Instituto de Matemática
Universidad Austral de Chile

Trigonometría

Módulo 3: Formulas de Reducción y gráficos de funciones trigonométricas

Formulas de Reducción

Cofunciones

- Seno y coseno son cofunciones (una de la otra)
  Tangente y cotangente son cofunciones (una de la otra)
  Secante y cosecante son cofunciones. (una de la otra)

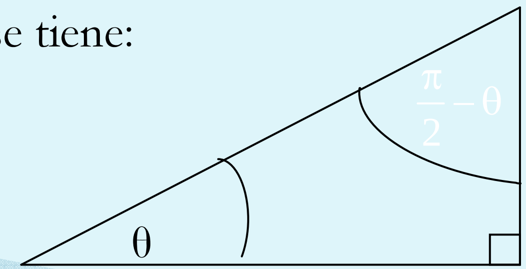
- Cada función de un ángulo es la cofunción de su complemento

$$\operatorname{sen}(\pi/2-\theta) = \cos\theta \qquad \operatorname{sen}\theta = \cos(\pi/2-\theta)$$

$$\tan(\pi/2-\theta) = \cot\theta \qquad \tan\theta = \cot(\pi/2-\theta)$$

$$\sec(\pi/2-\theta) = \csc\theta \qquad \sec\theta = \csc(\pi/2-\theta)$$

Gráficamente se tiene:



Formulas de Reducción

Sabemos que los valores de las funciones circulares no alteran si el ángulo se aumenta o se disminuye en un múltiplo entero de 2π , de manera que los valores de las funciones se pueden expresar en términos de los valores de las mismas funciones, para algún ángulo entre 0 y 2π.

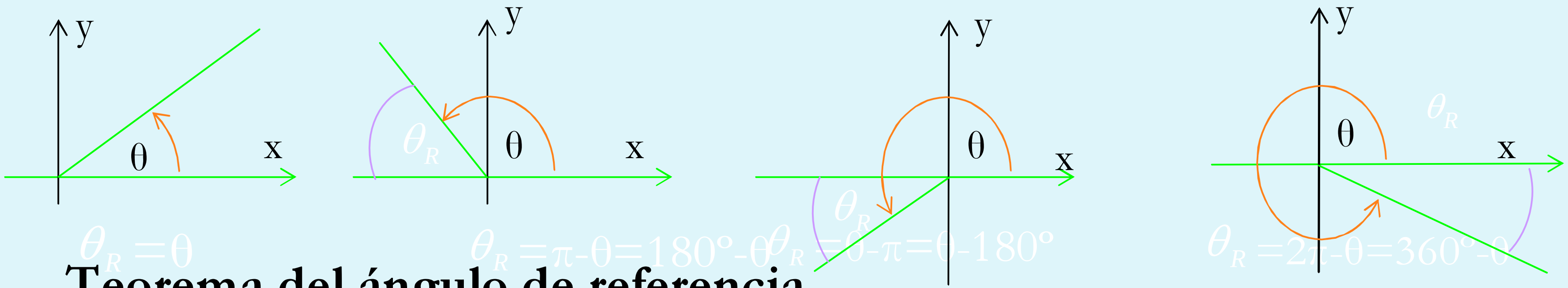
Más aún, expresaremos las funciones circulares de un ángulo cualquiera en términos de las funciones para un ángulo entre 0 y $\pi/2$.
(Reducción al primer cuadrante)

Formulas de Reducción

Ángulo de Referencia

- Sea θ un ángulo en posición normal, no cuadrantal.
  El **ángulo de referencia de θ** es el ángulo agudo θ_R formado por el eje X positivo y el lado final de θ.

- Si θ es un ángulo de alguno de los cuatro cuadrantes (0<θ<2π), el ángulo de referencia θ_R se muestra en las figuras siguientes:



$\theta_R = \theta$ $\theta_R = \pi - \theta = 180° - \theta$ $\theta_R = \theta - \pi = \theta - 180°$ $\theta_R = 2\pi - \theta = 360° - \theta$

Teorema del ángulo de referencia

Sea θ un ángulo en posición normal, no cuadrantal, con ángulo de referencia θ_R.
Entonces, si f es alguna función circular, se cumple:

$$f(\theta) = \pm f(\theta_R)$$

(el signo es el que corresponde a $f(\theta)$, según el cuadrante donde se encuentre el ángulo θ).

