

Cinvestav

Presentación de proyectos para el curso de Modelado y Simulación

GENERACIÓN 2014

DCA - Cinvestav
Dr. Juan Carlos Martínez García

Contents

1 Modelado Matemático orientado a la Descripción de los causales dinámicos relacionados al Suicidio	7
I Introducción	7
II Planteamiento del problema	7
I Confiabilidad en la recolección de Datos por el Inegi	9
III Justificación	10
IV Marco Teórico	10
I Tipo de Suicidio	10
II Continuum suicida	11
III Factores de Riesgo	12
IV Intento Suicida	13
V Suicidio y uso de sustancias	14
V Pregunta de Investigación	14
I Objetivos	14
VI Metodología	14
VII Diagrama de flujo	15
VIII Resultados	15
IX Bibliografia	20
2 Benford's Law in Dynamical Systems	21
I Overview	21
I Benford's Law	21
II Autonomous Circuits	23
III Defining Chaos	24
II Simulations	29
III Experimental Results	36
IV Conclusion	40
3 Dinámica de vuelo del Boomerang: modelo, simulación y obtención de información de vuelo mediante un sensor embarcado	45
I Introducción	46
I Origen del Boomerang	46
II Tipos de boomerangs	46
III Objetivos	47
II Marco Teórico	48
I Boomerangs desde un punto de vista físico	48
II Los principios del boomerang de retorno	49

III	Más de la mecánica del boomerang	54
IV	Ecuaciones de movimiento del Boomerang	57
V	Fuerzas actuantes sobre el boomerang	64
VI	La influencia del viento	66
III	Simulador	67
I	Regla de Simpson	68
II	Algoritmo de la simulación	68
III	Interfaz de la simulación	70
IV	Simulaciones del modelo	71
IV	Experimentos	73
I	Obtención y procesamiento de datos	73
II	Algoritmo de la matriz de cosenos directores (DCM)	75
III	Registrador de datos (Datalogger)	77
IV	Resultados del avance en la reconstrucción de la trayectoria de vuelo.	77
V	Conclusiones	80
4	Dinámica Agro-Socio-Ambiental en la conservación de la biodiversidad en México mediante la regulación de la calidad de la Matriz Agrícola	83
I	Introducción	84
II	Objetivos	84
III	Marco Teórico	84
I	Cadenas de Markov	84
II	Matriz de transición	85
IV	Simulación	85
V	Manual de software de simulación la calidad de la matriz agrícola de café	87
VI	Conclusiones	87
5	Interacción entre el Bienestar Psicológico y el Paisaje Sonoro	89
I	Introducción	89
II	Cronograma.	90
III	Estado del arte	90
I	Surgimiento y desarrollo del concepto de paisaje sonoro.	90
II	Características del paisaje sonoro.	91
III	Análisis del paisaje sonoro.	91
IV	Estructura del paisaje sonoro.	92
V	Características estructurales para el análisis de paisajes sonoros.	92
IV	Entrevista.	93
V	Parte Experimental.	94
I	Equipo de grabación.	94
II	Grabación de campo.	95
III	Edición y análisis de las grabaciones.	96
VI	Diseño de la Red Perceptrón Multicapa con algoritmo supervisado Backpropagation tipo gradiente.	98
I	Principios básicos.	98
II	Fases del algoritmo de retro-propagación.	100
III	Modo de operación de la aplicación.	108

6 Visual Adaptive Control of Planar Robots Manipulators of two linkages using Neuro-control based in spikes	111
I Introduction	111
II The Robot Manipulator	112
III Adaptive Control	112
IV The Nengo Neural Simulator	114
V Digital Simulations	115
VI Nengo connecting problems	117
VII Conclusion	119
7 Tensegridad y estabilidad mecánica de tejido vegetal	123
I Introduction and Motivation	123
I Introduction	123
II What is a Tensegrity?	123
III Benefits of Tensegrity Design	123
II Tensegrity Structures in Biological Systems	123
I Biochemistry and tensegrity structures	123
II Celular Tensegrity	123
III ¿Does cells utilize tensegrity architecture?	124
IV ¿Does the citoskeleton behaves as a discrete mechanical network?	124
V Adhesion receptor as mechanoreceptors	125
VI Mechanical and chemical signal integration	125
VII Mechanochemistry at the molecular level	126
VIII Dealing with complexity	126
III Tensegrity Structures Analysis	127
I Stability analysis of a 2-bar and 6-element tensegrity	127
II String Forces	131
III Tensegrity Structures Mechanics	131
IV Dynamical Analysis of Tensegrity Structures	131
IV Conclusions	132

