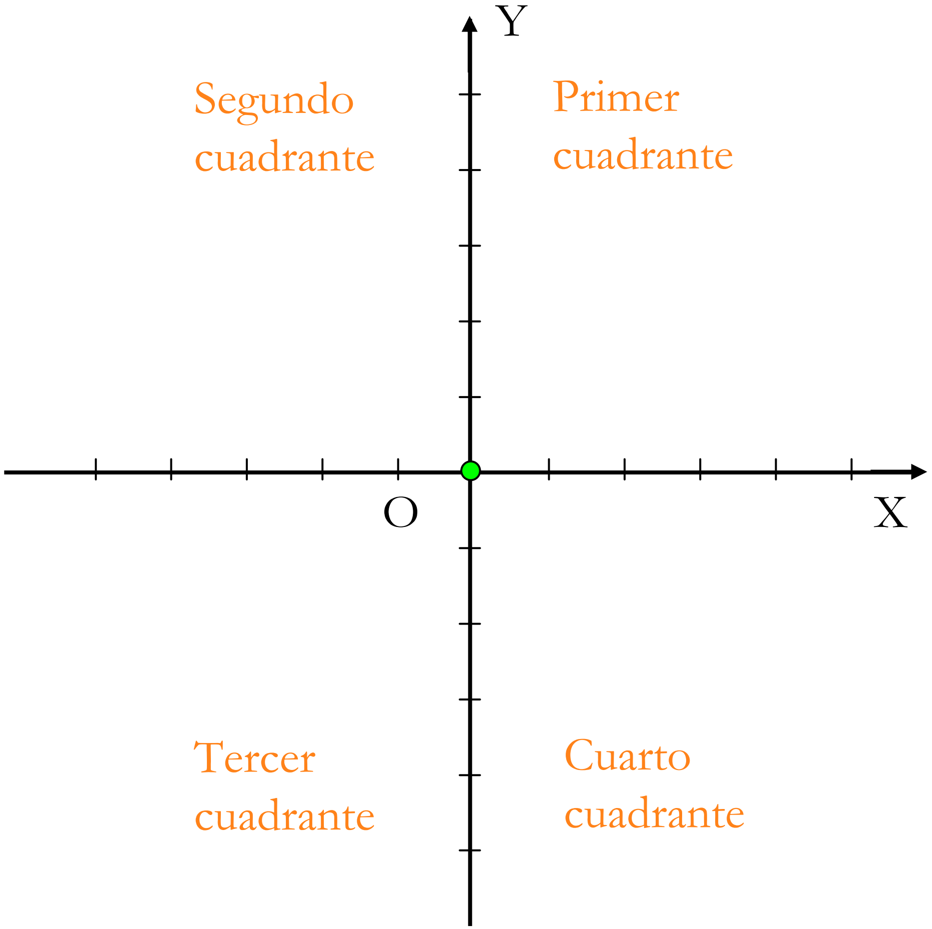
Instituto de Matemática
Universidad Austral de Chile

Sistemas de Coordenadas Rectangulares

Coordenadas Rectangulares



Formado por:

- Dos rectas perpendiculares, que se intersecan en un punto O, el origen
- Las rectas están orientadas y graduadas, son los ejes coordenados

  X es el eje de abscisas

  Y es el eje de ordenadas

- El plano queda dividido en cuatro regiones, los cuadrantes

Es el plano cartesiano o plano XY

Cada punto P del plano tiene un único par de coordenadas (x, y).
Cada par de números x, y, define un único punto P.

Se escribe: $P(x, y)$

Coordenadas Rectangulares

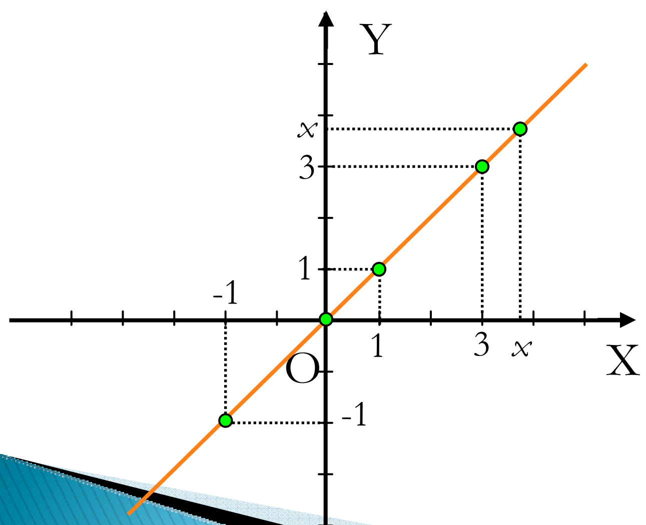
Instituto de Matemática
Universidad Austral de Chile

