

# **TRABAJO DE GRADO**

**Carlos Alfredo Cuartas Vélez**  
**ccuartal@eafit.edu.co**

**Universidad EAFIT  
Escuela de Ciencias  
Departamento de Ciencias Físicas  
Ingeniería Física  
Medellín, Colombia  
2015**



**SOLUCIÓN A LA INDETERMINACIÓN DE LAS  
ABERRACIONES PRODUCIDAS POR UN MODULADOR  
ESPACIAL DE LUZ Y POR SISTEMAS ÓPTICOS EN  
ALGORITMOS DE DIVERSIDAD DE FASE**

**CARLOS ALFREDO CUARTAS VÉLEZ**

Tesis de grado presentada como requisito parcial para optar al título de:  
**Ingeniero Físico**

**Director**

**PROF. RENÉ RESTREPO GÓMEZ**

**UNIVERSIDAD EAFIT  
ESCUELA DE CIENCIAS  
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS FÍSICAS  
INGENIERÍA FÍSICA  
MEDELLÍN, COLOMBIA**

**2015**



Nota de aceptación

---

---

Asesor

---

Jurado

---

Jurado

---

Medellín, junio de 2015



*A mi familia, para que sea un  
comienzo para todos ellos.*



# Agradecimientos

Quiero agradecer a mi familia, quienes siempre han estado conmigo para apoyarme a lo largo de toda mi vida y que tanto para mi como para ellos, es una experiencia enriquecedora. También, a compañeros por el apoyo durante la realización del proyecto. Asimismo al grupo de Óptica Aplicada de la Universidad EAFIT donde me he formado personal y profesionalmente, especialmente al profesor René Restrepo Gómez y a Santiago Echeverri con quienes he tenido la oportunidad de trabajar durante los dos últimos años y han compartido parte de su tiempo y conocimiento conmigo. Así como al profesor Luciano Ángel, quien mediante el proyecto “Aberraciones ópticas en haces Laguerre-Gaussianos: corrección y aplicaciones metrológicas”, además de dar el primer paso para la realización de este trabajo, permitió mi vinculación con el grupo de investigación. Por último, agradecer a la Universidad EAFIT, en especial a la beca ANDI, quienes son los responsables de la oportunidad que tuve de emprender este camino.



# Resumen

En este trabajo se presenta una modificación a los algoritmos de diversidad de fase coherente, propuestos por el grupo de óptica aplicada de la Universidad EAFIT. A través de dichos algoritmos, es posible recuperar las aberraciones de un sistema óptico, empleando vórtices ópticos generados con un modulador espacial de luz. Aunque las aberraciones sean recuperadas, su fuente no es predicha por diversidad de fase coherente, es por ello, que se proponen dos modificaciones que permiten discernir la procedencia de éstas.

Las modificaciones sobre diversidad de fase, se basan en el empleo de la curva de modulación de fase del modulador espacial de luz, por lo tanto, en primera instancia, se obtiene una caracterización del modulador espacial de luz. En particular, se analiza la generación de vórtices ópticos para tres curvas de modulación, y desde este análisis, se propone un nuevo esquema para la simulación de vórtices ópticos, propagados por un sistema limitado por difracción con la modulación de fase experimental. La adición de este elemento, permite proponer una nueva variable de entrada para diversidad de fase coherente, con lo cual, se efectúan las modificaciones propuestas.

También se obtienen los resultados experimentales de las aberraciones, se realiza una comparación de aquellas recuperadas con diversidad de fase coherente, y sus respectivas modificaciones. Con base en los resultados obtenidos, se concluye que es posible discernir la fuente de las aberraciones, y obtener una corrección de manera independiente.



# Contenido

<b>Agradecimientos</b> . . . . .	IX
<b>Resumen</b> . . . . .	XI
<b>Lista de acrónimos</b> . . . . .	XVIII
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Objetivo General . . . . .	5
1.2. Objetivos Específicos . . . . .	5
<b>2. Vórtices ópticos</b>	<b>6</b>
2.1. Introducción . . . . .	7
2.2. Definición de vórtice óptico . . . . .	8
2.3. Generación de vórtices ópticos . . . . .	11
2.4. Moduladores espaciales de luz basados en cristal líquido . . . . .	14
2.4.1. Cristales líquidos como dispositivos ópticos . . . . .	17
2.5. Aberraciones en vórtices ópticos . . . . .	21
<b>3. Diversidad de fase</b>	<b>24</b>
3.1. Introducción . . . . .	25
3.2. Diversidad de fase incoherente . . . . .	25
3.3. Aberraciones ópticas . . . . .	29
3.3.1. Ortogonalidad y composición de los polinomios de Zernike . . . . .	31
3.4. Diversidad de fase coherente . . . . .	33
3.5. Modificaciones propuestas para diversidad de fase coherente . . . . .	37

<b>4. Implementaciones experimentales</b>	<b>43</b>
4.1. Caracterización del modulador espacial de luz . . . . .	43
4.2. Montaje experimental . . . . .	48
<b>5. Resultados</b>	<b>51</b>
5.1. Caracterización de modulador espacial de luz LC-2002 . . . . .	51
5.2. Vórtices ópticos experimentales . . . . .	54
5.3. Simulación de vórtices ópticos con curva de modulación experimental . .	57
5.4. Corrección de aberraciones empleando diversidad de fase coherente . .	60
5.5. Diversidad de fase como sensor de aberraciones por modulación . . .	64
5.6. Diversidad de fase como sensor de aberraciones del sistema óptico . .	66
<b>6. Conclusiones y trabajo futuro</b>	<b>70</b>
<b>Referencias</b>	<b>72</b>

# Listas de Figuras

2-1. Vórtice óptico.	9
2-2. Modos Laguerre-Gauss.	11
2-3. Generación de OV a partir de una SPP.	13
2-4. Placa de fase espiral obtenida por métodos holográficos	13
2-5. Obtención de una red de difracción bifurcada.	14
2-6. Generación de OV a partir de una red de difracción.	14
2-7. Funcionamiento de un proyector a partir de SLMs.	15
2-8. Modulador espacial de luz HOLOEYE-Pluto.	16
2-9. Estados del cristal líquido.	18
2-10. Molécula de LC sometida a un campo eléctrico	19
2-11. Celda de LCD <i>twisted nematic</i>	20
2-12. Simulación de OVs ideales y generados con un LC-2002.	22
3-1. Esquema de PD incoherente.	26
3-2. Función aberración definida a partir de una esfera Gaussiana ideal.	30
3-3. Diagrama de flujo de PD coherente.	37
3-4. Diagrama de las modificaciones sobre PD coherente.	39
3-5. Diagrama de flujo de PD coherente con sus respectivas modificaciones.	42
4-1. Estructura generador-analizador de estados de polarización para la caracterización de SLMs.	44
4-2. Patrón de franjas para la determinación del corrimiento de fase en un sistema interferométrico.	45

4-3. Sistema de rotadores para la caracterización del SLM. . . . .	46
4-4. SLM HOLOEYE LC-2002. . . . .	46
4-5. Interfaz para la generación de máscaras. . . . .	47
4-6. Resultados de máscaras generadas con el “SLM Mask Generator”. . . . .	48
4-7. Esquema del montaje experimental. . . . .	49
4-8. Montaje experimental. . . . .	50
5-1. Curva de modulación de amplitud y fase del SLM para el estado $\omega_1$ . . . . .	53
5-2. Curva de modulación de amplitud y fase del SLM para el estado $\omega_2$ . . . . .	53
5-3. Curva de modulación de amplitud y fase del SLM para el estado $\omega_3$ . . . . .	54
5-4. Comparación de los OV <sub>s</sub> generados experimentalmente a partir de los estados $\omega_1$ , $\omega_2$ y $\omega_3$ . . . . .	55
5-5. Comparación entre una máscara espiral ideal y experimental. . . . .	57
5-6. Comparación de los resultados de la simulación de la curva de modulación con resultados experimentales. . . . .	59
5-7. Generación de OV <sub>s</sub> a partir de una red de difracción binaria. . . . .	61
5-8. Corrección de OV <sub>s</sub> empleando PD coherente. . . . .	63
5-9. Corrección de OV <sub>s</sub> empleando PD2. . . . .	65
5-10. Corrección de OV <sub>s</sub> empleando PD1. . . . .	67
5-11. Comparación de las aberraciones obtenidas con PD coherente, PD1 y PD2. . . . .	68
5-12. Corrección de un OV con $l = -2$ . . . . .	69

# **Lista de Tablas**

3.1. Información de las aberraciones recuperada de las modificaciones sobre PD coherente. . . . .	40
4.1. Características del LC-2002 . . . . .	45
5.1. Características de la modulación en los estados $\omega_1$ , $\omega_2$ y $\omega_3$ . . . . .	51
5.2. Ángulos y estados de polarización para $\omega_1$ , $\omega_2$ y $\omega_3$ . . . . .	52
5.3. Errores obtenidos con los OVs producidos para los estados $\omega_1$ , $\omega_2$ y $\omega_3$ .	56
5.4. Resultados del error RMS para cada una de las correcciones con PD. .	66
5.5. Comparación de los frentes de onda recuperados a través de PD cohe- rente, PD1 y PD2. . . . .	69

# Lista de acrónimos

**OV** Vórtice óptico.

**OAM** Momento angular orbital.

**LC** Cristal líquido.

**SLM** Modulador espacial de luz.

**PD** Diversidad de fase.

**GSA** Algoritmo de búsqueda de gradiente.

**CMR** Curva de modulación real.

**TN-LCD** Pantalla de cristal líquido *twisted nematic*.

**CGH** Holograma generado por computadora.

**SPP** Placa de fase espiral.

**SPM** Máscara de fase espiral.

**WFS** Sensor de frente de onda.

**PSF** Función de punto extendido o función de dispersión de punto.

**OTF** Función de transferencia óptica.

**FT** Transformada de Fourier.

- GP** Pupila generalizada.
- CTF** Función de transferencia coherente.
- PD1** Diversidad de fase modificación 1: Sensor de aberraciones por elementos ópticos diferentes al SLM.
- PD2** Diversidad de fase modificación 2: Sensor de aberraciones por la modulación de fase del SLM.
- HWP** Lámina retardadora de media longitud de onda ( $\lambda/2$ ).
- QWP** Lámina retardadora de un cuarto de longitud de onda ( $\lambda/4$ ).
- PSG** Generador de estados de polarización.
- PSA** Analizador de estados de polarización.
- RMS** Media cuadrática.
- RD** Red de difracción.
- TEM** Modo transversal electromagnético.

# Capítulo 1

## Introducción

Las singularidades son puntos de amplitud nula y de fase indeterminada que se presentan en diversos sistemas físicos [1]; por ejemplo, si tomamos un imán y analizamos las líneas de campo, éstas deben cerrarse sobre el imán, pero en el caso de los polos, la dirección del campo no se encuentra definida. Un vórtice óptico (OV: *optical vortex*) es una singularidad que se presenta en la fase de un haz, y se da por la presencia de momento angular orbital (OAM: *orbital angular momentum*) en los fotones [2, 3]. Cuando se tiene un haz con OAM diferente de cero, la fase rota perpendicularmente respecto a un eje en la dirección de propagación, describiendo un helicoide, y la intensidad se desvanece en el centro del haz a causa de la singularidad de fase.

Una forma de generar OVs consiste en la modificación de la de fase en un haz Gaussiano, de forma que se impone una distribución en espiral a la fase del haz [4, 5]. Para obtener una distribución de fase espiral, se han empleado dispositivos tales como: placas de fase espiral [6, 7] o rejillas de difracción [8–10]. Aunque, gracias a los avances en cristales líquidos (LCs: *liquid crystals*) y los hologramas generados por computadora, se ha visto potenciado el empleo de moduladores espaciales de luz (SLM: *spatial light modulator*) para la generación de OVs. Estos últimos, son dispositivos opto-electrónicos que modifican la amplitud o la fase de la luz de manera controlada, para ello, emplean

las propiedades de los LCs [2, 11, 12]. Cuando un campo definido por una amplitud con distribución Gaussiana y un frente de onda plano, se propaga a través de una lente, se esperaría obtener un disco de Airy en el plano focal, por otro lado, cuando la fase de la distribución Gaussiana posee una vorticidad óptica, en el plano focal se obtiene una distribución de intensidad toroidal propia de los OVs.

Si se propaga un campo a través de un sistema óptico formador de imagen, las aberraciones se reflejan como una perdida en la resolución de la imagen reconstruida. Conocer las aberraciones que induce el sistema óptico permite, o bien su corrección desde los elementos ópticos, o por medio de la adición de un cambio en la fase que las contrarreste [13, 14]. Las aberraciones pueden ser recuperadas mediante la fase en el plano de la imagen, siendo estas quienes se encargan de distorsionar el objeto original. Los métodos de reconstrucción de fase se dividen a su vez, en dos categorías: interferométricos y no interferométricos. Los métodos interferométricos se basan en el análisis del patrón de franjas producido por la interferencia entre un haz de referencia y un haz objeto [15, 16]. Por otro lado, los métodos no interferométricos basan su análisis en medidas de intensidad [17, 18].

A los método de sensado no interferométricos pertenece una técnica que se conoce como diversidad de fase (PD: *phase diversity*), en este, se emplea un algoritmo de búsqueda del gradiente (GSA: *gradient search algorithm*) para minimizar una función error. Particularmente este algoritmo se basa en la solución a un problema de propagación inverso de múltiples observaciones, en donde, mediante modificaciones en la función de transferencia del sistema óptico se puedan recuperar las aberraciones que este induce [19, 20].

Nuestra intención es aplicar PD en haces con vorticidades ópticas; para ello primero se debe desarrollar un PD que pueda ser aplicado a sistemas coherentes, de forma, que a través de medidas de intensidad de OVs puedan recuperarse las aberraciones que estos presenten. Emplear OVs añade un grado de libertad relacionado con el OAM a PD,

y esto puede aprovecharse para mejorar la respuesta del GSA en la determinación de las aberraciones, a este lo denominaremos en adelante PD coherente [21]. La convergencia del método está determinada por la comparación de la intensidad experimental con una que se genera de un sistema limitado por difracción, es decir, se requiere del conocimiento *a priori* del objeto ideal, en nuestro caso, la generamos por medio de la simulación de un OV obtenido por un sistema limitado por difracción.

A causa del empleo de un SLM en la generación de OVs, hay aberraciones causadas por la modulación en fase del SLM. Cuando se emplea PD debido a que las aberraciones recuperadas son aquellas causadas por todo el sistema óptico, no es posible distinguir qué elementos ópticos aportan las aportan. Pero a través de la información de la curva de modulación en fase del SLM podemos modificar PD coherente para distinguir las aberraciones del SLM con respecto al sistema óptico. A partir de esta información se plantean entonces dos modificaciones para PD coherente, de forma, que es posible distinguir el aporte a las aberraciones del SLM y el aporte del sistema óptico.

Si consideramos las aberraciones que induce el SLM tomando la curva de modulación característica, podemos inferir la contribución de aberraciones del sistema óptico puesto que las del SLM ya son consideradas en el modelo. Pero, si por el contrario tomamos el caso de un OV generado en un sistema limitado por difracción y de un OV generado en un sistema limitado por difracción con la curva de modulación de fase, se pueden recuperar las aberraciones inducidas por el SLM, puesto que el sistema óptico no contribuye a las aberraciones.

Aquí se proponen entonces las siguientes modificaciones sobre PD coherente:

- Simular la curva de modulación de fase en un sistema limitado por difracción, obteniendo OVs como referencia para PD de forma que se considera la contribución a las aberraciones del SLM y cuando se emplean resultados experimentales

se espera que aquellas aberraciones obtenidas correspondan a las causadas por el sistema óptico.

- Simular la curva de modulación en fase en un sistema limitado por difracción y generar OVs en un sistema limitado por difracción con modulación ideal de forma que la comparación entre estos dos difiera únicamente por la presencia de las características del SLM y por tanto, de aquí se obtengan las aberraciones que son ocasionadas por el SLM.

El objetivo de este proyecto es aplicar las variaciones de PD propuestas a OVs y determinar de forma independiente las aberraciones inducidas por el SLM y las ocasionadas por el sistema óptico.

Los conceptos básicos sobre OV, generación de OVs, SLMs y aberraciones en OVs a causa de factores de modulación se presentan en el capítulo 2. Para recuperar las aberraciones en OVs se propone un nuevo método basado en el concepto de PD, aplicado a sistemas con iluminación coherente.

La técnica de PD se describe en el capítulo 3. En este se desarrolla el modelos de PD tradicional y sobre este se plantea un modelo de PD para sistemas con iluminación coherente. Luego de esto se plantean dos modificaciones sobre PD coherente que permiten discernir la contribución de aberraciones del sistema óptico y las del SLM. Finalmente, también se tratan conceptos sobre las aberraciones ópticas descritas desde los polinomios de Zernike.

Las diferentes implementaciones experimentales y computacionales se presentan en el capítulo 4. Allí se presentan los pasos de caracterización de la curva de modulación de fase, la simulación de OVs y el montaje experimental empleado.

Finalmente, en el capítulo 5 se detallan los resultados, desde la obtención de OVs,

pasando por la simulación de la generación de OVs con la curva de modulación de fase, la corrección genérica con PD coherente y por último, aplicar las modificaciones que se plantean sobre PD coherente para determinar las aberraciones del sistema óptico y las aberraciones a causa la modulación de fase del SLM. Por ello se proponen los siguientes objetivos.

## 1.1. Objetivo General

Solucionar la indeterminación que hay entre las aberraciones provenientes de la no idealidad de un SLM y las aberraciones propias de un sistema óptico al usar los algoritmos de PD desarrollados por el grupo de óptica aplicada.

## 1.2. Objetivos Específicos

- Implementar un algoritmo de PD que basado en imágenes sintéticas simule los efectos de modulación no lineal de un SLM.
- Emplear la implementación anterior comparando con imágenes experimentales, con miras a encontrar las aberraciones causadas por fuentes diferentes a la modulación no lineal del SLM.
- Establecer si a partir de la combinación de los resultados de los objetivos anteriores puede reconstruirse la aberración del frente de onda obtenido con PD cero.
- Validar experimentalmente los resultados obtenidos recuperando la fase de un objeto cuya aberración sea conocida.

# Capítulo 2

## Vórtices ópticos

Una singularidad es una indeterminación en un campo, por lo que tanto la fase como la amplitud son nulas; y puede presentarse en diversos sistemas físicos. En el caso de la óptica, los haces que poseen esta características se conocen con el nombre de vórtices ópticos (OVs: *optical vortices*).

A lo largo de este capítulo abarcaremos de manera introductoria el concepto de vórtice óptico y nos centraremos en las diferentes maneras en las cuales éstos pueden producirse. A partir de ello, analizaremos las características de un modulador espacial de luz (SLM: *spatial light modulator*) elemento usado en este proyecto para generar OVs. para finalmente, analizar el efecto de un SLM de transmisión sobre las características de los OVs. Comenzaremos con una revisión del estado del arte de las singularidades en la sección 2.1 para proceder con la definición de OV y algunas de sus características en la sección 2.2. A continuación, en la sección 2.3 trataremos la generación de OVs partir de elementos de fase. Luego en la Sección 2.4 nos centraremos en los SLM. Finalmente en la sección 2.5 analizaremos la repercusión de un SLM no ideal en la generación de OVs.

## 2.1. Introducción

Los sistemas físicos que poseen singularidades han sido estudiados desde la década de 1830, siendo los puntos anfidrómicos<sup>1</sup> producidos por las olas del mar los primeros casos de ello [22]. En estos puntos debido a la convergencia de olas con diferentes direcciones, la interferencia hace que la amplitud sea nula y las olas parecieran provenir desde él. Este estudio sería luego expandido por Whewell [23], observando diferentes puntos anfidrómicos ubicados en el Mar del Norte en Europa y posteriormente en toda la superficie marina. En la misma década, durante la postulación de los monopolos magnéticos en la teoría cuántica, Dirac [24] apreció la existencia de singularidades en la fase de funciones de onda tridimensionales. En esta teoría, los monopolos magnéticos surgen como una solución a la función de onda cuando hay singularidades de fase, que en principio no son posibles en funciones de onda de dicha naturaleza.

Posteriormente en 1953 Read explicaría el fenómeno de la dislocación en estructuras cristalinas [25], en donde, si se consideran capas paralelas de átomos o moléculas en un cristal y en medio de dos capas se introduce una adicional, se produce un desplazamiento de los átomos o moléculas al interior de la estructura cristalina. Esta adición produce que dos puntos vecinos se rompan y por tanto, si damos un giro al rededor del punto central entre la capa adicional y otra capa, el recorrido describe una forma helicoidal. Pero sería en 1974 cuando Nye y Berry [26] observan la generalidad de las singularidades de fase en las ondas, esto fue posible a través de la comparación de los análisis de Read con los resultados que ellos obtuvieron mientras estudiaban el eco producido por las capas de hielo en la Antártica. Ellos obtuvieron que las ondas reflejadas por las capas de hielo poseían una singularidad similar a la presente en los cristales, para esto, ellos compararon las capas de átomos con el frente de onda y concluyeron que la fase puede presentar dislocaciones similares a las de los cristales y por ello, pueden

---

<sup>1</sup>Punto de amplitud zero en el armónico constituyente de una onda, de forma que la superposición de ondas provenientes de diferentes direcciones causa que un punto posea amplitud cero (que no haya movimiento causado por las ondas en ese punto).

presentarse singularidades de fase en las ondas.

Especificamente en óptica, Wolter en 1949 [27]fue el primero en enfatizar que las singularidades de fase ocurren en la luz, esto lo descubrió en el análisis del desplazamiento Goos-Hänchen. Aunque desde esa época se hace el análisis de las singularidades de fase producidas en la luz, el término *vórtice óptico* no sería empleado hasta 1989, cuando Coullet et al [28] lo emplean por primera vez para explicar sus observaciones en experimentos con láseres, y desde esto se acuñaría el término para describir singularidades de fase en haces de luz.

## 2.2. Definición de vórtice óptico

Un OV, también conocido como una dislocación o singularidad de fase, es un tipo de singularidad óptica en la cual el frente de onda es espiral alrededor de un punto y por tanto, en el punto de rotación se genera una indeterminación a causa de los los múltiples valores posibles que la fase puede adquirir, quedando esta indefinida. La fase espiral del OV rota alrededor del eje óptico, lo que conlleva a que el frente de onda gire como un sacacorchos cuando la luz se propaga, y por ello, la amplitud se desvanece en el centro del haz [1, 3]. Para que se genere un OV, en su función de onda  $\psi(\vec{u})$  debe haber una relación en la fase del campo complejo con la estructura espacial del frente de onda, en otras palabras, la fase debe ser proporcional a una variación azimutal del frente de onda  $\theta = \arctan(y/x)$ , de forma que su frente de onda se propaga describiendo un helicóide

$$\psi(\vec{u}) \propto \exp\{iq\theta(\vec{u})\}, \quad (2.1)$$

$\vec{u}$  es un vector de posición,  $q$  es un entero conocido como el número de giro o carga topológica, que se encarga de determinar la cantidad, sentido y velocidad de giro. Un OV con una carga topológica  $q$  tiene un momento angular orbital (OAM: *orbital angular momentum*) intrínseco de  $q\hbar$  ( $\hbar$  es la constante de Plank normalizada) [2, 5], es decir,

hay una relación entre la carga topológica y el OAM. De Eq.2.1 se puede ver que en el centro del haz hay una indeterminación, dado que  $\theta = \arctan(0/0)$  no se encuentra definido.

