PAUTA TUTORÍA 3

1.- a) El sistema es equivalente a: $\left.\begin{array}{r} 3x+y-2z=3 \\ x-2y-3z=1 \\ 2x+3y+z=2 \end{array}\right\}$

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & -3 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} \underset{f_{3+(-2)2}}{\overset{f_{1+(-3)2}}{=}} \begin{vmatrix} 0 & 7 & 7 \\ 1 & -2 & -3 \\ 0 & 7 & 7 \end{vmatrix} \underset{\text{Desarrollo por 1º col.}}{=} (-1)\begin{vmatrix} 7 & 7 \\ 7 & 7 \end{vmatrix} = 0$$

Como el det. de A (matriz de coeficientes del sistema) vale 0, no puede usarse Regla de Cramer.

b) $$[A|B] = \left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & -2 & -3 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \end{array}\right] \xrightarrow[f_{12}]{} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -3 & 1 \\ 3 & 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \end{array}\right] \xrightarrow[f_{3+(-2)1}]{f_{2+(-3)1}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -3 & 1 \\ 0 & 7 & 7 & 0 \\ 0 & 7 & 7 & 0 \end{array}\right] \xrightarrow[f_{(\frac{1}{7})2}]{f_{3+(-1)2}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

$\therefore$ $r([A|B]) = r(A) = 2$ $\therefore$ El sistema tiene solución

$r([A|B]) = r(A) < 3$ Nº incóg $\therefore$ El sistema tiene infinitas soluciones

El sistema es equivalente a:
$\left.\begin{array}{r} x-2y-3z=1 \\ y+z=0 \end{array}\right\}$ Solución: $x=1+k,\ y=-k,\ z=k,\quad k\in\mathbb{R}$.

2.- a) $$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 5 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow[f_{2+(-2)1}]{} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 5 & 0 \\ 0 & -1 & 5 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow[f_{3+(-1)2}]{} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$r(A|B)=3$, $r(A)=2$
$r(A|B) \neq r(A)$
$\therefore$ El sist NO TIENE SOLUCIÓN

b) $$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 & 4 \\ 3 & 4 & -2 & 11 \\ 3 & -2 & 4 & 11 \end{array}\right] \xrightarrow[f_{2+(-1)1}]{} \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 & 4 \\ 1 & 5 & -1 & 7 \\ 3 & -2 & 4 & 11 \end{array}\right] \xrightarrow[f_{12}]{} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & -1 & 7 \\ 2 & -1 & -1 & 4 \\ 3 & -2 & 4 & 11 \end{array}\right]$$

$$\xrightarrow[f_{3+(-3)1}]{f_{2+(-2)1}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & -1 & 7 \\ 0 & -11 & 1 & -10 \\ 0 & -17 & 7 & -10 \end{array}\right] \xrightarrow[f_{(-3)2}]{} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & -1 & 7 \\ 0 & 33 & -3 & 30 \\ 0 & -17 & 7 & -10 \end{array}\right] \xrightarrow[f_{2+(2)3}]{} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & -1 & 7 \\ 0 & -1 & 11 & 10 \\ 0 & -17 & 7 & -10 \end{array}\right]$$

$$\xrightarrow[f_{3+(-17)2}]{} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & -1 & 7 \\ 0 & -1 & 11 & 10 \\ 0 & 0 & -180 & -180 \end{array}\right] \xrightarrow[f_{(-\frac{1}{180})3}]{f_{(-1)2}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & -1 & 7 \\ 0 & 1 & -11 & -10 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

$r(A|B) = r(A) = 3$ (Nº incóg)
$\therefore$ El sistema tiene solución única

El sistema es equivalente a:
$\left.\begin{array}{r} a+5b-c=7 \\ b-11c=-10 \\ c=1 \end{array}\right\}$ Sol: $a=3,\ b=1,\ c=1$.

3.- a) $$\begin{vmatrix} m & 1 & -1 \\ 2 & m & 1 \\ 0 & 1 & m \end{vmatrix} = m\begin{vmatrix} m & 1 \\ 1 & m \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & m \end{vmatrix} = m(m^2-1) - 2(m+1)$$
(Desarrollo por 1ª columna)
$$= m(m+1)(m-1) - 2(m+1) = (m+1)(m^2-m-2) = (m+1)^2(m-2)$$

b) Nunca, pues es homogéneo, siempre existe sol. trivial

c) Solución única $\Leftrightarrow \det(A) \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1 \wedge m \neq 2$
La solución es la trivial: $x=0,\ y=0,\ z=0$

d) Infinitas soluciones $\Leftrightarrow m=-1 \vee m=2$

- Para $m=-1$: $$\begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow[f_{2+(2)1}]{} \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow[f_{3+(-1)2}]{} \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$\left.\begin{array}{r} -x+y-z=0 \\ y-z=0 \end{array}\right\}$ Sol: $x=0,\ y=k,\ z=k,\quad k\in\mathbb{R}$