• Para $m=2$:
$$\begin{bmatrix}2&1&-1\\2&2&1\\0&1&2\end{bmatrix}\xrightarrow[f_2+(-1)f_1]{}\begin{bmatrix}2&1&-1\\0&1&2\\0&1&2\end{bmatrix}\xrightarrow[f_3+(-1)f_2]{}\begin{bmatrix}2&1&-1\\0&1&2\\0&0&0\end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{aligned}2x+y-z&=0\\ y+2z&=0\end{aligned}\right\}\quad \text{Sol: } x=\frac{3k}{2},\ y=-2k,\ z=k\ ,\ k\in\mathbb{R}$$

4.- $$(A|B)=\left[\begin{array}{ccc|c}1&2&-3&a\\2&6&-11&b\\1&-2&7&c\end{array}\right]\xrightarrow[\substack{f_2+(-2)f_1\\ f_3+(-1)f_1}]{}\left[\begin{array}{ccc|c}1&2&-3&a\\0&2&-5&-2a+b\\0&-4&10&-a+c\end{array}\right]\xrightarrow[f_3+(2)f_2]{}\left[\begin{array}{ccc|c}1&2&-3&a\\0&2&-5&-2a+b\\0&0&0&-5a+2b+c\end{array}\right]$$

a) Solución Única: Nunca pues $r(A)=2<3=N^\circ$ incógnitas.

b) Infinitas soluciones: $r(A|B)=r(A)=2 \Leftrightarrow -5a+2b+c=0$

c) Solución vacía: $r(A|B)>r(A) \Leftrightarrow -5a+2b+c\neq 0$

5.- a) $$\begin{vmatrix}0&c&b\\c&0&a\\b&a&0\end{vmatrix}=-c\begin{vmatrix}c&a\\b&0\end{vmatrix}+b\begin{vmatrix}c&0\\b&a\end{vmatrix}=abc+abc=2abc\neq 0$$

Desarrollo por 1ª fila.

pues $a,b,c\neq 0$ ya que son lados de un triángulo.

b) $$\cos\gamma=\frac{\begin{vmatrix}0&c&a\\c&0&b\\b&a&c\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}0&c&b\\c&0&a\\b&a&0\end{vmatrix}}=\frac{-c\begin{vmatrix}c&b\\b&c\end{vmatrix}+a\begin{vmatrix}c&0\\b&a\end{vmatrix}}{2abc}=\frac{-c(c^2-b^2)+a(ac)}{2abc}=$$

$$=\frac{c(a^2+b^2-c^2)}{2abc}=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$

$$\therefore \cos\gamma=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}\Rightarrow 2ab\cos\gamma=a^2+b^2-c^2$$

$$\Rightarrow c^2=a^2+b^2-2ab\cos\gamma$$