          dato: integer;
          HI: arbol;
          HD: arbol;
         end;
Var
a:arbol; max:arbol;
Begin
 cargarArbol(a);
 max:= maximoNodo(a);
   if (max <> nil) then
                          write (max^.dato);
End.
```



# **DEVUELVE EL VALOR MAXIMO**

```
Programa arbolesEnteros;
Type
  arbol = ^nodo;
  nodo = record
          dato: integer;
          HI: arbol;
          HD: arbol;
         end;
Var
 a:arbol; max:integer;
Begin
cargarArbol(a);
 if (a <> nil) then
   max:= maximo(a);
   write (max);
End.
```

```
function maximo (a:arbol): integer;
begin
   if (a^{\cdot}.HD = nil) then
      maximo:= a^.dato
  else maximo:= maximo (a^.HD);
end;
                          Puede
                    implementarse
function maximo (a:arbol): integer:
begin
  while (a^.HD <> nil) do
     a:=a^{.}HD;
  maximo:= a^.dato;
end;
```



### DEVUELVE EL NODO QUE CONTIENE EL MAXIMO

```
Programa arbolesEnteros;
Type
  arbol = ^nodo;
 nodo = record
          dato: integer;
          HI: arbol;
          HD: arbol;
         end;
Var
a:arbol; max:arbol;
Begin
cargarArbol(a);
max:= maximoNodo(a);
   if (max <> nil) then write (max^.dato);
End.
```

```
function maximoNodo (a:arbol): arbol;
Begin
  if (a = nil) then maximoNodo:= nil
  else if (a^{\cdot}.HD = nil) then
        maximoNodo:= a
  else maximoNodo:= maximoNodo (a^.HD);
end;
                                 Puede
                            implementarse
function maximoNodo (a:arbol): de manera
                               iterativa?
Begin
  if (a = nil) then maximoNodo:= nil
  else
   while (a^.HD <> nil) do
     a:=a^{\cdot}.HD;
   maximoNodo:= a;
 end;
```



# Taller de Programación



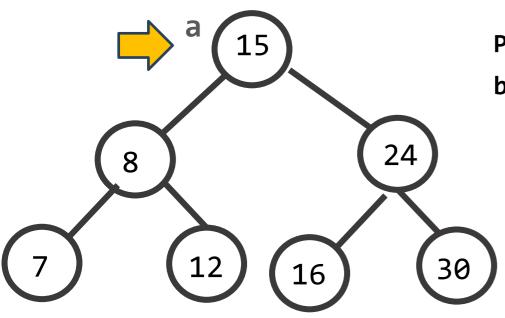


### Esturctura de datos ABB – BUSCAR UN VALOR



### <u>ARBOLES BINARIOS DE BUSQUEDA - BUSCAR</u>

Supongamos que disponemos de un arbol binario de búsqueda, y queremos implementar un modulo que retorne un booleano si se encuentra un valor buscado que se recibe como parámetro.



```
Procedure Buscar (a:arbol;x:integer;var ok:boolean);
begin
```

```
if ( a <> nil ) then begin
buscar (a^.HI,x,ok);
if (a^.dato = x) then ok:= true;
buscar (a^.HD,x,ok);
end;
```



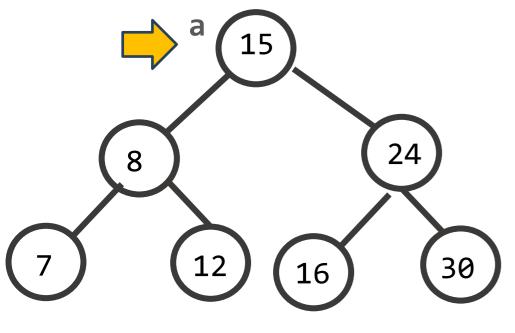
end;

Para buscar un valor siempre se debe "aprovechar" el orden del ABB.



### ARBOLES BINARIOS DE BUSQUEDA - BUSCAR

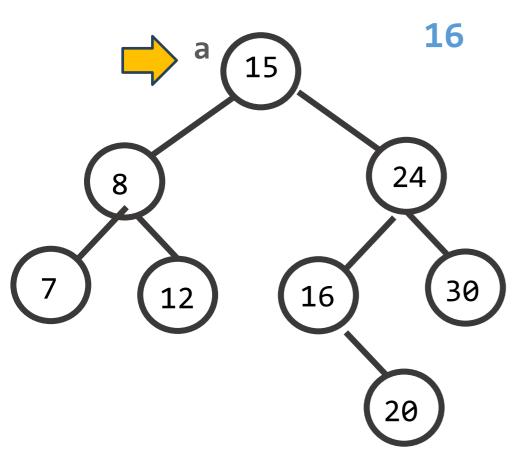
Supongamos que disponemos de un arbol binario de búsqueda, y queremos implementar un modulo que retorne el nodo donde se encuentra un valor buscado que se recibe como parámetro.

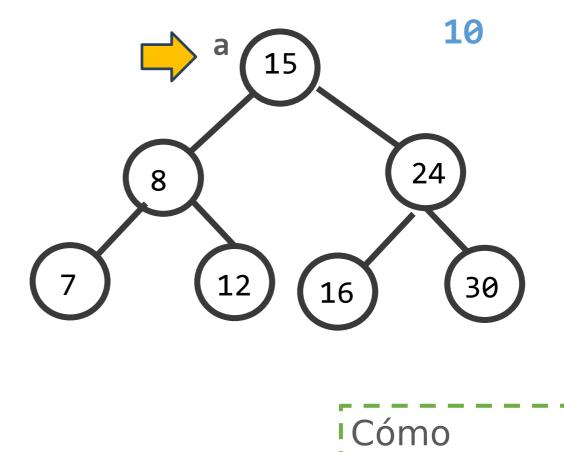