Article 1

Modelado Matemático orientado a la Descripción de los causales dinámicos relacionados al Suicidio

González Roberto, López Kevin, Maldonado Jessica

I. INTRODUCCIÓN

Durante las ultimas décadas el suicidio se ha ido incrementando a nivel mundial. Hoy en día cada 40 segundos una persona se suicida en el mundo y es la segunda causa de muerte para personas de entre 15 y 29 años. En septiembre de 2014 la Organización mundial de la salud publicó un documento llamado "Prevención del suicidio: Un imperativo global". Enfocado en dar mayor prioridad a coordinar y realizar acciones integrales, entender y prevenir este problema. En consecuencia, este trabajo esta principalmente motivado como un enfoque innovador para la comprensión y prevención de la conducta suicida en México.

El suicidio es un acto con resultados letales, deliberadamente iniciado, sabiendo o esperando los resultados letales. Este trabajo de investigación estudia al suicidio como un sistema dinámico. La conducta suicida se caracteriza por sus elementos y la relación que hay entre ellos.

II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Mundialmente el suicidio cobra una alta cuota. Anualmente más de 800 000 mil personas se suicidan a nivel mundial. Las tasas más bajas de suicidio son en personas menores a 15 años, mientras que las más altas son en personas mayores de 70. Aunque cabe destacar que el suicidio globalmente en adolescentes y adultos jóvenes de entre 15 a 29 años es la causa de muerte del 8.5% de la población y la segunda causa de muerte (después de los accidentes viales). (Organización Mundial de la Salud, 2014)

En México, datos recabados del INEGI, nos dicen que 1994 hubo 2603 defunciones para ambos sexos por suicidio en toda la República mexicana y 4388 en el 2007. Durante este período la tasa de suicidios en ambos sexos pasó de 2.89 a 4.12 por cada 100 000 habitantes de 1994 a 2007.

Este incremento reciente en México implica un aumento de suicidio del 43% en lo registrado (es importante recalcar que este incremento, dado a que es obtenido de tasas, es independiente al crecimiento población). Este incremento reciente en México se describe especialmente marcado en la población joven.

Las figuras 2.1, 2.2 y 2.3 fueron tomadas del artículo (HERNÁNDEZ-BRINGAS FLORES-ARENALES, El Suicidio en México, 2011) y nos dan un panorama de cómo han ido cambiando las cifras del suicidio en México, según datos del INEGI y la Secretaría de Salud.

