UNIVERSIDAD AUSTRAL DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA INGENIERÍA
CENTRO DE DOCENCIA DE CIENCIAS BÁSICAS PARA INGENIERÍA.

BAIN036 ÁLGEBRA LINEAL PARA INGENIERÍA

Tutoría N°12+pauta

1. *a)*

$$det(B - xI_3) = det\begin{pmatrix} 3-x & 1 & 1 \\ 2 & 4-x & 2 \\ 1 & 1 & 3-x \end{pmatrix} = (2-x)^2(6-x)$$

luego el polinomio característico es $p(x) = (2-x)^2(6-x)$.

b) Los valores propios son 2 y 6.

c) $V_2 = \left\{ (x,y,z) \in \mathbf{R}^3 \ / \ (B - 2I_3)\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

luego $V_2 = \{(-y-z, y, z) \in \mathbf{R}^3\} = \langle(-1,1,0),(-1,0,1)\rangle$ y $dim(V_2) = 2$.

$V_6 = \left\{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ / \ (B - 6I_3)\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$

$$\begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

luego $V_6 = \{(z, 2z, z) \in \mathbb{R}^3\} = \langle(1,2,1)\rangle$ y $dim(V_6) = 1$.

d) $p(B) = (0)_{n_{L}a)}$

2.

$$V_\lambda = \left\{ A \in M_2(\mathbb{R}) \ / \ ([T]_C - \lambda I_4)[A]_C = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\left[\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\right]_C = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

entonces como

$$\begin{pmatrix} 1-\lambda & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2-\lambda & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 2-\lambda & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1-\lambda \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda \\ \lambda \\ -\lambda \\ \lambda \end{pmatrix}$$

tenemos que el valor propio asociado es $\lambda = 0$.

3. *a)* $T(1) = x + 1 = 1 \cdot 1 + 1 \cdot x + 0 \cdot x^2$
$T(x) = x = 0 \cdot 1 + 1 \cdot x + 0 \cdot x^2$
$T(x^2) = 2x^2 + 1 = 1 \cdot 1 + 0 \cdot x + 2 \cdot x^2$

asi

$$[T]_C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

b)

$$p(x) = det([T]_C - xI_3) = det \begin{pmatrix} 1-x & 0 & 1 \\ 1 & 1-x & 0 \\ 0 & 0 & 2-x \end{pmatrix} = (2-x)(1-x)^2$$

c) Los valores propios son $\lambda = 1$ y $\lambda = 2$.

d) $V_1 = \{ax^2 + bx + c \in \mathbb{R}[x] \;/\; (T - Id)(ax^2 + bx + x) = 0\}$

$$(T - Id)(ax^2 + bx + x) = ax^2 + cx + a = 0x^2 + 0x + 0$$

luego $V_1 = \{ax^2 + bx + c \in \mathbb{R}[x] \;/\; a = c = 0,\ b \in \mathbb{R}\} = \langle x \rangle$ y $dim(V_1) = 1$.

$V_2 = \{ax^2 + bx + c \in \mathbb{R}[x] \;/\; (T - 2Id)(ax^2 + bx + x) = 0\}$

$$(T - 2Id)(ax^2 + bx + x) = (c - b)x + (a - c) = 0x^2 + 0x + 0$$

luego $V_2 = \{ax^2 + bx + c \in \mathbb{R}[x] \;/\; a = c = b,\ b \in \mathbb{R}\} = \langle x^2 + x + 1 \rangle$ y $dim(V_2) = 1$.