Universidad Austral de Chile
Facultad de Ciencias de la Ingeniería
Centro de Docencia de Ciencias Básicas para Ingeniería

Guía de Trabajo I

1) Dada la función $f(x)=\left|x^3-4x\right|$

a) Graficarla

b) Determinar $Dom\ f$ y $Rec\ f$

b) Determinar para que valores de x la función no posee derivada. Justificar

2) Encontrar a y b de tal forma que la función definida por $f(x)=\begin{cases} x^3 & si\ x<1 \\ ax+b & si\ x\geq 1 \end{cases}$ sea diferenciable en $x=1$.

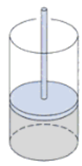
3) Sea f una función diferenciable. Probar que si f es par (impar) su derivada $f\,'$ es impar (par).

4) Encontrar una función de la forma $f(x)=ax^2+bx+c$ que pase por el punto (1, 2) y sea tangente a la recta $y=-x+1$ en el punto (0, 1).

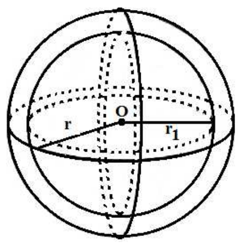
5) Suponga que f es derivable y periódica, con periodo p (es decir $f(x)=f(x+p)\ \forall x$). Muestre que $f\,'$ también es periódica de periodo p.

6) **Presión de un cilindro**: Si un gas en un cilindro se mantiene a temperatura constante T, la presión P se relaciona con el volumen V mediante la fórmula

$$P=\frac{nRT}{V-nb}-\frac{an^2}{V^2}$$



en donde a,b,n y R son constantes. Encuentre $\dfrac{dP}{dV}$.



7) **Superficie esférica**: Considere dos esferas concéntricas de centro O con radios r y r_1, tales que $r_1<r$. Muestre que la diferencia de volúmenes cuando $r_1\to r$ permite calcular la superficie esférica. Finalmente verifique que la derivada del volumen de una esfera con respecto al radio corresponde a la superficie de la esfera.

8) Sea $f(x)=1+2x+3x^2+\ldots+nx^{n-1}\ con\ x\neq 1$. Encontrar una expresión para $f\,'$. Del mismo modo considerando lo anterior si $g(x)=1^2x+2^2x^2+3^2x^3+\ldots+n^2x^n\ con\ x\neq 1$ encontrar $g\,'$.

9) Sean f,g dos funciones reales, diferenciables en $x_0\in\Re$, que satisfacen las siguientes relaciones:

- $f(x)\geq g(x),\forall x\in\Re$
- $f(x_0)=g(x_0)$
- $f\,'(x_0)=g\,'(x_0)$

Ahora, considere una tercera función real h que satisface $g(x)\leq h(x)\leq f(x),\forall x\in\Re$

Muestre que h también es diferenciable en x_0 y que $h'(x_0)=f\,'(x_0)=g\,'(x_0)$

.

10) Sea f una función real diferenciable en todo $\Re$; α,β dos números reales arbitrarios, fijos y no nulos. Exprese

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x+\alpha h)-f(x+\beta h)}{h}$$

en términos de la derivada de f en x.