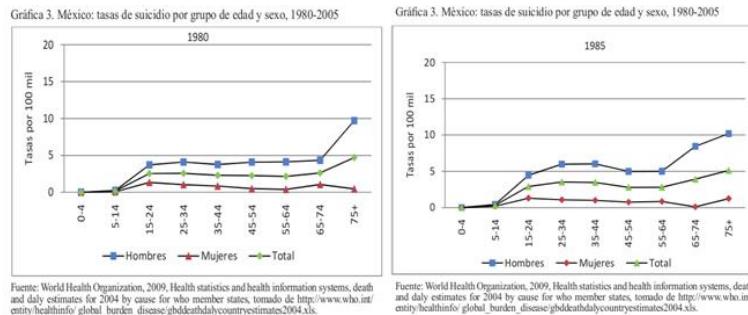


Figure 1.1: Tasas de Suicidio por grupo de edad 1980 - 1985

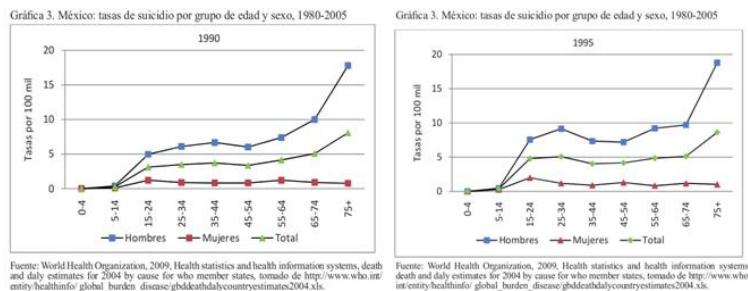


Figure 1.2: Tasas de Suicidio por grupo de edad 1990 - 1995

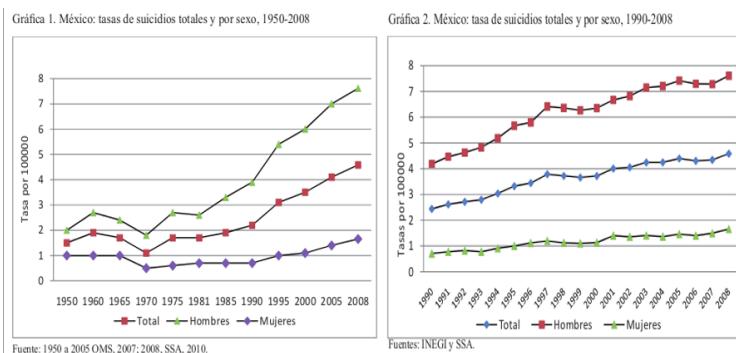


Figure 1.3: Tasas de suicidio totales y por sexo 1950-2008

I. Confiabilidad en la recolección de Datos por el Inegi

Aunque, en cada caso pueden variar la razón entre suicidios consumados e intentos de suicidio. Un estudio realizado por la Entrevista Internacional Compuesta de Diagnóstico de la OMS, que utiliza encuestas que incluyen una serie de preguntas estandarizadas acerca de la incidencia, tiempo, métodos y tratamientos médicos (si hubo intentos de suicidios). Arroja un reporte disponible, el cual muestra la prevalencia de intentos de suicidio en períodos de 12 meses (recolectados desde el 2001 hasta el 2007) basado en 10 países de altos ingresos (9 de los cuales son usados como muestras representativas) con una muestra combinada de 52 484 individuos, seis países de ingresos medios (cuatro de ellos usados como muestras representativas) con una muestra combinada de 25 666 individuos y 5 países de bajos ingresos (uno de estos siendo usados como muestras representativas) con una muestra combinada de 31 227 individuos. (19). La prevalencia reportada de haber individuos que realizaron uno o más intentos de suicidio en el último año es de 3 por cada 1000 individuos (i.e. 3%) en ambos hombres y mujeres de países con ingresos altos, 3 de cada 1000 hombres y 6 de cada 1000 mujeres en países de ingresos medios y 4 por cada 1000 hombres y mujeres de países de bajos ingresos. Aplicando la prevalencia en países de altos ingresos, medianos ingresos y bajos ingresos en adultos (18 años o más) de todos los países la prevalencia es que 4 por cada 1000 adultos han intentado suicidarse. Dada la prevalencia de suicidios consumados de 15.4 por cada 100 000 adultos (de 18 años o más), *esto sugiere que por cada adulto que se ha suicidado es probable que hubiera más de 20 intentos de personas que han intentado el suicidio.*

Si vemos la gráfica siguiente, se puede notar los intentos de suicidio comparados entre Estados Unidos y México de 1999 y 2005.

