

Roboternavigation mit Potenzialfeldern

Intelligente Robotik WS2023/24
Praktische Arbeit

Carl Schünemann (Mat.Nr. 00107827)

31. Dezember 2023

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel der Implementierung	1
2 Ausführung der Implementierung	2
2.1 Vorbereitung der Ausführungsumgebung	2
2.2 Ausführung des Jupyter Notebooks	2
3 Roboterbewegung im Occupancy Grid	5
4 Konfigurationsraum	6
5 Berechnung der Potenzialfelder	8
5.1 Anziehende & abstoßende Potenziale	8
5.2 Wavefront Potenziale	9
6 Roboternavigation im Kraftfeld	11
6.1 Berechnung der Gradienten	11
6.1.1 Gradienten an Grenzen und Hindernissen	12
6.1.2 Behandlung lokaler Maxima	12
6.2 Gradientenabstieg	13
7 Diskussion	14
7.1 Lokale Minima und Oszillationen	14
7.2 Interpolationsartefakte	15
Literatur	16

1 Ziel der Implementierung

Die vorliegende Arbeit dokumentiert die praktische Umsetzung eines Planungssystems zur Roboternavigation im Rahmen der Mastervorlesung “Intelligente Robotik” im Wintersemester 2023/24 an der THI.

Die Implementierung erfolgte in Python, wobei ein Jupyter Notebook als zentraler Einstiegspunkt dient. Ein rechteckiger Roboter variabler Größe navigiert in einem statisch vorgegebenen Occupancy Grid mit beliebig konfigurierbaren Hindernissen von einem Start- zu einem Zielpunkt. Die kollisionsfreie Roboternavigation wird durch die Transformation der Roboterbewegung in einen dreidimensionalen Konfigurationsraum nach dem Ansatz von Yunfeng und Chirikjian ermöglicht [6]. Die Routenplanung vom Start- zum Zielpunkt basiert auf Potenzialfeldern, deren Berechnung sowohl mit anziehenden und abstoßenden Potenzialen als auch dem Wavefront-Algorithmus implementiert wurde. Die Roboternavigation erfolgt durch das Gradientenabstiegsverfahren in den Kraftfeldern der Potenzialfelder. Diverse grafische Darstellungen visualisieren die Berechnungen und Roboternavigation.

Das nachfolgende Kapitel dient als Kurzanleitung zur Ausführung des Programms. Die weiteren Kapitel beschreiben den theoretischen Hintergrund der Implementierung.

2 Ausführung der Implementierung

Die Roboternavigation mit Potenzialfeldern wurde in Python als *Jupyter Notebook* implementiert. Das Programm ist nach Vorbereitung der Ausführungsumgebung in sechs sequenziellen Schritten ausführbar.

2.1 Vorbereitung der Ausführungsumgebung

Das Jupyter Notebook ist entweder lokal ausführbar oder ohne benötigte Installationen über *Google Colab* in der Cloud zu starten.

Lokal

Um das Programm lokal auszuführen, muss das [GitHub Repository](#) geklont werden. Das Jupyter Notebook `robot-navigation-potential-fields-local.ipynb` ist der zentrale Einstiegspunkt des Programms. Die Implementierung wurde mit *Visual Studio Code*, kurz *VSCode*, als Ausführungsumgebung des Notebooks getestet. Dazu wird Python ab Version 3.8 vorausgesetzt (getestet mit Version 3.8.18). Isolierte *Python Environments* können über *Anacoda Navigator* installiert werden. Zur Ausführung eines Jupyter Notebooks wird der *ipykernel* benötigt. Dieses Paket kann entweder nach Öffnen des Notebooks in VSCode über das Pop-up installiert werden oder über die Kommandozeile von Anaconda: `conda install -n <environment_name> ipykernel`.

Google Colab

Alternativ kann das Notebook ohne lokale Installationen in [Google Colab](#) ausgeführt werden. Hierfür wird nur ein Google Account benötigt.

2.2 Ausführung des Jupyter Notebooks

Das Jupyter Notebook unterteilt das Programm in sechs sequenziell auszuführende Schritte. Ein solcher *Ausführungsschritt* entspricht einer Überschrift, die eine auszuführende *Zelle* gruppier. Per Klick auf das Pfeilsymbol links neben der Überschrift wird die Zelle ausgeklappt. Per Klick auf den Knopf links neben der Zelle oder über die Tastenkombination **Strg + Enter** wird der Python Code ausgeführt:

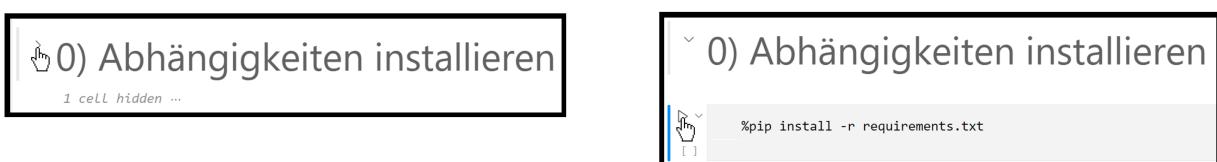


Abbildung 2.1: Nach Aufklappen der Überschrift eines Ausführungsschritts (links) kann der Python Code in der Zelle ausgeführt werden (rechts).

0) Abhängigkeiten installieren

Bevor das Python Programm ausgeführt werden kann, müssen alle notwendigen Bibliotheken installiert werden: *Numpy*, *Scipy* und *Scikit-learn* unterstützen mathematische Berechnungen während *Matplotlib* zur Visualisierung dient. Im Fall der lokalen Ausführung werden mit `pip install -r requirements.txt` die benötigten Pakete installiert. Anschließend muss VSCode und Anaconda Navigator komplett neu gestartet werden. Beim Notebook für Google Colab wird zusätzlich das Repository geklont. Ein Neustart ist dort nicht erforderlich.

