



CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN MATEMÁTICAS, A.C.

Paisaje de búsqueda en el problema de planificación de producción tipo taller

Tesis que presenta

Juan Germán Caltzontzin Rabell

para obtener el Grado de

**Maestro en Ciencias con Especialidad en
Computación y Matemáticas Industriales**

Director de Tesis

Dr. Carlos Segura González

Guanajuato, Gto. Julio de 2021

Resumen

En este trabajo se analiza el efecto de distintas metodologías de modificación del paisaje de búsqueda del problema de planificación de producción tipo taller (JSP por sus siglas en inglés). Existen una gran cantidad de tipos de problemas de planificación, el JSP es un tipo específico de problema que ha atraído considerable atención por su dificultad. En general estos problemas consisten en encontrar una planificación que minimice el tiempo requerido para completar ciertos procesos.

Aunque existen algoritmos exactos para encontrar la solución óptima JSP[7] el tiempo que requieren problemas grandes es demasiado largo como para que sean prácticos o inclusive factibles. La complejidad de este problema lo hizo un candidato ideal para utilizar métodos aproximados para conseguir una solución aceptable en un tiempo razonable. Actualmente los mejores resultados para las instancias de prueba más difíciles se han encontrado mediante metaheurísticas, en específico la conocida como búsqueda tabú.

Las metaheurísticas son convenientes por su relativa simplicidad algorítmica frente a otros métodos sin embargo, el tiempo requerido para obtener los resultados del estado del arte ha comenzado a crecer también, por lo que es importante dar un paso atrás y replantear un poco la forma de aplicar estos métodos para evitar complicarlos de más.

En el campo de las metaheurísticas hay varios conceptos fundamentales que tienen un gran impacto en su desempeño, en este trabajo se analizan tres de ellos que juntos componen lo que se conoce como paisaje de búsqueda el cual está estrechamente relacionado con la dificultad con el desempeño de las metaheurísticas de trayectoria.

Los conceptos analizados en este trabajo son : representación de las soluciones, definición de vecindad de una solución, función de aptitud o fitness. Para evaluar el impacto de cada uno de ellos se utiliza una de las metaheurísticas de trayectoria más sencillas; la búsqueda local iterada.

Se tomaron las instancias dmu que son uno de los conjuntos de prueba más utilizados actualmente y que aun no ha sido resuelto por completo para hacer experimentos computacionales y se encontró que de las tres áreas en las que se plantearon modificaciones, la más importante fue la de la representación de soluciones.

Abstract

En este trabajo se analiza el efecto de distintas metodologías de modificación del paisaje de búsqueda del problema de planificación de producción tipo taller (JSSP por sus siglas en inglés) (En inglés)

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Antecedentes y Motivación	1
1.2. Objetivo	3
1.3. Hipótesis	4
1.4. Propuestas	4
1.5. Contribuciones	4
2. Marco teórico	5
2.1. Optimización	5
2.2. Metaheurísticas	7
2.2.1. Representación	8
2.2.2. Vecindad	9
2.2.3. Función de aptitud o fitness	9
2.2.4. Paisaje de búsqueda	10
2.3. Problema de planificación de producción tipo taller (JSP)	15
2.4. Representación de planificaciones	16
2.5. Tipos de planificaciones	18
2.6. Metaheurísticas aplicadas al JSP	19
2.7. Paisaje de búsqueda del JSP	22
3. Propuestas	23
3.1. Representación de soluciones activas basada en llaves aleatorias	23
3.1.1. Algoritmo de Giffler & Thompson	23
3.1.2. Construcción de soluciones activas a partir de no activas	25
3.2. Vecindad basada en soluciones activas	27
3.3. Extensión a vecindad N7	28
3.4. Función de fitness	28
4. Validación experimental	30
5. Conclusiones y Trabajos a Futuro	31

Introducción

Sumario

1.1. Antecedentes y Motivación	1
1.2. Objetivo	3
1.3. Hipótesis	4
1.4. Propuestas	4
1.5. Contribuciones	4

En este capítulo se presenta el problema de interés así como una revisión de los distintos métodos que se han formulado para resolverlo. Se plantea la hipótesis del trabajo y los objetivos así como las propuestas que servirán para alcanzar los objetivos. Al final del mismo se presentan las contribuciones de este trabajo al problema considerado.

1.1. Antecedentes y Motivación

Los problemas de planificación surgen de manera natural en sistemas de producción o procesamiento en los que la tarea general que se quiere completar consiste a su vez de varias subtarefas que pueden o deben repartirse entre distintas máquinas o unidades de procesamiento. A grandes rasgos, un problema de planificación consiste en asignar a cada subtarea una máquina que debe procesarla y un tiempo de inicio y fin. Estos problemas pueden surgir de todo tipo de contextos, desde la producción de algo como una bicicleta hasta la forma en que los sistemas computacionales procesan información o cómo se asignan las clases en una escuela. En muchos de estos contextos no solo se requiere hallar una planificación sino que a demás se quiere encontrar una que sea óptima en algún sentido, habitualmente se quiere la que haga que se complete el trabajo lo más rápido posible aunque puede haber otros criterios.

Desde los década de los 50 se comenzaron a formular algoritmos de planificación[12] y el interés

en ellos ha crecido en las décadas siguientes hasta la fecha.

En este trabajo se trata un tipo especial de problema de planificación conocido como el **Problema de Planificación de Producción tipo Taller** o JSP por sus siglas en inglés. Este problema consiste en hallar una secuencia de procesamiento de n items en m máquinas que tome el mínimo tiempo posible cumpliendo ciertas restricciones de orden para el procesamiento de los n items. Este es un problema de optimización combinatoria en la que se requiere encontrar una secuencia de procesamiento para las operaciones en cada una de las máquinas disponibles y es NP duro cuando el número de máquinas es mayor a dos.

Anteriormente se han propuesto métodos exactos para resolver este problema [7] pero la cantidad de recursos computacionales que requieren conforme el tamaño del problema (número de máquinas y trabajos) aumenta los hace imprácticos excepto para instancias pequeñas.

Dado el interés que se tiene en este problema y en que su tamaño puede ser suficientemente grande para no poder utilizar los métodos exactos, se han propuesto otros métodos aproximados para encontrar soluciones buenas en tiempos aceptables. Estos métodos pueden agruparse de la siguiente manera[21]:

- **Métodos Constructivos** Estos métodos construyen una planificación mediante el uso de una regla simple por lo que son muy rápidos y conceptualmente sencillos. En general pueden clasificarse en tres tipos: los que usan reglas de prioridad, los que usan heurísticas de cuello de botella y los que usan algún método de inserción. El primero de estos consiste en establecer una forma de elegir la operación a planificar de varias disponibles. Esto puede hacerse por ejemplo eligiendo la que tome más tiempo o la que pueda procesarse antes. El segundo consiste en replantear el problema como una serie de subproblemas más sencillos que puedan resolverse iterativamente hasta que se tenga una solución completa. El tercer tipo construye una solución partiendo del ordenamiento de solo un subconjunto de operaciones y progresivamente agregando más a partir de las que ya se tienen.
- **Métodos de inteligencia artificial** En estos métodos utilizan redes neuronales para encontrar la planificación. Existen muchos tipos de redes que se han diseñado para atacar este problema aunque en general suelen combinarse con otros métodos para obtener resultados competitivos.
- **Métodos de búsqueda local** En estos métodos se establece una forma de crear soluciones nuevas a partir de una solución dada para reemplazarla por una nueva y repetir el proceso hasta que se cumpla algún criterio de paro. Para crear nuevas soluciones se hace un cambio pequeño como, por ejemplo, intercambiar el orden de dos operaciones de modo que sea posible evaluar todas las posibles soluciones generadas al aplicar esta modificación. En general estos métodos se distinguen entre sí por la manera en que se escoge la solución con la cual reemplazar la solución inicial y el criterio de paro.

- **Metaheurísticas** Estos métodos combinan elementos de los previamente mencionados para plantear estrategias que obtengan aun mejores resultados. Es muy común que se planteen metaheurísticas inspiradas en la naturaleza como los algoritmos genéticos basados en la evolución, algoritmos basados en el comportamiento de seres vivos o bien en procesos naturales como el recocido simulado. Al ser de alto nivel pueden adaptarse a una gran cantidad de problemas.

Actualmente los algoritmos más exitosos para resolver el JSP son algoritmos meméticos que combinan un método de búsqueda local con una metaheurística poblacional que mantiene varias soluciones. El método de búsqueda local más usado se conoce como búsqueda tabú que mediante el uso de memoria logra escapar de óptimos locales.

Aunque se han obtenido buenos resultados con estos algoritmos se requieren de 24 a 48 horas paralelas de ejecución. La literatura reciente se ha centrado en hacer más eficiente la búsqueda tabú para reducir los tiempos de ejecución, dejando de lado los otros elementos que forman parte de las metaheurísticas.

Como se explicará a detalle más adelante el desempeño de las metaheurísticas depende del llamado paisaje de búsqueda del problema, el cual se compone de tres elementos.