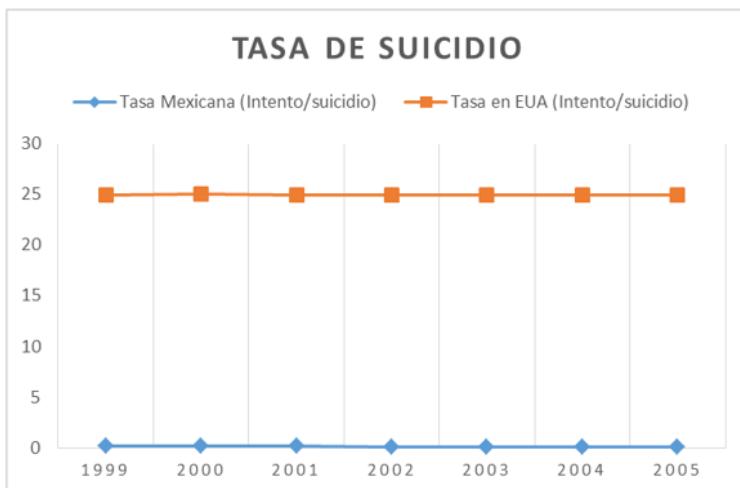


Figure 1.4: Comparativa entre México y Estados Unidos en Número de Intentos de Suicidio por Suicidio Consumado

Se necesita conocer los intentos de suicidio en particular, ya que no sólo producen un gran malestar mental y psíquico, sino que también son un antecedente fundamental de un posterior suicidio consumado. Con mucha frecuencia, un acto que llevó a una muerte por suicidio se ve precedido por una serie de intentos fallidos previos.

La recolección de los datos de las conductas suicidas es diferente a los datos de suicidio consumado, ya que se basa en gran medida en estadísticas recolectadas rutinariamente por las

instancias oficiales a través del certificado de defunción. En el caso del intento de suicidio, no hay organismo que disponga de información veraz sobre este problema ya que no es obligatorio reportarlo, mucho menos el reportar la ideación o los planes suicidas. (Borges G, 2010)

III. JUSTIFICACIÓN

Cada 40 segundos una persona muere en el mundo. La OMS ha lanzado un informe titulado "Prevención del Suicidio: un imperativo global". Siendo el primer reporte de este tipo, pretende aumentar la conciencia en la salud pública sobre la importancia del suicidio y los intentos de suicidio, darle mayor prioridad a las acciones a favor de la prevención, alentar y respaldar a los países en desarrollar y fortalecer una estrategia con un acercamiento comprehensivo y multisectorial. La prevención del suicidio requiere coordinación y colaboración entre múltiples sectores públicos y privados, sectores de salud y sectores como el educativo, empresarial, político, judicial, legal y medios de comunicación. Estos esfuerzos deben ser comprehensivos, integrados y sinérgicos, dado que ningún intento aislado puede impactar a un problema tan complejo como el suicidio.

Para crear cambio social se requieren de tres importantes factores, la información (científico y de práctica informada), soporte público (voluntad política) y estrategia social como una respuesta nacional para cumplir los objetivos de prevención del suicidio. A pesar de que el suicidio es un problema de interés mundial, en México no se cuenta con la infraestructura para recabar información sobre el intento de suicidio. Dado que entenderlo provee información esencial para direccionar las acciones de prevención. Este estudio pretende ser una contribución significativa a la comprensión del comportamiento desde una perspectiva de la teoría de control.

Aunque la principal aplicación de la teoría de control es en el control de sistemas ingenieriles y control de procesos, las aplicaciones de esta rama van mucho más allá. La teoría de control es una útil herramienta para tratar sistemas donde existen lazos de realimentación, por ejemplo en la psicología, sociología, biología, sistemas financieros, control epidemiológico, entre otros. Esta ciencia nos brinda una herramienta que pretendemos utilizar como una perspectiva innovadora que contribuya al entendimiento del comportamiento suicida de los mexicanos.

IV. MARCO TEÓRICO

El suicidio es un acto con resultado letal, deliberadamente iniciado y realizado por el sujeto, sabiendo o esperando su resultado letal y a través del cual pretende obtener los cambios deseados.

I. Tipo de Suicidio

- Suicidio Egoísta: Individuos mal integrados en un grupo social
- Suicidio Altruista: Se aplica a la excesiva integración a un grupo, siendo el suicidio el resultado de esta integración.
- Suicidio Anómico: Se aplica a la desintegración social secundaria a la estabilidad social y a la pérdida de valores.

II. Continuum suicida

La conducta suicida cubre todo una serie de etapas llamadas continuum suicida. A continuación una breve explicación de en qué consiste.