1) Szenario auswählen

Dieser Ausführungsschritt gruppiert als Ausnahme mehrere Zellen, wobei eine Zelle einem vorkonfiguriertem *Szenario* entspricht. Für ein Szenario müssen alle Parameter des Programms konfiguriert werden, beispielsweise die Start- und Zielposition des Roboters oder die Position der Hindernisse. Detaillierte Informationen zu den Parametern finden sich in den nachfolgenden Kapiteln. Es werden nur die Parameter der zuletzt ausgeführten Zelle dieses Ausführungsschritts übernommen.

```
# Dimensionen Roboter
robot_width = 1 # Breite in X-Richtung
robot_length = 2 # Länge in Y-Richtung

# Rotationsschritte (Grad)
rotation_step = 45

# Start- und Zielpunkt festlegen: (X,Y,Rotationzustand)
# => Rotation in Grad = Rotationzustand * 'rotation_step'
start_point = (2, 13, 0)
goal_point = (13, 3, 0)
current_position=start_point # Initialisierung der aktuellen Position

# Potenzialfunktion (disjunkte Auswahl)
wavefront_potential_function = False
attraction_repulsion_potential_function = True
attraction_weight = 2 # Nur relevant für 'attr._repul._pot._function = True'
repulsion_weight = 0 # Nur relevant für 'attr._repul._pot._function = True'

# Dimensionen Occupancy Grid
occupancy_grid_width = 17 # Breite des Occupancy Grid in X-Richtung
occupancy_grid_length = 17 # Länge des Occupancy Grid in Y-Richtung
occupancy_grid = generate_empty_occupancy_grid(
    occupancy_grid_width=occupancy_grid_width,
    occupancy_grid_length=occupancy_grid_length
)

# Hindernisse im Occupancy Grid:
# Aufgespanntes Rechteck von x bis x + 'obstacle_width' und y bis y + 'obstacle_length'
occupancy_grid = add_obstacle(
    occupancy_grid=occupancy_grid,
    obstacle_width=3,
    obstacle_length=3,
    x=7,
    y=7)

# Berechnung der Plots für 3) und 4) aktivieren bzw. deaktivieren wenn CPU-intensiv
optional_plots = True # Nicht empfohlen für Occu. Grid. w/h > 30 oder rotation_step < 30
gradient_descent_plots = False # Nicht empfohlen für Occu. Grid. w/h > 20 oder rotation_step < 90
```

Abbildung 2.2: Parameter konfigurieren die gesamte Programmausführung eines Szenarios.

2) Berechnungen durchführen

In diesem Ausführungsschritt werden die für das Gradientenabstiegsverfahren benötigten mathematischen Berechnungen durchgeführt. Der theoretische Hintergrund der Berechnungen wird in den nachfolgenden Kapiteln beschrieben. Änderungen am Python Code dieser Zelle sind nicht notwendig.

3) Plots ausgeben (optional)

Als einziger Ausführungsschritt ist die Berechnung und Visualisierung der grafischen Darstellungen optional. Da dieser Schritt sehr rechenaufwändig sein kann, verhindert der im Ausführungsschritt 1) gesetzte Parameter `optional_plots=False` bei bestimmten vorkonfigurierten Szenarien die Ausführung dieser Zelle.

4) Gradientenabstieg initialisieren

Bedingt durch die Bibliothek Matplotlib muss bei animierten grafischen Darstellungen die Initialisierung von der Ausführungslogik getrennt werden. Diese Zelle initialisiert ausschließlich das Gradientenabstiegsverfahren und dessen animierte Visualisierung. Wenn im Ausführungsschritt 1) der Parameter `gradient_decent_plots=True` gesetzt wird, werden zusätzliche Plots berechnet. Analog zum Parameter `optional_plots=False` des vorherigen Ausführungsschritts wird dies aufgrund des hohen Ressourcenverbrauchs für gewisse Szenarien nicht empfohlen.

5) Gradientenabstieg starten

Bei Ausführung dieser Zelle wird das zuvor initialisierte Gradientenabstiegsverfahren gestartet. Im Plot des vorherigen Ausführungsschritts wird die Roboternavigation animiert. Um ein weiteres Szenario auszuführen, müssen die Ausführungsschritte ab 1) wiederholt werden.

3 Roboterbewegung im Occupancy Grid

Die physikalische Umgebung des Roboters wird diskretisiert durch das *Occupancy Grid*, ein binärer, zweidimensionaler Raum aus der Vogelperspektive. Implementiert mit der Python Bibliothek Numpy, hat das Boolean Array `occupancy_grid[occupancy_grid_length][occupancy_grid_width]` den Ursprung links oben. Jede Koordinate ist entweder durch ein Hindernis belegt (`occupancy_grid[Y][X] == False`) oder frei von einem Hindernis (`occupancy_grid[Y][X] == True`).

Im Occupancy Grid gibt es drei Roboterpositionen: `start_point`, `current_position` und `goal_point`.

```
occupancy_grid =
[[T, T, T],
 [T, T, T],
 [T, T, T],
 [T, T, T],
 [T, T, T],
 [T, T, T],
 [T, T, T],
 [T, T, T],
 [T, T, T],
 [T, T, T],
 [T, T, T],
 [T, T, T],
 [T, T, T],
 [T, T, T],
 [T, T, T],
 [T, T, T],
 [T, T, T],
 [T, T, T],
 [T, T, T],
 [T, T, T],
 [T, T, T],
 [T, T, T],
 [T, T, T],
 [T, T, T]]
```

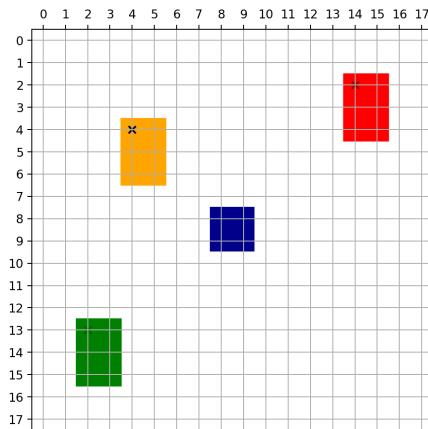


Abbildung 3.1: Ein einfaches Occupancy Grid mit vier Hinderniskoordinaten (blau), dem `start_point` (grün), der `current_position` (orange) und dem `goal_point` (rot).

Die Dimension des Roboters wird durch die Variablen `robot_width` und `robot_length` definiert. Pro Verarbeitungsschritt kann sich der Roboter relativ zum Ankerpunkt der aktuellen Position entweder durch eine Translation oder Rotation im Occupancy Grid bewegen:

- **Translation** nach links ($x-1$), rechts ($x+1$), oben ($y-1$) und unten ($y+1$).
- **Rotation** um den Ankerpunkt. Bei einer Rotation von 0° liegt der Ankerpunkt in der linken oberen Koordinate innerhalb der Roboterdimensionen.

