



UNIVERSIDAD AUSTRAL DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA INGENIERÍA
CENTRO DE DOCENCIA DE CIENCIAS BÁSICAS PARA INGENIERÍA.



BAIN036 ÁLGEBRA LINEAL PARA INGENIERÍA

Trabajo Autónomo

Agosto de 2013

1. Dadas las matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -4 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ -2 & 0 \\ -5 & 6 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \\ -4 & -5 & 1 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 3 & -1 \end{bmatrix}$$

a) Determine si es posible efectuar los siguientes productos (si es posible, calcúlelos):

i) $B \cdot E$

iii) $D \cdot A$

v) $E \cdot F$

ii) $F \cdot C$

iv) $D \cdot B$

vi) $A \cdot B \cdot C \cdot E$

b) Halle, si existe, una matriz X , en cada caso, que satisfaga la ecuación:

i) $CX = E$

ii) $3A + 5X = B^t$

iii) $AX + D = I_3$

2. Sea $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

a) Calcule A^2, A^3, A^4 .

b) A partir de lo anterior deduzca A^{2013} .

3. Sea $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

a) Determine $k \in \mathbb{R}$ de modo que se cumpla: $(I_4 - B)(I_4 + kB) = I_4$.

b) Use lo anterior para hallar la inversa de la matriz $\begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

4. Explique, en general, por qué no se cumplen las siguientes relaciones (que en \mathbb{R} si se cumplen), para A y B matrices:

a) $AB = BA$.

b) $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.

c) $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$.

d) $AB = 0 \Rightarrow A = 0 \vee B = 0$.

5. Sea $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ -1 & 5 & 7 & -2 \\ 4 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Efectúe cada una de las siguientes operaciones elementales fila

a la matriz C : $f_{23}, f_{(-2)1}, f_{3+(-4)1}$.

Las matrices obtenidas las denotaremos por $C1, C2$ y $C3$.

Escriba las matrices elementales fila, de orden 3, $F_{23}, F_{(-2)1}, F_{3+(-4)1}$.

Efectúe los productos de estas 3 matrices por C . Compare los resultados con las matrices $C1, C2$ y $C3$. ¿Qué relación observa? Enúnciela en forma general.

6. a) Para las matrices dadas en 1., determine el rango de cada una de ellas.

b) Sea $D = \begin{bmatrix} k & 1 & 0 \\ 0 & k-1 & 0 \\ 0 & 3 & k-3 \end{bmatrix}$, $k \in \mathbb{R}$. Determine el rango de la matriz D según los valores de k .

7. Una empresa, además de pagar a sus ejecutivos un salario extraordinario, a manera de gratificación anual, les da acciones de la compañía. El año pasado el presidente de la compañía recibió \$10.000.000 y 50 acciones, cada uno de los 3 vicepresidentes \$6.500.000 y 20 acciones y el tesorero \$4.000.000 y 10 acciones.

a) Expresé los pagos efectuados en dinero y en acciones a los ejecutivos, mediante una matriz A de orden 2×3 .

b) Expresé mediante una matriz columna E el número de ejecutivos de cada rango.

c) ¿Qué representa el producto AE ?

8. En un curso de 7 estudiantes, se les aplicó 3 pruebas con ponderaciones 15 %, 35 % y 50 % respectivamente.

Los estudiantes obtuvieron las siguientes calificaciones:

- 1) 4, 5; 3, 5; 2, 1
- 2) 6, 0; 5, 4; 4, 1
- 3) 4, 9; 4, 5; 5, 9
- 4) 1, 6; 2, 9; 5, 0
- 5) 4, 4, 6, 8, 3, 5
- 6) 1, 0; 2, 4, 6, 7
- 7) 4, 5; 5, 8; 6, 2.

Explique, usando producto de matrices, cómo se puede calcular la nota final de cada alumno.