La Fig. 2-1 muestra las características básicas de un OV cuando la carga topológica  $q = 1$ . El patrón de intensidad característico de un OV es un haz cuya intensidad se desvanece en el centro y la energía se distribuye alrededor de éste, como se muestra en la Fig. 2-1(a). Como se muestra en la 2-1(b), en esta, la fase varía de forma azimutal en el rango  $[-\pi, \pi]$  pero si nos acercamos a la parte central, vemos que aparece un punto en el cual se hace imposible determinar el valor de fase correspondiente. Asimismo, la fase posee un perfil de rotación sobre el eje óptico durante la propagación, esto se representa en la Fig. 2-1(c).

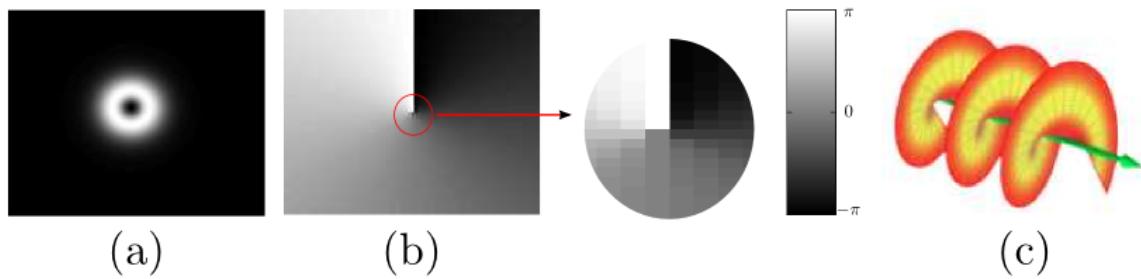


Figura 2-1: Vórtice óptico.((a) Perfil de intensidad, (b) fase de variación azimutal  $\theta$  y (c) perfil de propagación de la fase).

Ahora bien, se observa que su distribución de intensidad posee un núcleo con intensidad nula, este hecho es explicable desde una perspectiva de la interferencia destructiva entre los rayos difractados hacia el centro. Consideremos un círculo de radio infinitesimal ubicado en el centro del OV, si al interior del círculo cada punto tiene una fase  $\Phi_k$ , existe un punto con fase  $\Phi_k + \pi$  ubicada de forma simétrica al centro del OV, y de acuerdo al principio de Huygens [29] todos los puntos radiarán hacia el centro del círculo, dando lugar a la interferencia destructiva si la diferencia de fase entre dos puntos simétricos es de  $\pi$ , por consiguiente es de esperar que hayan múltiples puntos donde la intensidad

sea nula [4, 30].

Una descripción común para el campo eléctrico de un OV son las bien conocidas funciones Laguerre-Gauss (LG), que son soluciones a las ecuaciones de Maxwell para la radiación en problemas con simetría cilíndrica, y que de forma normalizada están dadas por [2],

$$LG_{l,p}(r, \phi) = \left( \frac{2p!}{\pi(|l|+p)!} \right)^{1/2} \frac{1}{w} \left( \frac{\sqrt{2}r}{w} \right)^{|l|} L_p^{|l|} \left( \frac{2r^2}{w^2} \right) \exp \left( -\frac{r^2}{w^2} \right) \exp(il\phi), \quad (2.2)$$

donde  $(r, \phi)$  representan coordenadas polares,  $w$  es el ancho del haz,  $l$  y  $p$  son los ordenes azimutal y radial respectivamente, que describen la amplitud del campo en términos de  $r$  y  $L_p^{|l|}$  son los polinomios asociados de Laguerre [31], definidos como

$$\begin{aligned} L_p^l(x) &= \frac{1}{p!} \frac{d^l}{dx^l} L_p(x) \\ L_p(x) &= \frac{1}{p!} e^x \frac{d^p}{dt^p} (x^p e^{-x}) \end{aligned} \quad (2.3)$$

De la Eq.2.2 se obtiene la representación de un OV de carga topológica  $l$  para cualquier  $l \neq 0$  [2], como se muestra en la figura2-2, en donde están algunas funciones Laguerre-Gauss, nótese que la función  $LG_{0,0}$  corresponde a una distribución Gaussiana.

Los OVs pueden ser de dos tipos, los que se mencionaron anteriormente que corresponden a escalares y existe otra clase conocida como OVs vectoriales. Estos últimos son haces generados a partir de patrones de la polarización radial o azimutal, por ejemplo, a través de la superposición de dos haces Hermite-Gauss polarizados ortogonalmente [32, 33]. En la siguiente sección veremos con más detalle algunas de las diferentes maneras de obtener OVs escalares.

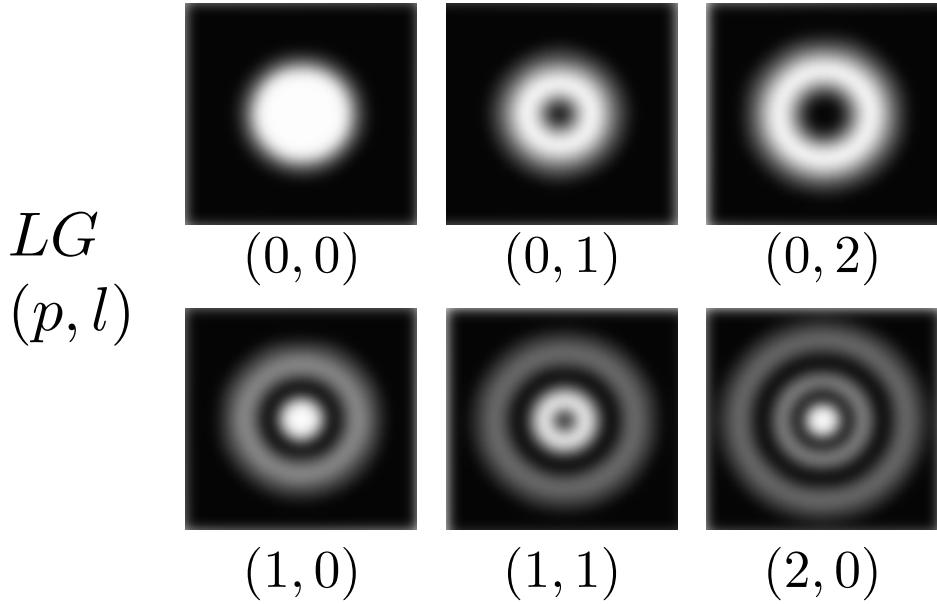


Figura 2-2: Modos Laguerre-Gauss.

### 2.3. Generación de vórtices ópticos

Una manera de generar OVs es a través de la excitación selectiva de modos Hermite-Gaussianos en láseres [34], en donde, a través del control de las propiedades externas e internas de la cavidad de un láser de diodo pueden obtenerse OVs con características específicas de manera *controlada*. Allí el problema es que el control de las propiedades del medio y de la cavidad puede ser un reto experimental complejo. A través de espejos deformables también es posible obtener OVs [35], allí se ajustan las inclinaciones de cada uno de los espejos, de forma tal que se obtiene una superficie esférica con diferentes inclinaciones en sus secciones (produciendo un efecto espiral si se miran de manera general los espejos) y por ende, la diferencia de camino óptico genera una diferencia de fase tal que puede darse una característica helicoidal a la fase. También se han obtenido OVs a través de fibras ópticas [36, 37]; esto se realiza a través de la manipulación de los estados de polarización de un haz que se propaga por la fibra, y como resultado se tiene una superposición de estados de polarización que produce OVs vectoriales.

Cuando se modifica la fase directamente, añadiendo en esta una variación azimutal,

pueden emplearse diversos elementos, entre ellos, placas de fase espiral [6, 7, 38] o redes de difracción [8–10]. A continuación describiremos algunos de los elementos más comunes en la generación de OVs.

Una placa de fase espiral (SPP: *spiral phase plate*) es un elemento óptico transparente con una superficie en forma de helicoide, cuyo espesor incrementa de manera azimutal y debido a esto, se produce una diferencia de camino óptico y por tanto una diferencia de fase entre distintos puntos del haz [38]. La diferencia de fase entre el punto inicial y final determina la carga topológica, de forma tal que la fase varíe linealmente en dirección axial cuando un haz de luz se propaga a través de la SPP. Normalmente son fabricadas para que los saltos de fase sean múltiplos enteros de  $2\pi$  y se manufacturan con polímeros [7, 39] o con métodos holográficos [3]. La desventaja de las SPPs es que una vez se fabrican no es posible modificar sus propiedades (por ejemplo, carga topológica) y es por ello que los OVs que se generen poseen las mismas características. La Fig. 2-3 muestra cómo a partir de un plano objeto definido por una amplitud con distribución Gaussiana y un frente de onda plano, puede obtenerse un frente de onda helicoidal mediante la imposición de una SPP en la propagación del haz. La Fig. 2-4 es un ejemplo de una SPP creada con métodos holográficos.

Existe otro método que consiste en la superposición de una red de difracción con una máscara espiral, conocida también como “redes de difracción bifurcadas” (*forked grating*) debido a la forma que toma la máscara. El efecto de la adición de una máscara espiral en la red de difracción es la aparición de una transición adicional en la forma de la red, tal como se muestra en la Fig. 2-5. Los OVs se generan entonces en los ordenes difractados, de forma que si la carga topológica de la máscaras es  $q$ , el orden  $l$  tiene una carga topológica  $ql$ , es decir, la carga topológica del orden  $l = 2$  es  $2q$ , con  $l = 3$  es  $3q$  y así sucesivamente [5, 40, 41]. Una de las mayores ventajas de las redes de difracción es que no necesariamente tienen que ser de fase, se pueden generar OVs empleando redes de amplitud. La Fig. 2-6 es un ejemplo de cómo es la distribución de intensidad

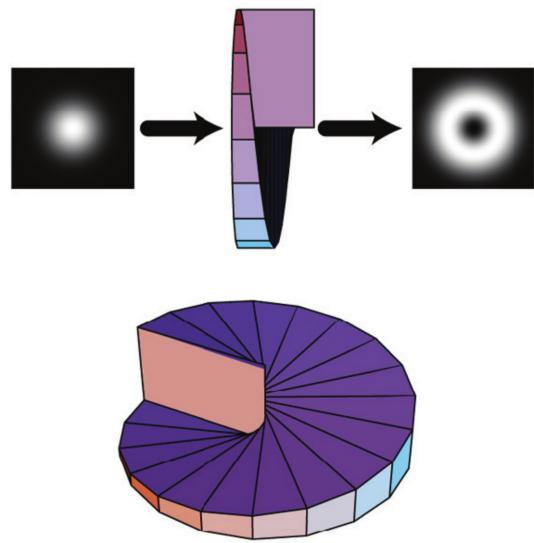


Figura 2-3: Generación de OVs a partir de SPP. Imagen adaptada de Ref.[1]

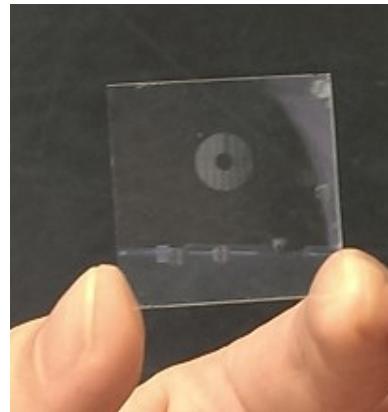


Figura 2-4: Placa de fase espiral obtenida por métodos holográficos. Imagen adaptada de Ref.[3].

producido por una red bifurcada del tipo diente de sierra.

Gracias al desarrollo de las pantallas de cristal líquido y de los hologramas generados por computador, la forma más común de generar OVs se ha dado con moduladores espaciales de luz, su funcionamiento será descrito a continuación.

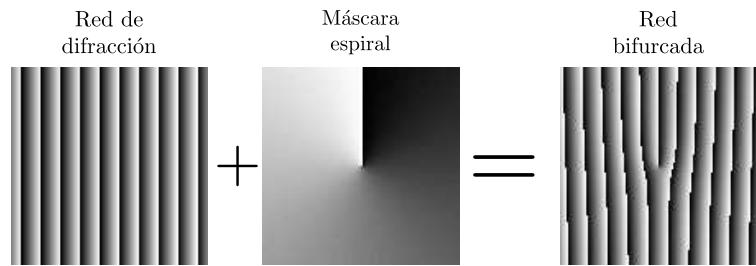


Figura 2-5: Obtención de una red de difracción bifurcada.

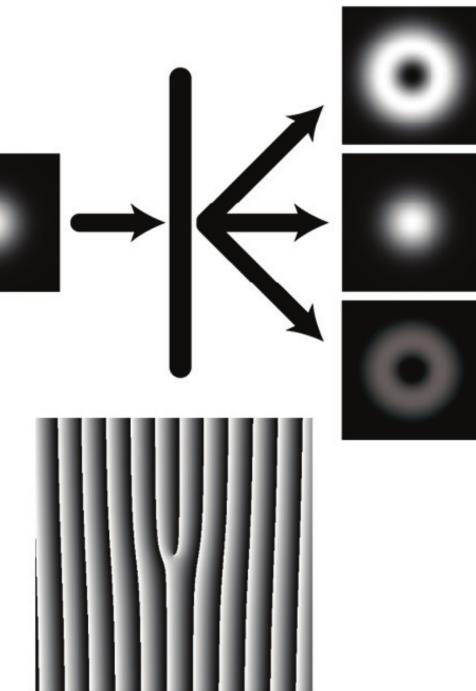


Figura 2-6: Generación de OV a partir de una red diente de sierra o blazé. Imagen adaptada de Ref.[1].

## 2.4. Moduladores espaciales de luz basados en cristal líquido

Un modulador espacial de luz (SLM: *spatial light modulator*), es un dispositivo optoelectrónico que como su nombre lo indica, se encarga de modular espacialmente luz y está constituidos por un arreglo de pantallas de cristal líquido (LCDs: *liquid-crystal display*) [11]. En este contexto *modular* se entiende como variar controladamente las

propiedades de la luz, que pueden ser fase o amplitud. Dichos dispositivos emplean la birrefringencia de los cristales líquidos (LCs: *liquid crystal*), de forma tal que mediante un campo eléctrico se rotan los cristales variando así las propiedades de la luz (este concepto se retomará en la sección 2.4.1) [12, 42]. Podemos clasificar los SLMs en tres grandes categorías: de fase, de amplitud y aquellos que acoplan ambos efectos.

Los SLMs de amplitud son altamente comerciales y permiten variar la intensidad de la luz pixel a pixel en el arreglo de LCDs, es decir, cuando el campo eléctrico es máximo la mayor parte de la luz pasa, cuando es mínimo la luz es absorbida y en los estados intermedios se deja pasar una fracción de la luz, es decir, son de transmisiones variables. Algunos ejemplos de estos son los televisores LCD y los proyectores de video, en estos últimos existe un tipo donde se combinan tres SLMs para generar color con una matriz RGB como se muestra en la Fig. 2-7.

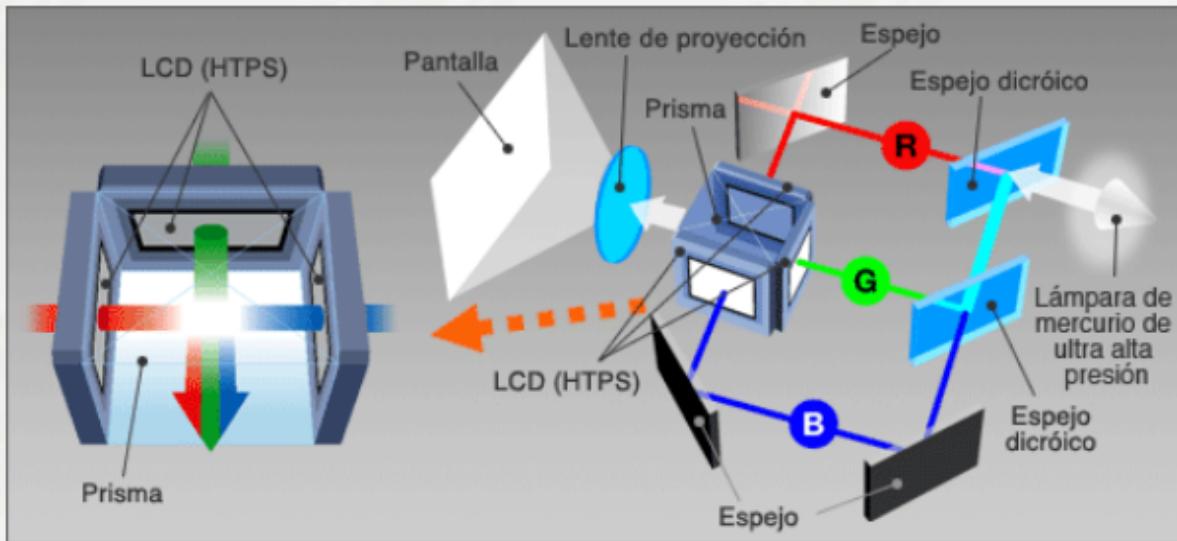


Figura 2-7: Funcionamiento de un proyector a partir de SLMs, variando la intensidad de cada una de las componentes RGB se genera una matriz tal que la imagen generada es a color. Imagen tomada de <http://www.duiops.net/hifi/cine-en-casa-pantalla-proyectores-lcd.html>

Los SLMs de fase son menos comerciales y por lo general más costosos, a diferencia

de los SLMs de amplitud, la idea de este tipo de moduladores es que sean capaces de generar una diferencia de fase entre dos puntos cualquiera del arreglo de LCDs y que no generen cambios en la amplitud, la diferencia de fase debe comprender un rango de al menos  $[0 - 2\pi]$ , de forma que cualquier variación de fase pueda ser representada, dependiendo la longitud de onda. El desarrollo de estos dispositivos ha propiciado el crecimiento de diversas áreas, entre ellas, holografía digital [43], donde se emplean como generadores de los objetos a registrar, y en telecomunicaciones [44] por ejemplo, en donde gracias a que las propiedades de la luz puede modificarse punto a punto, es posible transferir diferente información simultáneamente. La Fig. 2-8 muestra un SLM PLUTO-VIS-006-A, el cual es de reflexión y solo de fase.



Figura 2-8: Modulador espacial de luz HOLOEYE-Pluto.

Ahora bien, debido a las características de los SLM, la modulación de fase o amplitud se ve influida por el estado de polarización tanto de entrada como de salida de la luz [45, 46] y por tanto si se desea una modulación solamente de fase, es necesario caracterizar los estados de polarización ante los cuales esta es máxima. Para este trabajo

nos centraremos en el HOLOEYE-LC2002<sup>2</sup>, que es un SLM de transmisión y una de sus características es que modula fase y amplitud de manera acoplada, por tanto requiere de una calibración que permita una modulación cercana<sup>3</sup> a los  $2\pi$  y no hayan variaciones considerables en la transmisione. La calibración de un SLM de transmisión puede realizarse a través de un sistema generador-analizador de estados de polarización, de forma que ante diferentes estados de polarización a la entrada y salida del SLM, haya una mayor modulación de fase o de amplitud.

#### 2.4.1. Cristales líquidos como dispositivos ópticos

Un cristal líquido es un estado intermedio de la materia que lo poseen algunos compuesto químicos, los cuales comparten características típicas de los líquidos y otras características típicas de los estados cristalinos. Por parte de los líquidos poseen la propiedad de moverse libremente en cualquier dirección, aunque, la mayor parte de los líquidos exhiben propiedades físicas (por ejemplo, eléctricas y magnéticas) isotrópicas por naturaleza, los LCs por su lado son anisotrópicos. Normalmente tienen forma cilíndrica o elipsoidal, lo que hace que posean un eje de simetría llamado *eje director* y les da la propiedad de ser *orientables*. Su comportamiento se ve alterado por la temperatura, de hecho, cuando se incrementa la temperatura las moléculas se orientan en cualquier dirección, dando lugar a un líquido isotrópico como se muestra en la Fig. 2-9(a), a esta temperatura se le denomina punto de aclarado (*clearing point*). El estado más común de los LCs se conoce como nemático (*nematic*), en este, las moléculas se mueven libremente en cualquier dirección, aunque mantienen sus ejes directores en la misma dirección (Fig. 2-9(b)). Ahora bien, si se disminuye la temperatura, algunos compuestos de LC adquieren un orden espacial y las moléculas se organizan por capas bidimensionales, y el movimiento se limita solo a las capas Fig. 2-9(c) [2].

Una consecuencia de la anisotropía de las moléculas, que proviene de la diferencia de

---

<sup>2</sup><http://holoeye.com/spatial-light-modulators/discontinued-devices/>

<sup>3</sup>Si se cubre el rango [0 -  $2\pi$ ] es posible representar cualquier valor de fase.

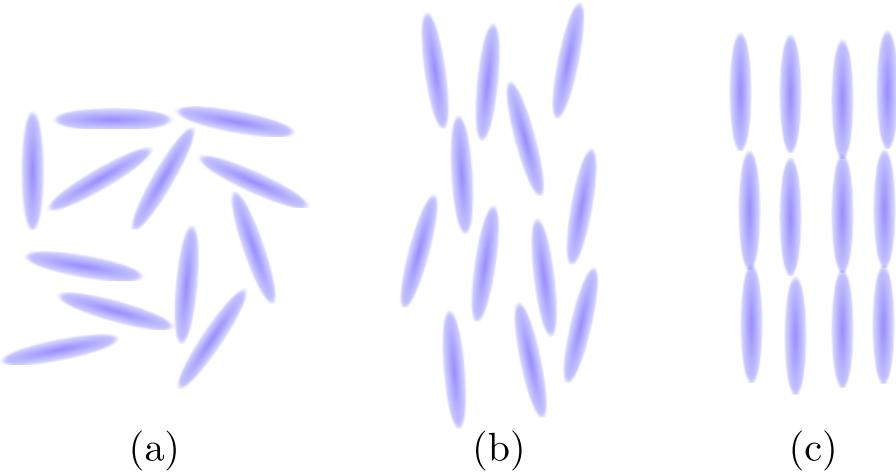


Figura 2-9: Estados del cristal líquido. ((a) líquido isotrópico, (b) nemático y (c) esméctico).

la movilidad de los electrones en las dirección longitudinal y transversal al interior del cristal, es poseer distintas propiedades ópticas y eléctricas en diferentes direcciones si consideramos una onda propagándose en dirección paralela o perpendicular al eje director. Este efecto genera dos fenómenos interesantes, la birrefringencia de las moléculas y la orientación bajo la influencia de un campo eléctrico [2,11]. Dada la diferencia entre la movilidad de los electrones al interior del cristal, un campo eléctrico experimenta dos permitividades o constantes dieléctricas distintas, esto se conoce como anisotropía dieléctrica y produce que el desplazamiento eléctrico y el momento dipolar inducido no necesariamente sea paralelo al campo, como consecuencia, los cristales sufren un torque sobre su eje director de forma tal que éste se alinea con la dirección del campo. Una representación de esto puede observarse en la Fig. 2-10, en ausencia de capo eléctrico, la molécula tiene una orientación vertical Fig. 2-10(a), cuando un campo eléctrico representado por las flechas rojas actúa sobre una molécula de LC ésta experimenta un torque (representado por las flechas verdes) causado por la anisotropía Fig. 2-10(b) y la molécula tiende a rotar su eje director en la dirección del campo. Por último si el campo es lo suficientemente intenso, la molécula rota hasta alinearse completamente con la dirección del campo Fig. 2-10(c).

