EJERCICIOS correspondientes al Capítulo 3
CURSO PROPEDEUTICO DE ANÁLISIS REAL
DCA - CINVESTAV, Mayo-Junio 2013

****

1. Investiga si las siguientes sucesiones de números reales son (o no son) acotadas y/o (estrictamente ??) monótonas (en caso que sí, crecientes o decrecientes ?):

a) $x_n = 2 \cdot b^n$, para $n \in \mathbb{R}$, con $0 < b < 1$;
b) $x_n = \frac{3}{n}$;
c) $x_n = sen(n) + 1$;
d) $x_n = (-1)^n$;
e) $x_n = n \cdot sen(n)$.

2. Usando la definición del límite, demuestra que
a) $\underset{n\to\infty}{lim} \frac{2n}{n+1} = 2$, b) $\underset{n\to\infty}{lim} \frac{1}{n^2-1} = 0$.

3. Usando la definición del límite, demuestra lo siguiente
Si (x_n) y (y_n) son sucesiones convergentes, entonces la sucesión $(x_n + y_n)$ también es convergente y $\underset{n\to\infty}{lim}(x_n + y_n) = \underset{n\to\infty}{lim} x_n + \underset{n\to\infty}{lim} y_n$.

4. Dar un ejemplo que muestra que la convergencia de $(\mid x_n \mid)_{n\geq 1}$ **no** implica la convergencia de $(x_n)_{n\geq 1}$.

5. Dar un ejemplo de dos sucesiones (x_n), (y_n), de las cuales al menos una es divergente, tales que la sucesión $(x_n + y_n)$ es convergente.

6. Dar un ejemplo de dos sucesiones (x_n), (y_n), de las cuales al menos una es divergente, tales que la sucesión $(x_n \cdot y_n)$ es convergente.

7. Dar un ejemplo de una sucesión acotada que no es convergente.

8. Establecer la convergencia (en este caso determinar el límite) o divergencia de las siguientes sucesiones:
a) $x_n = \frac{3n^2+5}{n^2+1}$, b) $x_n = \frac{4n}{n+1}$, c) $x_n = \frac{(-1)^n n}{n+3}$, d) $x_n = \frac{(-1)^n}{n}$.

9. Aplicando la definición, demuestra la divergencia propia de
a) $x_n = \sqrt{n+1}$, b) $x_n = \frac{n}{\sqrt{n+1}}$.

****