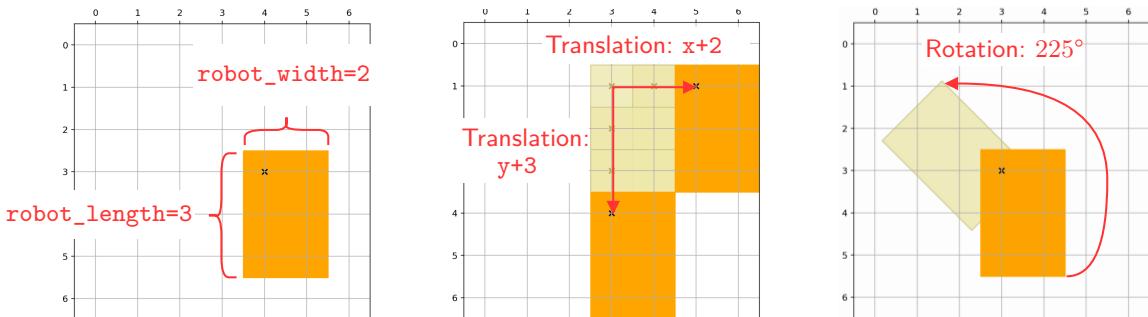


Abbildung 3.2: Bewegung eines Roboters mit variabler Dimension durch Translation und Rotation relativ zum Ankerpunkt

4 Konfigurationsraum

Bei einer Roboterlänge und -breite größer als eins können gewisse Punkte im Occupancy Grid nicht erreicht werden, ohne Hindernisse oder Grenzen zu überdecken. Deshalb wird die Roboterbewegung im *Konfigurationsraum* in eine Punktbewegung (`robot_width = robot_length = 1`) transformiert. Dazu wird jedes Hindernis im Occupancy Grid um die Roboterdimensionen erweitert. [4]

Je nach Rotation ändern sich die überdeckten Koordinaten im Occupancy Grid. Um den Verbrauch freier Koordinaten um das Hindernis zu minimieren, unterteilen Yunfeng und Chirikjian die Rotation in diskrete Zustände [6]. Der Parameter `rotation_step` gibt als Teiler von 360° an, um wie viel Grad sich der Roboter pro Bewegungsschritt drehen kann, wodurch sich $\text{rotations} = 360/\text{rotation_step}$ unterschiedliche Rotationszustände ergeben.

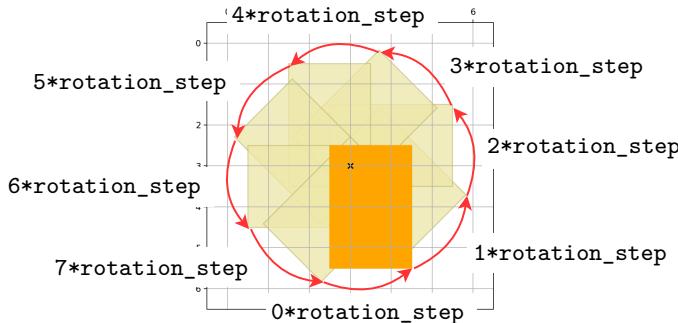


Abbildung 4.1: Für `rotation_step=45` ergeben sich $(360^\circ \div 45^\circ) = 8$ Rotationszustände.

Für jeden Rotationszustand wird ein *erweitertes Occupancy Grid* generiert. Dazu wird eine Maske des Robotermodells erstellt, rotiert und punktgespiegelt. Pro Rotationszustand wird in einer Kopie des ursprünglichen Occupancy Grids jedes Hindernis sowie jede Grenzkoordinate um diese Maske erweitert.

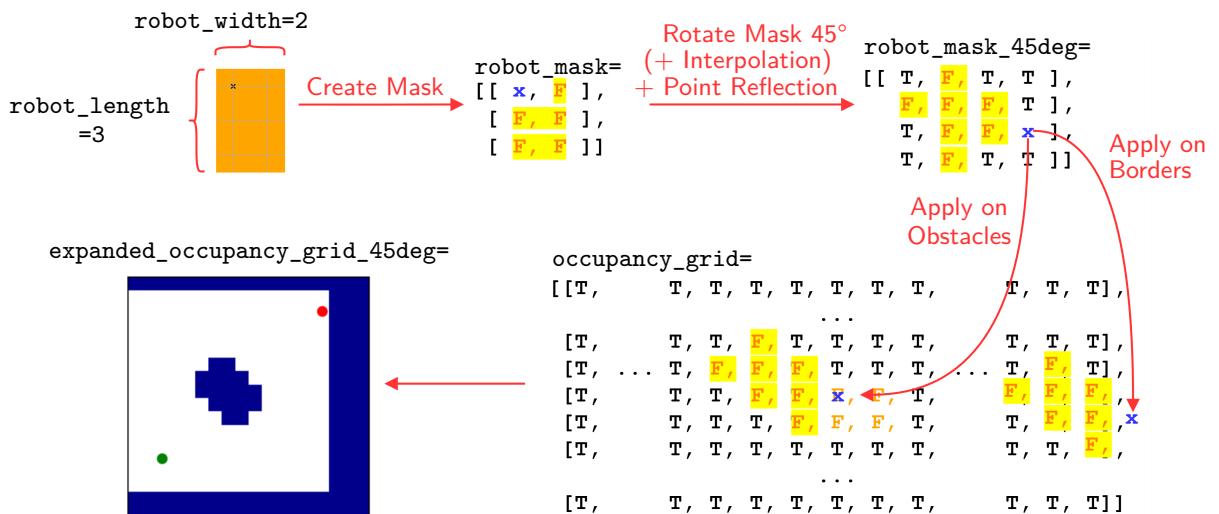


Abbildung 4.2: Erzeugung eines erweiterten Occupancy Grid für eine Rotation um 45°

In `configuration_space[rotations]` [`occupancy_grid_length`] [`occupancy_grid_width`] werden die erweiterten Occupancy Grids in der Dimension [`rotations`] zusammengefasst:

`configuration_space[(rotation+1)%rotations]` \cong Rotation um `rotation_step` gegen den Uhrzeigersinn
`configuration_space[(rotation-1)%rotations]` \cong Rotation um `rotation_step` im Uhrzeigersinn