Gráficas

Conjunto de puntos P(x, y) del plano cuyas coordenadas satisfacen alguna relación

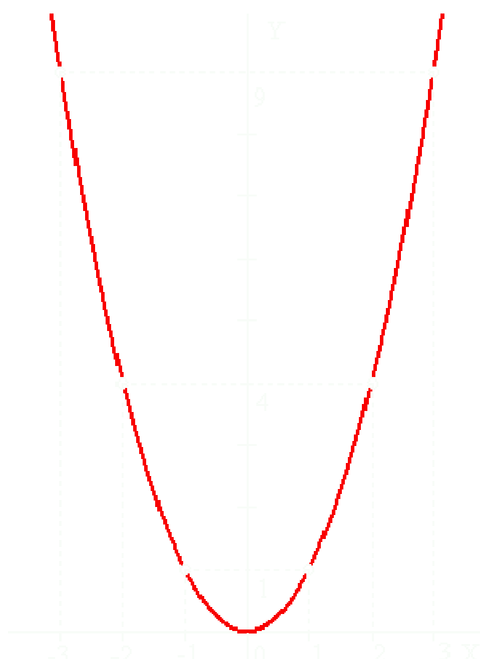
Relación: $y = x$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5



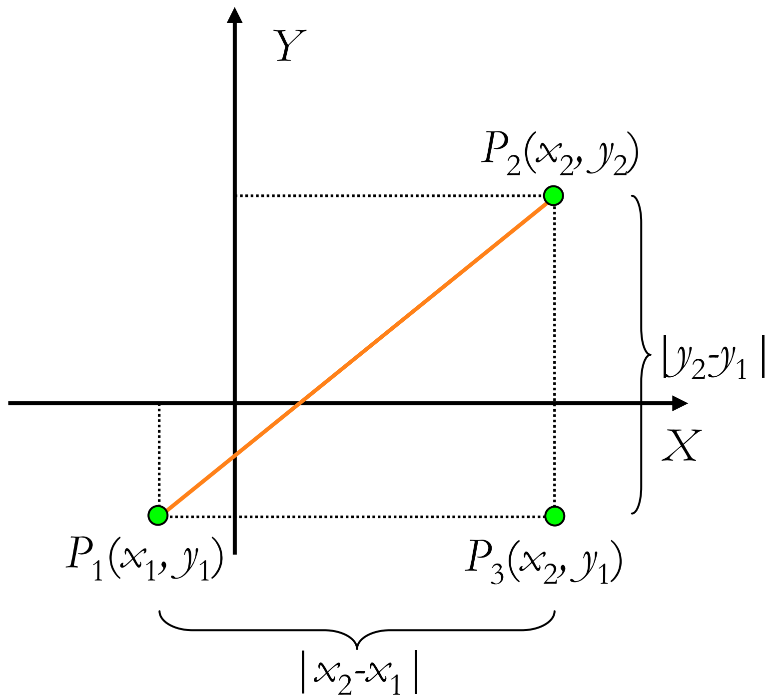
Relación: $y = x^2$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25



Coordenadas Rectangulares

Distancia entre dos puntos



Notación: $d(P_1,P_2)$

En triángulo $P_1P_2P_3$:

$$d(P_1,P_2)^2 = d(P_1,P_3)^2 + d(P_3,P_2)^2$$

$$= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$\boxed{d(P_1,P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}$$

Coordenadas Rectangulares

Ejemplo 1.

Determine la distancia entre los puntos $P_1(4,-3)$ y $P_2(-2,5)$

Resolución:

Se tiene:

$$d(P_1,P_2)=\sqrt{(-2-4)^2+(5+3)^2}$$

$$=\sqrt{36+64}=10$$

Ejemplo 2.

Demuestre que los puntos $A(1,1)$, $B(-1,-1)$, $C(-\sqrt{3},\sqrt{3})$ son los vértices de un triángulo equilátero.

