Tarea 9 - Sistemas con retardos en la entrada

Roberto Cadena Vega

25 de febrero de 2015

Tarea 9 - Desarrollos para asignación de espectro finito.

Equivalencia de condición de estabilidad para predictor por asignación de espectro[1].

$$x(t) = Bk \int_{-\tau}^{0} e^{-A\delta} x(t+\delta) d\delta \tag{1}$$

Si obtenemos la transformada de Laplace de esta integral de convolución, tendremos:

$$x(s) = Bke^{-As} x(s)$$

Por otro lado, queremos demostrar que es equivalente a:

$$x(t) = k \int_{-\tau}^{0} e^{-A\theta} Bx(\theta) d\theta \tag{2}$$

la cual, al cambiar las variable $\theta = \delta - \tau$, sabemos que cuando θ variaba de $-\tau \to 0$, δ variará de $0 \to \tau$:

$$x(t) = k \int_{0}^{\tau} e^{-A(\delta-\tau)} Bx(\delta - \theta) d\theta = ke^{A\tau} \int_{0}^{\tau} e^{-A\delta} Bx(\delta - \theta) d\theta$$

por lo que su transformada de Laplace es:

$$x(s) = ke^{A\tau} e^{-As} Bx(s)$$

Inversa de matriz de transformación para sistema acoplado.

$$T(s) = \begin{pmatrix} I & 0 \\ e^{s\tau}k & I \end{pmatrix} \tag{3}$$

Si utilizamos la formula para inversión de matrices por bloques[1],

$$\begin{pmatrix} A & 0 \\ C & B \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} A^{-1} & 0 \\ -B^{-1}CA^{-1} & B^{-1} \end{pmatrix} \tag{4}$$

tendremos que la inversa de $T(s)$ es:

$$T^{-1}(s) = \begin{pmatrix} I & 0 \\ Ie^{s\tau}kI & I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I & 0 \\ -e^{s\tau}k & I \end{pmatrix}$$

Referencias

[1] T. Kailath, *Linear Systems*. Prentice-Hall, 1980.