



UNIVERSIDAD AUSTRAL DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA INGENIERÍA
CENTRO DE DOCENCIA DE CIENCIAS BÁSICAS PARA INGENIERÍA
BAIN 036 ÁLGEBRA LINEAL PARA INGENIERÍA
TUTORÍA 1: Matrices



1.- Dadas las matrices siguientes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -4 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ -2 & 0 \\ -5 & 6 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \\ -4 & -5 & 1 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, F = [3 \quad -1]$$

a) Determine si es posible efectuar los productos siguientes (si es posible, calcúlelos):

$BE, FC, DA, DB, EF, FE, ABCE$.

b) Halle, si existe, una matriz X , en cada caso, que satisfaga la ecuación:

i) $CX = E$, ii) $3A + 5X = B^T$, iii) $AX + D = I_3$

2.- Sea $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

a) Calcule A^2, A^3, A^4 .

b) A partir de parte a) deduzca A^{2012} .

3.- Sea $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

a) Determine $k \in \mathbb{R}$ de modo que se cumpla: $(I_4 - B)(I_4 + kB) = I_4$.

b) Use parte a) y la definición de inversa de una matriz, para hallar la inversa de la matriz:

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

4.- Explique, en general y a través de un contraejemplo, por qué no se cumplen las siguientes relaciones (que en \mathbb{R} sí se cumplen), para A y B matrices:

a) $AB = BA$ b) $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ c) $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$ d) $AB = 0 \Rightarrow A = 0 \vee B = 0$

5.- Sea $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ -1 & 5 & 7 & -2 \\ 4 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ Efectúe cada una de las siguientes operaciones elementales fila a la matriz C : $f_{23}, f_{(-2)1}, f_{3+(-4)1}$. Las matrices obtenidas las denotaremos por C_1, C_2 y C_3 . Escriba las matrices elementales fila, de orden 3, $F_{23}, F_{(-2)1}, F_{3+(-4)1}$. Efectúe los productos de estas 3 matrices por C . Compare los resultados con las matrices C_1, C_2 y C_3 . ¿Qué relación observa? Enúnciela en forma general.

6.- a) Para las matrices dadas en 1.-, determine el rango de cada una de ellas.

b) Sea $D = \begin{bmatrix} k & 1 & 0 \\ 0 & k-1 & 0 \\ 0 & 3 & k-3 \end{bmatrix}$, $k \in \mathbb{R}$. Determine el rango de la matriz D según los valores de k .

7.- Una empresa, además de pagar a sus ejecutivos un salario extraordinario, a manera de gratificación anual, les da acciones de la compañía. El año pasado el presidente de la compañía recibió \$ 10.000.000 y 50 acciones, cada uno de los 3 vicepresidentes \$ 6.500.000 y 20 acciones y el tesorero \$ 4.000.000 y 10 acciones.

a) Expresé los pagos efectuados en dinero y en acciones a los ejecutivos, mediante una matriz A de orden 2×3 .

b) Expresé mediante una matriz columna E el número de ejecutivos de cada rango.

c) ¿Qué representa el producto AE ?

8.- En un curso de 7 estudiantes, se les aplicó 3 pruebas con ponderaciones 15%, 35% y 50% respectivamente. Los estudiantes obtuvieron las siguientes calificaciones:

1) 4,5; 3,5; 2,1 2) 6,0; 5,4; 4,1 3) 4,9; 4,5; 5,9 4) 1,6; 2,9; 5,0 5) 4,4; 6,8; 3,5 6) 1,0; 2,4; 6,7 7) 4,5; 5,8; 6,2.

Explique, usando producto de matrices, cómo se puede calcular la nota final de cada alumno.