UNIVERSIDAD AUSTRAL DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA INGENIERÍA
CENTRO DE DOCENCIA DE CIENCIAS BÁSICAS PARA INGENIERÍA

Tutoría Nº7

BAIN036
Álgebra Lineal para Ingeniería
Octubre 2012

1. Muestre que $\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + 5y_1y_2$ es un producto interno en $\mathbb{R}^2$.

2. En $M_2(\mathbb{R})$ considere el producto interno definido por

$$\left\langle \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} \right\rangle = ae + 2bf + 3cg + dh.$$

   Sean $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$. Calcule

   a) $\|A\|$ y $\|B\|$.
   b) $d(A, B)$.
   c) El ángulo comprendido entre A y B.

3. Sea V un espacio vectorial y $\langle \cdot, \cdot \rangle : V \times V \to R$ un producto interno. Muestre que $\forall u, v \in V$ se satisface

$$\langle u, v \rangle = \frac{1}{4}\|u + v\|^2 - \frac{1}{4}\|u - v\|^2.$$

4. En una base ortonormal los vectores u y v tienen coordenadas $\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ y $\begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$, respectivamente. Calcule:

   a) $\langle u, v \rangle$.
   b) La norma de cada vector.
   c) El ángulo que forman u y v.

5. En una base $B = \{v_1, v_2\}$ tal que $\langle v_1, v_2 \rangle = 1$ y $\|v_1\| = \|v_2\| = \sqrt{2}$, los vectores u y v tienen coordenadas $\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ y $\begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$, respectivamente. Calcule $\langle u, v \rangle$ y compare su resultado con el del ejercicio anterior.