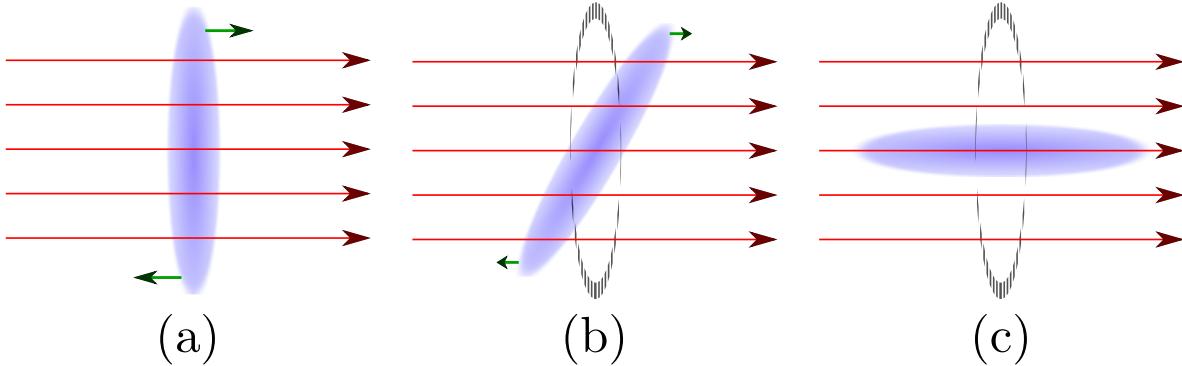


Figura 2-10: Molécula de LC sometida a un campo eléctrico. ((a) Torque ejercido a la molécula cuando se aplica un campo eléctrico; (b) con la presencia del campo, la molécula rota para alienar su eje director con la dirección del campo; (c) si el campo es lo suficientemente intenso, el eje director se alinea con la dirección del campo).

Una de las configuraciones más comunes para los LCs son las pantallas de cristal líquido (LCD: *liquid-crystal display*). Las LCDs se encuentran en un configuración común conocida como pantallas de cristal líquido *twisted nematic* (TN-LCD: *twisted-nematic liquid-crystal display*). En este, el cristal líquido se encierra entre dos placas de polímero pulido en una dirección específica, llamadas placas de alineación, de forma que el eje director de los cristales se alinea en dirección paralela al sentido del pulido, es decir, hay una prealineación de las moléculas. Las placas son pulidas en direcciones perpendiculares, de forma tal, que las moléculas en contacto con el polímero están en direcciones perpendiculares. Como estamos en el estado nemático, las moléculas de LC tienden a alinear sus ejes directores y a causa de la perpendicularidad entre las moléculas en la superficie del polímero se da un efecto de giro en los ejes directores de las partículas en el interior de la celda, como se muestra en la Fig. 2-11. Detrás del polímero se ubican dos placas conductoras transparentes, comúnmente de óxido de indio y estaño (ITO: *indium tin oxide*), de forma que es posible aplicar una diferencia de potencial y por tanto un campo eléctrico a los LCs. En presencia del campo eléctrico, como se mencionó anteriormente, los ejes directores tienden a alinearse con la dirección de este y por tanto hay una rotación de las moléculas. En esta rotación, las propiedades del medio se hacen homogéneas puesto que las moléculas se encuentran alineadas [2, 11]. Comúnmente en

una celda se ubican dos polarizadores, uno en la entrada y otro en la salida, de forma tal que la rotación de las moléculas permite regular cuánta luz pasa a través de la celda mediante la rotación de los estados de polarización. Pero en los laboratorios, es común que los polarizadores se supriman y que se empleen estados de polarización generados por un sistema generador-analizador para someter la LCD a condiciones de modulación de amplitud o fase de acuerdo a la aplicación.

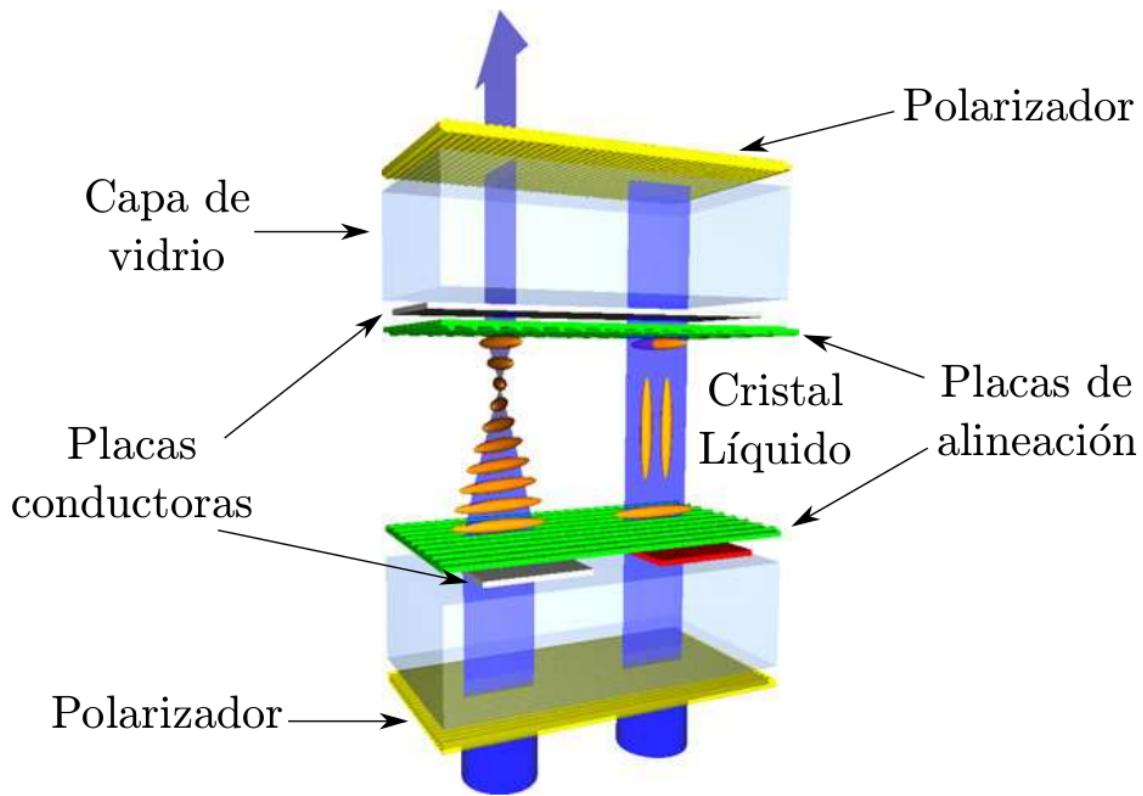


Figura 2-11: Celda de LCD *twisted nematic*. Cuando no hay campo eléctrico, las moléculas de LC rotan su eje director en función de la dirección de las placas de alineación y por tanto la polarización de la luz rota y se transmite por el segundo polarizador. Cuando ese aplica un campo eléctrico, las moléculas se alinean en la dirección del campo, no hay cambio en la polarización de la luz por tanto no hay luz transmitida. Imagen adaptada de Ref. [11].

## 2.5. Aberraciones en vórtices ópticos

Cuando se emplean SLMs para obtener haces con vorticidad óptica, actuando estos como generadores de fases espirales, la manera más apropiada de hacerlo es presentar un holograma generado por computadora que contenga información de una máscara de fase espiral (SPM: *spiral phase mask*). El problema de esto es que cuando se quiere generar una máscara cuya carga topológica sea 1, se requiere de un SLM capaz de generar un cambio de fase de al menos  $2\pi$  y que este cambio incremente proporcionalmente con el campo eléctrico aplicado. Consideraremos entonces una modulación ideal, a aquella que además de alcanzar un cambio de fase de  $2\pi$ , posee una relación lineal entre el cambio de fase y el campo eléctrico aplicado al LC. En el caso del LC-2002 a causa de su modulación acoplada, cuando se tienen modulaciones de fase cercanas a  $2\pi$  las variaciones en amplitud son considerables y por esto, es necesario emplear menores modulaciones de fase de forma tal que la variación en intensidad sea despreciable. Emplear una menor modulación de fase para representar la SPM implica un cambio de fase indeseado puesto que la máscara no cumple las condiciones óptimas y por tanto, hay una aberración inducida en los OVs, tal como se muestra en la Fig. 2-12. Cuando la modulación es ideal y el sistema óptico está limitado por difracción (Fig. 2-12(a)), se pueden generar SPM con modulaciones de  $2\pi$  lineales (Fig. 2-12(b)) y por tanto se generan OVs ideales (Fig. 2-12(c)), pero por otro lado, cuando la modulación no es ideal así el sistema óptico siga siendo limitado por difracción (Fig. 2-12(d)), la SPM tienen un perfil diferente (Fig. 2-12(e)) y por tanto, es de esperar que el OV generado difiera del ideal (Fig. 2-12(f)), esta deformación da lugar una aberración inducida por el SLM.

Como es bien sabido, cuando un campo se propaga a través de un sistema óptico este es susceptible a aberraciones que pueden ser producidas por los elementos ópticos, las aberraciones se manifiestan como una perdida en la resolución de la imagen recuperada a partir de un objeto<sup>4</sup>. Conocer las aberraciones permite su corrección mediante

---

<sup>4</sup>Este tema será tratado posteriormente en la sección 3.3

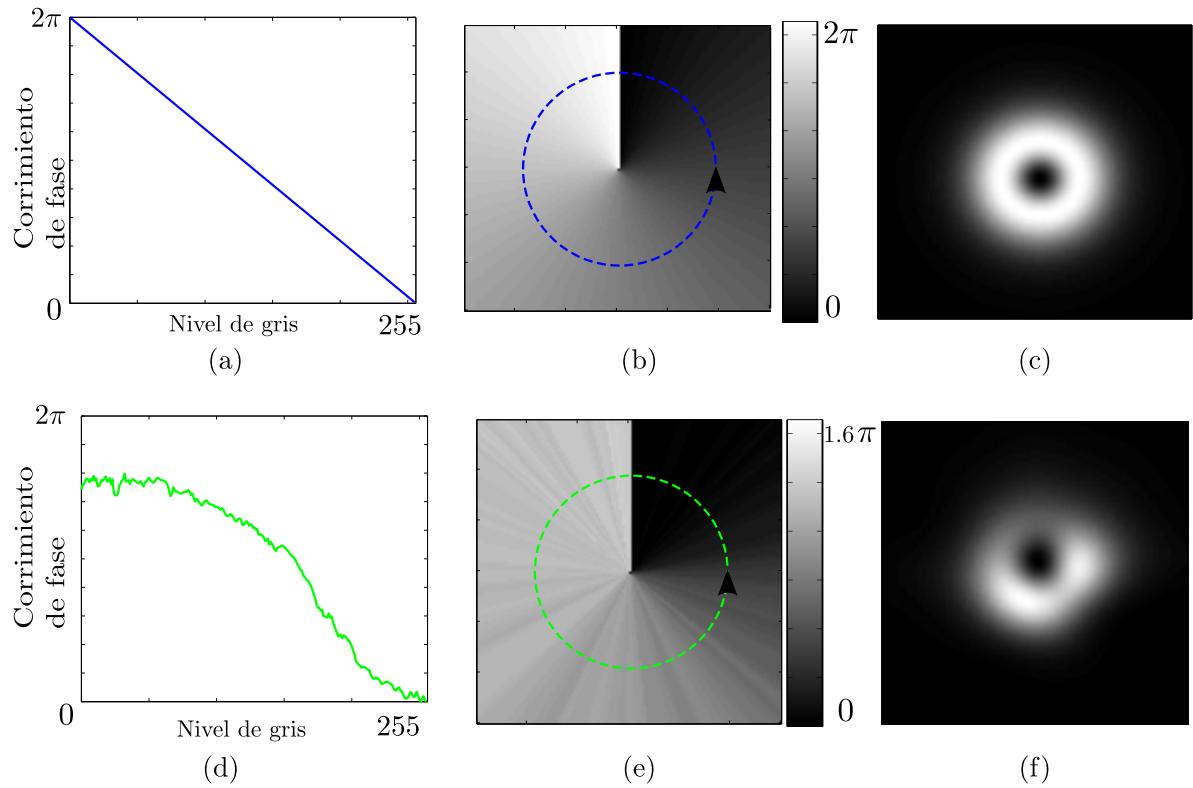


Figura 2-12: Simulación de vórtices ópticos ideal y generado con un SLM LC-2002. ((a) Curva de modulación ideal, (b) SPM obtenida con una curva de modulación ideal, (c) OV generado de manera ideal, (d) curva de modulación experimental, (e) SPM creada experimentalmente; (f) OV obtenido con la modulación real).

la manipulación del sistema óptico, por ejemplo, si conocemos que la aberración de nuestro sistema óptico es a causa de un desalineamiento, este podría ser intervenido experimentalmente a través de la realineación del sistema; o mediante la adición de un desfase que contrarreste el aporte de las aberraciones [13, 14]. Dentro de los métodos más comunes de recuperación de fase existen dos categorías en las cuales tenemos los métodos interferométricos (directos) y los no interferométricos (indirectos). En el caso de los métodos interreferométricos [15, 16], a partir de un patrón de interferencia puede encontrarse la fase de un campo objeto y las aberraciones del sistema, para esto existen diversos métodos y algoritmos, por ejemplo, el método de 4 pasos, en donde a partir de cuatro intensidades cada una con un salto de fase determinado puede recuperarse la fase inicial; esta fase recuperada puede ser descompuesta en términos de polinomios

que representan aberraciones físicas y una vez conocidas pueden ser compensadas. Por otro lado, los métodos no interferométricos se basan en las medidas de intensidad directamente [17, 18]. Un ejemplo de esto es el sensor Shack-Hartmann, en el cual a partir de un arreglo de microlentes sensa el frente de onda a través del cálculo de la desviación de los centros focales.

A través de la determinación de las aberraciones producidas por los elementos sistema óptico en los OV, pueden también corregirse las aberraciones que estos presentan. En nuestro caso, proponemos implementar un método de recuperación de fase no interferométrico que se conoce como diversidad de fase, este concepto lo trataremos en el siguiente capítulo.

# Capítulo 3

## Diversidad de fase

A las técnicas de recuperación de fase no interferométrico pertenece una familia conocida como *Phase Retrieval*; en general, esta familia se basa en algoritmos iterativos para determinar la fase, mediante un problema inverso de múltiples observaciones. El método conocido como diversidad de fase (PD: *phase diversity*) es un tipo de *Phase Retrieval* en donde se añade redundancia al algoritmo de forma que las aberraciones recuperadas son más precisas.

En este capítulo abordaremos el concepto de PD desde su planteamiento inicial para sistemas ópticos con iluminación incoherente y analizaremos el funcionamiento del algoritmo. Analizaremos cómo pueden describirse las aberraciones ópticas a partir de los polinomios de Zernike, y luego plantearemos un nuevo PD para sistemas con iluminación coherente. Posteriormente se propondrán dos modificaciones sobre PD coherente basadas en la curva de modulación en fase del SLM. En la sección 3.1 se hará una breve introducción sobre PD. A continuación en la sección 3.2 se abordará el concepto de PD. En la sección 3.3 se tratarán las aberraciones ópticas a partir de los polinomios de Zernike; luego en la sección 3.4 se planteará un modelo de PD para sistemas con iluminación coherente, lo cual es una ampliación del Capítulo 2. Finalmente, en la sección 3.5 plantearemos dos modificaciones sobre PD coherente que permitirán diferenciar las

aberraciones que son ocasionadas por la modulación de un SLM con las del sistema óptico.

### 3.1. Introducción

El método de PD fue planteado en 1982 por Gonsalves [19], quien propone un sensor de frente de onda (WFS: *Wave-front sensor*) basado en la captura de dos imágenes simultáneas de una misma fuente, en donde una de las imágenes se encuentra en un plano focal, mientras que la otra se encuentra desenfocada una cantidad conocida. A la imagen adicional que se encuentra desenfocada, se le conoce como *diversidad de fase*. En este caso, Gonsalves parametriza la fase en términos de los polinomios de Zernike y demuestra por medio de simulaciones, que a través de un algoritmo iterativo puede obtenerse una estimación de las aberraciones del sistema óptico.

En 1988 Paxman et al [47] emplean la técnica planteada por Gonsalves para sensar desalineamientos en telescopios de múltiples espejos deformables. Allí, además de corregir el desalineamiento, logran compensar las aberraciones que se introducen debido a la turbulencia atmosférica, resultado simulado anteriormente por Gonsalves. Pero es en 1992 cuando Paxman et al [20] proponen emplear PD como sensor de aberraciones para sistemas ópticos con iluminación incoherente, considerando un número arbitrario de diversidades de fase.

### 3.2. Diversidad de fase incoherente

Como se mencionó anteriormente, PD es un método de sensado de frente de onda que pertenece a una categoría de WFSs no interferométricos conocidos como *Phase Retrieval*, estos se basan en medidas de intensidad para recuperar de manera iterativa las aberraciones causadas por un sistema óptico empleando o bien esquemas de propagación o algoritmos de búsqueda de gradiente (GSAs: *gradient search algorithm*).

PD está planteado para ser un algoritmo de tipo GSA, de modo que a través de un problema inverso de múltiples observaciones se recupera la fase. En su planteamiento inicial se emplean dos imágenes, una que proviene de un plano focal y otra que proviene de un plano desenfocado una distancia conocida  $d$ , como se muestra en la Fig. 3-1.

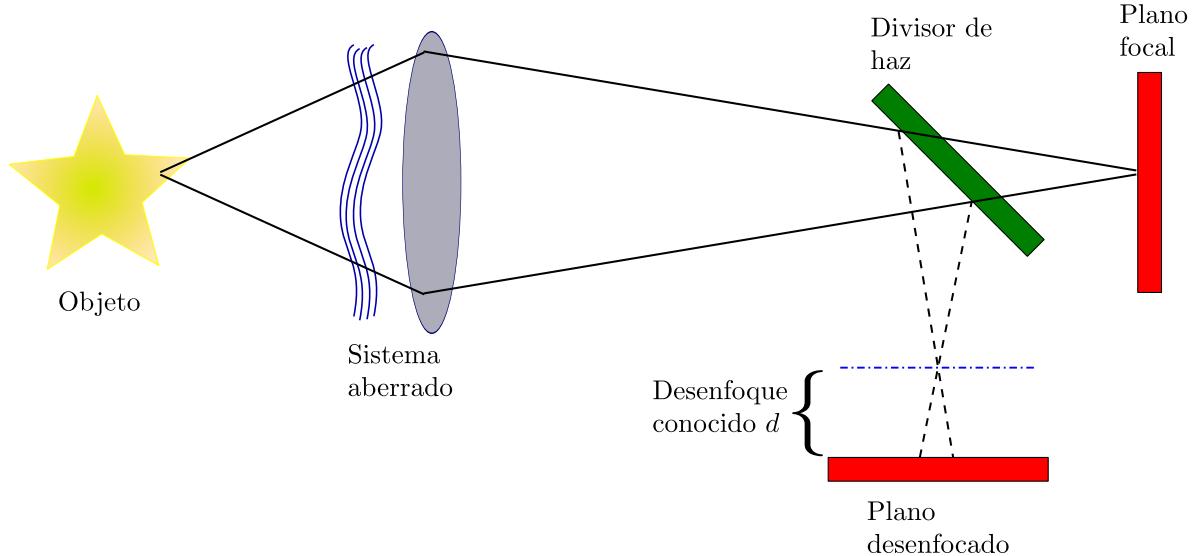


Figura 3-1: Esquema de PD incoherente.

Consideremos un objeto que es iluminado con luz espacialmente incoherente, si el sistema es lineal<sup>1</sup> e invariante ante el desplazamiento, el plano imagen  $d(\vec{x})$  que produce dicho objeto es,

$$d(\vec{x}) = d_{obj}(\vec{x}) \otimes s(\vec{x}), \quad (3.1)$$

donde  $\vec{x}$  es un vector de posición bidimensional de coordenadas  $(x, y)$ ,  $s(\vec{x})$  la función de punto extendido (PSF: *point-spread function*),  $d_{obj}(\vec{x})$  es la irradiancia ideal de la imagen obtenida desde la óptica geométrica [48] y  $\otimes$  representa la función convolución

---

<sup>1</sup>Recordemos que los sistemas ópticos con iluminación incoherente son lineales con respecto al módulo cuadrado de la amplitud compleja, es decir, con respecto a la intensidad.

definida como,

$$\begin{aligned} d_{obj}(x, y) \otimes s(x, y) &= \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}\{d_{obj}(x, y)\}\mathcal{F}\{s(x, y)\}\} \\ &= \iint_{-\infty}^{\infty} d_{obj}(\xi, \eta) s(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta \end{aligned} \quad (3.2)$$

De acuerdo al teorema de la convolución podemos expresar la Eq. 3.1 en función de sus transformadas de Fourier (FTs: *Fourier transforms*),

$$D(\vec{u}) = D_{obj}(\vec{u}) S(\vec{u}), \quad (3.3)$$

donde  $\vec{u}$  es un vector de frecuencias espaciales bidimensionales definido en términos de  $(\xi, \eta)$ ,  $D(\vec{u}) = \mathcal{F}\{d(\vec{x})\}$ ,  $D_{obj}(\vec{u}) = \mathcal{F}\{d_{obj}(\vec{x})\}$  y  $S(\vec{u}) = \mathcal{F}\{s(\vec{x})\}$ . Para un sistemas con iluminación incoherente  $S(\vec{u})$  es la función de transferencia óptica (OTF: *optical transfer function*) [48] y puede definirse como,

$$S(\vec{u}) = H(\vec{u}) \star H(\vec{u}), \quad (3.4)$$

que es la autocorrelación de la función de transferencia coherente  $H(\vec{u})$  (CTF: *coherent transfer function*) dada por,

$$\begin{aligned} H(\xi, \eta) \star H(\xi, \eta) &= H(\xi, \eta) \otimes H^*(-\xi, -\eta) \\ &= \iint_{-\infty}^{\infty} H(p, q) H^*(p - \xi, q - \eta) dp dq. \end{aligned} \quad (3.5)$$

La FT de la función de respuesta al impulso  $h(\vec{x})$  corresponde a  $H(\vec{u})$ , y  $h(\vec{x})$  está relacionada con la PSF, dado que  $s(\vec{x}) = |h(\vec{x})|^2$ , es decir, la función pupila generalizada (GP: *generalized pupil*), y tiene la forma,

$$H(\vec{u}) = \mathcal{F}\{h(\vec{x})\} = A(\vec{u}) \exp\{i\phi(\vec{u})\}, \quad (3.6)$$

con  $A(\vec{u})$  definida como la tramitancia de la pupila y  $\phi(\vec{u})$  la fase introducida por la

pupila en el plano de Fourier si estamos en un sistema  $4f$ , como es nuestro caso.