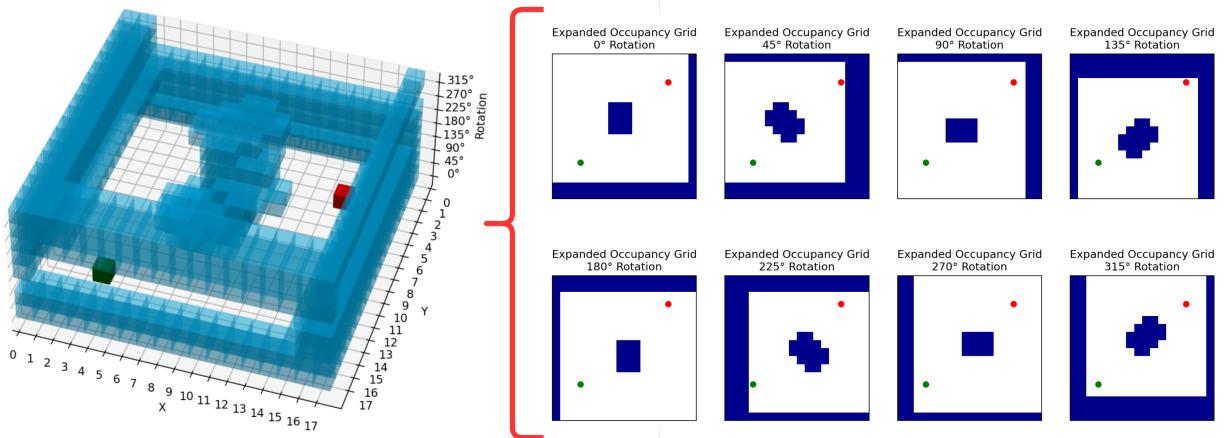


Abbildung 4.3: Die erweiterten Occupancy Grids bilden den dreidimensionalen Konfigurationsraum.

Die Punktbewegung im dreidimensionalen Konfigurationsraum `configuration_space[rotations]` [`occupancy_grid_length`] [`occupancy_grid_width`] ermöglicht eine kollisionsfreie Translation und Rotation im Occupancy Grid bei minimalem Verbrauch freier Koordinaten [6]. Die Position des Roboters sowie dessen Rotationszustand im Occupancy Grid wird dabei im Konfigurationsraum über `rotation`, `y`, `x` referenziert.

5 Berechnung der Potenzialfelder

Die Grundlage der Pfadplanung zu einem Zielpunkt bildet in dieser Implementierung die *Potenzialfeldmethode*: Der Konfigurationsraum entspricht einem skalaren *Potenzialfeld*, wobei jede Koordinate eine potentielle Energie $U(x, y, rotation)$ besitzt, ausgedrückt durch eine reelle Zahl. Je höher die potentielle Energie einer Koordinate, desto weiter ist der Punkt auf dem aktuellen Pfad vom Ziel entfernt. Die Berechnung des Potenzialfelds `potential[rotation][y][x] = U(x, y, rotation)` erfolgt mit *Potenzialfunktionen*. [7]

5.1 Anziehende & abstoßende Potenziale

Khatib schlug 1986 vor, das Potenzialfeld analog zu Magnet- und Gravitationsfeldern zu berechnen [3]. Der zu erreichende Zielpunkt wirkt mit einem *anziehenden* (engl. *attractive*) Potenzial auf eine Koordinate (y, x). Dieses Potenzial ist in allen Rotationsebenen gleich:

$$U_{Attr,Ziel}(x, y) = \sqrt{(y - y_{Ziel})^2 + (x - x_{Ziel})^2}$$

Bei den getesteten Implementierungsszenarien wurden bessere Ergebnisse festgestellt, wenn das anziehende Potenzial erst normiert und anschließend gewichtet wird. Mit `attraction_weight = 1` hat das anziehende Potenzial einen Wertebereich von $[0; 1]$. Mit `attraction_weight < 1` wird die obere Grenze des Wertebereichs gegen 0 verringert, mit `attraction_weight > 1` wird sie über 1 vergrößert:

$$U_{Attr,Ziel}(x, y)_{norm} = \frac{U_{Attr,Ziel}(x, y)}{\max\{U_{Attr,Ziel}\}} * \text{attraction_weight}$$

Die Hindernisse im Konfigurationsraum wirken auf jede Koordinate ($x, y, rotation$) mit einem *abstoßendem* (engl. *repulsive*) Potenzial. Das umfasst auch die Hindernisse in den benachbarten Rotationsebenen ($(rotation+1) \% rotations$) sowie ($(rotation-1) \% rotations$). Mit `repulsion_weight = 0` hat das abstoßende Potenzial einen Wertebereich von $[0; g]$, wobei $0 \leq g \leq 1$. Werte `repulsion_weight > 0` verringern die obere Grenze des Wertebereichs gegen 0: [5]

$$U_{Repul,Hindernis}(x, y, rotation) = \frac{1}{repulsion_weight + \sqrt{(y - y_{Hindernis})^2 + (x - x_{Hindernis})^2 + (rotation - rotation_{Hindernis})^2}}$$

Yujiang und Huilin definieren das abstoßende Potenzial einer Koordinate als kleinsten Abstand zu allen Hindernissen [7]:

$$U_{Repul}(x, y, rotation) = \min_{\forall Hindernis \in \text{occupancy_grid}} \{U_{Repul,Hindernis}(x, y, rotation)\}$$

Die gesamte potentielle Energie einer Koordinate entspricht der Kombination beider Potenziale. In dieser Implementierung wurden anziehendes und abstoßendes Potenzial gemäß Khalib addiert [3]:

$$U(x, y, rotation) = U_{Attr,Ziel}(x, y)_{norm} + U_{Repul}(x, y, rotation)$$

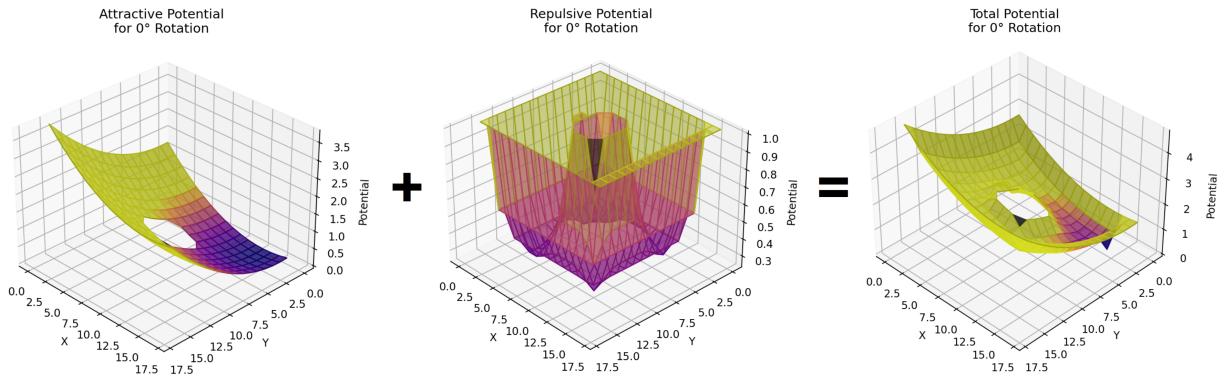


Abbildung 5.1: Die Berechnung des Gesamtpotenzials für die 0°-Rotationsebene des Konfigurationsraums mit `attraction_weight=5` und `repulsion_weight=0`

