ELO 313 - Tarea MATLAB #1: Sistemas y correlación en tiempo discreto

Procesamiento Digital de Señales con Aplicaciónes - 2013

Profesor: Matías Zañartu, Ph.D.

Fecha de entrega: Martes 29 de Abril de 2014, en clases.

Penalidad por atraso: 10% por día.

La presente tarea es INDIVIDUAL y cubre aspectos de manejo de sistemas discretos, autocorrelación y correlación cruzada. Los archivos requeridos están disponible en la página web de la asignatura. Al preparar su tarea, recuerde etiquetar todos los gráficos que presente de manera adecuada, discutir sus resultados de manera breve pero completa. Envíe además un archivo ZIP con tarea en PDF y su código de MATLAB por email a `matias.zanartu@usm.cl` .

1 Evaluación de Propiedades de Sistemas

Descargue el archivo *bbox.zip* de la página de la asignatura. Este archivo contiene tres archivos de MATLAB pre-compilados $bbox1.p$, $bbox2.p$, $bbox3.p$, los cuales representan tres sistemas desconocidos. Los archivos funcionan como funciones de MATLAB de modo que $y = bboxN(x)$, donde x e y son las entradas y salidas de cada sistema con $N = 1, 2, 3$. Note que solo uno de estos sistemas es no-lineal y solo uno es variante en el tiempo. Su trabajo es evaluar las propiedades de los tres sistemas e identificar los sistemas no-lineal y variante en el tiempo.

Sugerencias:

- Genere diversos tipos de señales de entradas hasta que encuentre contra ejemplos para la evaluación de las propiedades deseadas.
- Cuando evalúe la invariancia en el tiempo de los sistemas, usted deberá evaluar la respuesta a una señal y una versión idéntica con un retraso. Ya que sus señales en MATLAB tienen duración finita, usted deberá ser cuidadoso al desplazar las señales en el tiempo. Si desea desplazar una señal hacia la izquierda en M muestras, deberá empezar con al menos M ceros. Si desea desplazar una señal hacia la derecha en M muestras, deberá terminar con al menos M ceros.
- Cuando evalúe la linealidad de los sistemas, usted podrá notar que entradas muy simples (como un impulso) no permiten distinguir esta propiedad. Es recomendable utilizar otras señales tales como sinusoides o ruido blanco.
- Evalúe -a medida que sea posible- la estabilidad (BIBO) y causalidad de cada sistema. Para estos efectos, obtenga la respuesta a impulso de cada sistema excitando los sistemas con una señal impulso. Se recomienda empezar y terminar con suficientes ceros cada señal de impulso para la evaluación de cada respuesta. Justifique sus observaciones.

2 Inversión de Sistemas

Considere el sistema $y = S_A(x)$ dado por $y[n] = \frac{1}{2}y[n-1] - x[n]$.

a. Obtenga una expresión para el sistema inverso $y = S_B(x)$ de modo que $\delta[n] = S_B(S_A(\delta[n]))$, donde $\delta[n]$ representa una función impulso en tiempo discreto. Ya que los sistemas son lineales, para cualquier entrada $x[n]$ se obtiene $x[n] = S_B(S_A(x[n]))$. Estos sistemas se llaman inversos ya que cancelan sus efectos mutuamente.

b. Escriba una función en MATLAB que implemente los sistema $y = S_A(x)$, $y = S_B(x)$ y obtenga la respuesta de impulso de S_A, S_B y $S_B(S_A)$.

3 Integrales y Derivadas en Tiempo Discreto

Considere los siguientes sistemas en tiempo continuo:

- La derivada está dada por el sistema $y = S_1(x)$ donde $y(t) = \frac{d}{dt}x(t)$.
- La integral está dada por el sistema $y = S_2(x)$ donde $y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau$.

a. Formule sistemas en tiempo discreto que aproximen los sistemas continuos S_1 y S_2. ¿Son estas aproximaciones únicas?. Escriba las ecuaciones de diferencias que describan a los sistemas representados en el punto anterior. Las ecuaciones de diferencias deben ser compactas, es decir sin sumatorias. ¿Qué se puede decir de la estabilidad de estos sistemas?