Si modificamos la GP, por ejemplo, añadiendo una diversidad de fase conocida de forma  $\Delta H_1 = \exp(\Delta\phi_1(\vec{u}))$ , tenemos una nueva GP  $H_1(\vec{u})$  tal que,

$$\begin{aligned} H_1(\vec{u}) &= A(\vec{u}) \exp\{i[\phi(\vec{u}) + \Delta\phi_1(\vec{u})]\} \\ &= H(\vec{u}) \Delta H_1(\vec{u}). \end{aligned} \quad (3.7)$$

De forma que si tomamos la autocorrelación de esta nueva GP ( $S_1(\vec{u})$ ), produciremos una versión distorsionada  $D_1(\vec{u})$  de la imagen inicial  $D(\vec{u})$ , dado que,

$$D_1(\vec{u}) = D_{obj}(\vec{u}) H_1(\vec{u}), \quad (3.8)$$

la diferencia entre  $D(\vec{u})$  y  $D_1(\vec{u})$  está dada justamente por la diversidad de fase que hemos añadido. Si podemos agregar un conjunto de  $j$  diversidades de fase a la GP, entonces produciremos  $D_j(\vec{u})$  imágenes distorsionadas, con  $j = 1, 2, \dots, k$ , de  $D(\vec{u})$ , y para estas tenemos que,

$$D_j(\vec{u}) = D_{obj}(\vec{u}) S_j(\vec{u}), \quad (3.9)$$

donde,

$$S_j(\vec{u}) = H_j(\vec{u}) \star H_j(\vec{u}), \quad (3.10)$$

$$H_j(\vec{u}) = H(\vec{u}) \Delta H_j(\vec{u}). \quad (3.11)$$

Esto quiere decir que cada una de las  $j$  diversidades si bien poseen la misma información del objeto, su función de transferencia puede ser diferente puesto que hemos añadido una fase adicional conocida. El objetivo de PD es entonces, encontrar una distribución de fase  $\phi(\vec{u})$  que junto con la trasmisión de la pupila  $A(\vec{u})$  recupere la OTF que produce no solo la imagen inicial  $D(\vec{u})$ , sino que además produce las imágenes distorsionadas

$D_j(\vec{u})$ .

De la Eq. 3.9 podemos ver que

$$D_j(\vec{u}) - D_{obj}(\vec{u}) S_j(\vec{u}) = 0, \quad (3.12)$$

es decir, la Eq. 3.12 es una medida del error entre la imagen obtenida  $D_j(\vec{u})$  y la producida idealmente desde la óptica geométrica  $D_{obj}(\vec{u})$  modulada por la PSF. Aquellas implementaciones que se basan en GSA [20, 21] emplean métodos de búsqueda de gradiente, para optimizar funcionales de la forma,

$$L(\overline{D}_{obj}, \phi) = \sum_{j=0}^K \sum_{m,n}^{M,N} |D_j(m, n) - \overline{D}_{obj}(m, n) S_j(m, n, \phi)|^2, \quad (3.13)$$

donde  $\overline{D}_{obj}$  es la FT del objeto recuperado por el sistema óptico hasta la frecuencia de corte y  $D_j$  es la FT de la intensidad medida en cada pixel  $(m, n)$  luego de añadir una diversidad de fase conocida  $j$ . En la práctica el objeto real  $D_{obj}$  es desconocido y el funcional de la Eq. 3.13 se puede expresar en términos de la fase  $\phi$  exclusivamente [19, 20].

Puesto que uno de nuestros objetivos es poder recuperar aberraciones en un sistema formador de imagen, en la siguiente sección trataremos las aberraciones ópticas

### 3.3. Aberraciones ópticas

Las aberraciones pueden ser entendidas como la diferencia de camino acumulado por una superficie Gaussiana de referencia [48] (frente de onda esférico perfecto producido por la pupila de salida del sistema y que converge hacia un punto imagen ideal) y el frente de onda real, como se muestra en la Fig. 3-2. Normalmente han sido descritas en términos de los polinomios de Zernike, que son una base ortogonal y completa. Además, han sido aceptados por la Sociedad de Óptica (OSA: *Optical Society*) como medio de descripción de aberraciones ópticas en sistemas formadores de imagen, aunque no es la

única base en la que puedan ser descritas [49, 50].

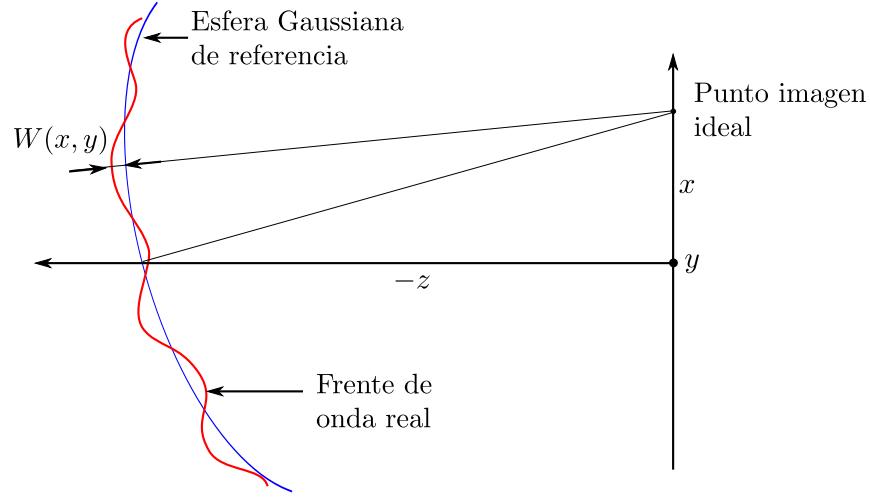


Figura 3-2: Función aberración definida a partir de una esfera Gaussiana ideal,  $W(x, y)$  corresponde al frente de onda aberrado.

Los polinomios de Zernike están definidos como [49],

$$Z_n^m(r, \theta) = \sqrt{2(n+1)} R_n^m(r) G^m(\theta), \quad (3.14)$$

donde  $(r, \theta)$  denota coordenadas esféricas,  $n$  y  $m$  son índices de variación radial y frecuencia azimutal respectivamente,  $R(r)$  es una función radial y  $G(\theta)$  es una función azimutal. Existe otra forma de escribir los coeficiente  $n$  y  $m$  bajo un índice único  $i$ , dado por,

$$i = \frac{n^2 + 2n + m}{2}, \quad (3.15)$$

de manera que Eq. 3.14 adquiere la forma,

$$Z_i(r, \theta) = \begin{cases} \sqrt{2(n+1)} R_n^m(r) G^m(\theta) & \text{si } m \neq 0 \\ R_n^0(r) & \text{si } m = 0 \end{cases} \quad (3.16)$$

Las funciones  $R(r)$  y  $G(\theta)$  están dadas por,

$$R_n^m(r) = \sum_{k=0}^{(n-m)/2} \frac{(-1)^k (n-k)! r^{n-2k}}{k! (\frac{n+m}{2}-k)! (\frac{m-n}{2}-k)!}, \quad (3.17)$$

$$G^m(\theta) = \begin{cases} \cos(m\theta) & \text{si } i \text{ es par} \\ \sin(m\theta) & \text{si } i \text{ es impar} \end{cases} \quad (3.18)$$

Por último, para que los polinomios de Zernike sean ortogonales, éstos deben estar definidos sobre un círculo unitario [50], por tanto,

$$|r| \leq 1 \quad \forall \quad Z_i(r, \theta). \quad (3.19)$$

### 3.3.1. Ortogonalidad y composición de los polinomios de Zernike

Podemos encontrar que los polinomios de Zernike son ortognales desarrollando las expresiones 3.15 - 3.19 en la Eq. 3.14, de forma que,

$$\int_0^1 R_n^m(\rho) R_{n'}^m(\rho) r dr = \frac{1}{2n+1} \delta_{nn'}, \quad (3.20)$$

$$\int_0^{2\pi} G^m(\theta) G^{m'}(\theta) d\theta = \pi \delta_{mm'}, \quad (3.21)$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^1 Z_n^m(\rho, \theta) Z_{n'}^{m'}(\rho, \theta) r dr d\theta = \pi \delta_{nn'} \delta_{mm'} = \pi \delta_{ii'} \quad (3.22)$$

donde  $\rho = r/r_{max}$  es decir, la posición radial normalizada y  $\delta_{ii'}$  es el delta de Kronecker que está definido como,

$$\delta_{ii'} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = i' \\ 0 & \text{si } i \neq i'. \end{cases} \quad (3.23)$$

Como es bien sabido, dos funciones o vectores son ortogonales si,

$$\vec{a}_i \cdot \vec{a}_{i'} = \delta_{ii'}, \quad (3.24)$$

es decir, que dos polinomios  $i$  y  $i'$  son ortogonales entre si. Ahora, con la condición de ortogonalidad (Eq. 3.22), un frente de onda  $W(r, \theta)$  puede ser descrito como una serie de Zernike con coeficientes  $a_i$  dada por,

$$W(r, \theta) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i Z_i(r, \theta). \quad (3.25)$$

Los coeficientes  $a_i$  de la serie pueden ser encontrados a través de la descomposición del frente de onda como sigue,

$$a_i = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^1 W(r, \theta) Z_i(r, \theta) r dr d\theta}{\int_0^{2\pi} \int_0^1 Z_i^2(r, \theta) r dr d\theta}. \quad (3.26)$$

Considerando la discretización del plano  $(r, \theta)$  efectuada por los instrumentos de medición (por ejemplo una cámara de vídeo o por las simulaciones), se puede expresar la Eq. 3.29 en términos de las componentes discretas  $p$  y  $q$  [49], tal que,

$$a_i = \frac{\sum_p \sum_q W(x_p, y_q) Z_i(x_p, y_q)}{\sum_p \sum_q Z_i^2(x_p, y_q)}, \quad (3.27)$$

donde  $p, q$  representan las posiciones de los píxeles,  $p$  en la dirección  $x$  y  $q$  en la dirección  $y$ , de forma que el tamaño total de la ventana cumpla la condición impuesta por Eq. 3.19.

Ahora que hemos explicado cómo es el planteamiento tradicional de PD y cómo es que un frente de onda puede describirse en términos de una serie de Zernike, nos centraremos en una de las propuestas iniciales de este trabajo, esto es, aplicar el concepto de PD a OVs. Para ello, comenzaremos con plantear un modelo de PD coherente.

### 3.4. Diversidad de fase coherente

Para un sistema con iluminación coherente, lineal<sup>2</sup> e invariante ante el desplazamiento [48], el campo imagen  $u(\vec{x})$  es,

$$u(\vec{x}) = u_{obj}(\vec{x}) \otimes h(\vec{x}), \quad (3.28)$$

donde  $h(\vec{x})$  es la función respuesta al impulso y  $u_{obj}(\vec{x})$  es el campo complejo del objeto. Si empleamos el teorema de la convolución en la Eq. 3.28, tenemos:

$$U(\vec{u}) = U_{obj}(\vec{u}) H(\vec{u}), \quad (3.29)$$

con  $U(\vec{u})$ ,  $U_{obj}(\vec{u})$  y  $H(\vec{u})$  las FTs de  $u(\vec{x})$ ,  $u_{obj}(\vec{x})$  y  $h(\vec{x})$  respectivamente. Como se mencionó en la Sección 3.2,  $H(\vec{u})$  es la función de transferencia coherente y corresponde a la función pupila generalizada. De manera similar al tratamiento efectuado en la Sección 3.2 para sistemas incoherentes, teniendo en cuenta las propiedades de los sistemas coherentes, podemos realizar una modificación sobre la PG añadiendo una diversidad de fase conocida de forma  $\Delta H_1 = \exp(\Delta\phi_1(\vec{u}))$  a la PG,

$$\begin{aligned} H_1(\vec{u}) &= A(\vec{u}) \exp\{i[\phi(\vec{u}) + \Delta\phi_1(\vec{u})]\} \\ &= H(\vec{u}) \Delta H_1(\vec{u}). \end{aligned} \quad (3.30)$$

Puesto que estamos en un sistema con iluminación coherente, en lugar de tomar la autocorrelación de la función de transferencia de amplitud (OTF), se emplea directamente la PG, en la Eq. 3.29,

$$U(\vec{u}) = U_{obj}(\vec{u}) H_1(\vec{u}). \quad (3.31)$$

es decir, que la diferencia entre  $U(\vec{u})$  y  $U_1(\vec{u})$  se da por la diversidad de fase conocida que hemos añadido. De igual manera, al emplear un conjunto de  $j$  diversidades por analogía con la Eq. 3.9 se obtendrá,

---

<sup>2</sup>Un sistema óptico con iluminación coherente es lineal respecto a la amplitud del campo complejo.

$$U_j(\vec{u}) = U_{obj}(\vec{u}) H_j(\vec{u}). \quad (3.32)$$

La idea es emplear un campo  $u_{obj}(\vec{x})$  conocido, como lo es un haz Gaussiano, característico de los láseres, definido como,

$$u_{obj}(\vec{x}) = \exp\left(-\frac{|\vec{x}|^2}{w}\right), \quad (3.33)$$

donde  $w$  corresponde al ancho de la distribución. A partir de esto, propagamos  $u_{obj}(\vec{u})$  hasta su FT  $U_{obj}(\vec{u})$  a través de la PG aberrada, de modo que el campo imagen en coordenadas espaciales será,

$$u_j(\vec{x}) = \mathcal{F}^{-1}\{U_{obj}(\vec{u}) H_j(\vec{u})\}. \quad (3.34)$$

Se ha descrito el campo imagen en coordenadas espaciales puesto que como se verá más adelante nuestro sistema óptico corresponde a un 4F que forma imagen del campo de entrada empleando dos lentes y por tanto el plano imagen está en coordenadas espaciales. Si medimos la imagen producida por nuestro sistema óptico  $d_j(\vec{x})$  por medio de un sensor para cada una de las diversidades conocidas, podemos plantear el funcional equivalente al presentado en la Eq. 3.13 para un sistema con iluminación coherente [20, 21] como

$$L(\phi) = \sum_{j=0}^K \sum_{m,n} |d_j(m,n) - |u_j(m,n,\phi)|^2|^2, \quad (3.35)$$

que es la diferencia que se produce entre la imagen medida por el sensor, con la imagen ideal del campo para cada uno de los píxeles  $(m, n)$  cuando se aplica una diversidad conocida  $j$ , de forma que hay una fase  $\phi(\vec{u})$  que al modificar  $H(\vec{u})$  es capaz de reproducir la imagen inicial y las imágenes distorsionadas por  $\Delta H_j(\vec{u})$ . Nótese que se ha tomado el módulo cuadrado de  $u_j$  puesto que el sensor registra la intensidad de la amplitud compleja. En este caso, el objetivo del algoritmo de búsqueda de gradiente, es encontrar la fase  $\phi(\vec{u})$  que produzca un mínimo en el funcional  $L$ .

Hemos deducido el caso de PD para sistemas con iluminación coherente y como nuestra intención es poder recuperar las aberraciones de un sistema óptico a través de PD aplicado a OV's, aplicaremos los conceptos tratados en el Capítulo 2 con lo visto hasta el momento.

Consideremos un sistema óptico con iluminación coherente que produce OV's con carga topológica  $l$ . En la sección 2.2 se concluyó que una de las características de un OV se encuentra en su factor de fase espiral definida por,

$$\psi_l(\vec{u}) = \exp(il\theta(\vec{u})), \quad (3.36)$$

si esta fase es añadida a la PG, es de esperar que su campo imagen  $u(\vec{x})$  corresponda a un OV, por ende si el campo imagen es medido con una diversidad de fase  $j$  y una fase espiral  $l$ , tenemos que,

$$u_j^l(\vec{x}) = \mathcal{F}^{-1}\{D_{obj}(\vec{u})H(\vec{u})\Delta H_j(\vec{u})\psi_l(\vec{u})\}, \quad (3.37)$$

es decir, hemos planteado una nueva familia de diversidades de fase causadas por la presencia de la fase espiral  $\psi_l$  para el campo imagen. De manera similar a la Eq. 3.35 podemos obtener un nuevo funcional que dependa no solo de las diversidades causada por aberraciones  $\Delta\phi_j(\vec{u})$ , si no que también considere una diversidad espiral  $\psi_l(\vec{u})$ , de manera que si medimos la intensidad producida  $d_j^l$  para una diversidad espiral  $l$  y una diversidad de aberración  $j$ , el funcional toma la forma,

$$L(\phi) = \sum_{l=0}^L \sum_{j=0}^K \sum_{m,n}^{M,N} |d_j^l(m,n) - |u_j^l(m,n,\phi)|^2|^2 \quad (3.38)$$

con lo que se ha añadido la información que es aportada por las diversidades espirales. A este PD que además de emplear diversidades de aberraciones emplea diversidades espirales lo denominaremos en adelante PD coherente [21].

En la Fig. 3-3 se muestra el diagrama de flujo del algoritmo de PD coherente. Primero se define una apertura del sistema  $A(x, y)$ , un conjunto de diversidades espirales  $\psi_l$  y un conjunto de diversidades de aberraciones  $\phi_j$ . Luego se realizan las medidas de intensidad experimentales  $d_j^l$  para cada una de las diversidades, con lo cual se obtiene un conjunto de imágenes experimentales que poseen las aberraciones  $\phi$  causadas por el sistema óptico además de las diversidades conocidas  $j$  y  $l$ . A continuación se genera una simulación donde se obtiene el campo complejo para cada una de las diversidades  $u_j^l$  donde se emplean las mismas propiedades usadas en las medidas experimentales. En cada iteración del algoritmo se propone una fase  $\phi$  a partir de la cual se calcula  $u_j^l$ , de forma que mediante esta última, el algoritmo de búsqueda de gradiente determina la fase  $\phi$  que se empleará en la próxima iteración de forma que  $L$  tienda a cero. Cuando el algoritmo encuentra un valor mínimo de  $L$ , la última fase  $\phi$  propuesta será la que representa las aberraciones del sistema óptico.

En la Sección 2.3 se discutió que una de las formas más comunes de generar OVs es a través de SLMs, y cuando se emplean dichos elementos, si su modulación no es cercana a la ideal hay aberraciones inducidas en los OVs. Pero de acuerdo al planteamiento del algoritmo,  $\phi$  representa todas las aberraciones del sistema y no es posible identificar de manera directa el aporte a las aberraciones provenientes de la baja modulación en fase del SLM y del sistema óptico, es decir, si bien  $\phi$  describe las aberraciones del sistema, no da indicios de la fuente que las genera. Para discernir las aberraciones generadas por la baja modulación del SLM y el sistema óptico, se proponen entonces dos modificaciones sobre PD coherente mediante el empleo de las características reales del SLM.

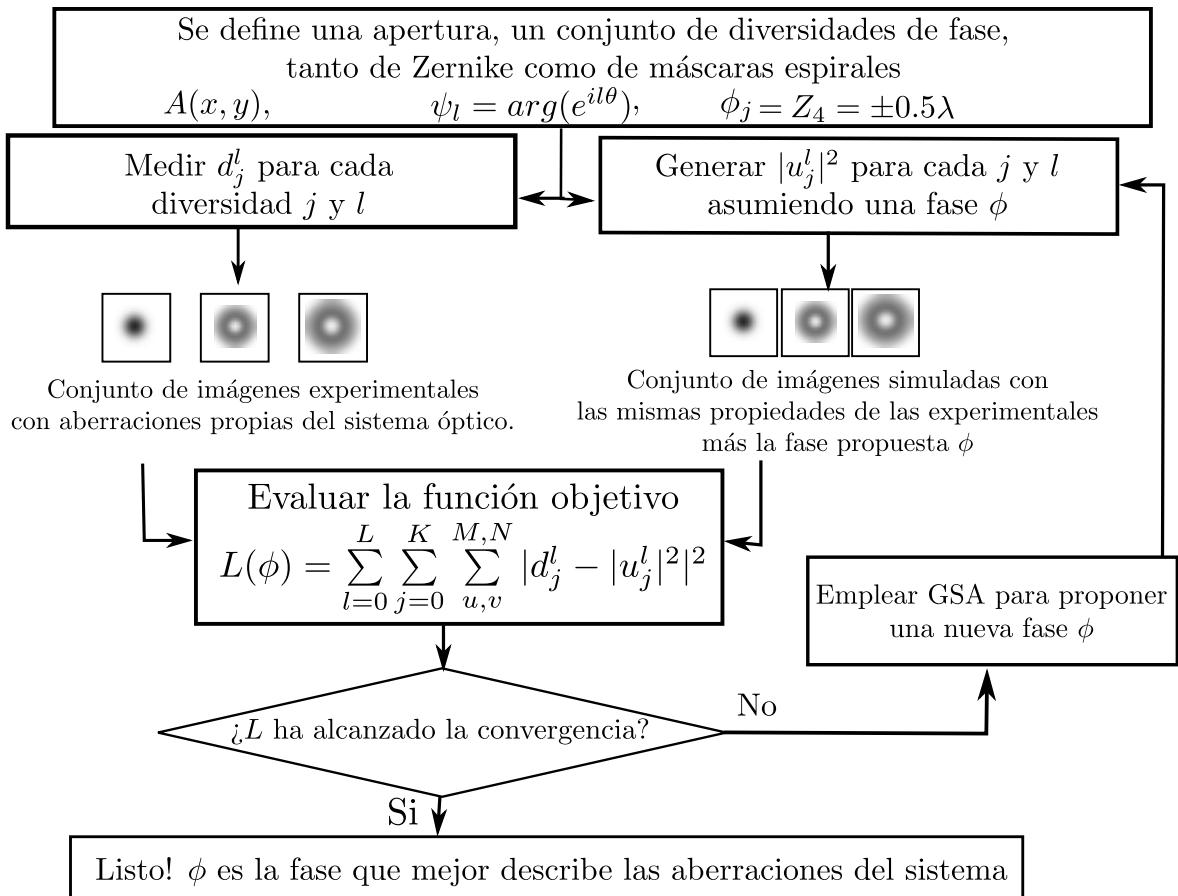


Figura 3-3: Diagrama de flujo de PD coherente.

