

Lição 1 - Os Números Reais

2025-05-14

Índice

| | |
|---|----------|
| Os Números Reais | 1 |
| Introdução | 1 |
| Subconjuntos dos Reais | 2 |
| Representação Geométrica | 2 |
| Diagrama Conceitual | 3 |
| Exemplo com Python: Aproximação de $\sqrt{2}$ | 3 |
| Exemplo Resolvido | 4 |
| Enunciado | 4 |
| Considerações Didáticas | 5 |
| Referências | 5 |

Os Números Reais

“A reta real é o palco onde todos os números convivem.”

Introdução

O conjunto dos números reais, denotado por \mathbb{R} , inclui todos os números que podem ser representados na reta: inteiros, fracionários, decimais finitos ou infinitos, positivos ou negativos, racionais ou irracionais (Silva & Mendes, 2020).

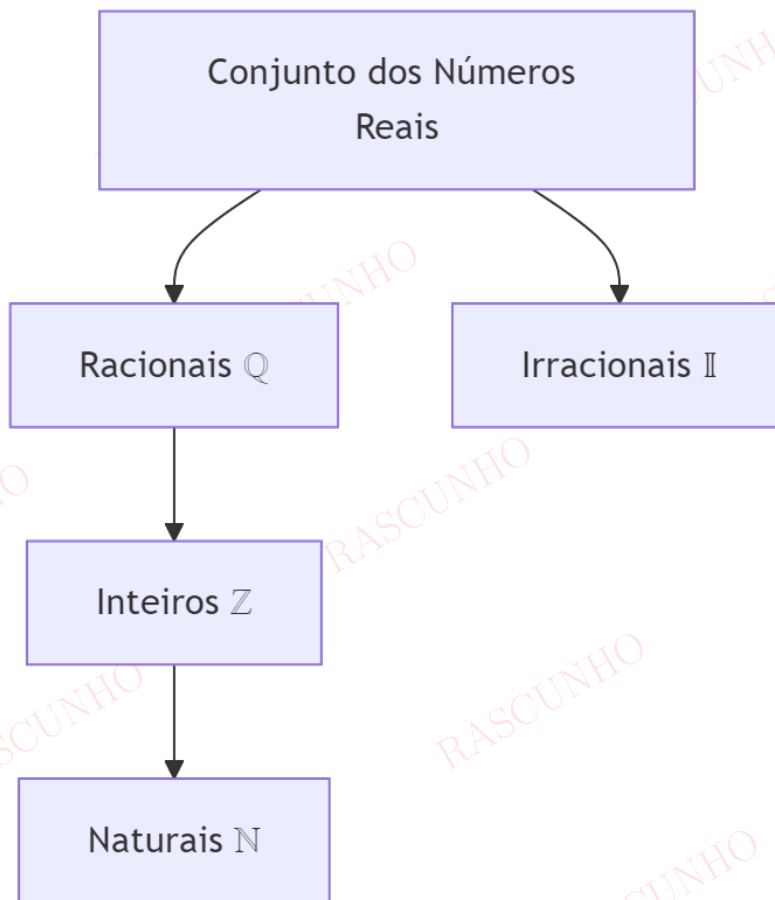
Subconjuntos dos Reais

- **Números Naturais** (\mathbb{N}): $0, 1, 2, 3, \dots$
- **Números Inteiros** (\mathbb{Z}): $-2, -1, 0, 1, 2, \dots$
- **Números Racionais** (\mathbb{Q}): frações como $\frac{1}{2}$ ou -3
- **Números Irracionais** (\mathbb{I}): $\pi, \sqrt{2}, e$
- **Números Reais** (\mathbb{R}): união de \mathbb{Q} e \mathbb{I}

Representação Geométrica

Cada número real pode ser representado por um ponto numa reta contínua e infinita chamada **reta real**. Os números irracionais “preenchem” os espaços entre os números racionais, tornando \mathbb{R} um conjunto denso e completo.

Diagrama Conceitual



Exemplo com Python: Aproximação de $\sqrt{2}$

```
import numpy as np

# Aproximação racional de sqrt(2)
raiz_exata = np.sqrt(2)
aprox = 99 / 70 # fração racional próxima

erro = abs(raiz_exata - aprox)

print(f"A raiz quadrada de 2 é aproximadamente: {aprox}")
```

```
print(f"Valor exato com numpy: {raiz_exata:.10f}")
print(f"Erro absoluto: {erro:.10e}")
```

A raiz quadrada de 2 é aproximadamente: 1.4142857142857144
Valor exato com numpy: 1.4142135624
Erro absoluto: 7.2151912619e-05


Exemplo Resolvido

Enunciado

Classifica os seguintes números como **racional** ou **irracional**:

1. $\sqrt{2}$
2. $\frac{7}{3}$
3. 0,333...
4. π
5. -5

Questão extra: Todos esses números pertencem a que conjunto numérico maior?

 Ver solução

1. $\sqrt{2} \rightarrow$ **irracional** (não pode ser expresso como fração exata)
2. $\frac{7}{3} \rightarrow$ **racional** (é uma fração)
3. 0,333... \rightarrow **racional** (equivale a $\frac{1}{3}$)
4. $\pi \rightarrow$ **irracional** (valor decimal infinito não periódico)
5. $-5 \rightarrow$ **racional** (é um número inteiro, que pode ser escrito como $\frac{-5}{1}$)

Todos pertencem ao conjunto dos Números Reais (\mathbb{R})

Os números irracionais “preenchem” os espaços entre os racionais, formando

um conjunto contínuo: $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$

Considerações Didáticas

- Compreender a hierarquia dos subconjuntos de \mathbb{R} .
- Diferenciar racionalidade e irracionalidade numérica.
- Representar pontos na reta real com precisão crescente.
- Relacionar matemática simbólica com aplicações computacionais designadamente python.

Referências

Silva, J., & Mendes, A. (2020). *Matemática A - 10º Ano*. Editora Escolar.