---

# Front matter

lang: ru-RU

title: "Отчёт по лабораторной работе №8"

subtitle: "дисциплина: Математическое моделирование"

author: "Уваров Илья Маркович"

# Formatting

toc-title: "Содержание"

toc: true # Table of contents

toc\_depth: 2

lof: true # List of figures

lot: true # List of tables

fontsize: 12pt

linestretch: 1.5

papersize: a4paper

documentclass: scrreprt

polyglossia-lang: russian

polyglossia-otherlangs: english

mainfont: PT Serif

romanfont: PT Serif

sansfont: PT Sans

monofont: PT Mono

mainfontoptions: Ligatures=TeX

romanfontoptions: Ligatures=TeX

sansfontoptions: Ligatures=TeX,Scale=MatchLowercase

monofontoptions: Scale=MatchLowercase

indent: true

pdf-engine: lualatex

header-includes:

* \linepenalty=10 # the penalty added to the badness of each line within a paragraph (no associated penalty node) Increasing the value makes tex try to have fewer lines in the paragraph.
* \interlinepenalty=0 # value of the penalty (node) added after each line of a paragraph.
* \hyphenpenalty=50 # the penalty for line breaking at an automatically inserted hyphen
* \exhyphenpenalty=50 # the penalty for line breaking at an explicit hyphen
* \binoppenalty=700 # the penalty for breaking a line at a binary operator
* \relpenalty=500 # the penalty for breaking a line at a relation
* \clubpenalty=150 # extra penalty for breaking after first line of a paragraph
* \widowpenalty=150 # extra penalty for breaking before last line of a paragraph
* \displaywidowpenalty=50 # extra penalty for breaking before last line before a display math
* \brokenpenalty=100 # extra penalty for page breaking after a hyphenated line
* \predisplaypenalty=10000 # penalty for breaking before a display
* \postdisplaypenalty=0 # penalty for breaking after a display
* \floatingpenalty = 20000 # penalty for splitting an insertion (can only be split footnote in standard LaTeX)
* \raggedbottom # or \flushbottom
* \usepackage{float} # keep figures where there are in the text
* \floatplacement{figure}{H} # keep figures where there are in the text

---

# Цель работы

Ознакомление с моделью конкуренции двух фирм для двух случаев (без учета и с учетом социально-психологического фактора) и их построение с помощью языка программирования Modelica.

# Задание

\*\*Вариант 16\*\*

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений

![Рис. 1. Уравнения](img/1.png){ #fig:001 width=70% }

Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед M M1 2 будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений.

![Рис. 2. Уравнения](img/2.png){ #fig:002 width=70% }

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами

![Рис. 3. Уравнения](img/3.png){ #fig:003 width=70% }

# Выполнение лабораторной работы

\*\*1. Теоритические сведения\*\*

Для построения модели конкуренции хотя бы двух фирм необходимо рассмотреть модель одной фирмы. Вначале рассмотрим модель фирмы, производящей продукт долговременного пользования, когда цена его определяется балансом спроса и предложения. Примем, что этот продукт занимает определенную нишу рынка и конкуренты в ней отсутствуют. Обозначим: N – число потребителей производимого продукта. S – доходы потребителей данного продукта. Считаем, что доходы всех потребителей одинаковы. Это предположение справедливо, если речь идет об одной рыночной нише, т.е. производимый продукт ориентирован на определенный слой населения. M – оборотные средства предприятия τ – длительность производственного цикла p – рыночная цена товара p̃ – себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции. δ – доля оборотных средств, идущая на

покрытие переменных издержек. κ – постоянные издержки, которые не зависят от количества выпускаемой продукции. Q(S/p) – функция спроса, зависящая от отношения дохода S к цене p. Она равна количеству продукта, потребляемого одним потребителем в единицу времени. Функцию спроса товаров долговременного использования часто представляют в простейшей форме

![Рис. 4. Уравнения](img/4.png){ #fig:004 width=70% }

где q – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени. Эта функция падает с ростом цены и при p = pcr (критическая стоимость продукта) потребители отказываются от приобретения товара. Величина pcr = Sq/k. Параметр k – мера эластичности функции спроса по цене. Таким образом, функция спроса в форме (1) является пороговой (то есть, Q(S/p) = 0 при p ≥ pcr) и обладает свойствами насыщения. Уравнения динамики оборотных средств можно записать в виде