- Idea de Muerte: Es la primera consideración a pensar que sería mejor estar muerto.
- Idea (Fantasía) suicida: Autentico deseo de mejor morirse.
- Plan (ideación) suicida: Mas allá del gusto, es que el individuo tenga un plan para concer-tarlo.
- Gesto de suicidio: Cualquier acción por mínima que sea acorde a su deseo a morir.
- Intentos de suicidio: Es el gesto más representativo que conlleva una acción con la que el individuo deseaba morir, pero no tuvo éxito.
- Suicidio: El individuo concluye con su vida.

El suicidio es un problema global que ha prevalecido a través de los años, este problema también afecta a la comunidad mexicana. Distintos artículos científicos publicados por investigadores nacionales permitieron comenzar a entender más acerca de este fenómeno. En ellos se denotó que el suicidio en México es un problema que ha venido en incremento a nivel nacional, tal como en el artículo " El Suicidio en México " (HERNÁNDEZ-BRINGAS FLORES-ARENALES, 2011) que nos permite ver cómo ha evolucionado desde la década de los 50. Este artículo compara el suicidio con otros problemas de igual relevancia como son los homicidios y accidentes.

Al abordar el comportamiento suicida, nos referimos al rango de comportamientos que incluye desde la fantasía o idea de que sería mejor estar muerto, pasando por el planteamiento planeado, intento y hasta el suicidio consumado. En un artículo publicado en el 2010 en la revista de Salud Pública en México se muestran 3 estudios sobre la conducta suicida en México.

- La Encuesta Nacional de Epidemiología Psiquiátrica: Se aplicó a población no-institucionalizada, que tiene un hogar fijo, de 18 a 65 años de edad y que vive en áreas urbanas del país. Además se usó como instrumento de diagnóstico la versión computarizada de la Entrevista Internacional Compuesta de Diagnóstico (WHO World Mental Health Survey Initiative versión of the CIDI-WMH-CIDI).
- La Encuesta Mexicana de Salud Mental Adolescente: Se aplicó a 3005 adolescentes de entre 12 y 17 años de hogares fijos en el área metropolitana de la Ciudad de México. Se evaluó con la versión de adolescentes computarizada de la Entrevista Internacional Psiquiátrica Compuesta (WMH-CIDI-A) diseñada para la Iniciativa "Encuestas Mundiales de Salud Mental".
- La Encuesta Nacional de Adicciones: Se realizó el estudio a un total de 50688 viviendas de todo el país; mediante entrevista directa en el hogar a un adulto de entre 18 a 65 años y a un adolescente de entre 12 a 17 años.

Los datos de las tres encuestas mencionadas han sido todo producto de investigaciones que realizó el Instituto Nacional de Psiquiatría Ramón de la Fuente Muñiz. Donde muestra los porcentajes por edad en los intentos de suicidio y planeación suicida en diferentes grupos en la República Mexicana.

En la figura 4.1 podemos ver como México se encuentra en la clasificación más baja (menor a 5 personas por cada 100 000 habitantes)