b. Genere una señal sinusoidal $x(t) = sin(\omega t)$, con una amplitud unitaria, una frecuencia de 100 Hz y una duración de un segundo. Elija una frecuencia de muestreo apropiada. Utilice esta señal discreta como entrada a su aproximación de los sistemas S_1 y S_2. Grafique los primeros 50 ms de la señal original, su derivada, e integral en cuadros distintos utilizando *subplot*. ¿Concuerdan estos resultados con las expresiones analíticas de la derivada e integral de la señal de entrada? Ponga atención a la amplitud.

c. Considere la señal de entrada a los sistemas S_1 y S_2 dada por $x[n] = \delta[n] - \delta[n-5]$ entre las muestras $-10 \leq n \leq 20$. Grafique la señal original, su derivada e integral para el mismo intervalo de tiempo en cuadros distintos utilizando *subplot*.

d. Considere la señal de entrada a los sistemas anteriores $x[n] = u[n] - u[n-(N+1)]$, con $N = 10$ y entre las muestras $-10 \leq n \leq 20$. Grafique la señal original, su derivada e integral para el mismo intervalo de tiempo en cuadros distintos utilizando *subplot*.

e. Descargue los archivos de audio *music.wav* y *speech.wav* de la página web de la asignatura. Utilice estas señales como entrada a los sistemas anteriores y comente cómo los sistemas alteran la calidad del sonido. ¿A qué se debe esto?

f. En función de las aproximaciones previas de los sistemas S_1 y S_2, escriba las ecuaciones de diferencias para una doble derivada $y = S_1(S_1(x))$, doble integral $y = S_2(S_2(x))$, y la integral de la derivada $y = S_2(S_1(x))$, y la derivada de la integral $y = S_1(S_2(x))$. Si cada uno de estos casos fuese un filtro, ¿qué tipo de filtro sería? ¿Qué se puede decir de la estabilidad de estos sistemas?

4 Estimación de tiempo de retardo en radares

Considere que un radar transmite una señal $x_a(t)$ y recibe una señal $y_a(t)$, donde

$$y_a = a x_a(t - t_d) + v_a(t), \tag{1}$$

donde $v_a(t)$ es ruido aleatorio. Las señales $x_a(t)$ y $y_a(t)$ son muestreadas en el receptor de acuerdo con el teorema del muestreo y procesadas digitalmente para determinar el tiempo de retardo y por ende la distancia del objeto. Las señales en tiempo discreto son

$$\begin{aligned} x[n] &= x_a(nT_s) && (2) \\ y[n] &= y_a(nT_s) = a x_a(nT_s - DT_s) + v_a(nT_s) \\ &= a x[n-D] + v[n] && (3) \end{aligned}$$

a. Explique cómo se puede calcular el tiempo de retardo D calculando la correlación cruzada $r_{yx}[m]$. ¿Es éste método ópitmo en el sentido de mínimos cuadrados? ¿Se podría estimar también el tiempo de retardo mediante la autocorrelación $r_{yy}[m]$?

b. Considere la siguiente señal $x[n]$, llamada secuencia de Barker, dada por:

$$x[n] = \{+1, +1, +1, +1, +1, -1, -1, +1, +1, -1, +1, -1, +1\}, \tag{4}$$

y un ruido $v[n]$ Gaussiano con media cero y varianza $\sigma^2 = 0.01$. Escriba un programa que genere una secuencia y[n], $0 <= n <= 199$, con $a = 0.9$ y $D = 20$. Grafique las señales $x[n]$ e $y[n]$ entre $0 <= n <= 199$.

c. Calcule y grafique la autocorrelación de la señal recibida $r_{yy}[m]$ y la correlación cruzada $r_{yx}[m]$. Use el gráfico que mejor permita estimar el valor de D. ¿A qué SNR corresponde este caso?

d. Repita las partes (b) y (c) para $\sigma^2 = 0.1$ y $\sigma^2 = 1$ ¿A qué SNR corresponden estos casos?

e. Repita las partes (b) y (c) con una nueva secuencia que considera 10 períodos de la señal x[n]. ¿Mejora o empeora la estimación de D? ¿Por qué?

f. ¿Cuál es la relación matemática entre r_{yy} y r_{xx}? Verifique si se cumple esta relación en alguno de los casos anteriores (estudie sólo un caso).