### 3.5. Modificaciones propuestas para diversidad de fase coherente

Tenemos un algoritmo basado en PD que se encarga de encontrar aberraciones presentes en OVs a partir de la comparación de los resultados experimentales con resultados ideales generados bajo las mismas características. Queremos distinguir las aberraciones causadas por la baja modulación del SLM y por el sistema óptico independientemente; para esto, se propone emplear la curva de modulación del SLM, es decir, analizar los efectos que tiene la modulación de fase real en la generación de OVs a través de simulaciones.

Puesto que en PD hay una etapa de simulación de OVs, cuando se obtiene  $u_j^l$ , en esta se asume que la máscara de fase espiral  $\psi_l$  es ideal, de forma que al generar OVs a través de un sistema limitado por difracción, el resultado es un haz toroidal ideal. Pero como fue mostrado en la Sección 2.5, si tomamos la curva de modulación del SLM y simulamos nuevamente la generación de OVs a través de un sistema limitado por difracción, el resultado es una aberración en los OVs a causa de la baja modulación. A partir del empleo de la modulación real del SLM en la simulación de los OVs se proponen dos modificaciones sobre PD coherente, de forma que a través de estas se puedan distinguir las aberraciones causadas por la baja modulación en fase y las causadas por el sistema óptico.

Supongamos que las aberraciones recuperadas por PD coherente corresponden a  $\phi_{coh}$ , y que estas están compuestas de la aberración a causa de la modulación del SLM  $\phi_{slm}$  y las contribuciones del sistema óptico  $\phi_{so}$ , de forma que,

$$\phi_{coh} = \phi_{so} + \phi_{slm}, \quad (3.39)$$

$\phi_{slm}$  está implícito en la modulación del SLM, entonces si podemos generar OVs que contengan información de la modulación real a través de un sistema limitado por difracción  $o_j^l$ , tendremos una nueva posibilidad como entrada para el algoritmo de PD coherente, como se muestra en la Fig. 3-4. Allí se encuentran las tres posibles maneras de obtener OVs que sirven de entrada para PD coherente a partir de la fase que se quiera recuperar. La primera de ellas proviene de una simulación ideal de los OVs  $u_j^l$ , en la cual se emplea un sistema limitado por difracción junto con una modulación ideal. La segunda consiste en emplear un sistema limitado por difracción que use la modulación real del SLM  $o_j^l$ , por tanto estas contienen la fase  $\phi_{slm}$  que hace diferir los OVs del caso anterior. La tercera manera son los OVs producidos experimentalmente  $d_j^l$ .

Ahora, si en la Eq. 3.39 consideramos que los OVs se producen en un sistema limita-

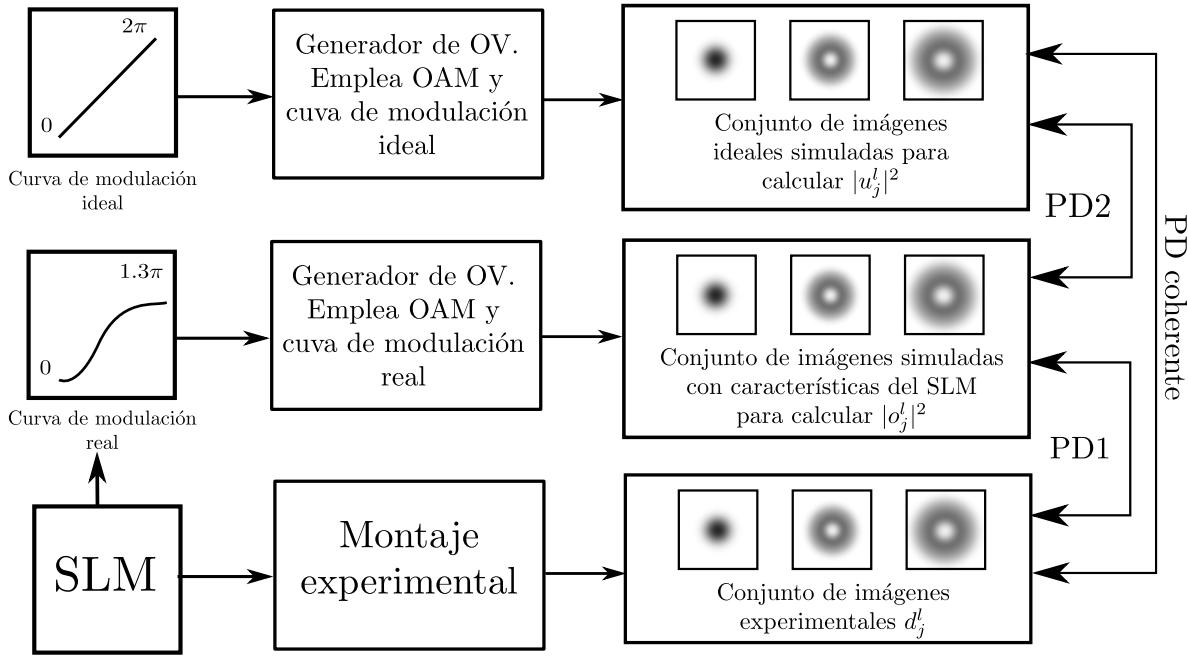


Figura 3-4: Diagrama de las modificaciones sobre PD coherente.

do por difracción con una modulación ideal, entonces  $\phi_{so} = 0$  y  $\phi_{slm} = 0$ , por tanto,  $\phi_{coh} = 0$ , es decir, que si empleamos un sistema y una modulación ideal, no hay aberraciones. Si los OV's se generan con la modulación del SLM estos poseerán  $\phi_{slm}$ , como es el caso de  $o_j^l$  y  $d_j^l$ , y debido a que ya se ha considerado la aberración por el SLM  $\phi_{coh} = \phi_{so}$ , y por ende si empleamos en PD coherente, recuperaremos las aberraciones del sistema óptico  $\phi_{so}$  independientes de la modulación del SLM, a esto le llamaremos PD1. Por último, si los OV's se generan por un sistema limitado por difracción y difieren únicamente por la modulación del SLM (empleando  $u_j^l$  y  $o_j^l$ ),  $\phi_{so} = 0$  y  $\phi_{coh} = \phi_{slm}$ , a esto lo llamaremos PD2.

Como se muestra en la Fig. 3-4 si comparamos un conjunto de OV's generados idealmente con los que se generan desde el montaje experimental, estamos en el caso de PD coherente, es decir, un conjunto global de aberraciones  $\phi_{coh}$  que presentan los OV's. Pero si la comparación es entre OV's ideales con aquellos generados por un sistema limitado por difracción con una modulación real (fila 2), la información que obtendremos

PD coherente	Aberraciones globales causadas por el SLM y el sistema óptico.
PD1	Aberraciones causadas por la propagación de la luz a través del sistema óptico.
PD2	Aberraciones causadas por la diferencia entre la modulación ideal-real.

Tabla 3.1: Información de las aberraciones recuperada de las modificaciones sobre PD coherente.

corresponde a la aberración que introduce la modulación del SLM  $\phi_{slm}$  (PD2). Esto es debido a que no estamos tomando resultados experimentales, de hecho, en ambos la propagación por el sistema óptico es simulada y se asume un sistema óptico limitado por difracción, lo que difiere es la característica de la modulación y por ende es de esperar que las aberraciones recuperadas correspondan a las inducidas únicamente por el SLM. Ahora si comparamos los resultados experimentales con los OVs que se generan mediante el sistema óptico limitado por difracción y la modulación del SLM, las aberraciones que se obtienen corresponden a las que son causadas por el sistema óptico  $\phi_{so}$  (PD1). Esto es debido a que la aberración causada por la modulación del SLM se encuentra presente en ambos resultados y lo que difiere es el sistema óptico. La información obtenida con cada una de las modificaciones de PD se resume en la Tabla 3.1.

Podemos definir dos nuevos funcionales similar a la Eq. 3.38 para PD1 y PD2, puesto que solo modificamos las intensidades  $|u_j^l|^2$ ,  $|o_j^l|^2$  y  $d_j^l$  de entrada para PD coherente, de forma que tendremos los siguientes funcionales,

$$L_{PD1}(\phi) = \sum_{l=0}^L \sum_{j=0}^K \sum_{u,v}^{M,N} |d_j^l(m,n) - |o_j^l(m,n,\phi)|^2|^2, \quad (3.40)$$

$$L_{PD2}(\phi) = \sum_{l=0}^L \sum_{j=0}^K \sum_{u,v}^{M,N} ||u_j^l(m,n)|^2 - |o_j^l(m,n,\phi)|^2||^2. \quad (3.41)$$

Los diferentes funcionales se resumen en uno genérico dado por,

$$L(\phi) = \sum_{l=0}^L \sum_{j=0}^K \sum_{u,v}^{M,N} |(d_j^l, |u_j^l|^2) - (|u_j^l|^2, |o_j^l|^2)|^2, \quad (3.42)$$

aquí  $(d_j^l, |u_j^l|^2)$  representa que según la modificación de PD se emplea  $d_j^l$  ó  $|u_j^l|^2$ , al igual que  $(|u_j^l|^2, |o_j^l|^2)$  determina si emplear  $|u_j^l|^2$  ó  $|o_j^l|^2$ , las posibles combinaciones serán entonces:  $d_j^l$  con  $|u_j^l|^2$ , que es el caso de PD coherente,  $d_j^l$  con  $|o_j^l|^2$ , que es el caso de PD1 ó  $|u_j^l|^2$  con  $|o_j^l|^2$  que será el caso de PD2.

Por último, el esquema para el algoritmo de PD coherente modificado toma la forma presentada en la Fig. 3-5. El proceso es similar al caso de PD coherente; primero se define una apertura  $A(x, y)$  y un conjunto de aberraciones espirales y de aberraciones. A continuación se realizan las medidas experimentales de cada una de las diversidades y según la aberración que quiera recuperarse ( $\phi_{coh}$ ,  $\phi_{slm}$  ó  $\phi_{so}$ ) se toma una de las simulaciones de los OV producidos. Se evalúa la función objetivo y de acuerdo con el algoritmo de búsqueda de gradiente, se determina la aberración  $\phi$  que hace tender  $L$  a cero. Cuando se obtenga un valor de  $L$  mínimo la fase  $\phi$  recuperada corresponderá a la que se plantea con la versión de PD respectiva ( $\phi_{coh}$ ,  $\phi_{slm}$  ó  $\phi_{so}$ ).

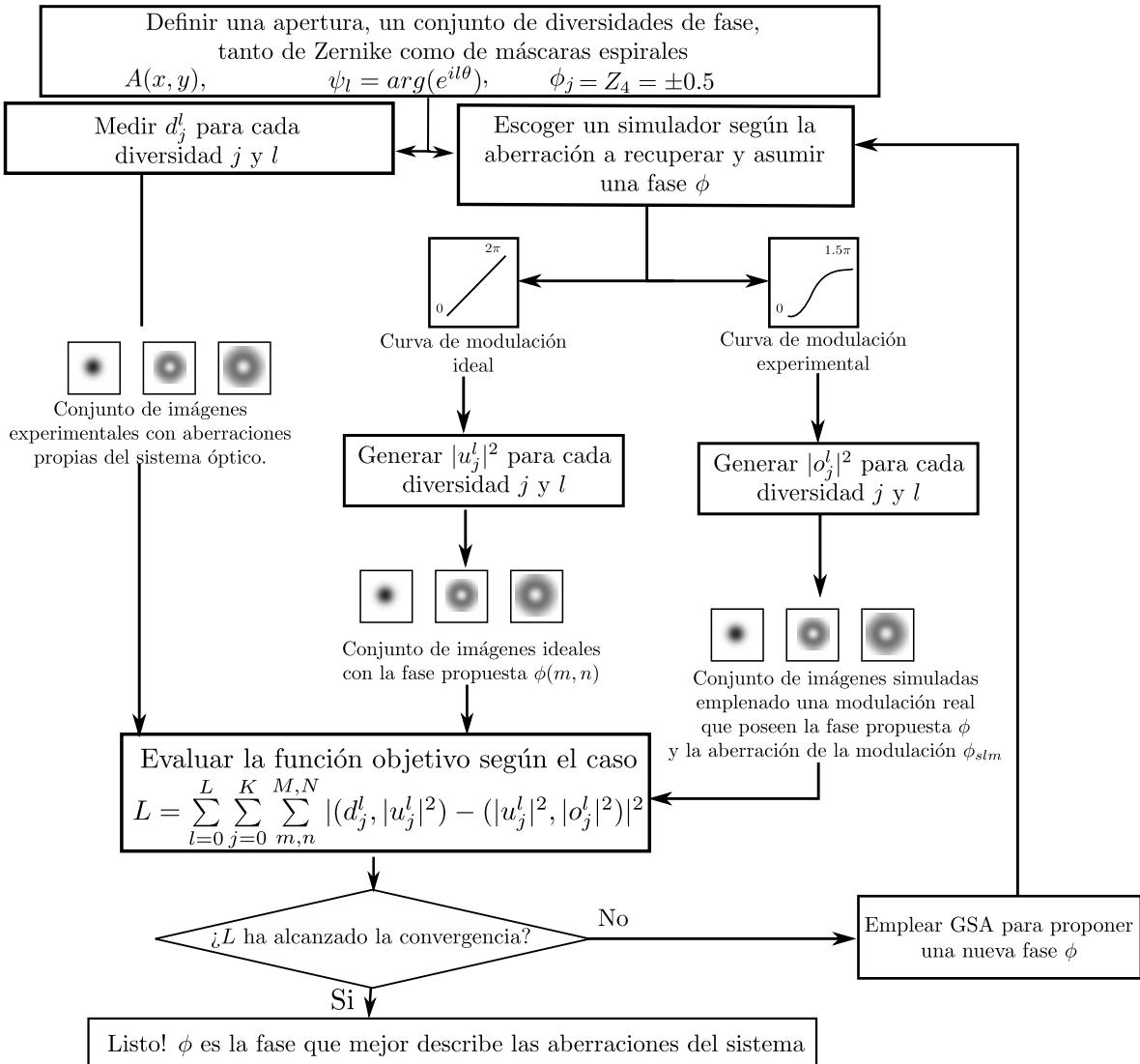


Figura 3-5: Diagrama de flujo de PD coherente con sus respectivas modificaciones.

# Capítulo 4

## Implementaciones experimentales

A lo largo de este capítulo se mostrarán algunas de las aplicaciones desarrolladas para la obtención de las curvas de modulación del SLM, la presentación de máscaras al SLM y la simulación de los OV<sub>s</sub>, elementos que de alguna manera han facilitado, o bien el trabajo experimental o, la implementación de PD coherente.

En la sección 4.1 se analizará uno de los métodos de caracterización de modulación en fase y amplitud para un SLM de transmisión y su ejecución en el laboratorio, además se especificarán las características del LC-2002 y por último, se presentará una interfaz que se desarrolló para generar y proyectar máscaras en el SLM. Finalmente en la sección 4.2 se mostrará y analizará el montaje experimental.

### 4.1. Caracterización del modulador espacial de luz

Anteriormente se mencionó que la modulación depende del estado de polarización de la luz, tanto a la entrada del SLM como a la salida de éste; es necesario entonces contar con un sistema generador-analizador de estados de polarización [16, 45, 51]. Esto se realiza por medio de una lámina retardadora de media longitud de onda (HWP: *HWP*: *half-wave plate*), un polarizador y dos láminas retardadoras de un cuarto de longitud de onda (QWP: *quarter-wave plate*) configurados como sea se muestra en la Fig. 4-1.

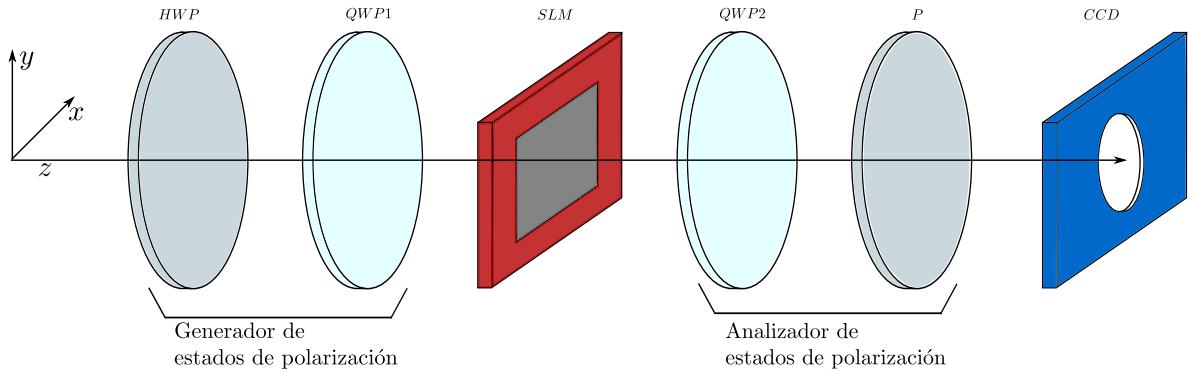


Figura 4-1: Estructura generador-analizador de estados de polarización para la caracterización de SLMs.

El generador de estados de polarización (PSG: *polarization state generator*) se encarga de presentar el estado de polarización de la luz a la entrada del SLM, que puede ser lineal, circulares o elíptico, mientras que el analizador de estados de polarización (PSA: *polarization state analyzer*) se encarga de analizar el estado de polarización a la salida del SLM. En conjunto, dadas las características de las moléculas de LC, según el estado de polarización puede haber una mayor o menor modulación de fase, amplitud o ambos. La caracterización del SLM se lleva a cabo a través de los resultados en intensidad medidos por un detector, en este caso, una cámara CCD, para diferentes estados de polarización, tanto en el analizador como en el generador de estados de polarización. La modulación en amplitud se determina a través del promedio de la intensidad medida [46, 52], mientras que la modulación en fase por su lado, se determina a través de un patrón de franjas interferométrico, en donde se divide el SLM en dos secciones, una de referencia y una en la cual se varía los niveles de gris en el SLM, el cambio en la fase produce entonces un desplazamiento del patrón de franjas en la sección donde se varían los niveles de gris con respecto a la sección referencia, como se muestra en la Fig. 4-2.

Para llevar a cabo la caracterización, se diseñó un sistema compuesto por cuatro rotadores en donde cada uno de ellos se encarga de posicionar uno de los elementos ópticos; esto permite que la obtención de resultados experimentales sea de manera automática a través de una interfaz gráfica, en la cual solo es necesario ingresar qué estados se desean

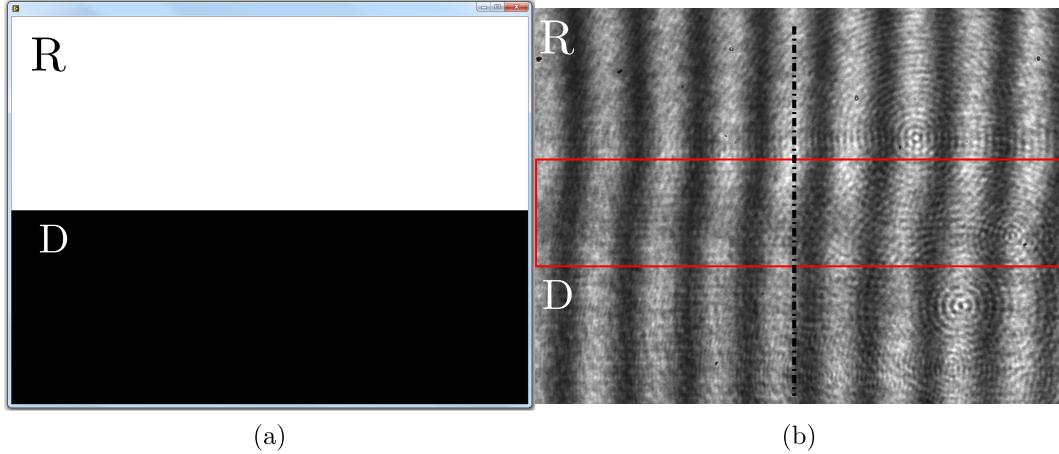


Figura 4-2: Patrón de franjas para la determinación del corrimiento de fase en un sistema interferométrico. (a) máscara dividida presentada al SLM, la sección R es la referencia y la sección D es en la que se varían los niveles de gris, y (b) patrón de franjas en el cual se desplaza la sección D a causa del cambio de fase producid por el SLM.

Tipo de display	LC de transmisión
Resolución	$800 \times 600$
Tamaño del píxel	$32 \mu\text{m}$
Factor de llenado	55 %
Área activa	$21 \times 26\text{mm}$
Modulación de fase	$2\pi$ a 532nm

Tabla 4.1: Características del LC-2002

medir. Este sistema se muestra en la Fig. 4-3. Información detallada del proceso del modelo matemático que se sigue, resultados de la caracterización, hardware y software desarrollados puede encontrarse en la tesis de maestría de Santiago Echeverri [53].

El SLM que se emplea en este trabajo es un Holoeye LC-2002 (véase Fig. 4-4), el cual está basado en un microdisplay translúcido de LC y puede ser controlado electrónicamente vía computador<sup>1</sup>. En la Tabla 4.1 se muestran las características técnicas.

Para facilitar la generación y presentación de máscaras al SLM, se incorporaron las diferentes funciones que generan máscaras en una sola aplicación denominada “SLM

<sup>1</sup>[http://www.rayscience.com/holoeye/LC2002\\_280.pdf](http://www.rayscience.com/holoeye/LC2002_280.pdf).

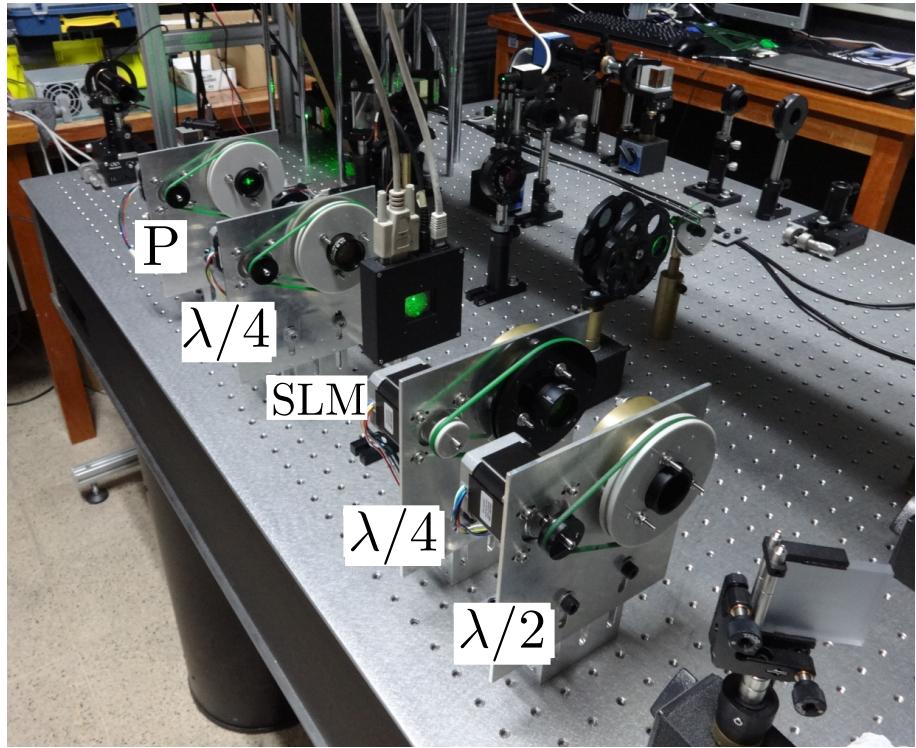


Figura 4-3: Sistema de rotadores para la caracterización del SLM.