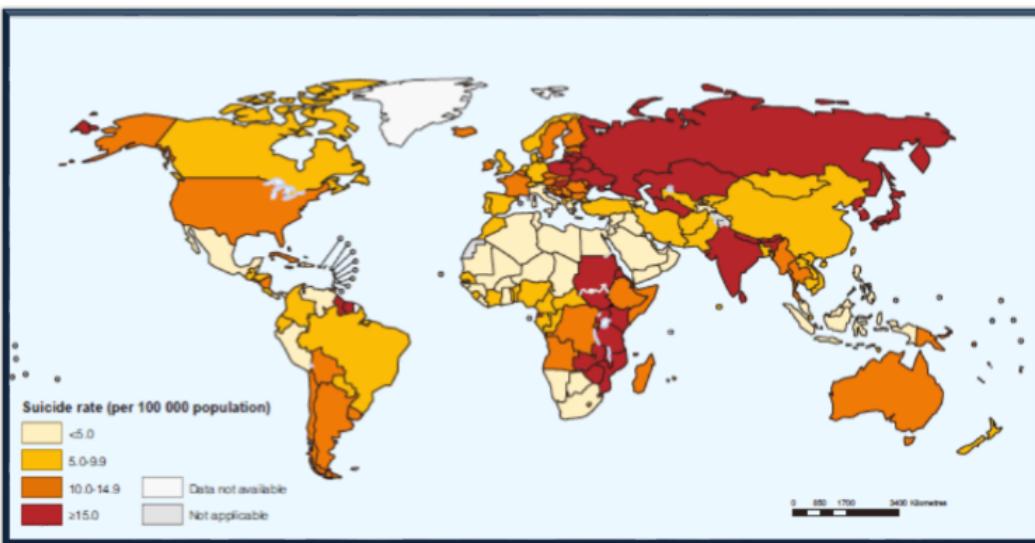


Figure 1.5: Tasas de suicidio a nivel mundial

III. Factores de Riesgo

Los seres humanos podemos interactuar con factores de riesgo y factores protectores, (Un factor de riesgo es cualquier rasgo, característica o exposición de un individuo que aumente su probabilidad de sufrir una enfermedad o lesión y entiéndase por factores protectores aquellos que disminuyen la probabilidad de sufrir una enfermedad o lesión.),(OMS), los cuales agudicen la probabilidad del suicidio. Cabe mencionar que estos factores asociados al suicidio son diferentes cuando se habla de intentos de suicidio y suicidio consumado. Esta investigación se enfocara en los factores asociados al suicidio consumado.

A continuación, mencionaremos los factores definidos por la OMS en su último reporte y una explicación de lo que consta

Sociedad

- La disponibilidad de los medios utilizables para suicidarse.
- Reportes inapropiados de los medios de comunicación aplicando una idea de Glamour que incrementa el riesgo a " copiar " o " imitar " la acción suicida.
- El estigma de no pedir y buscar ayuda; también se incluye el estigma de los familiares y amigos de no ofrecer o hablar del tema con una persona aunque estén conscientes del problema por el que la persona atraviesa.
- La dificultad de obtener acceso a la atención de Salud Pública por vivir en comunidades alejadas o la atención sea limitada.

Comunidad

- Desastres naturales, guerras y conflictos económicos y/o políticos.

- Discriminación ante grupos minoritarios, por ejemplo: personas que acaban de salir de la cárcel, personas que declaran ser homosexuales o bisexuales, personas que son afectadas por el bullying o cyber – bullying, refugiados, inmigrantes, indigentes
- Trauma o abuso: el cual puede ser un detonante para la depresión y conductas suicidas en personas que son vulnerables.

Relaciones

- La falta de apoyo por parte del grupo social o tener un sentimiento de soledad, puede llevar a la persona al aislamiento social, el cual es un factor de riesgo asociado con las personas de edad avanzada.
- Conflictos con la pareja o con personas cercanas.
- Perdida de pareja o de persona cercana.

Del Individuo

- Intento de suicidio previo; se considera de alto riesgo aunque el acto ocurriera un año antes.
- Desorden mental: Algún trastorno psiquiátrico como depresión mayor, trastorno bipolar, trastorno de límite de la personalidad (Border line), esquizofrenia.
- Abuso de alcohol y/o drogas llevando a problemas de depresión y acciones violentas. Generalmente es comorbido (concurrencia en el mismo individuo de un trastorno por el uso de sustancias y otro trastorno psiquiátrico).
- Pérdida de empleo o situación económica alarmante.
- Desesperanza: reconocida en una persona que tiene sentimientos de desánimo sobre el futuro, perdiendo su motivación y expectativas.
- Dolor crónico por padecer, por ejemplo, cáncer, diabetes o VIH/Sida.
- Historial Familiar de suicidio.
- Factores genéticos y biológicos, por ejemplo bajos niveles de serotonina son asociados con intentos de suicidio en personas con algún trastorno psiquiátrico.

IV. Intento Suicida

También denominado para-suicidio, tentativa de suicidio, intento de autoeliminación o autolesión intencionada, se ha definido como aquel acto sin resultado de muerte en el que un individuo, de forma deliberada, se hace daño a si mismo.