El primero y más básico es cómo representar computacionalmente una solución, actualmente lo más común es que una solución se represente como un grafo dirigido cuyos nodos son las operaciones a procesar y las aristas indican el ordenamiento de éstas.

El segundo es la forma de generar una solución a partir de otra, esto se conoce como una estructura de vecindad y la más exitosa es conocida como N7 y fue propuesta en 2006 [20].

El tercer elemento se conoce como función de fitness o aptitud y nos permite comparar soluciones y decidir si una es mejor que otra.

1.2. Objetivo

El objetivo de este trabajo es plantear modificaciones al paisaje de búsqueda del JSP que permitan el uso de mecanismos más simples y rápidos para encontrar soluciones de calidad no muy distinta al estado del arte.

Las modificaciones se centran en el paisaje de búsqueda del problema y constituyen en concreto los siguientes objetivos específicos.

Objetivos específicos

- Proponer una función de fitness que tome en cuenta más que solo el tiempo total de una planificación.
- Plantear una representación con la que se puedan obtener mejores resultados.
- Plantear una nueva estructura de vecindad.

1.3. Hipótesis

Es posible conseguir resultados no muy lejanos de los reportados en el estado del arte con algoritmos sencillos y rápidos si modificamos el paisaje de búsqueda de manera adecuada. Como se explica mas adelante, el paisaje de búsqueda es la combinación de tres elementos: función de fitness, espacio de búsqueda y estructura de vecindad. Estos tres elementos tienen un efecto muy importante en el éxito que puede llegar a tener una metaheurística

1.4. Propuestas

Para poner a prueba la hipótesis se presentan las siguientes propuestas que serán exploradas mediante experimentos computacionales:

1. Utilizar la búsqueda local iterada (ILS por sus siglas en inglés) por ser un algoritmo simple y rápido.
2. Agregar nuevos movimientos a la vecindad N7.
3. Crear una función de fitness que no solo tome en cuenta el makespan sino también otras características de la solución.
4. Utilizar una nueva representación junto con un esquema de decodificación para limitar el espacio de búsqueda.
5. Construir una nueva estructura de vecindad a partir de la nueva representación.

1.5. Contribuciones

En este trabajo se consiguió plantear modificaciones al paisaje de búsqueda que combinados con una metaheurística de búsqueda local iterada obtuvieron resultados mejores que los métodos simples que se tienen actualmente.

De todos los cambios que se implementaron al paisaje de búsqueda, el que tuvo más impacto en el desempeño de la búsqueda local iterada consistió en cambiar la representación y con ella cambiar la estructura de vecindad y el conjunto de soluciones representables. No se logró plantear una función de fitness que mostrara una mejora sustancial en los resultados aunque definitivamente tiene un impacto positivo considerar algo más que únicamente el makespan de una planificación para hallar mejores soluciones.

Estas modificaciones pueden servir de punto de partida para proponer estrategias más complejas que puedan acercarse mucho más a los resultados del estado del arte pero en una fracción del tiempo requerido actualmente. También hay trabajo por hacer para refinar la representación y la estructura de vecindad aquí presentadas.

Marco teórico

Sumario

2.1. Optimización	5
2.2. Metaheurísticas	7
2.2.1. Representación	8
2.2.2. Vecindad	9
2.2.3. Función de aptitud o fitness	9
2.2.4. Paisaje de búsqueda	10
2.3. Problema de planificación de producción tipo taller (JSSP)	15
2.4. Representación de planificaciones	16
2.5. Tipos de planificaciones	18
2.6. Metaheurísticas aplicadas al JSP	19
2.7. Paisaje de búsqueda del JSP	22

En este capítulo se presentan los conceptos sobre los cuales se basa el trabajo así como definiciones relativas al problema y algunos algoritmos específicos relevantes para el presente trabajo.

2.1. Optimización

La optimización es una herramienta que nos ayuda a encontrar *la mejor* entre diferentes opciones elegibles. En nuestra vida diaria a menudo nos encontramos en este tipo de situaciones, por ejemplo al elegir entre diferentes rutas para llegar a algún lugar o entre diferentes productos.

Formalmente, un problema de optimización consiste en hallar el mínimo o máximo de una función $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ (llamada función objetivo) en un conjunto de soluciones X . De modo que el

problema consiste en hallar:

$$\min_{x \in X} f(x) \quad (2.1)$$

Es importante mencionar que cualquier problema de maximización puede transformarse en un problema equivalente de minimización con el reemplazo $f(x) \leftarrow -f(x)$, por lo que se considera solo el caso de minimización sin pérdida de generalidad.

Hallar el mínimo de la función sobre todo el conjunto X recibe el nombre de optimización global, esto puede llegar a ser muy costoso o incluso imposible de obtener por lo que es común optar por obtener un mínimo local, es decir una solución que sea mejor que cualquiera de las soluciones que tiene a la misma distancia de acuerdo con alguna medida.

También puede ser que el algoritmo planteado para resolver el problema de optimización sea no determinista i.e. puede obtener soluciones diferentes aunque tenga las mismas condiciones iniciales. En muchas ocasiones es ventajoso tener algo de aleatoriedad porque nos permite explorar más el espacio de búsqueda, es decir que puede eliminar sesgos. Esta rama de la optimización se conoce como optimización estocástica.

En la definición anterior no se requiere que el conjunto de soluciones tenga alguna propiedad o alguna estructura adicional. Por ejemplo el conjunto de soluciones puede ser un conjunto numerable (e.g. los enteros) o no numerable (e.g. los números reales). Estos dos casos dividen a la optimización en dos ramas: optimización continua y optimización discreta. En general los problemas de optimización suelen ser más fáciles de abordar[14] porque en muchas ocasiones es posible obtener información del valor de la función objetivo de puntos cercanos a cierto punto conocido mientras que en los problemas discretos esto rara vez puede hacerse.

Dentro de los problemas de optimización discreta se distinguen los problemas de optimización combinatoria. Formalmente un problema de optimización discreta consta de los siguientes elementos[5]:

- Un conjunto de variables $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_n\}$
- Dominio para cada variable D_1, D_2, \dots, D_n
- Restricciones entre variables

En muchos problemas de optimización combinatoria el conjunto de soluciones no tiene alguna estructura adicional que ayude a buscar el mínimo de la función objetivo; es raro que exista un ordenamiento de las soluciones o una medida de distancia entre ellas que brinde propiedades a la función objetivo tales como continuidad o suavidad las cuales facilitarían la búsqueda del mínimo. Dicho de otro modo, no tenemos una forma eficiente de explorar el espacio de búsqueda. Ante estas limitaciones surgieron técnicas conocidas como metaheurísticas que buscan facilitar la resolución de estos problemas.

2.2. Metaheurísticas

Es muy común que en nuestra cotidianidad nos enfrentemos a problemas tan difíciles o para los que tengamos tan poco tiempo de decisión que no podamos hacer un análisis riguroso, en estos casos es muy común que utilicemos algún método (posiblemente basado en la experiencia) que nos permita hallar una solución aceptable, por ejemplo, es común que reemplacemos el problema por uno más simple que sí podemos responder y cuya respuesta está relacionada con nuestro problema original.¹

En el contexto de la optimización una metaheurística es una metodología de alto nivel que combina diferentes heurísticas y puede aplicarse para resolver de manera aproximada una gran cantidad de problemas. En la práctica existen numerosas metaheurísticas que pueden ser muy diferentes entre sí por lo que no hay un sistema de clasificación universalmente aceptado aunque se han propuesto diferentes criterios de clasificación [18] así como características como:

- De trayectoria vs discontinua. Una metaheurística de trayectoria consiste en, dada una solución inicial, mejorarla de manera iterativa mediante algún operador que «mueve» a la solución a través del espacio de búsqueda
- Basadas en población vs basadas en una sola solución. En las metaheurísticas basadas en población se mantiene un conjunto de soluciones candidatas.
- Basadas en búsqueda local vs constructivas. Como se explicará más adelante, en la búsqueda local, el proceso de mejora implica la evaluación de soluciones muy parecidas a una solución inicial dada mientras que en las constructivas se crean nuevas soluciones de acuerdo a una heurística o algoritmo preestablecido.
- Con uso de memoria vs sin uso de memoria. El uso de memoria consiste en almacenar información que nos ayude a explorar el espacio de búsqueda, por ejemplo una lista de soluciones previamente visitadas.

Los primeros dos de estos criterios están muy relacionados porque casi todas las metaheurísticas discontinuas son poblacionales y muchas de trayectoria son basadas en una sola solución.

Si bien las metaheurísticas son muy diversas existen elementos comunes que tienen un papel determinante en el buen funcionamiento de las mismas. En específico para las metaheurísticas de trayectoria existen tres conceptos que determinan el llamado paisaje de búsqueda: las soluciones en sí, la forma en que las soluciones están conectadas y cómo podemos compararlas entre sí. A continuación se describe cada uno de ellos.