Formulas de Reducción

Fórmulas de Reducción

$$f\left(\frac{\pi}{2}\pm\theta\right)=\pm cof(\theta) \qquad f\left(\frac{3\pi}{2}\pm\theta\right)=\pm cof(\theta)$$

$$f\left(\pi\pm\theta\right)=\pm f(\theta) \qquad f\left(2\pi\pm\theta\right)=\pm f(\theta)$$

Para expresar las funciones circulares de cualquier ángulo en términos de funciones de algún ángulo agudo positivo se puede considerar lo siguiente:

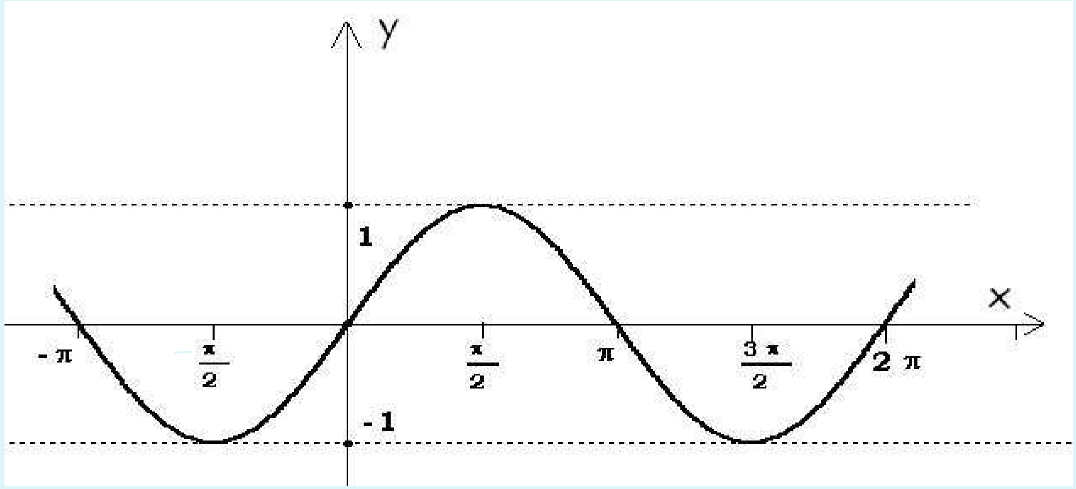
- Si el ángulo es negativo, usar la **paridad** de las funciones circulares.
- Si el ángulo es mayor que 2π (ó 360º), reemplazarlo por un ángulo coterminal con él, menor que 2π, usando **periodicidad.**
- Si es mayor que $\pi/2$, usar las **fórmulas de reducción**.

Gráficos de funciones Trigonométricas

Seno:

$$\mathrm{Dom}(\mathrm{sen}) = R$$

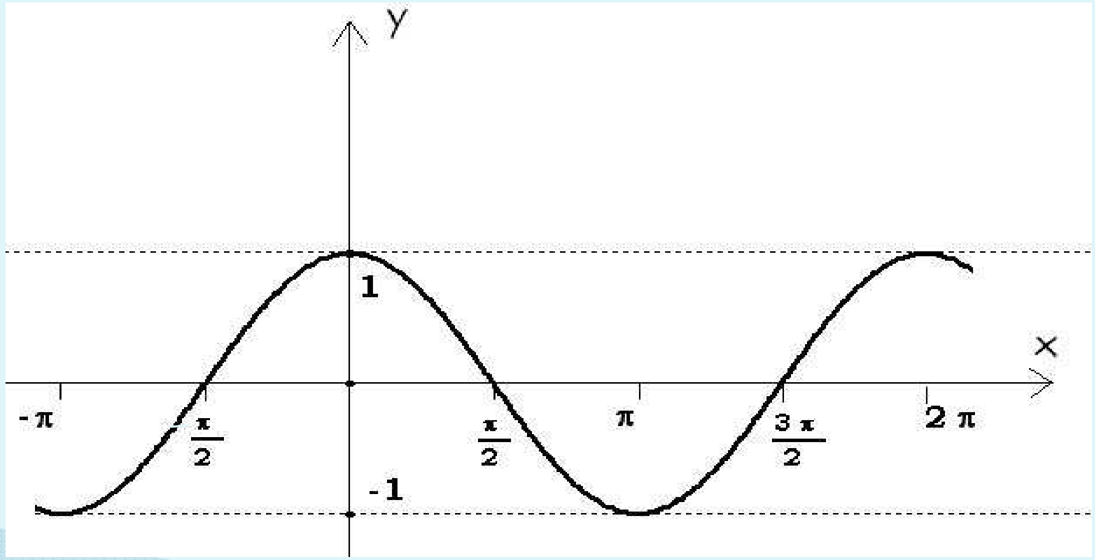
$$\boxed{\mathrm{Rec}(\mathrm{sen}) = [-1,1]}$$



Coseno:

$$\mathrm{Dom}(\cos) = R$$

$$\boxed{\mathrm{Rec}(\cos) = [-1,1]}$$



Gráficos de funciones Trigonométricas

Tangente:

$$\mathrm{Dom}(\tan) = \left\{ x \in R \,/\, x \neq (2n+1)\frac{\pi}{2} \right\}$$

$$\boxed{\mathrm{Rec}(\tan) = R}$$