Lição 1 - Os Números Reais

2025-05-14

Índice

Os Números Reais **1**
Introdução 1
Subconjuntos dos Reais 2
Representação Geométrica 2
Diagrama Conceitual 3
Exemplo com Python: Aproximação de $\sqrt{2}$ 3
Exemplo Resolvido 4
Enunciado 4
Considerações Didáticas 5

Referências **5**

Os Números Reais

> "A reta real é o palco onde todos os números convivem."

Introdução

O conjunto dos números reais, denotado por $\mathbb{R}$, inclui todos os números que podem ser representados na reta: inteiros, fracionários, decimais finitos ou infinitos, positivos ou negativos, racionais ou irracionais (Silva & Mendes, 2020).

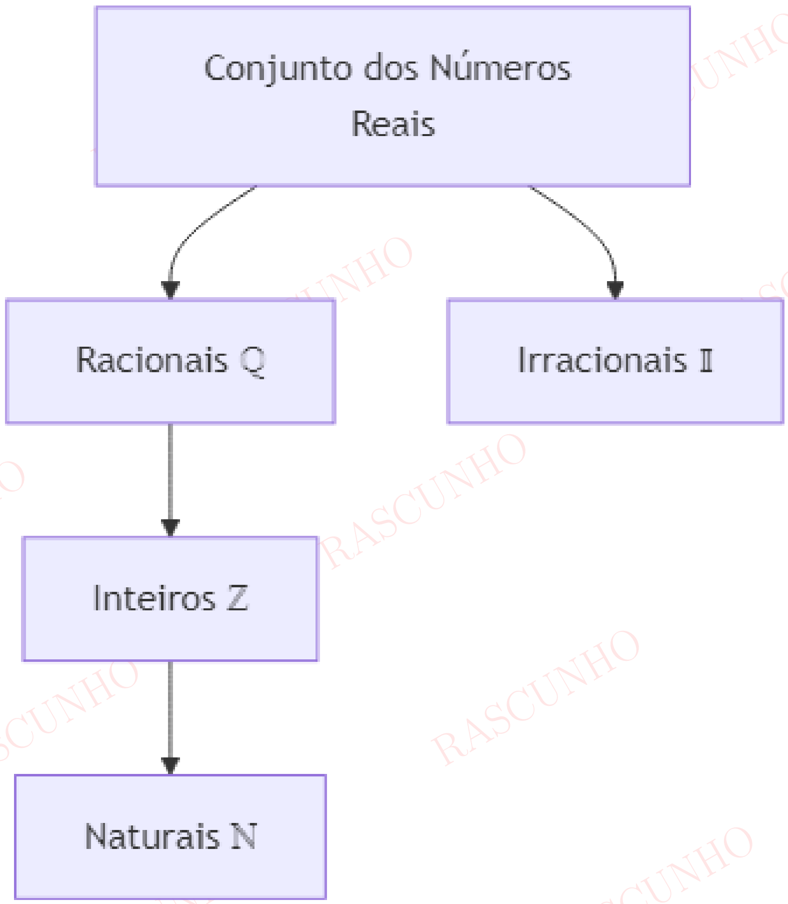
Subconjuntos dos Reais

- **Números Naturais** ($\mathbb{N}$): $0, 1, 2, 3, ...$
- **Números Inteiros** ($\mathbb{Z}$): $-2, -1, 0, 1, 2, ...$
- **Números Racionais** ($\mathbb{Q}$): frações como $\frac{1}{2}$ ou -3
- **Números Irracionais** ($\mathbb{I}$): π, $\sqrt{2}$, e
- **Números Reais** ($\mathbb{R}$): união de $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{I}$

Representação Geométrica

Cada número real pode ser representado por um ponto numa reta contínua e infinita chamada **reta real**. Os números irracionais "preenchem" os espaços entre os números racionais, tornando $\mathbb{R}$ um conjunto denso e completo.

Diagrama Conceitual



Exemplo com Python: Aproximação de $\sqrt{2}$

```python
import numpy as np

# Aproximação racional de sqrt(2)
raiz_exata = np.sqrt(2)
aprox = 99 / 70  # fração racional próxima

erro = abs(raiz_exata - aprox)

print(f"A raiz quadrada de 2 é aproximadamente: {aprox}")
```

```
print(f"Valor exato com numpy: {raiz_exata:.10f}")
print(f"Erro absoluto: {erro:.10e}")
```

```
A raiz quadrada de 2 é aproximadamente: 1.4142857142857144
Valor exato com numpy: 1.4142135624
Erro absoluto: 7.2151912619e-05
```

Exemplo Resolvido

Enunciado

Classifica os seguintes números como **racional** ou **irracional**:

1. $\sqrt{2}$
2. $\frac{7}{3}$
3. $0,333\ldots$
4. π
5. -5

Questão extra: Todos esses números pertencem a que conjunto numérico maior?

Ver solução

1. $\sqrt{2} \rightarrow$ **irracional** (não pode ser expresso como fração exata)
2. $\frac{7}{3} \rightarrow$ **racional** (é uma fração)
3. $0,333\ldots \rightarrow$ **racional** (equivale a $\frac{1}{3}$)
4. $\pi \rightarrow$ **irracional** (valor decimal infinito não periódico)
5. $-5 \rightarrow$ **racional** (é um número inteiro, que pode ser escrito como $\frac{-5}{1}$)

Todos pertencem ao conjunto dos Números Reais ($\mathbb{R}$)

Os números irracionais "preenchem" os espaços entre os racionais, formando um conjunto contínuo: $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$

Considerações Didáticas

- Compreender a hierarquia dos subconjuntos de $\mathbb{R}$.
- Diferenciar racionalidade e irracionalidade numérica.
- Representar pontos na reta real com precisão crescente.
- Relacionar matemática simbólica com aplicações computacionais.

Referências

Silva, J., & Mendes, A. (2020). *Matemática A - 10º Ano*. Editora Escolar.