¹No podemos predecir con certeza si lloverá durante el día pero sí podemos responder si el cielo está plagado de nubes oscuras

2.2.1. Representación

Puede ser que el problema de optimización en el que estemos interesados surja directamente de las matemáticas aunque si estamos interesados en un problema de nuestro entorno físico es necesario que tengamos que idear una forma de traducirlo a un lenguaje matemático, incluidas las soluciones al mismo. Debemos encontrar una forma de representar de manera útil las soluciones posibles. Por ejemplo si buscamos un ordenamiento óptimo para algún conjunto de n cosas podemos asignarle a cada elemento del conjunto un número entero del 1 al n , en este modelo el espacio de soluciones está constituido por todas las permutaciones de los números del 1 al n .

Hay varias maneras de representar permutaciones, podemos usar un arreglo de n entradas o bien una matriz de permutación por mencionar algunos. Algo sumamente importante es que estas dos formas de representar las soluciones son muy distintas y se tiene que trabajar con ellas de manera muy diferente. La primera de ellas puede llegar a representar *soluciones no factibles* por ejemplo que aparezca un número repetido, mientras que la segunda no.

Con el ejemplo anterior también podemos ver que si queremos establecer algunos operadores que, por ejemplo, perturben la solución tendremos que definirlos de maneras completamente distintas. También es importante notar que es posible que el número de soluciones no factibles que podamos representar sea mayor que el de las factibles.

Formalmente una representación es un mapa que asocia elementos entre el conjunto de soluciones y el conjunto de las representaciones. Este mapeo no tiene por que ser suryectivo, es decir que puede ser que solo asigne una representación a parte del conjunto de soluciones. También puede ser el caso como se mencionó anteriormente que haya representaciones que no correspondan a soluciones. Pueden distinguirse tres tipos de representaciones[8] de acuerdo a como asocian los elementos de estos dos conjuntos.

- 1 a 1 A cada solución le corresponde una única representación.
- 1 a n La misma representación puede asociarse a varias soluciones.
- n a 1 Una solución puede tener diferentes representaciones.

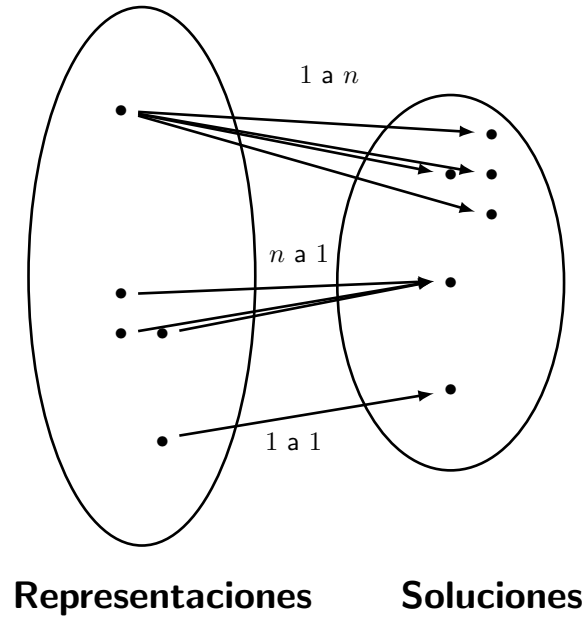


Figura 2.1: Tipos de representaciones

Lo más conveniente suele ser un mapeo 1 a 1 porque resulta mucho más eficiente y lo menos deseable es tener un mapeo n a 1 en el que es posible que la misma representación esté asociada a soluciones de calidad muy diferente.

2.2.2. Vecindad

La definición de vecindad es crucial para las metaheurísticas de trayectoria y las basadas en una sola solución. Formalmente, una vecindad es un mapeo $N : X \rightarrow 2^X$ que le asigna a cada solución $x \in X$ un subconjunto de soluciones en X . Intuitivamente podemos pensar que es una forma de definir a las soluciones que «rodean» a otra. Se dice que la solución y es un vecino de x si $y \in N(x)$.

A partir de la definición de vecindad podemos también definir un operador de movimiento $M : X \rightarrow X$ cuyo efecto al aplicarlo a una solución sea transformarla en una que pertenezca a su vecindad, i.e. este operador selecciona a un vecino de la solución inicial.

$$M(x) = y \in N(x) \quad x \neq y$$

2.2.3. Función de aptitud o fitness

Aunque para un problema de optimización ya se tiene definida una función objetivo que se quiere minimizar, no siempre tendremos el mejor desempeño de las metaheurísticas con solo esta función por lo que resulta benéfico plantear una nueva función a minimizar con la que tengamos mejor desempeño. Por ejemplo puede suceder que aunque dos soluciones tengan asociado el mismo

valor de la función objetivo una de ellas posee características que la hacen un mejor punto de partida para alguna metaheurística.

Esta función debe asociar a cada solución un elemento de un conjunto donde esté definido un ordenamiento total. En esencia esta función define un operador de comparación entre soluciones de modo que podemos elegir la mejor de dos soluciones.

2.2.4. Paisaje de búsqueda

Una vez que tenemos el espacio de búsqueda y operadores de cambio para generar nuevas soluciones a partir de otras, se define el espacio de búsqueda como un grafo dirigido G en el que los nodos son las soluciones al problema y una solución x está conectada a otra y si podemos generar a y aplicando los operadores de cambio a x .

Podemos asociar a cada solución en el espacio un valor de aptitud o fitness que mide la calidad de dicha solución. La adición de esta función de aptitud al espacio de búsqueda genera al paisaje de búsqueda. Formalmente el paisaje de búsqueda \mathcal{L} es entonces una tupla conformada por el espacio de búsqueda junto con una función objetivo que guía la búsqueda $\mathcal{L} = (G, f)$

A continuación se muestra una representación pictórica de cómo se crea el paisaje de búsqueda para un problema de optimización.

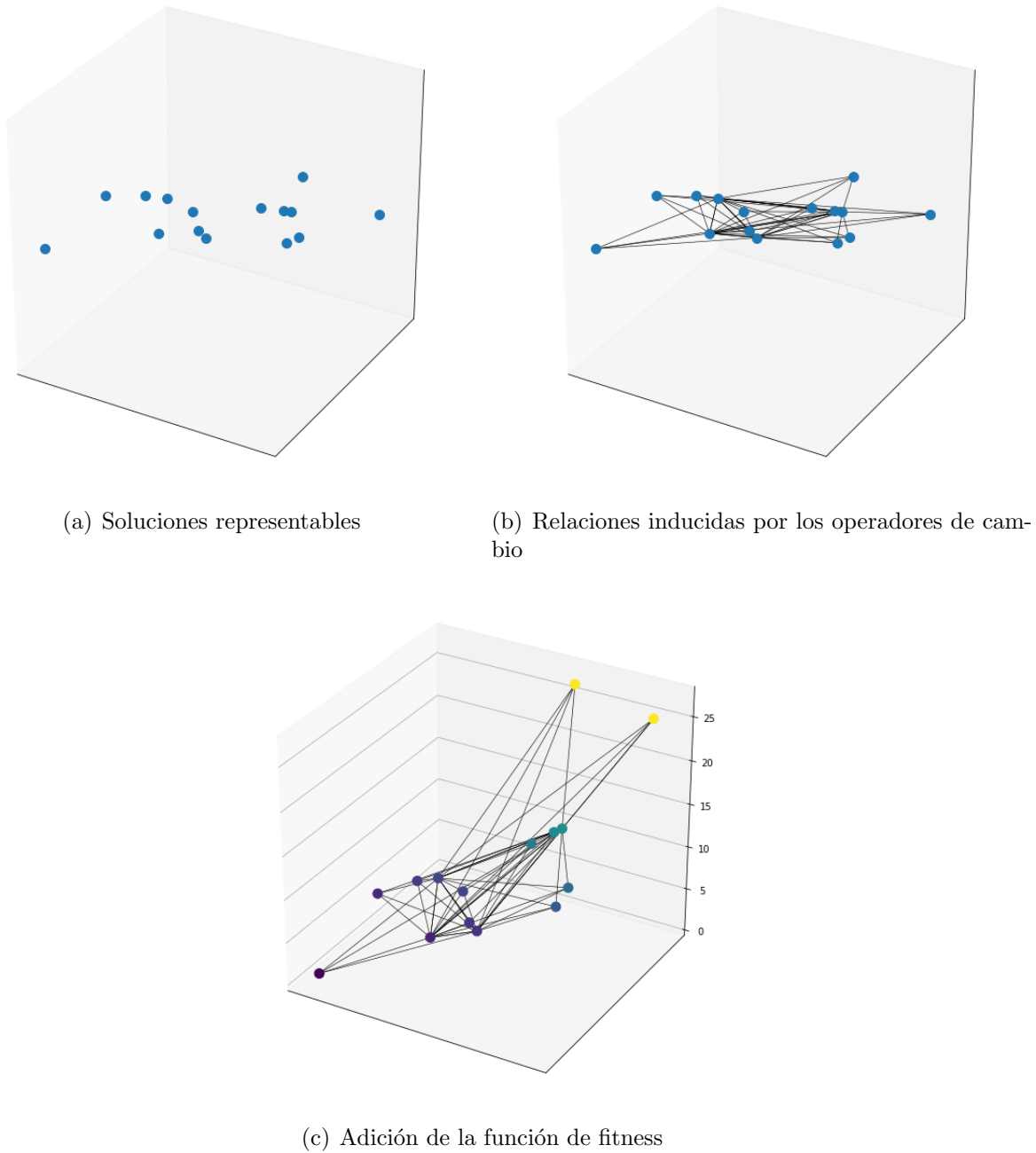
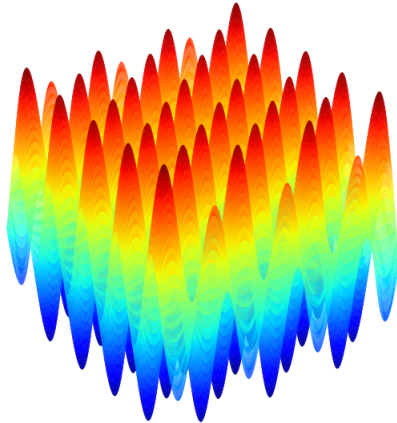