![Рис. 5. Уравнения](img/5.png){ #fig:005 width=70% }

Уравнение для рыночной цены p представим в виде

![Рис. 6. Уравнения](img/6.png){ #fig:006 width=70% }

Первый член соответствует количеству поставляемого на рынок товара (то есть, предложению), а второй член – спросу. Параметр γ зависит от скорости оборота товаров на рынке. Как правило, время торгового оборота существенно меньше времени производственного цикла τ. При заданном M уравнение (3) описывает быстрое стремление цены к равновесному значению цены, которое устойчиво. В этом случае уравнение (3) можно заменить алгебраическим соотношением

![Рис. 7. Уравнения](img/7.png){ #fig:007 width=70% }

Из этого следует, что равновесное значение цены p равно

![Рис. 8. Уравнения](img/8.png){ #fig:008 width=70% }

Уравнение с учетом приобретает вид

![Рис. 9. Уравнения](img/9.png){ #fig:009 width=70% }

Уравнение имеет два стационарных решения, соответствующих условию dM/dt = 0:

![Рис. 10. Уравнения](img/10.png){ #fig:0010 width=70% }

где

![Рис. 11. Уравнения](img/11.png){ #fig:0011 width=70% }

Из (7) следует, что при больших постоянных издержках (в случае a 2 < 4b) стационарных состояний нет. Это означает, что в этих условиях фирма не может функционировать стабильно, то есть, терпит банкротство. Однако, как правило, постоянные затраты малы по сравнению с переменными (то есть, b << a 2 ) и играют роль, только в случае, когда оборотные средства малы. При b << a стационарные

![Рис. 12. Уравнения](img/12.png){ #fig:0012 width=70% }

Первое состояние M устойчиво и соответствует стабильному функционированию предприятия. Второе состояние M неустойчиво, так, что при M M  оборотные средства падают (dM/dt < 0), то есть, фирма идет к банкротству. По смыслу M соответствует начальному капиталу, необходимому для входа в рынок. В обсуждаемой модели параметр δ всюду входит в сочетании с τ. Это значит, что уменьшение доли оборотных средств, вкладываемых в производство, эквивалентно удлинению производственного цикла. Поэтому мы в дальнейшем положим: δ = 1, а параметр τ будем считать временем цикла, с учётом сказанного.

\*\*2. Построение графиков\*\*

2.1 Написал программу на OpenModelica:

```

model Lab8\_1

parameter Real p\_cr = 10.5;

parameter Real tau1 = 16;

parameter Real p1 = 7.2;

parameter Real tau2 = 21;

parameter Real p2 = 25;

parameter Real N = 28;

parameter Real q = 1;

parameter Real a1 = p\_cr/(tau1\*tau1\*p1\*p1\*N\*q);

parameter Real a2 = p\_cr/(tau2\*tau2\*p2\*p2\*N\*q);

parameter Real b = p\_cr/(tau1\*tau1\* tau2\*tau2\*p1\*p1\*p2\*p2\*N\*q);

parameter Real c1 = (p\_cr-p1)/(tau1\*p1);

parameter Real c2 = (p\_cr-p2)/(tau2\*p2);

Real M1 (start=4.4);

Real M2 (start=4);

equation

der(M1)=M1-(b/c1)\*M1\*M2-(a1/c1)\*M1\*M1;

der (M2) = (c2/c1)\*M2 - (b/c1)\*M1\*M2 - (a2/c1)\*M2\*M2;

end Lab8\_1;

```

Получил следующий график (см. рис. -@fig:001).

![Рис. 13. График для 1 слусая](img/13.png){ #fig:0013 width=70% }

2.2 Написал программу на Modelica:

```

model Lab8\_2

parameter Real p\_cr = 10.5;

parameter Real tau1 = 16;

parameter Real p1 = 7.2;

parameter Real tau2 = 21;

parameter Real p2 = 25;

parameter Real N = 28;

parameter Real q = 1;

parameter Real a1 = p\_cr/(tau1\*tau1\*p1\*p1\*N\*q);

parameter Real a2 = p\_cr/(tau2\*tau2\*p2\*p2\*N\*q);

parameter Real b = p\_cr/(tau1\*tau1\*tau2\*tau2\*p1\*p1\*p2\*p2\*N\*q);

parameter Real c1 = (p\_cr-p1)/(tau1\*p1);

parameter Real c2 = (p\_cr-p2)/(tau2\*p2);

Real M1 (start=4.4);

Real M2 (start=4);

equation

der(M1)=M1-(b/(c1+0.0007))\*M1\*M2-a1/c1\*M1\*M1;

der(M2)=c2/c1\*M2-b/c1\*M1\*M2-a2/c1\*M2\*M2;

end Lab8\_2;

```

Получил следующий график (см. рис. -@fig:002).

![Рис. 14. График для 2 случая](img/14.png){ #fig:0014 width=70% }

# Выводы

Ознакомился с моделью конкуренции двух фирм для двух случаев. Построил график распространения рекламы.