5.2 Wavefront Potenziale

Choset stellt eine Potenzialfunktion unter Verwendung der Breitensuche ausgehend vom Zielpunkt vor. Beim sogenannten *Wavefront-Algorithmus* entsprechen die Koordinaten des Konfigurationsraums den Knoten der Breitensuche. Jeder besuchte Knoten erhält dabei ein Potenzial, das mit jeder Ebene der Breitensuche streng monoton ansteigt: [1]

Algorithm 1 Wavefront-Algorithmus

```

1: Initialisierung:
2:   Jeder Punkt  $U(x, y, \text{rotation}) = 0$ 
3:   Warteschlange  $Q := \{((x_{\text{Ziel}}, y_{\text{Ziel}}, \text{rotation}_{\text{Ziel}}), 2)\}$ 

4: while  $Q \neq \emptyset$  do
5:    $((x, y, \text{rotation}), \text{potential}) \leftarrow Q$ 
6:    $U(x, y, \text{rotation}) = \text{potential}$ 
7:   Nachbarn  $N := \{(x-1, y, \text{rotation}), (x+1, y, \text{rotation}), \dots, (x, y, (\text{rotation}-1) \% \text{rotations})\}$ 
8:   for  $(x_{\text{Nachbar}}, y_{\text{Nachbar}}, \text{rotation}_{\text{Nachbar}}) \leftarrow N$  do
9:     if  $0 \leq x_{\text{Nachbar}} < \text{occupancy\_grid\_width}$ 
10:      and  $0 \leq y_{\text{Nachbar}} < \text{occupancy\_grid\_height}$ 
11:      and  $\text{computational\_space}[\text{rotation}_{\text{Nachbar}}][y_{\text{Nachbar}}][x_{\text{Nachbar}}] = \text{True}$  then
12:         $((x_{\text{Nachbar}}, y_{\text{Nachbar}}, \text{rotation}_{\text{Nachbar}}), \text{potential} + 1) \rightarrow Q$ 
13:      end if
14:    end for
15:  end while

```

5 Berechnung der Potenzialfelder

Demnach breitet sich das ansteigende Potenzial, beginnend am Zielpunkt als Quelle, bildlich als *Wellenfront* im Konfigurationsraum aus. Koordinaten in der Nähe von Hindernissen erhalten dabei auf der entgegengesetzten Seite der Ausbreitungsrichtung höhere Potenziale.

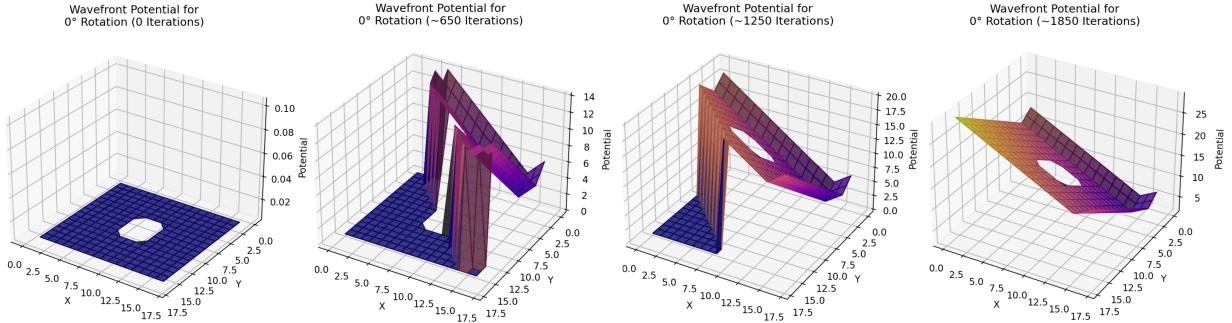


Abbildung 5.2: Die Berechnung des Gesamtpotenzials für die 0° -Rotationsebene des Konfigurationsraums mit dem Wavefront-Algorithmus

Unabhängig von der gewählten Potenzialfunktion wird das Potenzialfeld im dreidimensionalen Konfigurationsraum für jede Rotationsebene berechnet. Dadurch hat das Potenzialfeld die gleichen Dimensionen wie der Konfigurationsraum:

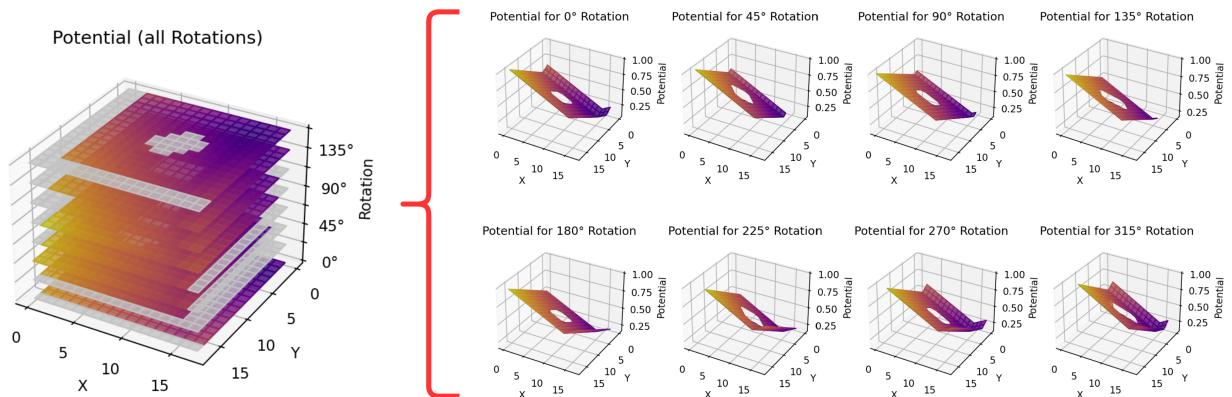


Abbildung 5.3: Das Potenzialfeld wird im dreidimensionalen Konfigurationsraum berechnet.

6 Roboternavigation im Kraftfeld

Die Roboternavigation basierend auf der Potenzialfeldmethode entspricht der Bewegung eines Körpers im *Kraftfeld* des Potenzialfelds.