Figura 2.2: Creación del paisaje de búsqueda

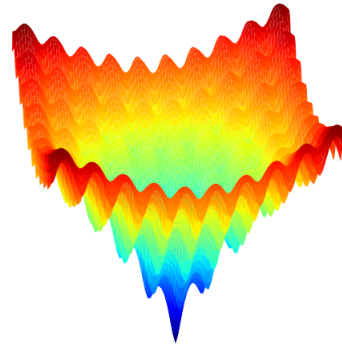
El paisaje de búsqueda es el «terreno» a explorar y puede cambiar si cambiamos cualquiera de sus componentes, podría ser que alguna representación nos centre en un subconjunto de soluciones convenientes o que alguna estructura de vecindad se proponga de modo que las mejores soluciones nunca están muy lejos del resto, o que la función de fitness nos ayude a atravesar cúmulos de soluciones que serían iguales sin ella.

La estructura del paisaje de búsqueda influye de manera determinante en el éxito o fracaso de las metaheurísticas. Dependiendo de la «forma» que tenga el paisaje se favorecerá el uso de ciertas

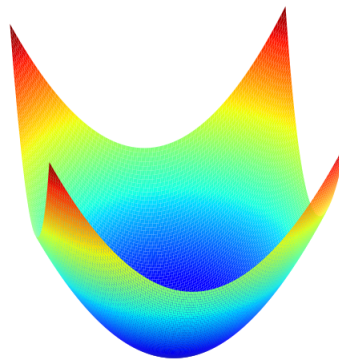
metaheurísticas. La «forma» del paisaje hace referencia a cómo cambia el valor de fitness para soluciones conectadas entre sí. Dos medidas que son generalmente utilizadas para esto miden cómo cambia el valor de la función de fitness conforme nos acercamos a un óptimo local y la otra mide qué tanto cambia el fitness entre soluciones vecinas[1]. La primera de estas medidas nos da una idea de qué tan grandes son los valles que rodean a un mínimo local si es que existen y la segunda nos da una idea de la rugosidad del paisaje.



(a) Paisaje rugoso con muchos óptimos locales



(b) Paisaje rugoso con un gran valle



(c) Paisaje suave con un gran valle

Figura 2.3: Diferentes tipos de paisajes de búsqueda. Se muestran paisajes continuos con fines ilustrativos

Las metaheurísticas sirven como una estrategia para explorar el paisaje de búsqueda. Una de

las más sencillas e intuitivas es conocida como escalada estocástica y simplemente consiste en reemplazar la solución actual por algún vecino mejor escogido al azar hasta que la solución en la que estemos sea mejor que todos sus vecinos, es decir, un óptimo local. Esta es una metaheurística de trayectoria y traza un camino entre las soluciones inicial y final.

Algorithm 1: Algoritmo de escalada estocástica

Data: Problema de Optimización

Result: Óptimo local x

Generar solución inicial x ;

while L no vacía **do**

 Generar lista de vecinos L de x ;

 Escoger al azar un vecino $y \in L$;

if $y < x$ **then**

$x \leftarrow y$;

 Generar lista de vecinos L de x ;

else

 Quitar a y de L ;

return x

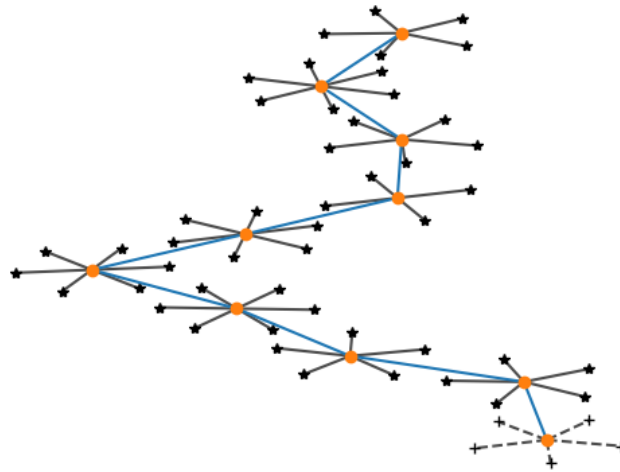


Figura 2.4: Ilustración de una escalada estocástica. Las aristas rayadas representan la vecindad del óptimo local.

Otra metaheurística de trayectoria importante que es parte de muchas de las estrategias que han obtenido los resultados del estado del arte es la llamada búsqueda tabú. Esta metaheurística se basa en la búsqueda local pero puede aceptar vecinos que no mejoran la función de fitness con la intención de evitar atascarse en un óptimo local de mala calidad. La búsqueda tabú almacena

soluciones previamente vistas para evitar visitarlas de nuevo. Es necesario definir el tamaño de la lista, el criterio de paro y cómo escoger una nueva solución.

Algorithm 2: Algoritmo básico de búsqueda tabú

Data: Problema de Optimización

Result: Mejor solución encontrada x^*

Generar solución inicial x ;

Inicializar mejor solución como $x^* \leftarrow x$ Inicializar la lista tabú TL con x ;

while *no criterio de paro* **do**

 Generar lista de vecinos aceptables L de x tal que $L \cap TL = \emptyset$;

 Escoger un vecino $y \in L$;

$x \leftarrow y$;

 Actualizar TL ;

if $x < x^*$ **then**

$x^* \leftarrow x$;

return x^*

Por último se presenta una metaheurística de trayectoria muy sencilla que intenta subsanar el problema de atascarse en óptimos locales de mala calidad de la búsqueda local. La idea es obtener un mínimo local a partir de una solución inicial mediante búsqueda local, aplicarle una perturbación y repetir el proceso hasta que se cumpla algún criterio de paro. Esta estrategia es conceptualmente muy simple aunque se debe definir la perturbación que se hace a la solución y por lo general no es tan sencillo plantear una perturbación adecuada.

Algorithm 3: Algoritmo búsqueda local iterada

Data: Problema de Optimización

Result: Mejor solución encontrada x^*

Generar solución inicial x ;

Inicializar mejor solución como $x^* \leftarrow x$ **while** *no criterio de paro* **do**

 Obtener una solución y a partir de x mediante búsqueda local **1**;

if $y < x^*$ **then**

$x \leftarrow y$;

$x^* \leftarrow y$;

else

$x \leftarrow x^*$;

 Perturbar x ;

return x^*

2.3. Problema de planificación de producción tipo taller (JSSP)

Una instancia del JSSP consiste en n trabajos diferentes constituidos cada uno por m operaciones que deben procesarse por un tiempo determinado en m máquinas en una secuencia predefinida.

El objetivo es hallar la planificación que minimiza el tiempo que toma terminar todos los trabajos dado que cada máquina puede procesar solo un trabajo a la vez.

Una planificación consiste en asignar tiempos de inicio y fin a cada operación respetando el orden requerido para cada trabajo. El tiempo que toma terminar todos los trabajos se conoce como makespan y la secuencia de trabajos que toma el mayor tiempo en completarse se conoce como ruta crítica. La ruta crítica puede verse como una serie de bloques críticos que consisten en las secuencias de operaciones de la ruta crítica que se ejecutan de forma adyacente en la misma máquina. Una planificación puede tener una o varias rutas críticas.

Sin pérdida de generalidad podemos restringirnos al caso en el que el tiempo requerido para procesar cada operación es un entero positivo.

Ejemplo

Se muestra un ejemplo de una instancia con 3 máquinas y 2 trabajos.

Tabla 2.1: Instancia simple con 3 maquinas y 2 trabajos

Trabajo	Secuencia de procesamiento (máquina, tiempo)		
0	0, 75	2, 54	1, 59
1	0, 47	2, 72	1, 45

La siguiente es una posible planificación para la instancia de ejemplo, visualizada mediante un diagrama de gantt. En negro se marca los trabajos que conforman la ruta crítica.

