SISTEMAS BIOLÓGICOS 2021

Trabajo práctico 4

1. **Modelo de Goodwin**

   Considere un mecanismo de regulación de la expresión de un gen:

   $$\frac{dm}{dt} = \alpha_m g_R(p) - \beta_m m,$$
   $$\frac{de}{dt} = \alpha_e m - \beta_e e,$$
   $$\frac{dp}{dt} = \alpha_p e - \beta_p p,$$

   donde m es la concentración del mRNA, que produce una enzima e, que contribuye a la producción de una proteína p. La regulación está controlada por la proteína, con una función de represión de la forma:

   $$r_R(p) = \frac{a}{b + cp^h}.$$

   Analice la dinámica para algunos valores del exponente de Hill h, y encuentre al menos una situación que tenga oscilaciones de las concentraciones.

   Como valores indicativos de los parámetros, puede usar: $\alpha_m = \alpha_e = \alpha_e = 1$, $a = b = c = 1$, $\beta_m = \beta_e = \beta_p = 0.1$. Observe que, en una situación en la que el exponente de Hill permite oscilaciones, éstas también desaparecen si se aceleran las degradaciones β.

2. **Switch genético**

   Estudie la dinámica de un sistema de dos genes con represión mutua:

   $$\frac{dm_1}{dt} = \alpha_m g_R(p_2) - \beta_m m_1, \tag{1}$$
   $$\frac{dm_2}{dt} = \alpha_m g_R(p_1) - \beta_m m_2, \tag{2}$$
   $$\frac{dp_1}{dt} = \alpha_p m_1 - \beta_p p_1, \tag{3}$$
   $$\frac{dp_2}{dt} = \alpha_p m_2 - \beta_p p_2, \tag{4}$$

   donde las tasas y las funciones de represión son iguales para las especies 1 y 2 para simplificar. Usando la condición $\beta_m \gg \beta_p$ reduzca el sistema a dos variables, y analice la dinámica en el espacio de fases reducido a las proteínas. Estudie la bifurcación que produce la sensibilidad en la función de represión (controlada por b o c).