6.1 Berechnung der Gradienten

Das Kraftfeld entspricht dem negativen Gradientenfeld des Potenzialfelds [3]. Auf jede Koordinate wirkt eine Kraft $F_{x/y/rotation}(x, y, rotation)$ in Höhe der negativen Potentialänderung, zerlegt in die drei kartesischen Komponenten des Konfigurationsraums:

$$F_x(x, y, rotation), F_y(x, y, rotation), F_{rotation}(x, y, rotation) = -\nabla U(x, y, rotation)$$

Um die Gradienten zwischen dem letzten Rotationszustand und 0° zu berechnen, wird die erste und letzte Rotationsebene an das jeweils andere Ende der Dimension potential[rotation] kopiert:

```
potential_padded = np.concatenate([potential[rotations-1], potential, potential[0]])
```

Die kopierten Rotationsebenen werden nach Berechnung der Kraftfelder entfernt:

```
force_field_rotation, force_field_y, force_field_x = -np.gradients(potential_padded)[1 : rotations-1]
```

Somit entspricht $force_field_rotation[rotations-1] > 0$ einer Kraft in Richtung $force_field_rotation[0]$ und $force_field_rotation[0] < 0$ entspricht einer Kraft in Richtung $force_field_rotation[rotations-1]$.

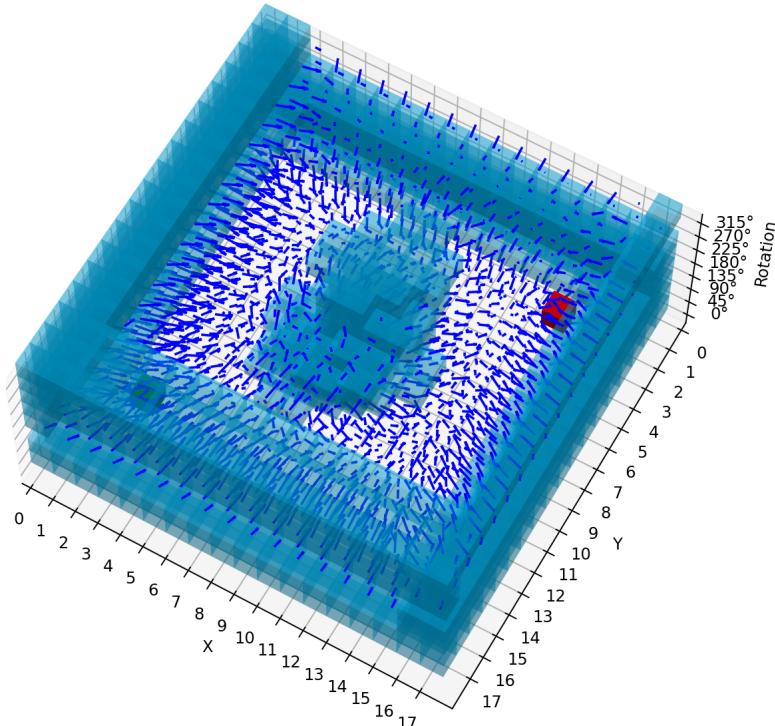


Abbildung 6.1: Darstellung des negativen Gradientenfelds als Kraftpfeile im Konfigurationsraum

6.1.1 Gradienten an Grenzen und Hindernissen

Um die Grenzen des Konfigurationsraums einzuhalten, werden unzulässige Kräfte an den X- und Y-Grenzen auf 0 gesetzt. Durch dieses manuelle Abschneiden der Kräfte können an den Grenzen lokale Minima entstehen.

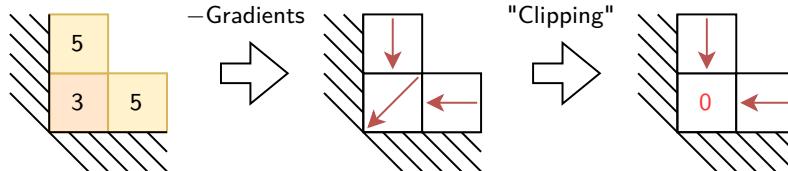


Abbildung 6.2: Das Setzen der Gradienten in Grenznähe auf 0 kann zu lokalen Minima führen.

Im Numpy Potenzialfeld haben Hindernisse das Potenzial `np.nan`. Somit berechnet `np.gradients()` für jede an ein Hindernis grenzende Koordinate den Gradienten `np.nan`. Damit die Kräfte an Hindernissen analog zu den Kräften an den Grenzen des Konfigurationsraums interpretiert werden können, ist es notwendig, diese manuell zu berechnen. Sollte die berechnete Kraft einer Dimension in Richtung des Hindernisses zeigen, wird diese ebenfalls auf 0 gesetzt. Nachfolgende Tabelle zeigt dies beispielhaft für Hindernisse im Kraftfeld der X-Achse:

Koordinate Hindernis	<code>force_field_x[rotation][y][x] = -1*...</code>	= 0, wenn ...
$x + 1$ (rechts)	<code>potential[rotation, y, x] - potential[rotation, y, x-1]</code>	< 0
$x - 1$ (links)	<code>potential[rotation, y, x+1] - potential[rotation, y, x]</code>	> 0
$x + 1$ und $x - 1$ (rechts und links)	0	N/A

Wird die Kraft einer Dimension auf 0 gesetzt, wobei die Kräfte der anderen Kraftfelder an dieser Koordinate ebenfalls 0 sind, entsteht ein lokales Minimum oder Plateau.

6.1.2 Behandlung lokaler Maxima

Im Unterschied zu einem lokalen Minimum oder Plateau ist bei einem lokalen Maximum das Potenzial der Nachbarn streng monoton niedriger als das der aktuellen Koordinate. In diesen Fällen wird zu einem der beiden Nachbarn ein künstliches Hindernis gesetzt und der Gradient neu berechnet.

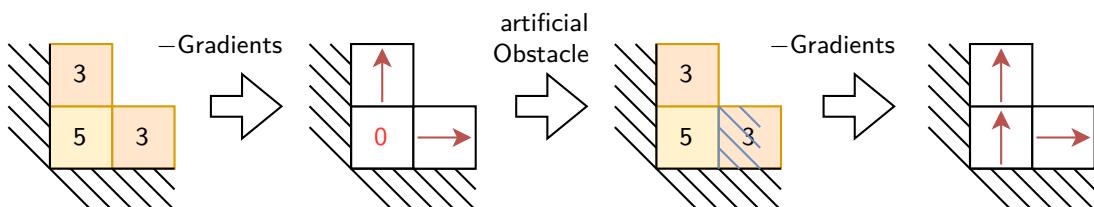


Abbildung 6.3: Lokale Maxima können durch künstliche Hindernisse behoben werden.