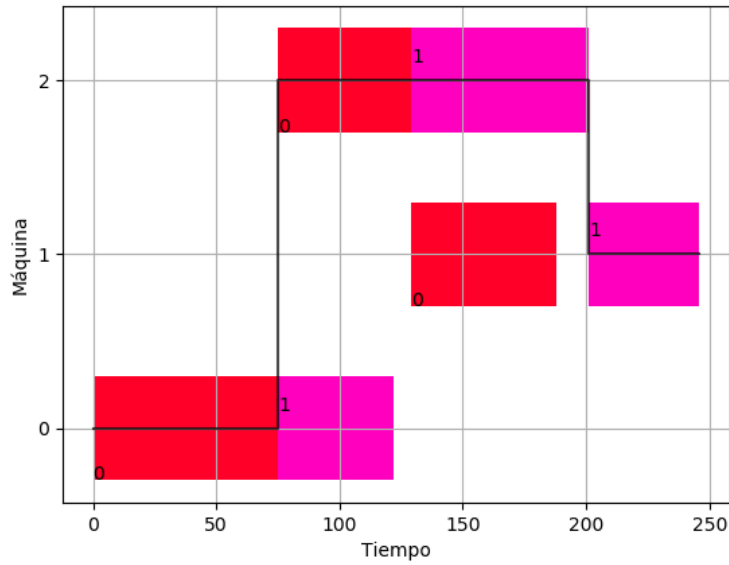


Figura 2.5: Diagrama de gantt de una planificación posible

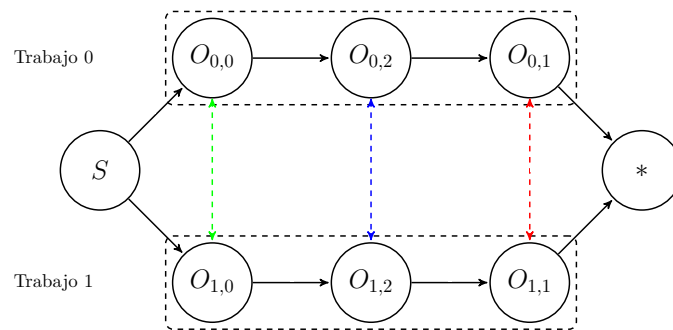
2.4. Representación de planificaciones

Existen varias formas de representar las planificaciones, en este trabajo se utilizaron dos: el grafo disyuntivo y las reglas de prioridad.

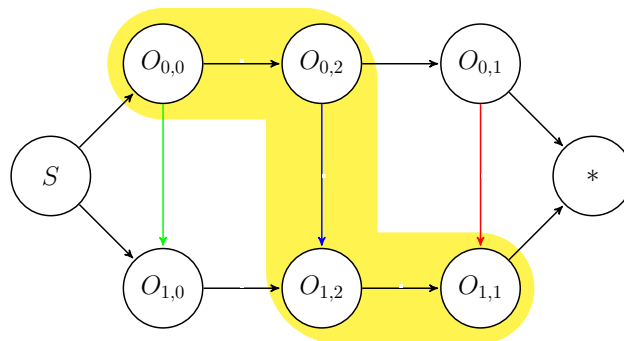
Modelo de grafo disyuntivo

En este modelo las planificaciones se representan con un grafo dirigido $G = (V, A, E)$ en el que V es un conjunto de nodos que representa las operaciones, las aristas A representan la secuencia que deben seguir las operaciones dentro de un mismo trabajo y E es otro conjunto de aristas que indica el orden de procesamiento en cada una de las máquinas. Es importante mencionar que con este modelo podemos representar planificaciones no factibles, esto se da cuando el grafo G contiene un ciclo.

Formalmente en una instancia del JSP se representa cada operación como un nodo, se agregan dos nodos de control que sirven como el nodo inicial (del que dependen todos los trabajos) y final (que depende de todos los trabajos), las restricciones de precedencia dentro de cada trabajo se representan como aristas dirigidas fijas llamadas aristas conjuntivas y las operaciones que deben procesarse en una misma máquina se unen mediante aristas llamadas disyuntivas, una solución factible o planificación se obtiene al elegir la dirección para cada arista disyuntiva de modo que no se generen ciclos.



(a) Representación de una instancia, los colores distinguen entre las tres máquinas.



(b) Planificación obtenida al fijar las aristas disyuntivas como en 2.5. La ruta crítica se resalta en amarillo

Figura 2.6: Modelo de grafo disyuntivo para la instancia de ejemplo 2.1

Reglas de prioridad

En esta representación una planificación se construye al aplicar un proceso de simulación en el que para cada maquina se construye una cola con las operaciones cuyas dependencias ya han sido procesadas. Inicialmente se tienen en las colas solo las operaciones iniciales de cada trabajo. Una vez que se tiene esto se utiliza una regla de prioridad para elegir qué operación debe planificarse en qué máquina. Se actualizan las colas para las máquinas que lo requieran y se continua con este proceso hasta completar la planificación (vaciar las colas).

Existen muchas reglas de prioridad que toman en cuenta cosas como la duración de la operación, la cantidad de operaciones restantes, la duración del trabajo al que pertenece una operación, entre muchas otras. La calidad de la planificación construida depende de la regla de prioridad que se utilice y de la estructura de la instancia en sí.

2.5. Tipos de planificaciones

Independientemente de cómo se representen o como se construyan las planificaciones pueden clasificarse en varios conjuntos. Dentro de el conjunto de planificaciones factibles se pueden distinguir dos subconjuntos de interés para el presente trabajo: el conjunto de las planificaciones óptimas que está conformado por las planificaciones con el menor makespan posible y el conjunto de las planificaciones activas. Estas últimas se definen como las planificaciones en las que no es posible disminuir el tiempo de inicio de ninguna operación sin aumentar el tiempo de inicio de otra. Es conocido que las planificaciones óptimas representan un subconjunto de las activas[16].

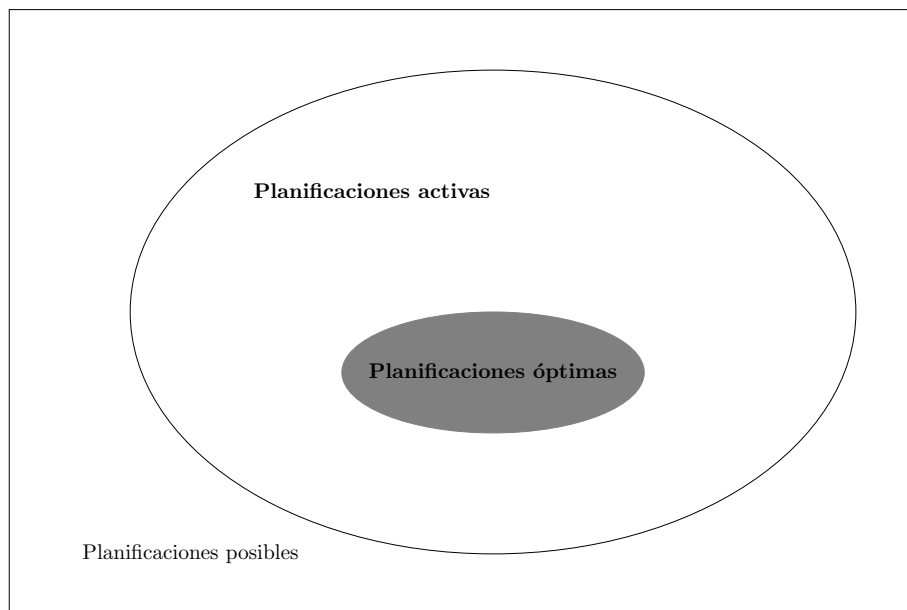


Figura 2.7: Subconjuntos de planificaciones

Estas clasificaciones resultan interesantes porque existen algoritmos para generar tipos de plani-

ficaciones de modo que podamos centrarnos en solo un subconjunto del espacio de búsqueda.

2.6. Metaheurísticas aplicadas al JSP

La complejidad del JSP hace que las metaheurísticas sean actualmente los métodos más utilizados para resolver instancias grandes. Estas han conseguido hallar buenas soluciones para los conjuntos de prueba más populares. Aunque se han propuesto muchas metaheurísticas, prácticamente todas utilizan el concepto de vecindad. Como ya se explicó, la definición de una estructura de vecindad es parte del paisaje de búsqueda y tiene un gran impacto en los resultados obtenidos. Desde que se propuso la primera vecindad en 1996, se han propuesto vecindades cada vez con mejores resultados.

Vecindades previamente propuestas

Se han propuesto varias estructuras de vecindad al JSP, a continuación se describen las más importantes a la fecha:

- N1 [4] Consiste en considerar todas las soluciones que se crean al intercambiar cualquier par de operaciones adyacentes que pertenecen a un bloque crítico. Esta vecindad es muy grande y considera muchos cambios que no mejoran el makespan.

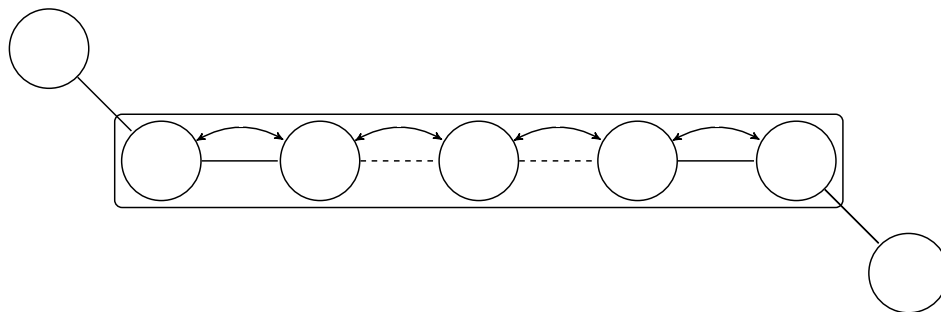


Figura 2.8: Movimientos de la vecindad N1

- N4 [9] Esta vecindad se propuso como un refinamiento y extensión de la vecindad N1 y toma como base el concepto de bloque crítico. Consiste en llevar operaciones internas del bloque crítico al inicio o final.