El intento suicida es más frecuente que el suicidio consumado con una prevalencia de 3.5% y de ese porcentaje hasta 10% terminara en suicidio. (Bondy, B. et al Genetics of Suicide, Molecular Psychiatry. February, 2006. 11:336-351)

V. Suicidio y uso de sustancias

El suicidio es una de las principales causas de muerte entre personas con problemas por consumo de sustancias; debido a que comparados con la población general las personas con problemas de consumo de sustancias tienen 10 veces mas probabilidades de morir por un intento de suicidio y los usuarios de drogas intravenosas 14 veces mas (Wilcox,2004)

En México, información obtenida de la base de datos sobre la mortalidad de la célula forense del SISVEA en individuos registrados por el SEMEFO y notificados al Sistema de Vigilancia Epidemiológica de las Adicciones (SISVEA), informa que de las cuatro causas de muerte reportadas de 1994 a 2006, el suicidio ocupa el lugar número 4; y que la principal sustancia detectada en los casos de suicidio fue el alcohol (72.9%)

V. PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿ Se puede modelar el comportamiento suicida de la Ciudad de México suponiendo que el sistema es dinámico y no lineal, utilizando un enfoque booleano?

I. Objetivos

General

Comprender el comportamiento suicida y desarrollar herramientas que ayuden a la prevención masiva de los causales que llevan a una persona a cometerlo.

Especifico

- Elaboración de un modelo matemático orientado a la descripción de los procesos dinámicos causales relacionados al suicidio.

VI. METODOLOGÍA

Abordamos al suicidio como un sistema dinámico. El comportamiento suicida se caracteriza por la interacción de sus elementos y las relaciones que hay entre ellos. Nosotros analizaremos a la persona suicida como un ente social que interacciona con el entorno, en el cual hay factores que afectan o ayudan a desarrollar el comportamiento del mismo. Realizamos un análisis booleano como primer método matemático, hacemos una tabla de verdad para analizar la interacción de los estados del vector, obtenemos las ecuaciones que generan esta tabla y simplificamos las ecuaciones.

Creamos un vector de estados booleanos con los factores de riesgo más importantes para suicidio consumado. Procedemos a buscar relaciones entre todos estos factores que lleven a 3 salidas propuestas, las cuales son:

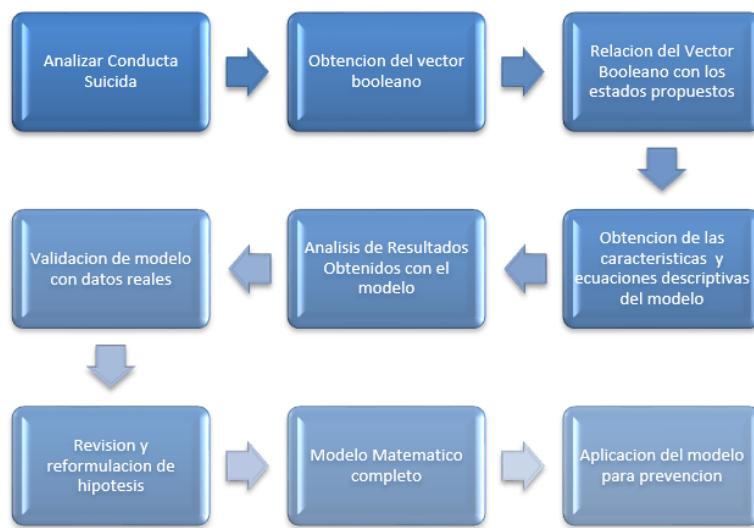
- Suicidio.- Aquella persona a la que la influencia de los factores de riesgo y/o protectores le lleven a atentar contra su propia vida llevándolo a la muerte.
- No suicidio.-Aquella persona a la que la influencia de los factores de riesgo y/o protectores le lleven a no atentar contra su vida.

- Ciclo.- Aquella persona a la que la influencia de los factores de riesgo y/o protectores no le sean suficiente para llevarlos a la primera o segunda salida, pero tan inestable que a mínimos cambios en los factores el individuo se mueva a la primera o segunda salida.

Las ecuaciones booleanas nos dan las características principales del sistema propuesto, variables de mayor peso en el modelo y dependencias entre variables. Para esto, primeramente se propone un diagrama de estados del cual se pretende observar claramente las dependencias entre las variables del vector propuesto, después revisamos la correlación entre el encendido de las variables y los estados estables a los que el sistema converge.