Figura 4-4: SLM Holoeye LC-2002. Imagen tomada de [http://holoeye.com/wp-content/uploads/2011/07/lc2002\\_spatial\\_light\\_modulator.jpg](http://holoeye.com/wp-content/uploads/2011/07/lc2002_spatial_light_modulator.jpg)

Mask Generator”, como se muestra en la Fig. 4-5. Esta se ha desarrollado en Matlab y se encuentra en proceso de registro de software ante la Dirección Nacional de Derecho de Autor.

La generación de una máscara espiral de fase se realiza mediante el ingreso de una

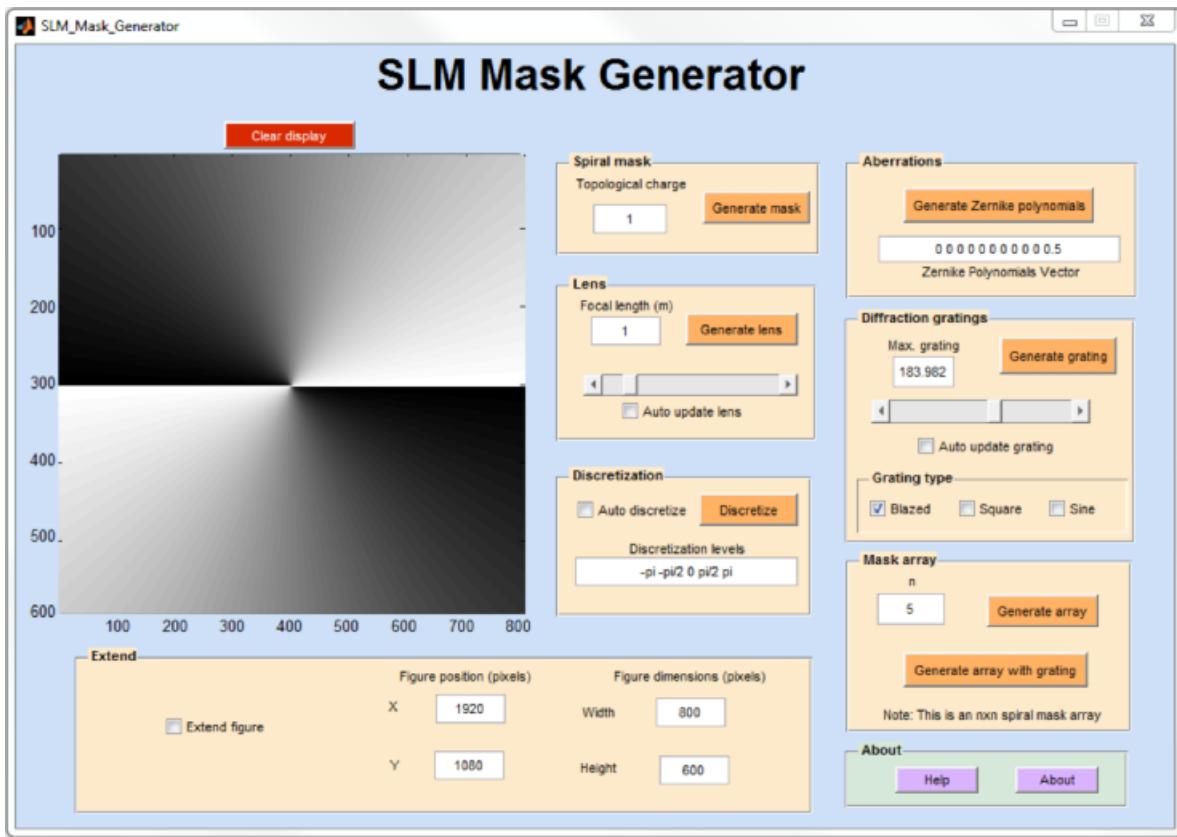


Figura 4-5: Interfaz para la generación de máscaras con diversas características para presentarse al SLM.

carga topológica en la casilla “Topological charge” y posteriormente, haciendo click en el botón “Generate mask”, con esto se dará una vista previa de la máscara como la que se muestra en el recuadro. A través de la opción “Extend” puede presentarse la máscara al SLM, esto debido a que cuando el SLM está conectado al computador funciona como una segunda pantalla y puede entonces cambiar el tamaño y la posición de la imagen a proyectar. A grandes rasgos, la aplicación permite simular diferentes tipos de elementos de fase como: aberraciones a partir de los polinomios de Zernike, redes de difracción de tres tipos e incluso, arreglos de máscaras espirales. En la Fig. 4-6 se presenta el resultado para cuatro máscaras generadas con la aplicación.

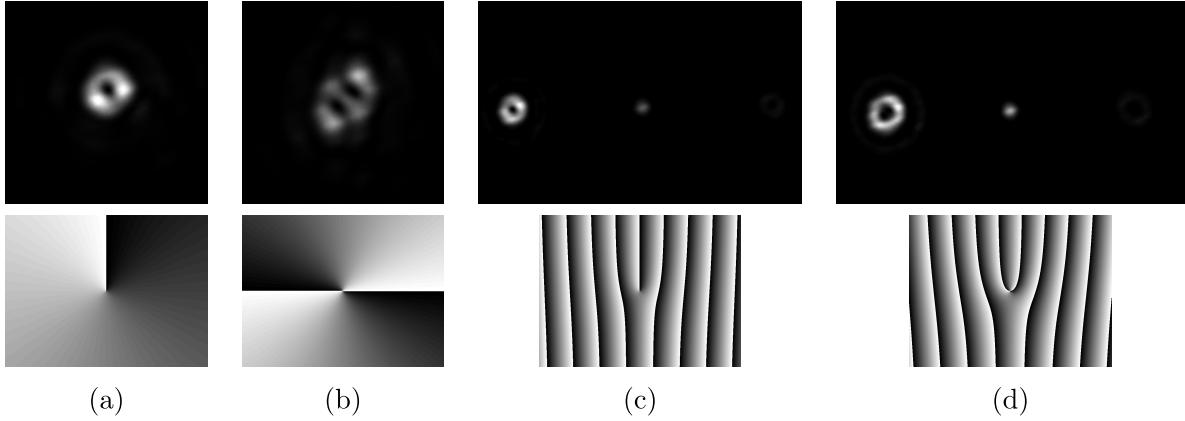


Figura 4-6: Resultados de máscaras generadas con el “SLM Mask Generator”. (a) Máscara de fase espiral con carga topológica  $l = 1$ , (b) máscara de fase espiral  $l = 2$ , (c) red de difracción diente de sierra bifurcada con  $l = 1$  y (d) red de difracción diente de sierra bifurcada con  $l = 2$ .

## 4.2. Montaje experimental

Un esquema del montaje se presenta en la Fig. 4-7, como fuente de iluminación se emplea un láser de estado sólido con una longitud de onda de 532nm, con polarización vertical y modo  $TEM_{0,0}$ . Primero se ubica un polarizador con recubrimiento delgado a base de nanopartículas con alta relación de extinción (10000 : 1) de referencia LPVISB050 fabricado por THORLABS; este polarizador se utiliza ya que los láseres de estado sólido pueden tener una polarización elíptica. A continuación se sitúa un filtro de densidad neutra que permite modificar la intensidad y a través de un conjunto de espejos de primera superficie, se lleva el haz hasta un filtro espacial compuesto por un objetivo de  $10\times$  y un “pinhole” de  $5\mu\text{m}$ , que permite filtrar las altas frecuencias y producir un haz Gaussiano. Luego se ubica una lente colimadora con distancia focal de 10cm, seguido por un divisor de haz no polarizado de referencia 49–004 fabricado por Edmund Optics. En el brazo objeto se ubica una primera lente, con una distancia focal de 10cm, de forma que en el plano focal de dicha lente tendremos el plano objeto. Se ubica una segunda lente de forma que a distancia focal está situado el SLM, garantizando que las fases introducidas por el SLM están en un plano de Fourier. Antes de este está el generador de estados de polarización conformado por una lámina de cuarto de longitud de onda

de referencia WPQ10M-532 de THORLABS y una lámina de media longitud de onda de referencia WPH10M-532 del mismo fabricante. Después del SLM está el analizador de estados de polarización conformado por un polarizador y una lámina de cuarto de onda. Se ubica una segunda lente de forma que desde el SLM hasta el plano imagen hay  $2f$  y allí se ubica un objetivo de microscopio Newport con aumento de  $20\times$  acoplado a una cámara CCD marca Imaging Source modelo DMK 41BU02.H con una resolución de  $1280 \times 960$ .

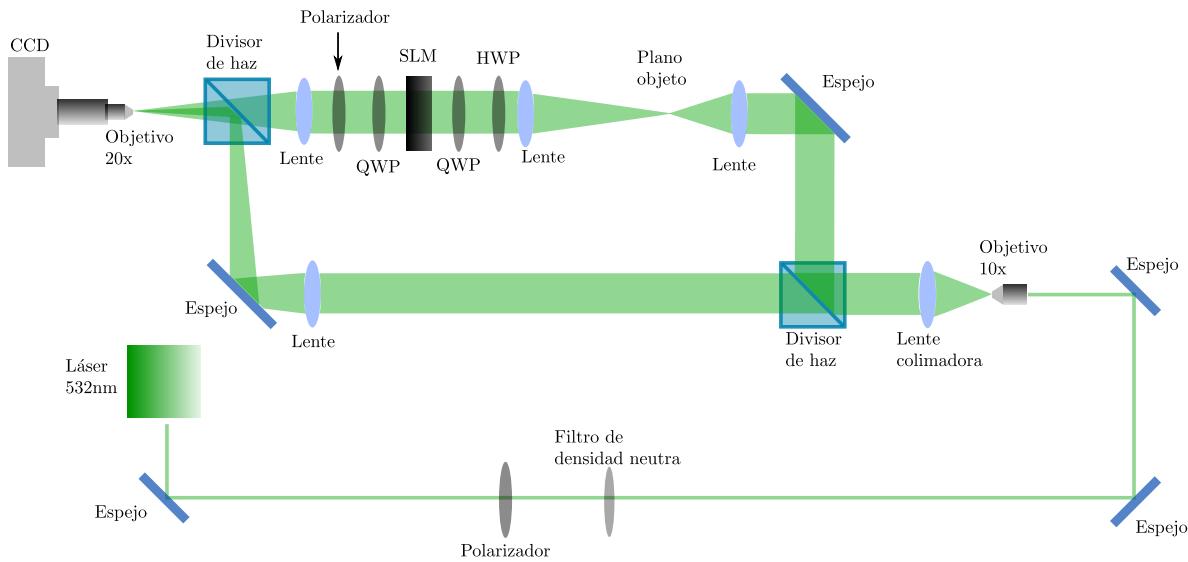


Figura 4-7: Esquema del montaje experimental.

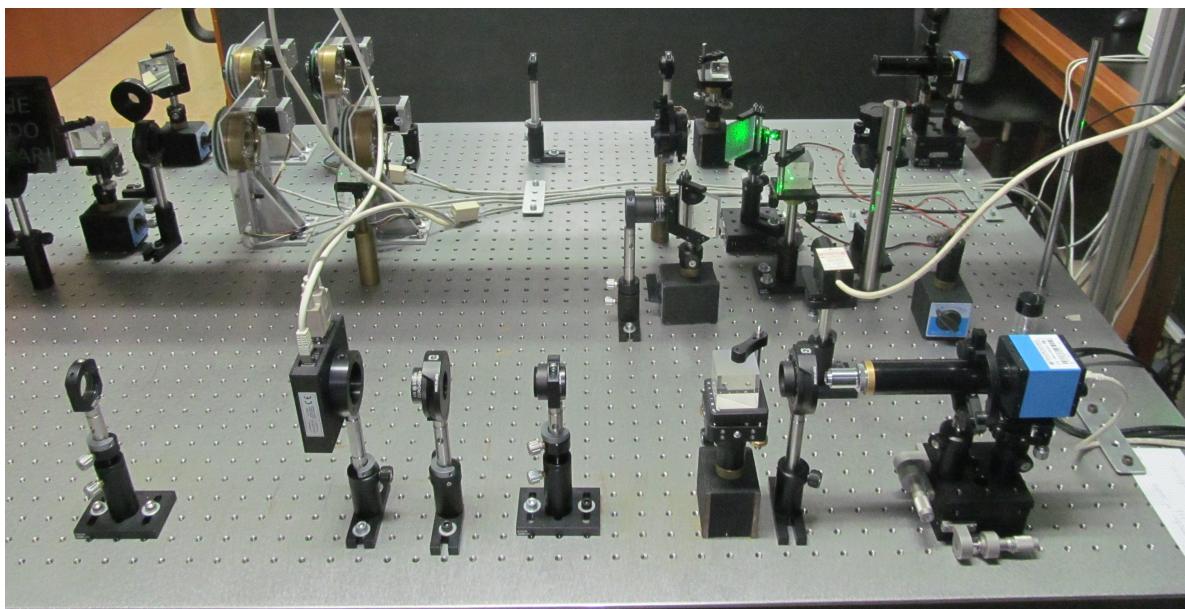


Figura 4-8: Montaje experimental.

# Capítulo 5

## Resultados

### 5.1. Caracterización de modulador espacial de luz LC-2002

Como se planteó en la Sección 2.4 según el estado de polarización de la luz tanto a la entrada como a la salida del SLM, puede darse una mayor o menor modulación de fase y/o amplitud, en este caso, nos centraremos en aquellos estados donde o bien la transmittancia se mantiene constante ante la variación de niveles de gris del SLM (aplicación de campo eléctrico sobre el dispositivo), o bien los cambios de fase sean lo más cercano posible a  $2\pi$ . De las diversas curvas de modulación obtenidas hubo tres casos de mayor interés resumidos en la Tabla 5.1. Los ángulos y estados de polarización del sistema generador-analizador de estados de polarización se muestran en la Tabla 5.2.

Estado	Modulación en fase [rad.]	Variación de la transmittancia [%]
$\omega_1$	$1,8\pi$	$\approx 90$
$\omega_2$	$1,4\pi$	$\approx 12$
$\omega_3$	$1,6\pi$	$\approx 30$

Tabla 5.1: Características de la modulación en los estados  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  y  $\omega_3$ .

En el caso de  $\omega_1$ , mostrado en la Fig. 5-1, se logra la máxima modulación en fase posible

para el SLM, siendo esta muy cercana a  $2\pi$  (Fig. 5-1(a)), sin embargo, la modulación en amplitud (Fig. 5-1(b)) supera el 80 % para los niveles de gris ubicados entre 160 y 180. Ahora bien, podría pensarse que es posible emplear aquellos niveles de gris donde el cambio de fase es mayor, de forma que sea posible evadir los efectos de los cambios de amplitud, pero de acuerdo a las curvas obtenidas, se observa que la mayor modulación de amplitud se ubica en los niveles de gris en donde la fase presenta una mayor variación y por tanto, se producirá una diferencia de amplitudes entre diferentes puntos de la máscara espiral de fase cuando esta sea presentada al SLM, produciendo zonas con baja transmisione. En el caso de  $\omega_2$ , que se presenta en la Fig. 5-2, a diferencia de lo que sucede en  $\omega_1$ , en este el cambio de amplitud es menor al 12 % (Fig. 5-2(a)); sin embargo, la modulación de fase máxima es de alrededor de  $1,4\pi$  (Fig. 5-2(b)) y en los niveles de gris próximos se dan saltos de fase tales que propician que la curva sea abrupta, esto se repite a lo largo de los 256 niveles de gris. Estas irregularidades en el cambio de fase no son deseadas para la generación de OVs, dado que la calidad de los OVs mejora cuando su máscara espiral de fase tiene un comportamiento *suave*. En el caso de  $\omega_3$ , presentado en la Fig. 5-3, si bien es cierto que la intensidad varía alrededor del 30 %, la modulación en fase es de  $1,6\pi$  y la curva se comporta de manera *suave*.

Ángulos de las láminas retardadoras y polarizador para el sistema generador-analizador de estados de polarización para los estados $\omega_1$ , $\omega_2$ y $\omega_3$						
	PSG			PSA		
	$\lambda/2$	$\lambda/4$	Estado de polarización	$\lambda/4$	A	Estado de polarización
$\omega_1$	$\lambda/2$ 0°	$\lambda/4$ 0°		$\lambda/4$ 45°	A -45°	
$\omega_2$	$\lambda/2$ 22.5°	$\lambda/4$ 0°		$\lambda/4$ -45°	A -67.5°	
$\omega_3$	$\lambda/2$ 0°	$\lambda/4$ 0°		$\lambda/4$ -45°	A -67.5°	

Tabla 5.2: Ángulos y estados de polarización para  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  y  $\omega_3$ .

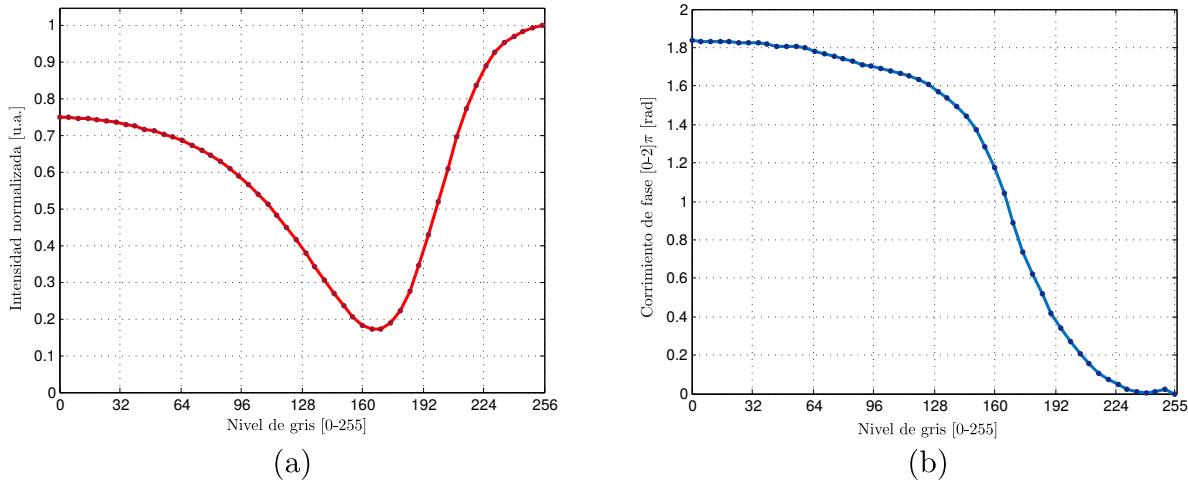


Figura 5-1: Curva de modulación de amplitud y fase del SLM para el estado  $\omega_1$ . ((a) Curva de modulación de amplitud, donde se observan variaciones en amplitud de hasta un 80 % y (b) curva de modulación de fase donde se obtienen cambios máximos de  $1,8\pi$ ).

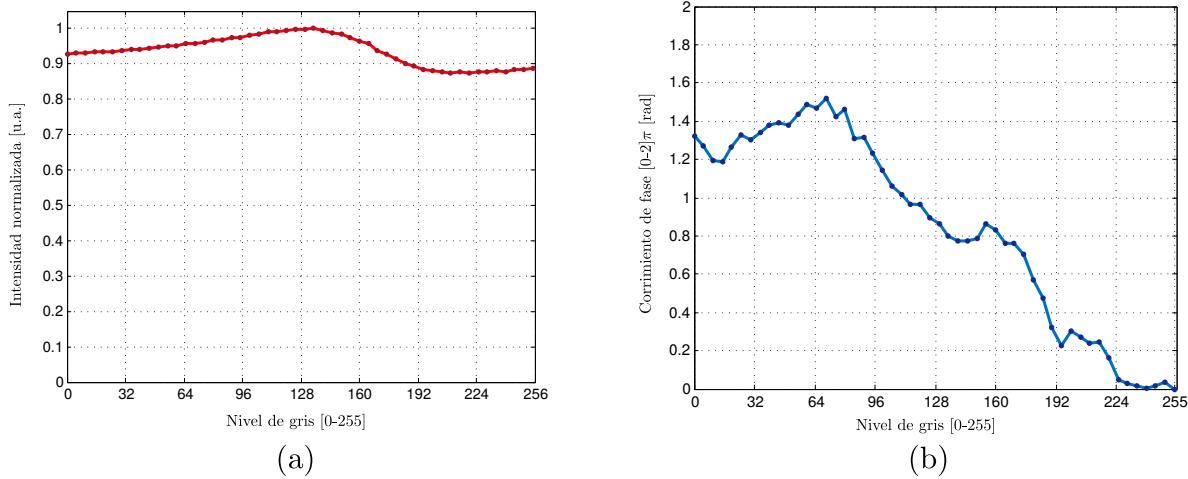


Figura 5-2: Curva de modulación de amplitud y fase del SLM para el estado  $\omega_2$ . ((a) Curva de modulación de amplitud con una variación menor al 12 % y (b) curva de modulación de fase donde se obtienen un cambio máximo de  $1,4\pi$  con discontinuidades entre niveles de gris).

De los resultados obtenidos para los estados  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  y  $\omega_3$  empleando el LC-2002, podemos concluir con respecto a su modulación que:

- No presenta un comportamiento lineal para la variación de fase con respecto a

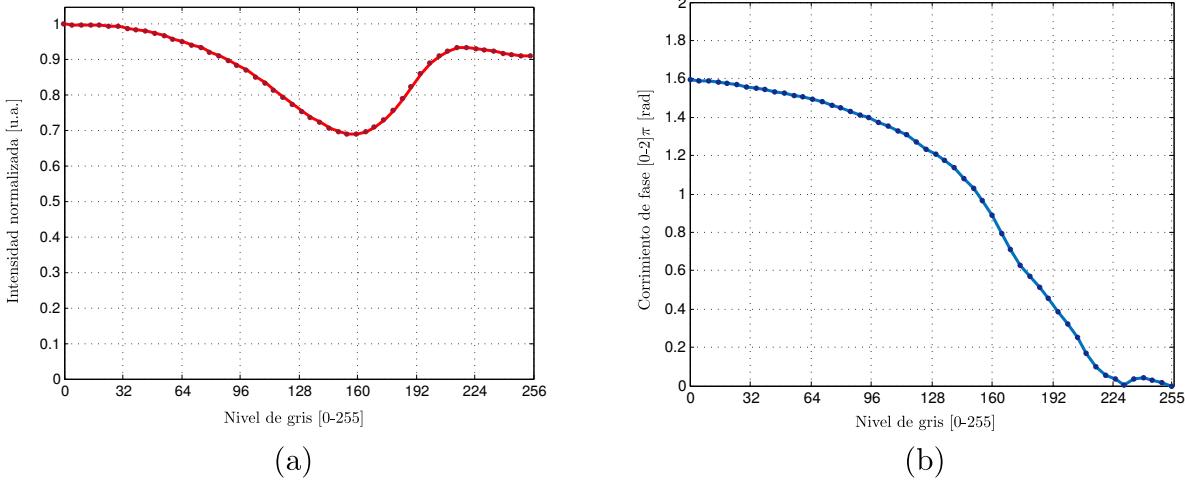


Figura 5-3: Curva de modulación de amplitud y fase del SLM para el estado  $\omega_3$ . ((a) Curva de modulación de amplitud con una variación de un 30 % y (b) curva de modulación de fase donde se obtienen un cambio máximo de  $1,6\pi$ ).

los niveles de gris, es decir, que la modulación en fase no se comporta de manera lineal ante la presencia de un campo eléctrico.