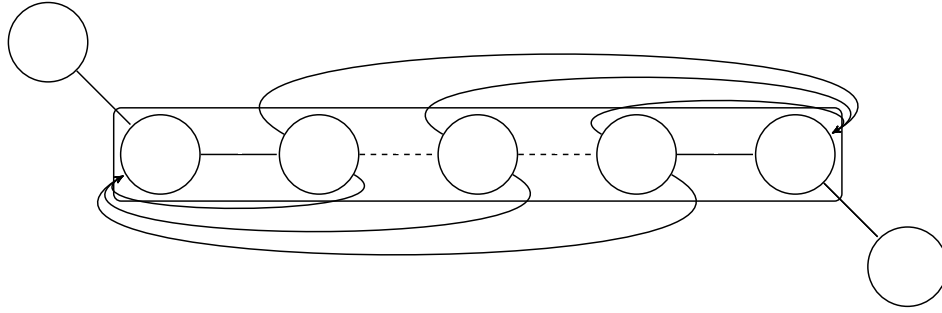


Figura 2.9: Movimientos de la vecindad N4

- N5 [10] Consiste en intercambiar solo las operaciones adyacentes a la final o inicial de un bloque crítico.

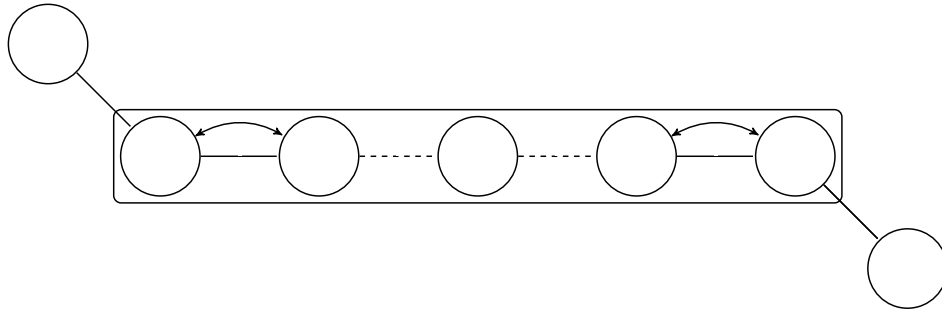
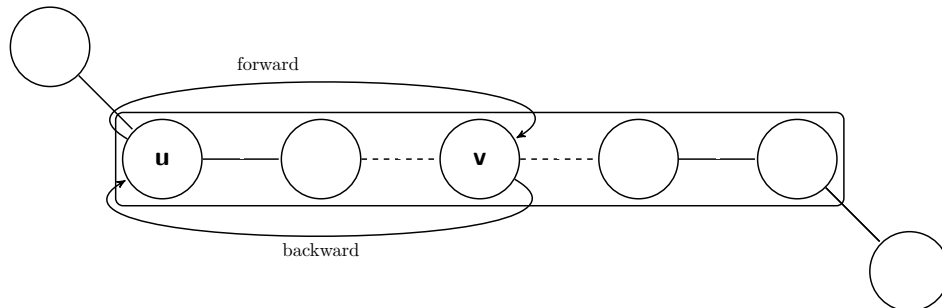


Figura 2.10: Movimientos de la vecindad N5

- N6 [2] Los autores utilizan varios teoremas para identificar pares (u, v) de operaciones dentro de un bloque crítico que puedan llevar a mejorar la solución y a su vez identificar si se tiene que mover a u justo después de v (forward) o bien a v justo antes de u (backward).

Figura 2.11: Los dos tipos de movimientos para un par (u, v)

- N7 [20] Esta vecindad se plantea como una extensión de la N6 en la cual se toma la idea de los movimientos entre pares de operaciones de un bloque crítico. Los autores toman en cuenta

todos los cambios posibles entre el inicio o fin del bloque crítico con todas las operaciones internas.

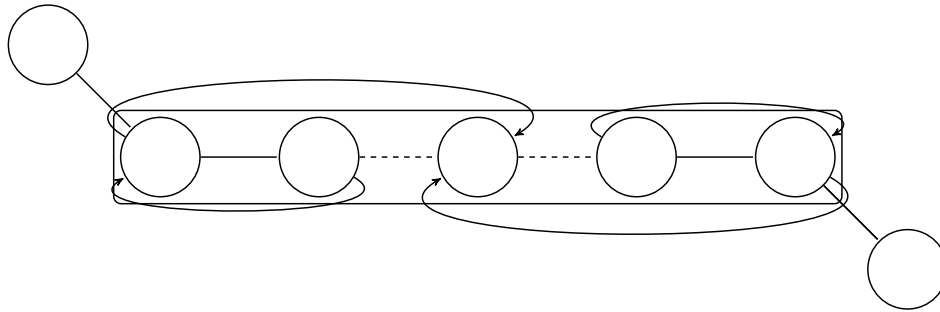


Figura 2.12: Movimientos de la vecindad N7

Las vecindades antes presentadas se han centrado en operaciones que pertenecen a la ruta crítica por varias razones, la vecindad resultante es suficientemente pequeña como para ser explorada en su totalidad, el makespan de una planificación solo puede reducirse haciendo cambios en la ruta crítica y pueden garantizarse que cualquier vecino representa una solución factible.

La literatura reciente se ha centrado en hacer los algoritmos existentes más eficientes dejando de lado la parte de la representación o de la función de fitness. Existen otras ideas que no se han explorado a fondo pero parecen prometedoras como proponer extensiones a alguna de las vecindades, cambiar la representación y proponer una función de fitness que no solo tome en cuenta el makespan de modo que tengamos más formas de diferenciar entre soluciones. En la siguiente sección se presentan algunas otras medidas de calidad para planificaciones del JSP.

Criterios de optimalidad

Como ya se ha mencionado el criterio de optimalidad más usado es el makespan, no obstante existen muchos otros criterios de optimalidad que pueden usarse para asignar un valor de fitness a una planificación.

Si denotamos por C_i al tiempo de finalización del trabajo J_i y $f_i(C_i)$ a su costo asociado, podemos distinguir dos tipos de funciones de costo en la literatura[6]:

$$f_{\text{máx}} := \text{máx}\{f_i(C_i)\}$$

y

$$\sum f_i(C) := \sum_{1 \leq i \leq n} f_i(C_i)$$

Los costos asociados a cada uno de los tiempos de finalización de los trabajos pueden tomar muchas formas, por ejemplo pueden introducirse pesos para cada trabajo o fijar tiempos de finali-

zación esperado para cada trabajo y medir la desviación de ellos.

Dependiendo del problema en sí, puede ser que se le de más o menos valor a distintos aspectos de la planificación como el tiempo que están detenidas las máquinas, o el tiempo que tarda un trabajo en particular. El makespan se ha extendido como criterio de optimalidad porque está muy relacionado con los costos económicos de la planificación[17].

Con las definiciones anteriores sobre vecindades, función objetivo y representaciones de las soluciones podemos construir el paisaje de búsqueda para el JSP.

2.7. Paisaje de búsqueda del JSP

En el caso del JSP se ha encontrado que el paisaje de búsqueda para una instancia al azar tiende a ser muy dependiente de la razón entre el número de máquinas y número de trabajos de la misma [19]. También se ha observado que el paisaje tiende a tener muchos óptimos locales de baja calidad para instancias difíciles [13] y que en general algunas soluciones están mucho mas conectadas que otras [3].

Estas características explican en parte por qué los métodos basados en búsqueda local como la búsqueda tabú combinados con métodos sofisticados de exploración han tenido tan buenos resultados. Puede ser que las soluciones que esten más conectadas a otras sean de baja calidad y sea necesario evitar ser «atraídos» hacia ellas para llegar a soluciones de mejor calidad.

En este sentido, podemos pensar que para que una metaheurística basada en búsqueda local tenga mayor probabilidad de encontrar buenas soluciones debemos plantear el paisaje de búsqueda de modo que no nos atasquemos en óptimos locales de mala calidad, ya sea porque están muy conectados y funcionan como atractores o bien porque el paisaje de búsqueda es tan rugoso que hay óptimos locales por doquier y es fácil atascarse en uno de mala calidad.

Propuestas

3.1. Representación de soluciones activas basada en llaves aleatorias

La representación propuesta se basa en asignar a cada operación un número real entre 0 y 1 el cual sirve para definir un orden entre operaciones en una misma máquina mediante un proceso de decodificación un planteamiento similar puede encontrarse en [15] y en [16].

Para decodificar la solución a partir de las llaves se utiliza el algoritmo de Giffler & Thompson [11] con el cual se generan soluciones activas.