```
Procedure Buscar (a:arbol;x:integer;var ab:arbol);
begin
   if ( a <> nil ) then begin
    buscar (a^.HI,x,ab);
    if (a^*.dato = x) then ab := a:
    buscar (a^.HD,x,ab);
   end;
end;
```

### ARBOLES BINARIOS DE BUSQUEDA - BUSCAR

Supongamos que disponemos de un arbol binario de búsqueda, y queremos implementar un modulo que retorne el nodo donde se encuentra un valor buscado que se recibe como parámetro.





implemento?



Var

### ARBOLES BINARIOS DE BUSQUEDA - BUSCAR

Var

# BPQLEANrbolesEnteros;

# DEVUELVE EL NODO QUE CONTIENE EL BUSCADO

### a:arbol;min:integer;ok:booleanx:integer

```
Begin

cargarArbol(a); read(x);

if (a <> nil) then

ok:= buscar(a,x);

write (ok);

ClaEnte.- Módulo Imperativo
```

```
a:arbol; bus:arbol; x:integer;
```

```
Begin
  cargarArbol(a); read(x);
  bus:= buscarNodo(a,x);
   if (bus <> nil) then write ("encontro");
End.
```



### ARBOLES BINARIOS DE BUSQUEDA - BUSCAR

### **DEVUELVE EL BOOLEAN**

```
Programa arbolesEnteros;
                                 Function buscar (a:arbol; x:integer): boolean;
Type
 arbol = ^nodo;
 nodo = record
                                 begin
         dato: integer;
                                    if (a = nil) then buscar:= false
         HI: arbol;
                                    else (a^.dato = x) then buscar:= true
         HD: arbol;
        end;
Var
                                    else if (x > a^{\cdot}.dato) then buscar:= buscar(a^{\cdot}.HD, x)
a:arbol; min:integer; x:integer;
                                    else buscar:= buscar(a^.HI, x)
Begin
cargarArbol(a); read(x);
                                 end;
if (a <> nil) then
  ok:= buscar(a,x);
  write (ok);
```

Puede implementarse de manera iterativa?

End.



### ARBOLES BINARIOS DE BUSQUEDA - BUSCAR

### DEVUELVE EL NODO BUSCADO

```
Programa arbolesEnteros;
Type
                                  function buscarNodo (a:arbol; x:integer): arbol;
 arbol = ^nodo;
 nodo = record
         dato: integer;
                                  Begin
         HI: arbol;
                                   if (a = nil) then buscarNodo:= nil
         HD: arbol;
                                    else (a^.dato = x) then buscarNodo:= a
        end;
Var
                                    else if (x > a^{\cdot}.dato) then
a:arbol; bus:arbol; x:integer;
                                                     buscarNodo:= buscarNodo(a^.HD, x)
                                    else buscarNodo:= buscarNodo(a^.HI, x);
Begin
cargarArbol(a); read(x);
                                  End;
 bus:= buscarNodo(a,x);
  if (bus <> nil) then write ("encontro");
End.
```

Puede implementarse de manera iterativa?



# ÁRBOLES – OTRAS OPERACIONES

Imprimir los valores entre rangos

Calcular el nivel de un arbol

Calcular la altura de un arbol

Obtener un árbol espejo