- Aunque sea baja la modulación en amplitud, en los niveles de gris en los cuales se dan las variaciones de fase hay también asociada una diferencia en la amplitud.
- Como consecuencia del ítem anterior, se comprueba que efectivamente, la modulación de fase y amplitud se encuentran acopladas y dependen de los estados de polarización del sistema generador-analizador de estados de polarización.

Si bien es cierto que los tres casos presentados poseen características que pueden ser favorables para generar OVs, es difícil concluir *a priori* cuál de estas presenta un mejor comportamiento en la generación de OVs; por ello, a continuación analizaremos los OVs que se obtienen en cada caso.

## 5.2. Vórtices ópticos experimentales

Una vez se han definido los estados de polarización para generar OVs ( $\omega_1$ ,  $\omega_2$  y  $\omega_3$ ), se procede a obtener resultados experimentales para cada uno de dichos estados. Para

ello se emplean máscaras de fase espiral con cargas topológicas  $l = \pm 1$  ya que tenemos la ventaja de poder modificar de manera dinámica la máscara de fase espiral gracias a las características del SLM, con ello se obtuvieron los resultados presentados en la Fig. 5-4.

	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	Ideal
$l = +1$				
$l = -1$				
Error RMS	$51.65 \times 10^{-3}$	$41.06 \times 10^{-3}$	$30.98 \times 10^{-3}$	

Figura 5-4: Comparación de los OVs generados experimentalmente a partir de los estados  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  y  $\omega_3$ , con un OV producido por un sistema óptico limitado por difracción con modulación de fase lineal de  $2\pi$ .

El criterio usado para seleccionar el mejor estado, y por consiguiente, la mejor curva de modulación para generar OVs, fue el cálculo del error medio cuadrático (RMS: *root mean square*) de la diferencia entre un OV ideal y el obtenido experimentalmente; definiendo el error  $E$  como,

$$E = \sqrt{\frac{1}{MN} \sum_{n,m}^{M,N} |d(m,n) - u(m,n)|^2}, \quad (5.1)$$

donde  $(m, n)$  representa cada uno de los píxeles en las imágenes obtenidas,  $d(m, n)$  la imagen experimental y  $u(m, n)$  un OVs ideal es un OV simulado libre de aberraciones, es decir, generado a través de un sistema óptico limitado por difracción con una mo-

dulación de fase lineal de  $2\pi$ . De la Fig. 5-4 se evidencia que el estado  $\omega_1$  produce los OVs de menor calidad; visualmente, la mayor parte de la luz se encuentra concentrada en una región. Este hecho podría explicarse si analizamos la modulación en amplitud del estado, debido a que una zona del SLM posee una transmisione menor al 20 %, es de esperar que toda la energía se concentre en aquellos puntos donde la modulación de amplitud es constante y hay una máxima transmisione.

Los estados  $\omega_2$  y  $\omega_3$  presentan un comportamiento similar y una mejora en la calidad de los OVs generados con respecto a  $\omega_1$ , para determinar cuál de estos genera el OV con mayor calidad se empleó un criterio basado en error RMS resultante de la comparación de las intensidades producidas por cada estado con los OV producidos por un sistema óptico limitado por difracción con modulación de fase lineal de  $2\pi$ , y como se muestra en la Fig. 5-4 y en la Tabla 5.3, son aquellos OVs producidos por el estado  $\omega_3$  los que más se aproximan a OVs ideales.

Estado para la generación	Error RMS comparado con un OV ideal
$\omega_1$	$51,65 \times 10^{-3}$
$\omega_2$	$41,06 \times 10^{-3}$
$\omega_3$	$30,98 \times 10^{-3}$

Tabla 5.3: Errores obtenidos con los OVs producidos para los estados  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  y  $\omega_3$

De los resultados obtenidos en esta sección, concluimos que para la generación experimental de OVs:

- Una modulación de fase cercana a  $2\pi$  no necesariamente garantiza OVs de buena calidad, también es necesario considerar el efecto de la modulación en amplitud.
- Una transmisione constante con una modulación de  $1,4\pi$  puede no ser el mejor estado de generación de OVs aunque la amplitud sea casi constante para todos los niveles.
- Debe haber un compromiso entre la modulación en fase y amplitud que propicie generar OVs de una calidad razonable.

### 5.3. Simulación de vórtices ópticos con curva de modulación experimental

Hasta el momento conocemos la curva de modulación de fase dada para el estado  $\omega_3$  (referirse a la Fig. 5-3); ahora queremos simular los OVs que produce un sistema óptico limitado por difracción cuando la máscara espiral de fase se produce con la modulación experimental del SLM. Esto se ejemplifica en la Fig. 5-5, cuando tenemos un SLM ideal, su modulación en fase es lineal y tiene un valor máximo de  $2\pi$  (Fig. 5-5(a)), por ende, se produce una máscara espiral ideal que azimutalmente tiene la forma de la curva de modulación (Fig. 5-5(b)). Si tenemos la curva de modulación experimental (Fig. 5-5(c)), esta además de no ser lineal posee un valor de fase máximo de  $1,6\pi$  y por tanto, la máscara espiral producida tiene la forma presentada en la Fig. 5-5(d).

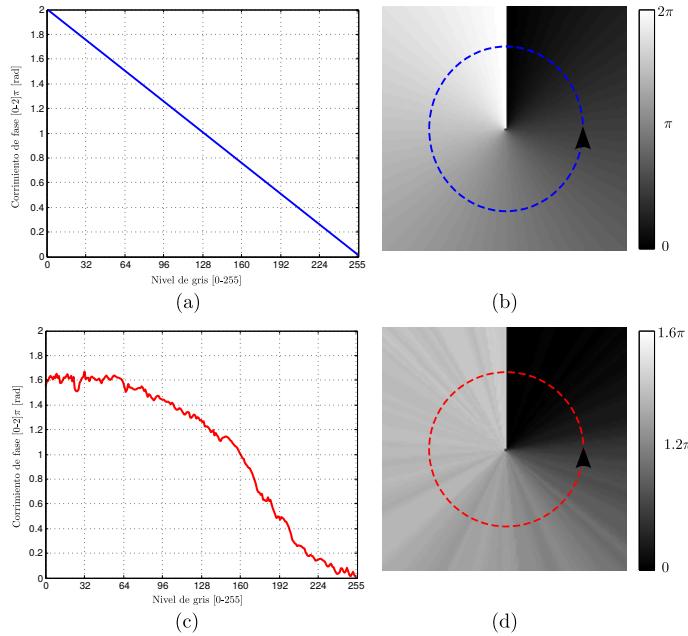


Figura 5-5: Comparación entre una máscara espiral producida por un SLM con modulación de fase ideal y la máscara espiral producida por un SLM con modulación de fase experimental. ((a) Curva de modulación de fase ideal, (b) máscara de fase espiral ideal, (c) curva de modulación de fase experimental y (d) máscara de fase espiral producida por la modulación experimental).

De esta forma, en la simulación de la generación de OVs hemos reemplazado la máscara

espiral de fase ideal, con la máscara espiral de fase experimental, es decir, hemos agregado la modulación de fase de nuestro SLM a la simulación de un OV producido por un sistema óptico limitado por difracción, y de acuerdo a la Fig. 3-4, en la Sección 3.5, esto corresponde a  $o_j^l$ , cuando la diversidad de aberración  $j = 0$ . Recordemos también que si simulamos la generación de un OV a partir de una modulación ideal y un sistema óptico limitado por difracción, obtenemos  $u_j^l$ . La diferencia entre  $u_j^l$  y  $o_j^l$  es que en este último, hemos agregado la modulación de fase experimental, y por esto, se esperaría que la intensidad producida por  $o_j^l$  reproduzca de manera más acertada los resultados experimentales  $d_j^l$  de los OVs con respecto a la intensidad producida por  $u_j^l$ ; esto surge a causa de la consideración en  $o_j^l$  de la aberración causada por la modulación del SLM.

La Fig. 5-6 muestra los resultados obtenidos para las simulaciones de  $|o_j^l|^2$  y  $|u_j^l|^2$  comparado con los resultados experimentales  $d_j^l$  para cuatro diversidades espirales  $l = \{\pm 1, \pm 2\}$ ; como se esperaba,  $|o_j^l|^2$  resulta ser una mejor descripción de los resultados experimentales gracias a la consideración de la modulación de fase experimental. Para el caso en el cual  $l = \pm 1$ , es claro que hay una diferencia entre  $|o_j^l|^2$  y  $|u_j^l|^2$ , como se argumentó anteriormente por la modulación experimental, y evidentemente,  $d_j^l$  difiere de  $|o_j^l|^2$  y  $|u_j^l|^2$  por las aberraciones que este posee. Determinaremos si  $|o_j^l|^2$  ó  $|u_j^l|^2$  describe mejor los OVs experimentales, mediante el cálculo del error RMS promediado pixel a pixel para todos los  $l$  tomando como valor objetivo, los OVs experimentales  $d_j^l$ , y a partir de esto, concluimos que  $|o_j^l|^2$  es una mejor aproximación a los resultados experimentales. De hecho, como se planteó en la Sección 3.5 lo que difiere entre  $d_j^l$  y  $|o_j^l|^2$  no es más que las aberraciones causadas por el sistema óptico ( $\phi_{so}$ ). Los errores RMS con respecto a los OV experimentales se encuentran en la Fig. 5-6.

De simular el efecto de la modulación experimental en la generación de OVs producidos por un sistema limitado por difracción podemos concluir que, al emplear la curva de modulación experimental del SLM efectivamente se aproximan en mejor medida los OVs experimentales desde la simulación; esto es gracias a que se ha considerado una de las

	Simulación sistema limitado por difracción $ u_j^l ^2$	Simulación del sistema limitado por difracción con modulación experimental $ o_j^l ^2$	Intensidad experimental $d_j^l$	Máscara espiral de fase ideal	Máscara espiral de fase experimental
$l = +1$ $j = 0\lambda$					
$l = -1$ $j = 0\lambda$					
$l = +2$ $j = 0\lambda$					
$l = -2$ $j = 0\lambda$					
Error RMS	$62.86 \times 10^{-3}$	$23.28 \times 10^{-3}$			

Figura 5-6: Comparación de los resultados obtenidos de la simulación de un OV producido por un sistema con modulación de fase ideal y un sistema óptico limitado por difracción  $|u_j^l|^2$ , con un OV producido por un la modulación de fase experimental con un sistema óptico limitado por difracción  $|o_j^l|^2$  con respecto a los resultados experimentales  $d_j^l$  y las respectivas máscaras de fase empleadas.

fuentes de aberraciones. Ya que nuestro objetivo es poder deducir cuáles aberraciones en realidad son causadas por el sistema óptico y cuáles por la modulación de fase del SLM, primero debemos conocer cuáles son las aberraciones que presentan los OVs de manera general, es decir, las provenientes del sistema óptico y las provenientes de la modulación de fase del SLM, a continuación emplearemos PD coherente para este fin.

## 5.4. Corrección de aberraciones empleando diversidad de fase coherente

Como se planteó en la Sección 3.4, con PD coherente se busca encontrar un conjunto de aberraciones que caractericen el sistema óptico. Para ello se emplean un conjunto de imágenes experimentales  $d_j^l$  que describen el comportamiento de los OVs producidos por el sistema óptico ante un conjunto de diversidades tanto espirales  $l$  como de aberración  $j$ . El primer resultado de emplear el algoritmo de PD coherente para la corrección de aberraciones en OVs es mostrado en primera instancia por el Grupo de Óptica Aplicada de la Universidad EAFIT [53]. Allí para evitar los efectos de la modulación en los OVs, se emplean redes de difracción (RDs) para su generación. En este aspecto profundizaremos a continuación.

Consideremos una RD a la cual se le ha superpuesto una máscara espiral con carga topológica  $l = 1$  (Fig. 2-3); y a través de esta se generan OVs (Fig. 2-4), como se explicó en la Sección 2.3, una de las grandes ventajas de emplear RDs para la generación de OVs es que en estas no necesariamente tienen que ser elementos de fase, sino que también pueden ser de amplitud; además, los OVs se producen en los ordenes difractados, de forma que en los ordenes  $n = \pm 1$  se obtendrán OVs de carga topológica  $l = \pm 1$ . Si tenemos una RD del tipo binaria, como se muestra en la Fig. 5-7(a), podemos emplear esta RD en una configuración de amplitud, de forma que la RD determina la transmisione, y esta será 0 ó 1 como se muestra en la Fig. 5-7(b); es decir, la RD tendrá una transmisione máxima en las zonas blancas y mínima en las zonas negras, por tanto en este caso  $A_f$  corresponde a la transmisione de la RD y los OVs que se generan se muestran en la Fig. 5-7(c), estos se encuentran en los ordenes difractados. Si la configuración de la RD por el contrario es de fase, entonces la RD generará un cambio de fase en las zonas blancas, mientras que en las negras permanece constante, como se muestra en la Fig. 5-7(a) y por tanto, en la Fig. 5-7(b)  $A_f$  corresponderá al salto de fase que induce la RD (por ejemplo  $\pi$ ) y los OVs si bien siguen estando en los ordenes difractados, la distribución

de la intensidad ha cambiado, como se muestra en la Fig. 5-7(d).

De forma que las RDs efectivamente generan OVs estando o bien en configuraciones de fase o amplitud, y a causa de que los OVs se obtienen en los ordenes difractados, a estos se les conoce como OVs “fuera de eje”, debido a que los ordenes difractados no se encuentran en la dirección del eje óptico.

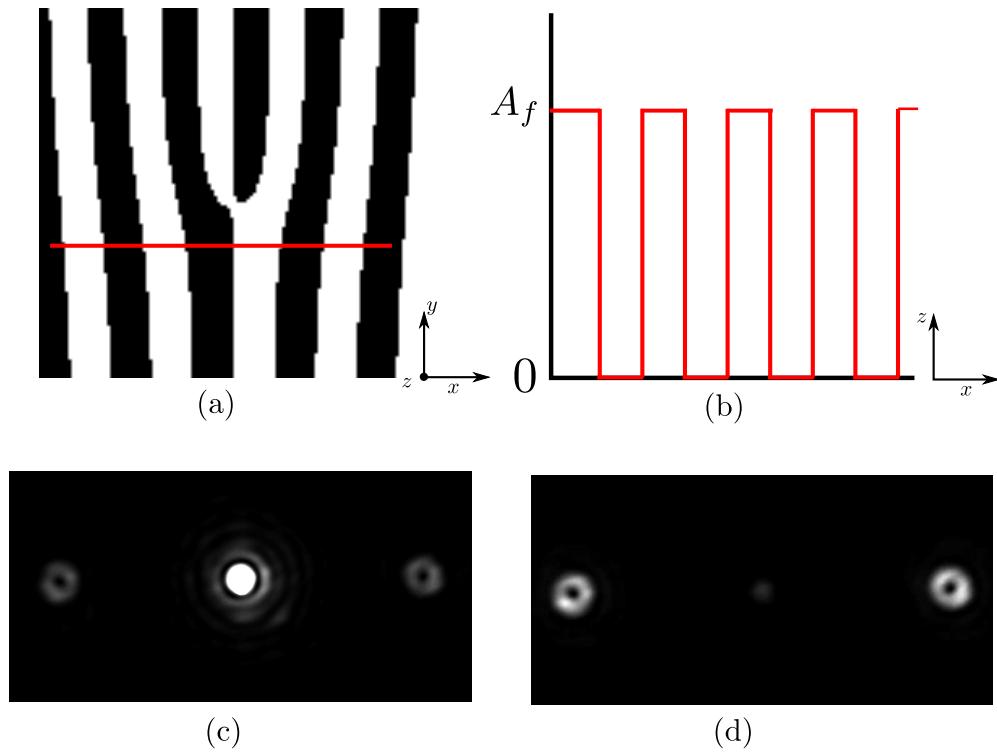


Figura 5-7: Generación de OVs a partir de una red de difracción binaria. ((a) RD binaria bifurcada, (b) perfil de la RD  $A_f$  puede ser la tramitancia o el cambio de fase según la configuración (amplitud o fase) en la que se emplee, (c) intensidad producida por la RD en una configuración de amplitud y (d) intensidad producida por la RD en una configuración de fase).

En [53] están entonces los resultados de las correcciones con PD coherente para OVs generados “fuera de eje”, en donde por las razones dadas anteriormente, se tiene la ventaja de no necesariamente requerir modulaciones de fase de  $2\pi$  y por tanto no se tienen aberraciones inducidas por la modulación en fase del SLM.

Nos centraremos entonces en el caso de OV generados “en eje”, es decir, empleando el SLM como una SPP programable y realizaremos un análisis similar al que es planteado en [53] para las aberraciones generadas por la modulación de fase del SLM y las aberraciones del sistema óptico. Siguiendo el algoritmo planteado en la Fig. 3-3, para determinar las aberraciones del sistema óptico  $\phi_{coh}$  es necesario contar con un conjunto de diversidades espirales y de aberración; para ello se emplearon las diversidades  $l = \pm 1$  y a cada una de estas se le agregó una diversidad de aberración de  $j = Z_4 = \pm 0,5\lambda$ , es decir, emplearemos astigmatismo como diversidad de aberración. Se procedió entonces a medir experimentalmente  $d_j^l$ , y a través de PD se propuso  $|u_j^l|^2$  con las mismas características experimentales, de forma que solo difieren por las aberraciones del sistema óptico. Los resultados se resumen en la Fig. 5-8, en donde se muestran la corrección de los OV con diversidad espiral  $l = \pm 1$  y para la diversidad de aberración  $j = 0,5\lambda$ ;  $|u_j^l\{\phi_{coh}\}|^2$  representa la intensidad final (donde el funcional  $L$  es mínimo) para la fase  $\phi_{coh}$  recuperada.

Para determinar si efectivamente hay una corrección de las aberraciones del sistema óptico y por tanto un aumento en la calidad de los OV producidos, se tomó el error RMS promediado pixel a pixel entre la intensidad experimental inicial y la intensidad corregida con respecto a un OV producido por un sistema óptico limitado por difracción con modulación de fase ideal para cada diversidad (presentados en la fila inferior de la Fig. 5-8). Con esto se concluye que el error de la intensidad experimental corregida se reduce casi a la mitad con respecto a la intensidad inicial, por ende, efectivamente hemos corregido aberraciones del sistema óptico.

Podemos concluir que es posible recuperar las aberraciones que presentan los OV a partir del empleo de PD coherente para OV generados “en línea”, y se pueden corregir las aberraciones mediante la superposición del inverso de la fase de las aberraciones en las máscaras de fase; esto se evidencia en una disminución del error entre los OV corregidos y sus diversidades, con su ideal correspondiente. A continuación, aplicaremos

	Intensidad inicial propuesta por PD $ u_j^l ^2$	Intensidad experimental inicial $d_j^l$	Intensidad recuperada por PD $ u\{\phi_{coh}\}_j^l ^2$	Intensidad experimental corregida
$l = +1$ $j = 0\lambda$				
$l = -1$ $j = 0\lambda$				
$l = +1$ $j = +0.5\lambda$				
$l = -1$ $j = +0.5\lambda$				
Error RMS		$28.85 \times 10^{-3}$		$14.33 \times 10^{-3}$

Figura 5-8: Corrección de OVs empleando PD coherente. Las intensidades generadas por un sistema limitado por difracción con una modulación ideal  $|u_j^l|^2$  son aproximadas a las mediciones experimentales  $d_j^l$  mediante una fase  $\phi_{coh}$  que es la diferencia entre ambas. A partir de la fase recuperada pueden corregirse las aberraciones presentes en  $d_j^l$  y reducirse casi a la mitad el error con respecto a los OVs ideales.

las modificaciones de PD coherente (PD1 y PD2) que permiten recuperar  $\phi_{coh}$  a partir de  $\phi_{so}$  y  $\phi_{slm}$ .

## 5.5. Diversidad de fase como sensor de aberraciones por modulación

Con respecto a las modificaciones sobre PD coherente, de la Sección 3.5, recuperaremos  $\phi_{slm}$  si empleamos PD2, es decir, a partir de la intensidad obtenida para un OV generado por una modulación de fase ideal y un sistema óptico limitado por difracción  $|u_j^l|^2$ , con la intensidad producida por un OV generado por la modulación de fase experimental con un sistema óptico limitado por difracción  $|o_j^l|^2$ . Si tomamos los resultados de la Sección 5.3 para  $|o_j^l|^2$ , podemos entonces obtener  $\phi_{slm}$  a partir de PD coherente, como se muestra en la Fig. 5-9.

Se comienza suponiendo que  $|u_j^l|^2$  es la intensidad medida, es decir, los OVs experimentales obtenidos son ideales, ahora se toma la intensidad  $|o_j^l|^2$ , y por medio del algoritmo de búsqueda de gradiente, se recupera una fase  $\phi_{slm}$  que hace que  $|o\{\phi_{slm}\}_j^l|^2$  sea similar a  $|u_j^l|^2$ , de forma que esta fase corresponde a la única diferencia posible entre  $|u_j^l|^2$  y  $|o_j^l|^2$ , que es justamente la aberración de la modulación en fase. Si corregimos  $\phi_{slm}$  en los OVs experimentales, se nota que la intensidad corregida presenta un menor error RMS promediado con respecto a un OV ideal, de forma que hay una corrección sobre  $d_j^l$ . Con respecto al caso de PD coherente, se esperaría que la disminución en el error RMS de la corrección con PD2 fuese menor que la corrección con PD coherente, dado que  $\phi_{coh} = \phi_{slm} + \phi_{os}$  y si comparamos los errores RMS de dichos casos, efectivamente, PD coherente corrige en mejor medida (disminuye en mayor cantidad el error entre el OV corregido y el ideal) los OVs.