Una consecuencia importante de este cambio en la representación es que el espacio de búsqueda se reduce a solo las soluciones activas y como se sabe que las planificaciones óptimas son un subconjunto de estas, esta representación puede representar cualquier solución óptima.

Un punto negativo es que esta representación es n a 1 porque solo importa el tamaño relativo de las llaves que compiten entre sí, es decir que diferentes valores de llaves pueden llevarnos a la misma solución. En principio no parece un problema muy grave aunque sería más eficiente tener una representación 1 a 1 aunque se requiere de más análisis para plantearla.

A continuación se presenta el algoritmo para construir planificaciones activas de llaves numéricas.

3.1.1. Algoritmo de Giffler & Thompson

Para explicar el algoritmo de Giffler & Thompson se adoptan las siguientes notaciones:

- O_i la operación i .
- $M(O_i)$ la máquina en la que debe procesarse la operación O_i .
- $t_f(O_i)$ el tiempo en que se terminaría de procesar la operación O_i si se planifica en este paso.

- $t_i(O_i)$ el tiempo en que se comenzaría a procesar la operación O_i si se planifica en este paso.
- $k(O_i) \in [0, 1]$ el valor de la llave asignada a O_i .

El primer paso es marcar como planificable la primera operacion de cada trabajo. Posteriormente se identifica la operación O_{min} con el menor tiempo de finalización si se planificara ya y la máquina $M^* = M(O_{min})$ en la cuál debe procesarse. Se toma el tiempo de finalización $t_f^* = t_f(O_{min})$ para escoger alguna de las operaciones planificables en m^* cuyo tiempo de inicio sea menor a t_f^* , se actualizan las operaciones planificables y este proceso se repite hasta completar la planificación. A continuación se presenta formalmente el algoritmo.

Algorithm 4: Algoritmo de Giffler & Thompson

Data: Instancia del JSP

Result: Planificación activa

Inicializar el conjunto de operaciones planificables Ω ;

while Ω no vacío **do**

Determinar la operación con el menor tiempo potencial de finalización

$O_{min} = \arg \min_{O \in \Omega} t_f(O)$;

Determinar el tiempo de finalización t_f^* y la máquina M^* en que se procesa O_{min} ;

Identificar el conjunto $C \subset \Omega$ de operaciones que cumplen $t_i(O) < t_f^*$ y $M(O) = M^*$;

Escoger la operación $O^* \in C$ que tenga asignada la llave de mayor valor;

Asignar tiempo de inicio y fin a O^* ;

Actualizar Ω eliminando a O^* y agregando a su sucesora si existe;

Ejemplo

Como ejemplo ilustrativo se muestran los primeros pasos para construir la planificación mostrada en la figura 2.5 asociada a la instancia de ejemplo mostrada en la tabla 2.1.

Para recuperar la planificación previamente mostrada se asignan las llaves de la siguiente manera:

$$k(O_{00}) = k(O_{01}) = k(O_{02}) = 1$$

$$k(O_{10}) = k(O_{11}) = k(O_{12}) = 0$$

- Se inicializa Ω agregando las operaciones iniciales de cada trabajo, es decir:

$$\Omega = \{O_{10}, O_{00}\}$$

- Se identifica a la operación que acabaría primero si se planifica ya, en este caso es O_{10} que se debe procesar en la máquina M_0 .

- Se identifican las operaciones que podrían comenzar a procesarse antes del tiempo potencial de finalización de O_{10} . En este caso solo O_{00} y O_{10} cumplen las condiciones.

Como $k(O_{00}) > k(O_{10})$ se planifica O_{00} se le asignan 0 y 54 como tiempos inicial y final.

- Se actualiza Ω removiendo a la operación planificada y agregando a su sucesora O_{02} .

$$\Omega \leftarrow \{O_{10}, O_{02}\}$$

Este proceso continua de acuerdo al algortimo 4 hasta que todas las operaciones se encuentren planificadas.

3.1.2. Construcción de soluciones activas a partir de no activas

Hasta ahora se ha considerado que la asignación de las llaves a las operaciones se hace de manera aleatoria. Esta asignación también puede hacerse tomando como base una solución previamente dada que no necesariamente tiene que ser activa.

Como se vio en el modelo de grafo distyuntivo construir una planificación consiste en elegir direcciones de aristas disyuntivas. Esto al final genera un orden para las operaciones en cada máquina i.e. una permutación. Para hallar la representación de alguna de estas soluciones en el esquema propuesto se toma esta permutación de las operaciones para cada máquina y se le asigna a cada una una prioridad decreciente acuerdo a su posición en la permutación.

$$k(O_i) > k(O_{i+1})$$

donde O_i es la operación número i en procesarse

Esta asignación nos asegura que se mantega el orden de muchas operaciones pero convierte a la solución en activa. A continuación se muestra un ejemplo ilustrativo

Ejemplo

Consideremos la instancia del JSP mostrada en la siguiente tabla:

Trabajo	Secuencia de procesamiento (máquina, tiempo)			
0	1, 37	0, 13	2, 35	
1	0, 8	1, 4	2, 9	
2	1, 34	2, 72	0, 96	
3	1, 63	0, 77	2, 24	

Tabla 3.1: Instancia 3 maquinas y 4 trabajos

La siguiente figura muestra un diagrama de gantt para una posible planificación.

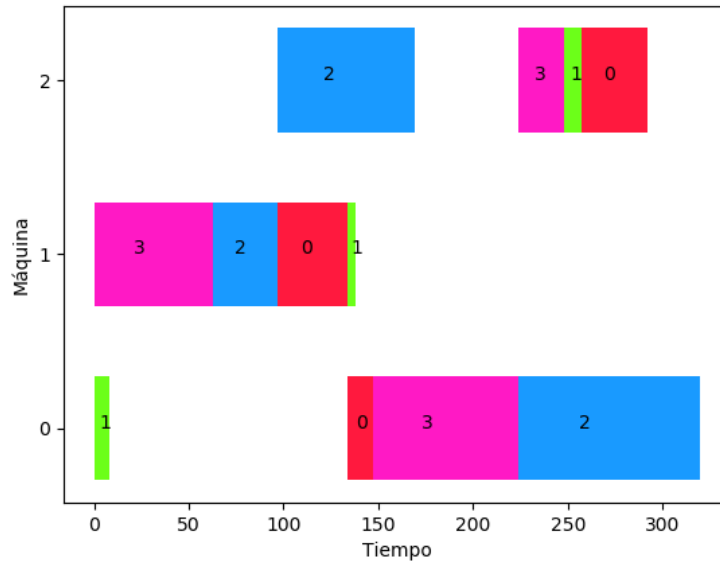


Figura 3.1: Planificación posible para la instancia en 3.1.

A partir de la planificación mostrada podemos asignar las prioridades del modo previamente dicho con lo que después de construir la planificación a partir de estas prioridades obtenemos la planificación que se muestra en la siguiente figura.

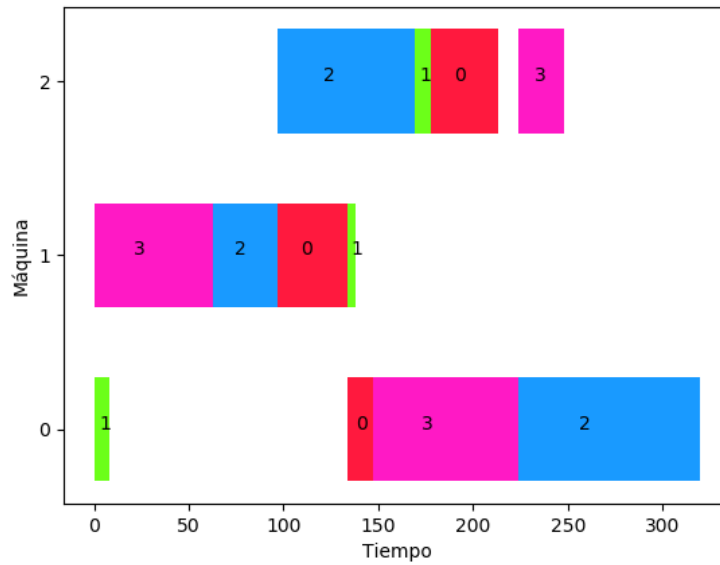


Figura 3.2: Planificación activa reconstruida a partir de la mostrada en 3.1.2

Podemos notar como dos operaciones cambian de lugar de modo que se planifican antes sin

aumentar el tiempo de inicio de otras.

Una característica importante de esta representación es que el algoritmo usado para decodificar una solución activa a partir de las llaves numéricas considera en cada paso varias operaciones candidatas a planificar que cumplen con los criterios antes mencionados. Estas operaciones son la pieza en la que se basa la siguiente propuesta para una estructura de vecindad.

3.2. Vecindad basada en soluciones activas

Esta vecindad surge del cambio de representación propuesto. En cada paso del algoritmo para construir una solución activa se consideran varias operaciones que «compiten» para ser planificadas (i.e. son planificables en ese momento) de las cuales se elige la que tiene la llave de mayor valor numérico.

La idea es construir la vecindad a partir de estas operaciones que compiten. En un principio puede pensarse en considerar todos los posibles ordenamientos posibles para dichas operaciones pero esto da lugar a una vecindad demasiado grande por lo que se considera únicamente hacer cambios por pares de llaves entre la operación elegida y todas sus competidoras.