Resolución:

Calculamos los lados:

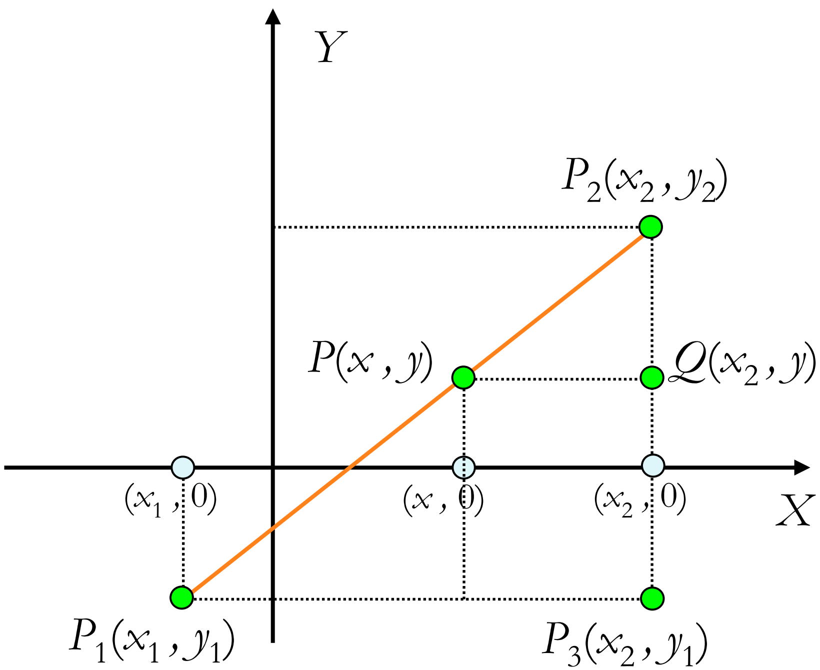
$$d(A,B)=\sqrt{(-1-1)^2+(-1-1)^2}=2\sqrt{2}$$

$$d(B,C)=\sqrt{(-\sqrt{3}+1)^2+(\sqrt{3}+1)^2}=2\sqrt{2}$$

$$d(C,A)=\sqrt{(1+\sqrt{3})^2+(1-\sqrt{3})^2}=2\sqrt{2}$$

Luego, el triángulo es equilátero

División de un segmento en una razón



P divide al segmento en la razón

$$r = \frac{P_1P}{PP_2}$$

$$\triangle P_1RP \sim \triangle PQP_2$$

Resulta

$$x = \frac{x_1 + rx_2}{1 + r}$$

$$y = \frac{y_1 + ry_2}{1 + r}$$

Para $r = 1$ resulta P punto medio

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \qquad y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Coordenadas Rectangulares

Instituto de Matemática
Universidad Austral de Chile

Ejemplo 3.

Si $P_1(0,2)$ y $P_2(8,6)$ son los puntos extremos de un segmento, halle las coordenadas del punto $P(x, y)$ que lo divide en la razón 3:1.

<u>Resolución</u>:

Se debe cumplir:

$$\frac{P_1P}{PP_2} = 3$$

$$\therefore x = \frac{x_1 + rx_2}{1+r} = \frac{0+3\times 8}{1+3} = 6$$

$$y = \frac{y_1 + ry_2}{1+r} = \frac{2+3\times 6}{1+3} = 5$$

$$P(6,5)$$

Ejemplo 4.

Probar que las diagonales de un paralelogramo se bisecan.

<u>Resolución</u>:

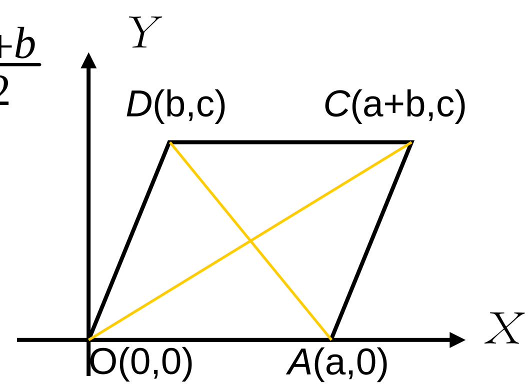
Si M es el punto medio del trazo OC Y M' el del trazo AD:

