

**EJERCICIOS correspondientes a Capítulo 5**  
**CURSO PROPEDÉUTICO DE ANÁLISIS REAL**  
**DCA - CINVESTAV, Mayo-Junio 2013**

\*\*\*\*\*

1.) De las siguientes funciones, determinar  $D_f$ ,  $V_f$ , y los intervalos de continuidad (intervalos sobre los cuales la función es continua). Además: determinar y analizar sus discontinuidades (determinar cada punto  $c$  donde la función no es continua, analizar el tipo de discontinuidad, determinar los límites o límites unilaterales de la función en cada discontinuidad):

a)

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \neq 3 \\ 2, & x = 3 \end{cases}$$

b)

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \in (0, \infty) \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x \in (-\infty, 0) \end{cases}$$

c)  $f(x) = \sin(x)$

d)  $f(x) = \cos\left(\frac{2}{x}\right)$ .

e)  $f(x) = \frac{\sqrt{2+|\cos(x)|}}{x}$

f)  $f(x) = \tan(x) - 4$ .

g)  $f(x) = \frac{(x-1)^2-1}{x}$  (para  $x > 0$ )

h)  $f(x) = \frac{x+1}{x^2+2}$ .

2.) Demuestra (aplicando la definición de continuidad) que  $f(x) = 3x^2$  es continua sobre  $\mathbb{R}$ .

3.) Encontrar un ejemplo de funciones  $f$  y  $g$  definidas sobre  $\mathbb{R}$ , las cuales (ambas) **no** son continuas en un (mismo) punto  $c$ , pero con la propiedad que la suma (por puntos)  $f + g$  da una función continua sobre todo  $\mathbb{R}$ .

4.) Encontrar un ejemplo de funciones  $f$  y  $g$  definidas sobre  $\mathbb{R}$ , las cuales (ambas) **no** son continuas en un (mismo) punto  $c$ , pero con la propiedad que el producto (por puntos)  $f \cdot g$  da una función continua sobre todo  $\mathbb{R}$ .

5.) Estudiar el capítulo 3 de las Notas de Curso "Análisis Real" de Dr. Gabriel Villa, y considerar los ejercicios correspondientes (sección 3.4).

\*\*\*\*\*