Universidad Central de Venezuela
Semestre II 2020
Ivan Cabrera-Ziri

Tarea 4 - Semana 4

Ejercicio 1

a) Calcule la la fracción de deficit de masa $\Delta m/m$ de las siguientes reacciones de fusión (2 pts):

$4^1\text{H} \rightarrow^4 \text{He}$
$3^4\text{He} \rightarrow^{12} \text{C}$
$^{12}\text{C} +^4 \text{He} \rightarrow^{16} \text{O}$
$2^{16}\text{O} \rightarrow^{28} \text{Si} +^4 \text{He}$
$2^{28}\text{Si} \rightarrow^{56} \text{Fe}$

b) Describa la tendencia y discuta las implicaciones para la evolución estelar (2 pts).

Ejercicio 2:

a) Explique cómo procede el ciclo CNO en estrellas de metalicidad cero (estrellas de primera generación). (2 pts)

Ejercicio 3:

Estime las abundancias relativas de los isótopos de C y N durante el equilibrio del ciclo-CN, si sus tiempos de vida durante el equilibrio son: $\tau(^{15}N) = 30yr$, $\tau(^{13}C) = 1600yr$, $\tau(^{12}C) = 6600yr$ y $\tau(^{14}N) = 6 \times 10^5 yr$. (2 pts)

Ejercicio 4:

En la clase vimos que la tasa de reacción es proporcional al coeficiente de reacción:

$$\langle \sigma v \rangle = \left(\frac{8}{2\pi}\right)^{1/2} \frac{S(E_0)}{(k_B T)^{3/2}} \int_0^\infty e^{-E/k_B T} e^{-b/\sqrt{E}} dE$$

donde $b = \pi(2m)^{1/2} Z_1 Z_2 e^2/\hbar = 31.3 Z_1 Z_2 m^{1/2}$ y $m = m_1 m_2/(m_1 + m_2)$ es la masa reducida en unidades de masa atómica.

a) Explique en términos generales que representan los términos $e^{-E/k_B T}$ y $e^{-b/\sqrt{E}}$ (1.5 pts)

b) Grafique el producto de ambos términos en función de la energía para dos valores de temperatura. Explique porque la tasa de reacción aumenta con la temperatura. (1.5 pts)
Pistas: adopte $b = 30 keV^{1/2}$*, use energías entre* $0 < E(keV) < 100$ *y temperaturas del orden de* $\sim 10^7 K$*.*

c) Explique porque el quemado de H ocurre a temperaturas menores que el de He. (1.5 pts)

d) Los elementos más pesados que Fe pueden producirse por captura de neutrones. Estas reacciones pueden ocurrir a temperaturas bajas (incluso a temperaturas terrestres). Explique por qué. (1.5pts)

Ejercicio 5:

Derive una expresión aproximada para la masa mínima necesaria para que llevar a cabo fusión nuclear. La idea básica es que tenemos el núcleo de una estrella contrayéndose en el cual la temperatura, T_c es determinada por la masa del núcleo, M_c y la densidad ρ_c. A medida que se contrae el núcleo, M_c es constante pero ρ_c y T_c aumentan. La temperatura del núcleo debe alcanzar la temperatura de ignición de fusión, T_{ign}, antes de que la presión del gas de electrones degenerado supere a la del gas ideal. Use los siguientes pasos:

a) Encuentre una relación entre T_c, M_c y ρ_c, asumiendo que el núcleo provee toda la presión. *Pistas: use el teorema del virial para un gas ideal y asuma densidad ρ_c uniforme.* (1.5 pts)

b) Derive una relación entre T_c y ρ_c para el punto justo antes de que la presión del gas degenerado supere a la del gas ideal, i.e. $P_{ideal} = P_{deg,e}$. La expresión debe estar en función: del número promedio de electrones libres por nucleón μ_e y, la masa atómica media del material nuclear μ_c y K. Donde K esta definida por la ecuación de estado para un gas degenerado no relativista $P = K\left(\rho/\mu_e\right)^{5/3}$. Para el caso especifico de un gas de electrones $K = 10^{13}$ (cgs). (1.5 pts)

c) Combine las expresiones de a) y b) para eliminar la dependencia de ρ_c para encontrar la relación entre T_c y M_c. Al tomar $T_c = T_{ign}$ encontramos la masa mínima del núcleo para alcanzar la temperatura de ignición. (1.5 pts)

d) Derive la masa mínima para fusión de H asumiendo $T_{ign} = 6 \times 10^6$ Kelvin y un núcleo de puro H ($\mu_c = 0.5, \mu_e = 1$). Luego derive la masa mínima para la fusión de He asumiendo $T_{ign} = 10^9$ Kelvin y un núcleo de He puro ($\mu_c = 1.33, \mu_e = 2$). Exprese el resultado en $M_\odot$. (1.5 pts)