Pauta control 1 bain 012 segundo semestre 2010

---

1. a) Dado el segmento $\overline{AB}$, donde $A(3,6)$ y $B(0,2)$, determine la razón en que $P(2,\frac{14}{3})$ divide a $\overline{AB}$.

   $r=\frac{\overline{AP}}{\overline{PB}}$ entonces $r=\frac{\sqrt{1+(6-\frac{14}{3})^2}}{\sqrt{2^2+(\frac{14}{3}-2)^2}}=\frac{\sqrt{1+(\frac{4}{3})^2}}{\sqrt{4+(\frac{8}{3})^2}}=\frac{\sqrt{\frac{25}{9}}}{\sqrt{\frac{100}{9}}}=\frac{1}{2}$

   b) Halle la ecuación del lugar geométrico de los puntos $P(x,y)$ cuya distancia a la recta $x=-3$ es igual a la distancia al punto $A(3,0)$.

   $l: x+3=0$ entonces

$$\begin{aligned} d(P,l) &= d(P,A)\\ |x+3| &= \sqrt{y^2+(3-x)^2}\\ x^2+6x+9 &= y^2+(3-x)^2\\ y^2 &= 12x \text{ (es la ecuación de una parábola)} \end{aligned}$$

2. Dada la circunferencia de ecuación $x^2+y^2+5x-4y+9=0$ y la recta de ecuación $l: x-2y+10=0$.

   Hallar las ecuaciones de las rectas tangentes la circunferencia, que sean perpendiculares a la recta l. Grafique la circunferencia y las rectas tangentes.

   Completando cuadrados se tiene $(x+\frac{5}{2})^2+(y-2)^2=\frac{5}{4}$ entonces $C(-\frac{5}{2},2)$ $r=\frac{\sqrt{5}}{2}$, T_k :rectas tangentes a la circunferencia. Como $m_l=\frac{1}{2}$, $T_k\perp l$ entonces la pendiente de las rectas tangentes es -2.

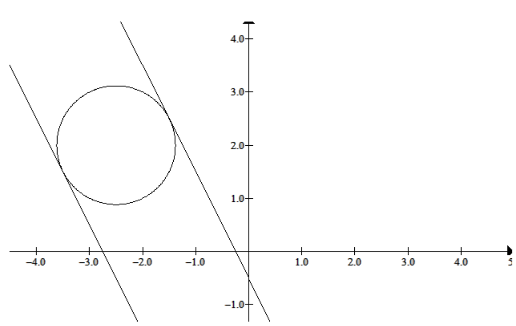
   $T_k: 2x+y-k=0 \vee y=-2x+k$

   $T_k\perp r$ entonces

$$\begin{aligned} d(C,T_k) &= \frac{\sqrt{5}}{2}\\ \frac{|-5+2-k|}{\sqrt{5}} &= \frac{\sqrt{5}}{2}\\ |k+3| &= \frac{5}{2}. \end{aligned}$$

   Entonces $x+3=\frac{5}{2}\vee k+3=-\frac{5}{2}\rightarrow k=-\frac{1}{2}\vee k=-\frac{11}{2}$.

   Por lo tanto las ecuaciones son; $T_1: y=-2x-\frac{1}{2}$, $T_2: y=-2x-\frac{11}{2}$.



3. Una parábola tiene vértice $V(4, -1)$, su eje focal es la recta de ecuación $y + 1 = 0$ y pasa por el punto $(3, -3)$.

   a) Hallar su ecuación.
      Como el eje de la parábola es paralelo al eje y entonces la ec. de la parábola es de la forma $(y - k)^2 = 4p(x - h)$
      como pasa por el punto $(3, -3)$ entonces $(y + 1)^2 = 4p(x - 4)$.
      y su vértice es $V(4, -1)$ se tiene $4 = 4p(-1)$ entonces $p = -1$.
      Por lo tanto la ecuación de la parábola es: $(y + 1)^2 = -4(x - 4)$.

   b) Obtenga la longitud del lado recto y grafique.
      Longitud del lado recto $L.R. = |-4| = 4$