A partir de los resultados de PD2 podemos concluir que cuando corregimos los OVs para dos sistemas limitados por difracción en donde la única diferencia entre estos es la modulación experimental, podemos corregir aberraciones incluso antes de obtener resultados experimentales para los OVs (puesto que tanto  $|u_j^l|^2$  como  $|o_j^l|^2$  provienen de la simulación de un sistema limitado por difracción) y esta corrección se realiza sobre la

	Intensidad sistema limitado por difracción $ u_j^l ^2$	Intensidad inicial propuesta por PD $ o_j^l ^2$	Intensidad recuperada por PD $ o\{\phi_{slm}\}_j^l ^2$	Intensidad experimental inicial $d_j^l$	Intensidad experimental corregida
$l = +1$ $j = 0$					
$l = -1$ $j = 0$					
$l = +1$ $j = +0.5$					
$l = -1$ $j = +0.5$					
Error RMS				$28.85 \times 10^{-3}$	$15.79 \times 10^{-3}$

Figura 5-9: Corrección de OVs empleando PD2. En este caso, suponemos que  $|u_j^l|^2$  corresponde a la medida experimental de los OVs y que  $|o_j^l|^2$  es el OVs que produce el sistema óptico, de forma que el sistema óptico en ambos casos es limitado por difracción ( $\phi_{so} = 0$ ) y por tanto, la aberración recuperada por PD coherente de acuerdo a la Eq. 3.39 es  $\phi_{coh} = \phi_{slm}$ . Si se corrige la aberración encontrada, hay una disminución en el error RMS de los OVs corregidos respecto a los iniciales, cuando estos se comparan a OVs ideales.

aberración que produce la modulación experimental  $\phi_{slm}$ . El próximo paso es obtener  $\phi_{so}$ , para ello debemos recurrir al concepto de PD1, como se mostrará en la siguiente sección.

## 5.6. Diversidad de fase como sensor de aberraciones del sistema óptico

De la Sección 3.5, recuperamos  $\phi_{so}$ , que es la aberración causada por el sistema óptico independiente de la modulación del SLM si empleamos PD1, por tanto, a partir de  $|o_j^l|^2$  y  $d_j^l$  en PD coherente se obtiene  $\phi_{so}$ . En este caso,  $|o_j^l|^2$  y  $d_j^l$  contienen información de la modulación experimental del SLM y en ellas solo difiere la propagación por el sistema óptico, de forma que la aberración  $\phi_{coh} = \phi_{so}$ . Los resultados de PD1 se muestran en la Fig. 5-10, para este caso,  $|o_j^l|^2$  y  $d_j^l$  son conocidos puesto que se han empleado en PD coherente y en PD1, lo que se debe hacer es tomar estos como las entradas de PD coherente y el objetivo del algoritmo de búsqueda de gradiente es encontrar una fase  $\phi_{so}$  tal que la diferencia entre  $|o_j^l|^2$  y  $d_j^l$  sea mínima (es decir, que el funcional  $L$  es un mínimo). La intensidad  $|o\{\phi_{so}\}_j^l|^2$  corresponde a la generada por el sistema óptico cuando se obtiene la fase  $\phi_{so}$  final, de manera que si se corrigen los OV obtenidos experimentalmente, de manera similar a los casos anteriores, hay una disminución del error RMS respecto a un OV ideal. Al igual que en PD2, se tiene que la reducción en el error RMS es menor que la producida por PD coherente como era de esperar. Ahora, si comparamos el error RMS obtenido para las correcciones con PD1 y PD2, su magnitud es similar, lo que nos indica que las aberraciones a causa de la modulación tienen una magnitud similar a las del sistema óptico. Los resultados de los errores y las correcciones de las diferentes versiones de PD se resumen en la Tabla 5.4.

	Error RMS
OV ideal - Experimental inicial	$28,85 \times 10^{-3}$
OV ideal - Corrección PD coherente	$14,33 \times 10^{-3}$
OV ideal - Corrección PD1	$15,65 \times 10^{-3}$
OV ideal - Corrección PD2	$15,79 \times 10^{-3}$

Tabla 5.4: Resultados del error RMS para cada una de las correcciones con PD.

Ahora, queremos comprobar que como se planteó en la Sección 3.5, las aberraciones

	Intensidad inicial propuesta por PD $ o_j^l ^2$	Intensidad experimental inicial $d_j^l$	Intensidad recuperada por PD $ o\{\phi_{so}\}_j^l ^2$	Intensidad experimental corregida
$l = +1$ $j = 0$				
$l = -1$ $j = 0$				
$l = +1$ $j = +0.5$				
$l = -1$ $j = +0.5$				
Error RMS		$28.85 \times 10^{-3}$		$15.65 \times 10^{-3}$

Figura 5-10: Corrección de OVs empleando PD1. En este caso, se toma la intensidad experimental de los OVs experimentales  $d_j^l$  y los OVs generados por un sistema óptico limitado por difracción con modulación experimental  $|o_j^l|^2$  de forma que en ambos casos se ha considerado la aberración causada por la modulación de fase, y por tanto, la aberración recuperada por PD coherente es  $\phi_{coh} = \phi_{so}$ . Si se corrige la aberración encontrada, hay una disminución en el error RMS de los OVs corregidos respecto a los iniciales, cuando estos se comparan con OVs ideales

cumplen la Eq. 3.39; esto puede demostrarse si a partir de las aberraciones obtenidas por PD coherente  $\phi_{coh}$  y las del sistema óptico  $\phi_{so}$  podemos obtener las aberraciones que son causadas por la modulación de fase experimental  $\phi_{slm}$ , de modo que,

$$\phi_{slm} = \phi_{coh} - \phi_{so}, \quad (5.2)$$

esto se muestra en la Fig. 5-11. Con  $\phi_{coh}$  obtenido en la Sección 5.4 (Fig. 5-11(a)) y  $\phi_{os}$  obtenido previamente (Fig. 5-11(b)) podemos obtener un  $\phi'_{slm}$  (Fig. 5-11(d)) que representa la aberración debida a la modulación del SLM obtenida a partir de  $\phi_{coh}$  y  $\phi_{so}$ , empleando de la Eq. 5.2, de hecho,  $\phi_{slm}$  fue determinado anteriormente con PD2 (Fig. 5-11(c)), por ende, podemos evaluar la correspondencia entre  $\phi_{slm}$  y  $\phi'_{slm}$ . Para este último propósito, se comparó  $\phi'_{slm}$  y  $\phi_{slm}$  con un frente de onda plano, de forma que se obtiene la magnitud de la aberración del frente de onda, como se muestra en la Tabla 5.5. Se obtuvo que la magnitud de  $\phi_{slm}$  y  $\phi'_{slm}$  respecto a un frente de onda plano es semejante y es de esperar que entre ambos haya correspondencia, para lo cual se realizó una diferencia en los frentes de onda y se obtuvo un error de  $0,87\lambda$  mostrando que efectivamente hay correlato entre  $\phi_{slm}$  y  $\phi'_{slm}$ .

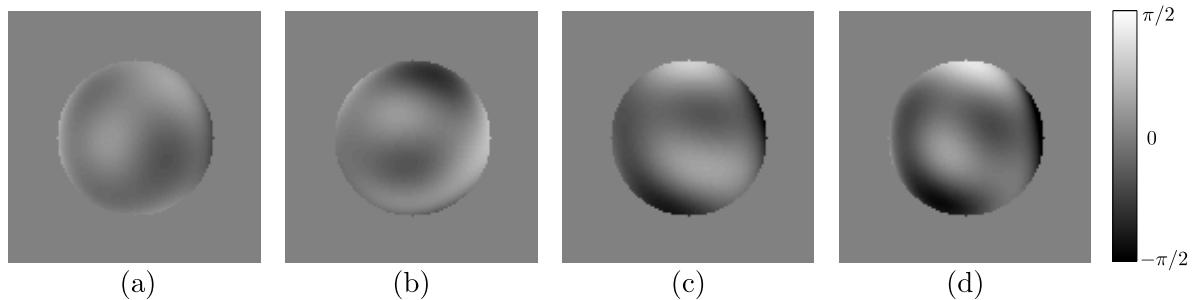


Figura 5-11: Comparación de las aberraciones obtenidas para cada una de las modificaciones de PD coherente. (a) Aberración obtenida con PD coherente  $\phi_{coh}$ , (b) aberración obtenida con PD1  $\phi_{so}$ , (c) aberración obtenida con PD2  $\phi_{slm}$  y (d)  $\phi'_{slm}$  obtenida a través de la diferencia entre  $\phi_{coh}$  y  $\phi_{so}$ .

Finalmente, aunque aquí no fuera mostrado, con el mismo procedimiento realizado pueden corregirse aberraciones en OVs cargas topológicas  $l$  diferentes a  $\pm 1$ , en la Fig. 5-12 se muestra la corrección que se obtuvo para un OV con  $l = -2$ .

Comparación	Error RMS [ $\lambda$ ]
$\phi_{slm}$ - Frente de onda plano	$66,21 \times 10^{-3}$
$\phi'_{slm}$ - Frente de onda plano	$66,31 \times 10^{-3}$
$\phi_{slm} - \phi'_{slm}$	$0,87 \times 10^{-3}$

Tabla 5.5: Comparación de los frentes de onda recuperados a través de PD coherente, PD1 y PD2.

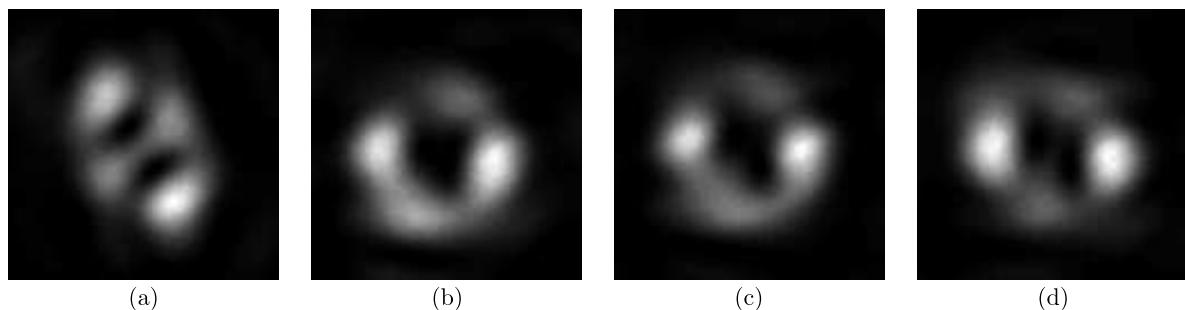


Figura 5-12: Corrección del OV con  $l = -2$  en cada una de las versiones de PD coherente. (a) OV experimental inicial, (b) OV experimental cuando se corrige  $\phi_{coh}$ , (c) OV experimental cuando se corrige  $\phi_{so}$  y (d) OV experimental cuando se corrige  $\phi_{slm}$

# Capítulo 6

## Conclusiones y trabajo futuro

Para el SLM LC-2002 concluimos que si bien posee estados de modulación de  $2\pi$  en fase, estos no necesariamente son los mejores estados para la generación de OVs, puede ser mejor emplear un estado que posea una menor modulación en fase, su comportamiento sea *suave*, y que la transmisione tenga una variación de alrededor de 30 % para todos los niveles de gris. A partir del conocimiento de esta curva de modulación se implementó un algoritmo que permite describir OVs con información experimental del SLM.

Con base en los algoritmos de PD desarrollados del Grupo de Óptica Aplicada de la Universidad EAFIT, se desarrollaron dos nuevas posibilidades para sensar aberraciones a través de PD. La primera de ellas PD1, permite obtener las aberraciones causadas por un sistema óptico que genera OVs a partir de un SLM, ya que considera las aberraciones causadas por la modulación de fase en los OVs que obtiene como solución a las aberraciones. Por otro lado, PD2 permite recuperar las aberraciones que son causadas por la modulación en fase del SLM, gracias a que considera un sistema óptico limitado por difracción, en donde la única aberración que pueden presentar los OVs son aquellas que sean causada por la modulación en fase. Una de sus principales características es que permite predecir aberraciones incluso antes de que se generen OVs experimentales.

La implementación de PD1 y PD2 a OVs experimentales demuestra que PD1 como PD2 corrigen una parte de las aberraciones, manifestándose esto en una mejor en la calidad de los OVs. Sin embargo, la corrección brindada por PD coherente contiene información de los resultados obtenidos con PD1 y PD2.

Con los resultados de fase encontrados se determinó que a partir de las aberraciones recuperadas con PD coherente, PD1 y PD2 efectivamente tienen correspondencia, debido a que a partir de el resultado de PD coherente y PD1, pudo recuperarse satisfactoriamente las aberraciones obtenidas a partir de PD2.

Como trabajo futuro se propone:

- Modificar los algoritmos de PD coherente para que en este puedan emplearse redes de difracción.
- Emplear PD2 para como sensor de aberraciones de modulación en SLMs cuya modulación en fase difiera por la linealidad y *suavidad* de la curva para determinar el efecto de estas características en la generación de OVs.

# Referencias

- [1] Mark R. Dennis, Kevin O'Holleran, and Miles J. Padgett. Chapter 5 singular optics: Optical vortices and polarization singularities. In *Progress in Optics*, volume 53, pages 293–363. Elsevier, 2009.
- [2] Néstor Raúl Uribe Patarroyo. *Optical Space Applications of Liquid Crystals: Polarimetry and Photon Orbital Angular Momentum in remote sensing*. PhD thesis, Universidad Complutense de Madrid, España, 2011.
- [3] Wen Cheng. *Optical Vortex Beams: Generation, Propagation and Applications*. PhD thesis, University of Dayton, 2013.
- [4] David Rozas. *Generation and Propagation of Optical Vortices*. PhD thesis, WORCESTER POLYTECHNIC INSTITUTE, 1999.
- [5] V. Yu Bazhenov, M. V. Vasnetsov, and M. S. Soskin. Laser beams with screw dislocations in their wavefronts. *JETP. Lett.*, 52(8):429–431, 1990.
- [6] G. Ruffato, M. Massari, and F. Romanato. Generation of high-order laguerre-gaussian modes by means of spiral phase plates. *Optics Letters*, 39(17):5094, September 2014.
- [7] Peter Schemmel, Giampaolo Pisano, and Bruno Maffei. A modular spiral phase plate design for orbital angular momentum generation at millimetre wavelengths. *Optics Express*, 22(12):14712, June 2014.

- [8] A. Bekshaev, O. Orlinska, and M. Vasnetsov. Optical vortex generation with a “fork” hologram under conditions of high-angle diffraction. *Optics Communications*, 283(10):2006–2016, May 2010.
- [9] N. R. Heckenberg, R. McDuff, C. P. Smith, and A. G. White. Generation of optical phase singularities by computer-generated holograms. *Opt. Lett.*, 17(3):221–223, 1992.
- [10] A.Ya. Bekshaev and O.V. Orlinska. Transformation of optical-vortex beams by holograms with embedded phase singularity. *Optics Communications*, 283(7):1244–1250, April 2010.
- [11] Ariel Burman. *Caracterización y control de un microdisplay como modulador espacial de luz*. PhD thesis, Universidad de Buenos Aires, Argentina, 2010.
- [12] Pierre Gilles de Gennes and Jacques Prost. *The physics of liquid crystals*. Number 83 in The international series of monographs on physics. Clarendon Press, Oxford, 2. ed., reprint edition, 2007.
- [13] J. Liesener, M. Reicherter, and H.J. Tiziani. Determination and compensation of aberrations using SLMs. *Optics Communications*, 233(1-3):161–166, March 2004.
- [14] T Čižmár, H I C Dalgarno, P C Ashok, F J Gunn-Moore, and K Dholakia. Optical aberration compensation in a multiplexed optical trapping system. *Journal of Optics*, 13(4):044008, April 2011.
- [15] Katherine Creath. Phase-measurement interferometry techniques. *Progress in optics*, XXVI(26):351–398, 1988.
- [16] Daniel Malacara, editor. *Optical shop testing*. Wiley series in pure and applied optics. Wiley-Interscience, Hoboken, N.J, 3rd ed edition, 2007.
- [17] O. A. Soloviev. *Methods and sensors for accurate wavefront measurements*. PhD thesis, TU Delft, Delft University of Technology, 2006.

- [18] Gary Chanan. Principles of wavefront sensing and reconstruction. *Center for Adaptive Optics (CfAO) Proceedings: Summer School on Adaptive Optics, Santa Cruz, CA*, 2000.
- [19] Robert A. Gonsalves. Phase retrieval and diversity in adaptive optics. *Opt. Eng.*, 21(5):215829–215829–, 1982.
- [20] Richard G. Paxman, Timothy J. Schulz, and James R. Fienup. Joint estimation of object and aberrations by using phase diversity. *JOSA A*, 9(7):1072–1085, 1992.
- [21] Santiago Echeverri-Chacón, René Restrepo, Carlos Cuartas-Vélez, and Néstor Uribe-Patarroyo. Optical vortex-enhanced coherent illumination phase diversity for phase retrieval on general imaging systems. *Unpublished*.
- [22] Michael Berry. Making waves in physics. *Nature*, 403(6765):21–21, 2000.
- [23] William Whewell. Researches on the tides; sixth series. on the results of an extensive system of tide observations, made on the coasts of europe and america, in june 1835. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 26(3):289–341, 1836.
- [24] Paul AM Dirac. Quantised singularities in the electromagnetic field. In *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, volume 133, pages 60–72. The Royal Society, 1931.
- [25] W. T. Read. *Dislocation in crystals*. McGraw-Hill Education, 1953.
- [26] J. F. Nye and M. V. Berry. Dislocations in wave trains. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 336(1605):165–190, January 1974.
- [27] Hans Wolter. Zur frage des lichtweges bei totalreflexion. *Zeitschrift für Naturforschung A*, 5(5):276–283, 1950.

- [28] P. Coullet, L. Gil, and F. Rocca. Optical vortices. *SPIE MILESTONE SERIES MS*, 75:480–480, 1994.
- [29] Eugene Hecht, Raffaello Dal Col, Rosa Weigand Talavera, and José Manuel Guevara Pérez. *Óptica*. Addison Wesley, Madrid, 2000.
- [30] Robert Paul King. *Knotting of optical vortices*. PhD thesis, University of Southampton, 2010.
- [31] Alonso Sepulveda Soto. *Física matemática*. Universidad de Antioquia, Medellín, 2009.
- [32] Wen Cheng, Joseph W. Haus, and Qiwen Zhan. Propagation of vector vortex beams through a turbulent atmosphere. *Optics express*, 17(20):17829–17836, 2009.
- [33] Qiwen Zhan. Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications. *Advances in Optics and Photonics*, 1(1):1, January 2009.
- [34] Takayuki Ohtomo, Shu-Chun Chu, and Kenju Otsuka. Generation of vortex beams from lasers with controlled herte- and ince- gaussian modes. *Optics Express*, 16(7):5082–5094, 2008.
- [35] Robert K. Tyson, Marco Scipioni, and Jaime Viegas. Generation of an optical vortex with a segmented deformable mirror. *Applied Optics*, 47(33):6300, November 2008.
- [36] V.V.G. Krishna Inavalli and Nirmal K. Viswanathan. Switchable vector vortex beam generation using an optical fiber. *Optics Communications*, 283(6):861–864, March 2010.
- [37] Wei Gao, Xiaobo Hu, Chunyuan Mu, and Peijing Sun. Generation of vector vortex beams with a small core multimode liquid core optical fiber. *Optics Express*, 22(9):11325, May 2014.

- [38] Keiichi Sueda, G. Miyaji, Noriaki Miyanaga, and M. Nakatsuka. Laguerre-gaussian beam generated with a multilevel spiral phase plate for high intensity laser pulses. *Optics express*, 12(15):3548–3553, 2004.
- [39] Walter Harm, Stefan Bernet, Monika Ritsch-Marte, Irina Harder, and Norbert Lindlein. Adjustable diffractive spiral phase plates. *Optics Express*, 23(1):413, January 2015.
- [40] A.Ya. Bekshaev and A.I. Karamoch. Spatial characteristics of vortex light beams produced by diffraction gratings with embedded phase singularity. *Optics Communications*, 281(6):1366–1374, March 2008.
- [41] A. Ya Bekshaev, A. I. Karamoch, M. V. Vasnetsov, V. A. Pas'ko, and M. S. Soskin. Structure of optical vortices produced by holographic gratings with “fork” geometry: Kummer beams. *arXiv preprint arXiv:0906.2619*, 2009.
- [42] Doo Jin Cho, Samuel T. Thurman, J. T. Donner, and G. Michael Morris. Characteristics of a  $128 \times 128$  liquid-crystal spatial light modulator for wave-front generation. *Optics letters*, 23(12):969–971, 1998.
- [43] Alexander Jesacher, Christian Maurer, Andreas Schwaighofer, Stefan Bernet, and Monika Ritsch-Marte. Near-perfect hologram reconstruction with a spatial light modulator. *Optics express*, 16(4):2597–2603, 2008.
- [44] Selam Ahderom, Mherdad Raisi, Kungmang Lo, Kamal E. Alameh, and Rafie Mavaddat. Applications of liquid crystal spatial light modulators in optical communications. In *High Speed Networks and Multimedia Communications 5th IEEE International Conference on*, pages 239–242. IEEE, 2002.
- [45] Claudio Iemmi, Ignacio Moreno, Jeffrey A. Davis, Juan Campos, Maria J. Yzuel, and others. Quantitative prediction of the modulation behavior of twisted nematic liquid crystal displays based on a simple physical model. *Optical Engineering*, 40(11):2558–2564, 2001.

- [46] I. Moreno, P. Velásquez, C. R. Fernández-Pousa, M. M. Sánchez-López, and F. Mateos. Jones matrix method for predicting and optimizing the optical modulation properties of a liquid-crystal display. *Journal of Applied Physics*, 94(6):3697, 2003.
- [47] R. G. Paxman and J. R. Fienup. Optical misalignment sensing and image reconstruction using phase diversity. *JOSA A*, 5(6):914–923, 1988.
- [48] Joseph W. Goodman. *Introduction to Fourier optics*. Roberts & Co, Englewood, Colo, 3rd ed edition, 2005.
- [49] Jason Daniel Schmidt. *Numerical simulation of optical wave propagation with examples in MATLAB*. SPIE, Bellingham, Wash, 2010.
- [50] Guang-ming Dai. *Wavefront optics for vision correction*. SPIE Press, Bellingham, Wash, 2008.
- [51] Juan Campos, Ignacio Moreno, Jeffrey A. Davis, Claudio Iemmi, Alfonso Moreno, Arnau Robert, and others. Characterization of edge effects in twisted nematic liquid crystal displays. *Optical Engineering*, 39(12):3301–3307, 2000.
- [52] Baiheng Ma, Baoli Yao, Ze Li, and Tong Ye. Improvement of the performance of the twisted-nematic liquid-crystal display as a phase modulator. *Appl Opt*, 50(17):2588–2593, June 2011.
- [53] Santiago Echeverri Chacón. Generación y caracterización de vórtices ópticos mediante moduladores espaciales de luz. Master’s thesis, Universidad EAFIT, 2015.