6.2 Gradientenabstieg

Die berechneten Kraftfelder ermöglichen die Roboternavigation mit dem *Gradientenabstiegsverfahren*. Pro Verarbeitungsschritt wird die nächste Koordinate basierend auf der betragsmäßig größten Kraft in $F_x(x, y, \text{rotation})$, $F_y(x, y, \text{rotation})$ und $F_{\text{rotation}}(x, y, \text{rotation})$ gewählt, bis eine bereits besuchte Koordinate oder eine Koordinate mit Kräftegleichgewicht $F_x(x, y, \text{rotation}) = F_y(x, y, \text{rotation}) = F_{\text{rotation}}(x, y, \text{rotation}) = 0$ erreicht wird:

Algorithm 2 Gradientenabstiegsverfahren

```

1: Initialisierung:
2:    $(x_{\text{current}}, y_{\text{current}}, \text{rotation}_{\text{current}}) = \text{start\_point}$ 
3:   Visited  $V \leftarrow \{(x_{\text{current}}, y_{\text{current}}, \text{rotation}_{\text{current}})\}$ 

4: while true do
5:   if  $(x_{\text{current}}, y_{\text{current}}, \text{rotation}_{\text{current}}) = \text{goal\_point}$  then
6:     return Ziel gefunden
7:   end if
8:    $(dx, dy, d\text{rotation}) \leftarrow \max(|\text{force\_field}_x/y/\text{rotation}[\text{rotation}_{\text{current}}][y_{\text{current}}][x_{\text{current}}]|)$ 
9:   if  $(dx, dy, d\text{rotation}) = (0, 0, 0)$  then
10:    return Lokales Minimum oder Plateau
11:   end if
12:    $(x_{\text{current}}, y_{\text{current}}, \text{rotation}_{\text{current}}) \leftarrow (x_{\text{current}} + dx, y_{\text{current}} + dy, \text{rotation}_{\text{current}} + d\text{rotation})$ 
13:   if  $(x_{\text{current}}, y_{\text{current}}, \text{rotation}_{\text{current}}) \in V$  then
14:     return Lokales Minimum durch Oszillation
15:   else
16:      $(x_{\text{current}}, y_{\text{current}}, \text{rotation}_{\text{current}}) \rightarrow V$ 
17:   end if
18: end while

```

Gemäß der in Kapitel 3 definierten Roboterbewegungen darf pro Verarbeitungsschritt nur eine Translation um eine Einheit entlang der Dimensionen des Konfigurationsraums durchgeführt werden: $(dx, dy, d\text{rotation}) \in \{(0, 0, 0), (1, 0, 0), (-1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, -1, 0), (0, 0, 1), (0, 0, -1)\}$

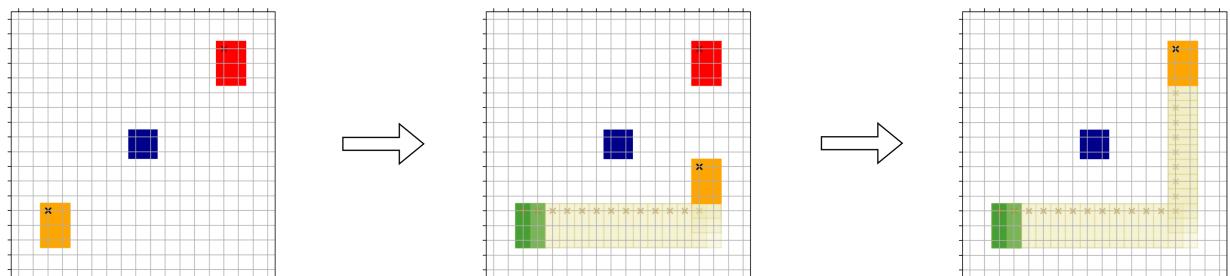


Abbildung 6.4: Roboternavigation mit dem Gradientenabstiegsverfahren im Kraftfeld des Wavefront-Potenzialfelds

7 Diskussion

7.1 Lokale Minima und Oszillationen

Bei konkaven Hindernissen in Potenzialfeldern mit anziehenden und abstoßenden Potenzialen kann das Gradientenabstiegsverfahren gegen ein lokales Minimum konvergieren [7]. Davon betroffen sind Occupancy Grids, deren Hindernisse Polygone mit überstumpfen Winkeln ($180^\circ \leq \text{Winkel} \leq 360^\circ$) bilden. Bekannte Beispiele in der Literatur sind C- und U-förmige Polygone [2, 7]:

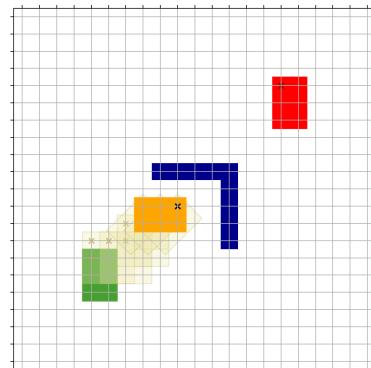


Abbildung 7.1: Lokales Minimum bei einem konkaven Hindernis in einem Potenzialfeld mit anziehenden und abstoßenden Potenzialen

Weiterhin sind bei Potenzialfeldern mit anziehenden und abstoßenden Potenzialen zwischen Hindernisengstellen Oszillationen möglich. Der Roboter wechselt bei dieser Art des lokalen Minimums zwischen zwei Koordinaten mit entgegengerichteten Gradienten. Insbesondere kleine Occupancy Grids sind von diesem Effekt betroffen, da die X- und Y-Grenzen als Hindernisse interpretiert werden. Abbildung 7.1 zeigt dies anhand des Potenzialfelds aus Kapitel 5.1. Die Erhöhung des Abstandes zwischen den Grenzen des Occupancy-Grid und Hindernissen vermeidet dieses Problem.

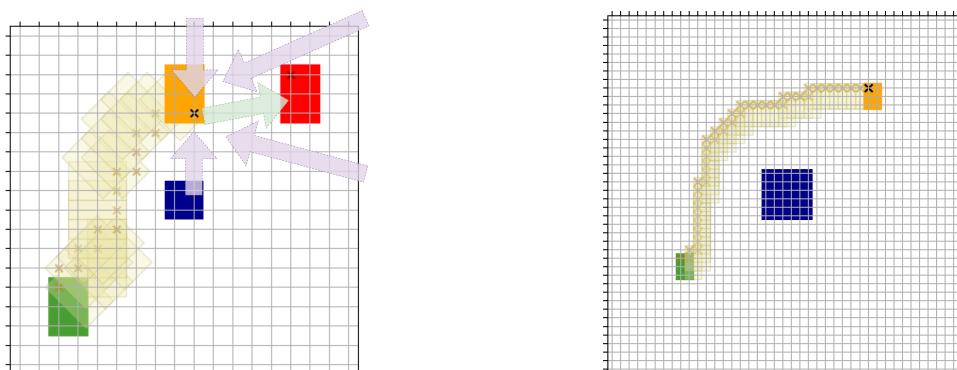


Abbildung 7.2: Hindernisengstellen können zu Oszillationen führen (links), hinreichend Abstand verhindert dies (rechts).