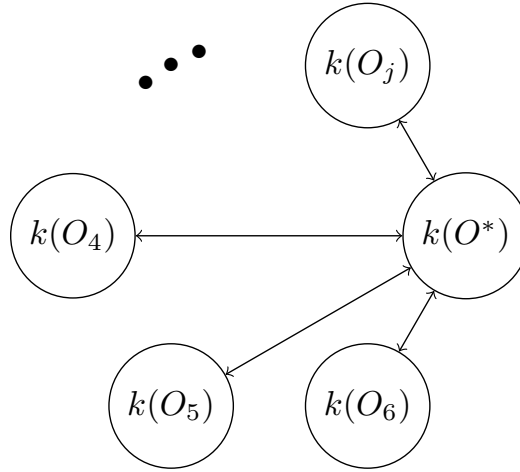


Figura 3.3: Movimientos de la vecindad propuesta. $k(O^*)$ es la llave de la operación elegida, las flechas representan los posibles intercambios entre las j operaciones competidoras.

El tamaño de esta vecindad puede ser bastante grande ya que para cada paso del algoritmo 4 se tienen tantos movimientos como operaciones competidoras, las cuales pueden ir desde 1 hasta el número de trabajos n siendo en el peor caso de tamaño $O(nm * n)$. Como se mostrará mas adelante en la validación experimental, en realidad el número de operaciones que compiten por lo general es solo una fracción pequeña de n con lo que la vecindad puede manejarse sin problemas.

Los movimientos de esta vecindad pueden generar soluciones muy diferentes dependiendo de dónde se encuentren en la planificación las operaciones consideradas. Si se cambia la llave de una operación que fue planificada al principio puede ser que la solución cambie en muchos otros lugares

porque el conjunto de operaciones disponibles puede llegar a ser completamente distinto al llegar a un paso más avanzado en la construcción de la solución.

3.3. Extensión a vecindad N7

Como punto de partida se planteó agregar movimientos a la vecindad N7 con la cual se han obtenido los resultados del estado del arte. Los movimientos que plantea esta vecindad solo tienen que ver con pares de operaciones en la ruta crítica por lo que una extensión sencilla consiste en considerar movimientos de operaciones que pueden no pertenecer a la ruta crítica.

Es importante resaltar que si no se planteara también una función de fitness que no tome solo en cuenta el makespan estos movimientos podrían nunca llevarían a una mejora [4]. Los movimientos planteados se basan en observar que en alguna solución encontrada por una búsqueda local para cada máquina pueden existir periodos de tiempo en la que está inactiva pero existe alguna operación en la ruta crítica que podría comenzar a procesarse en este periodo y que se procesa después. Ninguna de las vecindades previamente propuestas considera movimientos de las operaciones de la ruta crítica más allá del bloque crítico por lo que estos movimientos representan un conjunto previamente no explorado de soluciones.

Intuitivamente lo que se pretende es llenar un «hueco» en la planificación con una operación de un bloque crítico.

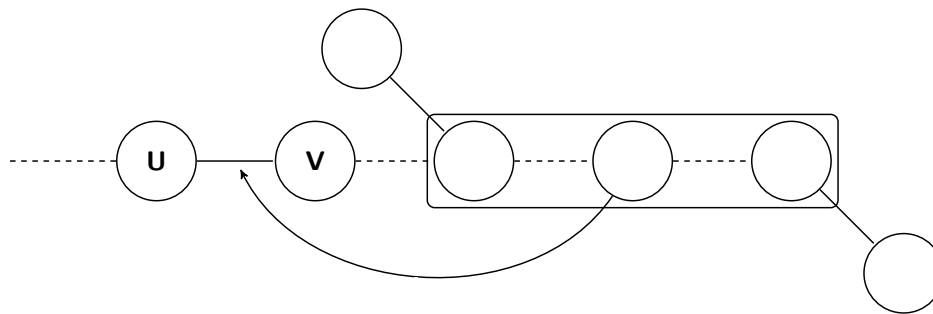


Figura 3.4: Movimientos propuestos. El tiempo de inicio de **v** es mayor al de finalización de **u**

En general esta vecindad resulta de un tamaño muy reducido porque existen muchos movimientos que hacen que la solución resultante sea infactible.

3.4. Función de fitness

La idea principal es la de tener un arreglo de características de la planificación y compararlos lexicográficamente para distinguir entre las soluciones. Para plantear qué características son las que se iban a tomar en cuenta para este arreglo se tomaron en cuenta otros criterios de optimalidad

hallados en la literatura así como propuestas propias. También se planteó considerar todos los tiempos de finalización de las máquinas. Las características tomadas en cuenta fueron las siguientes:

- C_{max} Makespan
- $\sum C_i^2$ Tiempo al cuadrado total
- $\sum J_i$ Flowtime
- $\sum I(C_i = C_{max})$ Número de máquinas cuyo tiempo de finalización es igual al makespan
- Número de rutas críticas
- $\sqrt{Var(C_i)}$ Desviación estandar de los tiempos de finalización

Se probaron estos criterios a pares para determinar el orden en el que podrían dar mejores resultados al considerar a todos en el arreglo.

Capítulo 4

Validación experimental

Capítulo 5

Conclusiones y Trabajos a Futuro

Conclusiones

Bibliografía

- [1] The origins of order: self-organization and selection in evolution, 1993.
- [2] BALAS, E., AND VAZACOPOULOS, A. Guided local search with shifting bottleneck for job shop scheduling. *Management Science* 44, 2 (1998), 262–275.
- [3] BIERWIRTH, C., MATTFELD, D. C., AND WATSON, J.-P. Landscape regularity and random walks for the job-shop scheduling problem. In *European Conference on Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization* (2004), Springer, pp. 21–30.
- [4] BŁAŻEWICZ, J., DOMSCHKE, W., AND PESCH, E. The job shop scheduling problem: Conventional and new solution techniques. *European journal of operational research* 93, 1 (1996), 1–33.
- [5] BLUM, C., AND ROLI, A. Metaheuristics in Combinatorial Optimization: Overview and Conceptual Comparison. *ACM Computing Surveys* 35, 3 (2003), 268–308.
- [6] BRUCKER, P. *Due-Date Scheduling*. 2001.
- [7] BRUCKER, P., JURISCH, B., AND SIEVERS, B. A branch and bound algorithm for the job-shop scheduling problem. *Discrete Applied Mathematics* 49, 1-3 (1994), 107–127.
- [8] CHENG, R., GEN, M., AND TSUJIMURA, Y. A tutorial survey of job-shop scheduling problems using genetic algorithms - I. Representation. *Computers and Industrial Engineering* 30, 4 (1996), 983–997.
- [9] DELL’AMICO, M., AND TRUBIAN, M. Applying tabu search to the job-shop scheduling problem. *Annals of Operations research* 41, 3 (1993), 231–252.
- [10] EUGENIUSZ NOWICKI, C. S., AND TO. A Fast Taboo Search Algorithm for the Job Shop Problem. *Manage. Sci.* 42, 6 (2003), 797–813.
- [11] GIFFLER, B., AND THOMPSON, G. L. Algorithms for Solving Production-Scheduling Problems, 1960.

- [12] JOHNSON, S. M. Optimal two-and three-stage production schedules with setup times included. *Naval research logistics quarterly* 1, 1 (1954), 61–68.
- [13] MATTFELD, D. C., BIERWIRTH, C., AND KOPFER, H. A search space analysis of the job shop scheduling problem. *Annals of Operations Research* 86 (1999), 441–453.
- [14] NOCEDAL, J., AND WRIGHT, S. *Numerical optimization*. Springer Science & Business Media, 2006.
- [15] NORMAN, B. A., AND BEAN, J. C. A random keys genetic algorithm for job shop scheduling. Tech. rep., 1996.
- [16] PONSICH, A., AND COELLO COELLO, C. A. A hybrid Differential Evolution - Tabu Search algorithm for the solution of Job-Shop Scheduling Problems. *Applied Soft Computing Journal* 13, 1 (2013), 462–474.
- [17] RAND, G. K. *Machine scheduling problems: Classification, complexity and computations*, vol. 1. 1977.
- [18] STEGHERR, H., HEIDER, M., AND HÄHNER, J. Classifying Metaheuristics: Towards a unified multi-level classification system. *Natural Computing* 0 (2020).
- [19] STREETER, M. J., AND SMITH, S. F. How the landscape of random job shop scheduling instances depends on the ratio of jobs to machines. *Journal of Artificial Intelligence Research* 26 (2006), 247–287.
- [20] ZHANG, C. Y., LI, P. G., GUAN, Z. L., AND RAO, Y. Q. A tabu search algorithm with a new neighborhood structure for the job shop scheduling problem. *Computers and Operations Research* 34, 11 (2007), 3229–3242.
- [21] ZHANG, J., DING, G., ZOU, Y., QIN, S., AND FU, J. Review of job shop scheduling research and its new perspectives under Industry 4.0. *Journal of Intelligent Manufacturing* 30, 4 (2019), 1809–1830.