$$x = \frac{0+(a+b)}{2} = \frac{a+b}{2}$$

$$y = \frac{0+c}{2} = \frac{c}{2}$$

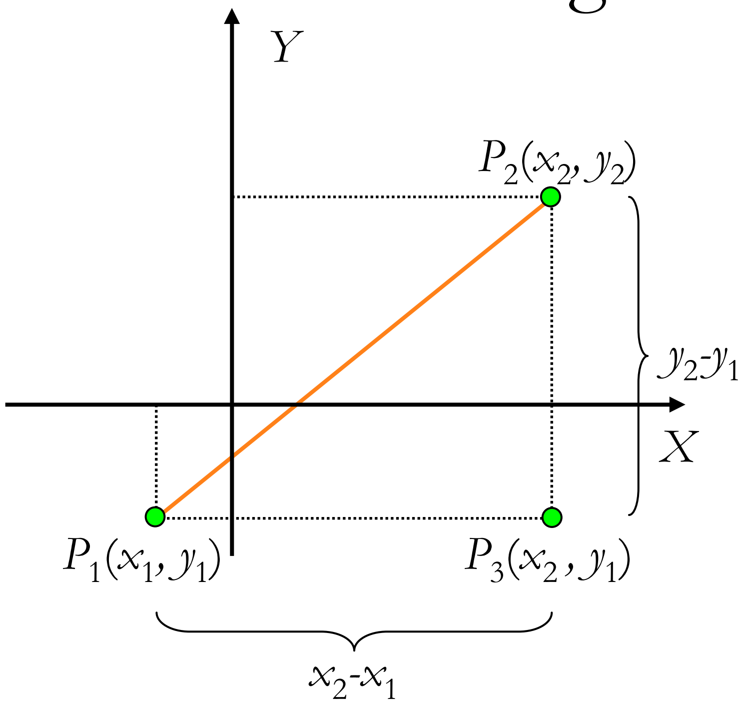
$$x' = \frac{a+b}{2}$$

$$y' = \frac{0+c}{2} = \frac{c}{2}$$



Así: $M = M'$

Pendiente de un segmento

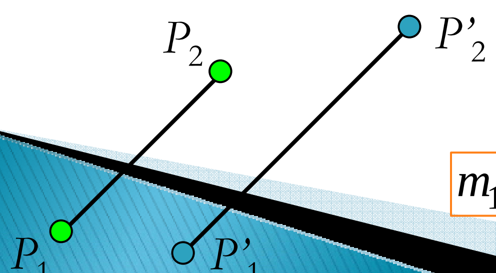


$$x_1 \neq x_2$$

Pendiente m del segmento $\overline{P_1P_2}$

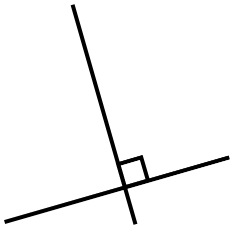
$$\boxed{m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$

Segmentos paralelos



$$\boxed{m_1 = m_2}$$

Segmentos perpendiculares

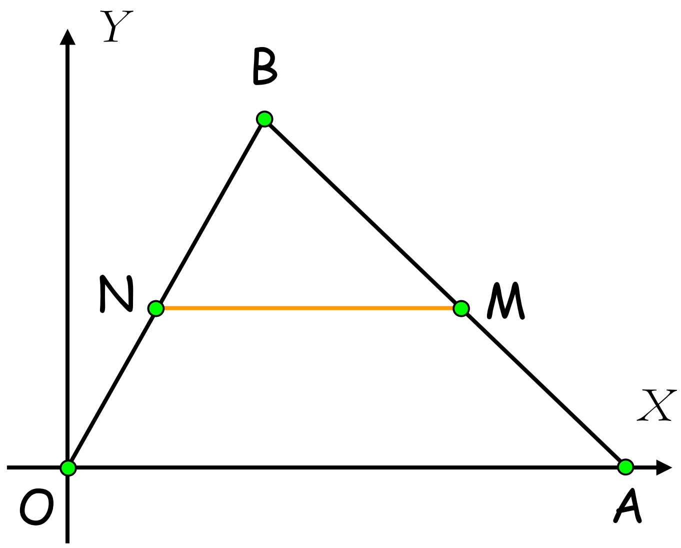


$$\boxed{m_1 = -\frac{1}{m_2}}$$

Ejemplo 5.

Probar que en un triángulo las medianas son paralelas a las bases correspondientes.

Resolución:



Ubicando el triángulo como en la figura, sean:

O(0,0), A(a,0), B(b,c)

$$x_N = \frac{0+b}{2} = \frac{b}{2}, \quad y_N = \frac{0+c}{2} = \frac{c}{2}$$

$$x_M = \frac{a+b}{2}, \quad y_M = \frac{0+c}{2} = \frac{c}{2}$$

y las pendientes son:

$$m_{OA} = \frac{0-0}{a-0} = 0, \quad m_{NM} = \frac{\frac{c}{2} - \frac{c}{2}}{\frac{a+b}{2} - \frac{b}{2}} = 0$$

Luego: La mediana es paralela a su base.