Im Gegensatz dazu verhindert die streng monotone Potenzialänderung des Wavefront-Algorithmus die Konvergenz zu lokalen Minima, sofern sich das Ziel an einem für den Roboter physikalisch erreichbaren Punkt befindet.

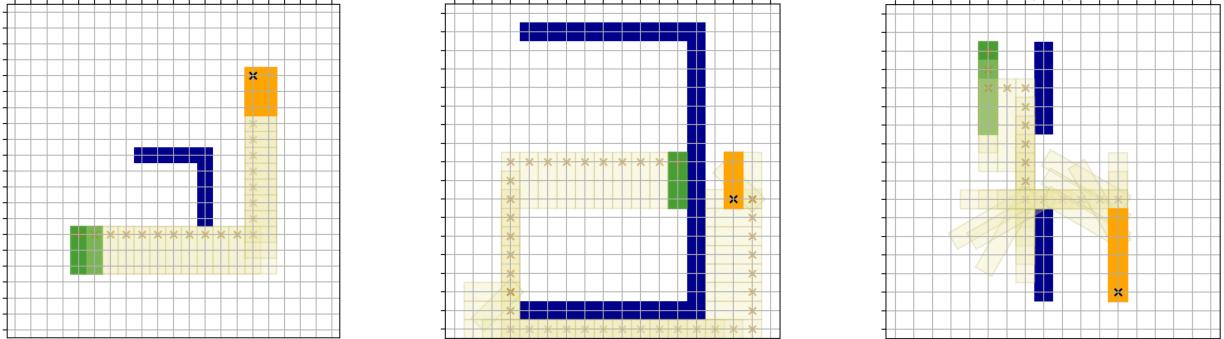


Abbildung 7.3: Das Gradientenabstiegsverfahren in Kraftfeldern der Wavefront-Potenzialfelder konvergiert zum Zielpunkt.

7.2 Interpolationsartefakte

Wie in Kapitel 4 beschrieben, wird bei der Berechnung des Konfigurationsraums die Roboterrotation in 360/rotation_step unterschiedliche Rotationszustände diskretisiert. Dazu wird die Array-Maske des Robotermodells über die Matrixrotation `sklearn.rotate()` gedreht.

Insbesondere bei kleinen Roboterdimensionen mit kleinen Rotationswinkeln entstehen hier *Interpolationsartefakte*. Dies zeigt sich bei der Visualisierung der Roboternavigation durch die Überdeckung von Hindernissen mit dem Robotermodell. Yunfeng und Chirikjian empfehlen deshalb, für kleine Rotationswinkel die Roboterdimensionen sowie das Occupancy Grid zu skalieren [7]. Somit wird die Auflösung der Robotermaske erhöht und die Artefakte der Interpolation verringert.

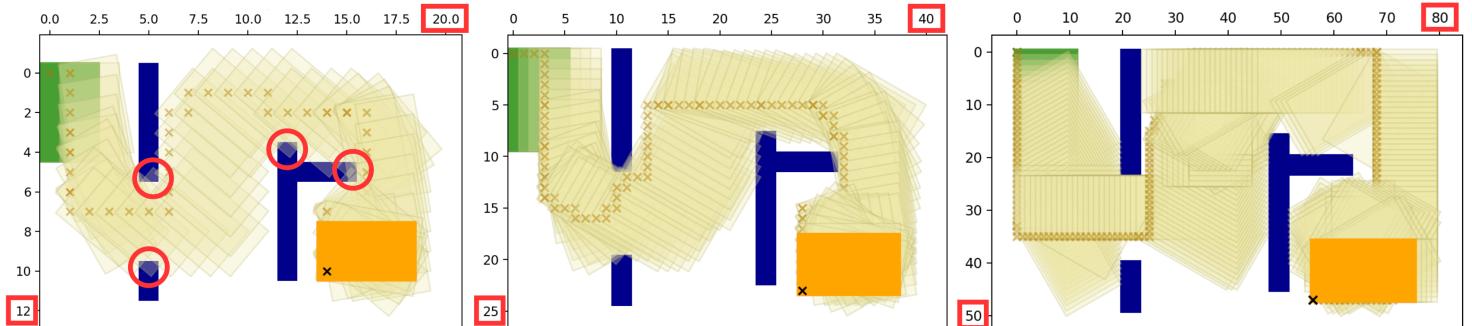


Abbildung 7.4: Die sukzessive Verdopplung der Dimensionen des Robotermodells und Occupancy Grids verringert die Interpolationsartefakte.

Literatur

- [1] Howie Choset. *Robotic Motion Planning: Potential Functions*. letzter Zugriff am 23.12.2023.
CMU School of Computer Science: Robotics Institute 16-735. 2007. URL: https://www.cs.cmu.edu/~motionplanning/lecture/Chap4-Potential-Field_howie.pdf.
- [2] Ayesha Maqbool, Alina Mirza und Farkhanda Afzal.
„Modified 2-Way Wavefront (M2W) Algorithm for Efficient Path Planning.“
In: *Int. J. Comput. Intell. Syst.* 14.1 (2021), S. 1066–1077.
- [3] Khatib Oussama. „Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots“.
In: *Proceedings. 1985 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Bd. 2. 1985,
S. 500–505.
- [4] Eric Roberts. *Robotics: Useful Definitions*. letzter Zugriff am 27.12.2023.
Stanford University: Department of Computer Science. 1999.
URL: <https://cs.stanford.edu/people/eroberts/courses/soco/projects/1998-99/robotics/definitions.html>.
- [5] Johann Schweiger. *Intelligente Robotik: Kapitel 5.3 Navigation*. Wintersemester 2023/24.
Technische Hochschule Ingolstadt: Fakultät Informatik. 2023.
- [6] Yunfeng Wang und Gregory S Chirikjian. „A new potential field method for robot path planning“.
In: *Proceedings 2000 ICRA. Millennium Conference. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Symposia Proceedings (Cat. No. 00CH37065)*. Bd. 2. 2000, S. 977–982.
- [7] Zhang Yujiang und Li Huilin.
„Research on mobile robot path planning based on improved artificial potential field“.
In: *Mathematical Models in Engineering* 3.2 (2017), S. 135–144.