Esta tabla y las ecuaciones encontradas se validarán con estadísticas de suicidio en México recopilados del INEGI y la Secretaría de Salud. Se desea validar estos modelos con bases de datos que sean bastas en características que nos permitan aproximarnos a las circunstancias de las personas que se suicidaron a partir de la edad, nivel de escolaridad, género, nivel socioeconómico, región o método utilizado para el suicidio.

VII. DIAGRAMA DE FLUJO



VIII. RESULTADOS

Nuestra hipótesis para el vector de estados del sistema son siete comportamientos que desencadenan un suicidio. La medición de los comportamientos individuales es exagerada o absoluta para tratarlos como variables booleanas. Estamos proponiendo describir cualquier tipo de conducta suicida por la combinación de los siguientes siete comportamientos

Agresividad: Este comportamiento varía en género y entre culturas debido a la exposición de violencia del individuo. Esta exposición afecta claramente la forma en que tiende a resolver una situación personal y los métodos que elegiría para intentar suicidarse. Bajo esta perspectiva, la persona se considera a concebir la muerte y el suicidio como una solución " simple " a los

problemas. Esto hace que el individuo sea mucho más eficaz en el intento de suicidio. Para ilustrar este comportamiento, podemos comparar la diferencia en la percepción de la muerte de un soldado, y un trabajador "normal" de oficina.

Impulsividad: Determina la rapidez con que una persona puede reaccionar a una situación de crisis y tomar acciones cuando son emocionalmente inestables. Aunque esto hace más difícil que un suicidio se consume debido al intento improvisado, este factor, mezclado en una persona agresiva puede convertirse en una peligrosa combinación.

Depresión: La desesperanza y la ansiedad están contenidas en este comportamiento. Se define como un estado de ánimo bajo y aversión a la actividad que puede afectar a los pensamientos, comportamientos, sentimientos y sentido de bienestar de una persona. Por ejemplo, la desesperanza puede afectar a las personas que tienen una enfermedad terminal o dolorosa.

Incapacidad para hacer frente a los problemas: Todo el mundo tiene problemas en diferentes contextos de su vida, algunas personas tienen problemas más grandes que otros. Este comportamiento describe la percepción de la persona a la gravedad de sus problemas, y la capacidad para lidiar con ellos. Esto se determina por el apoyo social que la persona tiene, la actitud del individuo, motivaciones y experiencia que se ocupan de problemas significativos.

Sin miedo al suicidio: Esta clasificación tiene dos comportamientos diferentes que afectan de una manera similar. Una de ellas es la aceptación cultura de suicidio. Por ejemplo, en un lado podemos tener una cultura en la que se castiga el suicidio, o prohibido por la religión, mientras que en el otro lado, para un suicidio Kamikaze puede ser una cuestión de honor. El segundo comportamiento es el miedo a la persona para intentar suicidarse, en su defecto, y hacer frente a las consecuencias negativas permanentes, como la persona que se dispara con una pistola en la cabeza y falla en suicidarse, pero queda con un grave daño en el cerebro, o un temor relacionado con el dolor que sufrirá durante el acto.

Pérdida de pensamiento racional: La pérdida de pensamiento racional puede ser debido a varias situaciones, como la dependencia de las drogas o una enfermedad mental, lo que hace que el individuo pierda contacto con la realidad. Este comportamiento cubre todas las causas posibles. Aunque el abuso de alcohol y la esquizofrenia son enfermedades enfermedades muy diferentes, estamos considerando para este análisis que ambas circunstancias ocasionan una perdida del pensamiento racional.

Irresponsabilidad: Dicho de otra manera, son las razones que el individuo tiene para vivir aparte de él mismo. Este puede ser el afecto emocional a los hijos, la familia, la contribución de la sociedad, la dependencia económica de cualquier ser querido o cualquier cosa que la persona considere importante para seguir viviendo, a pesar de su voluntad de querer suicidarse.

Es importante decir que los comportamientos se inspiraron en las herramientas, que en la actualidad, se usan para orientar especialistas de la salud en la investigación en sus pacientes para medir el riesgo de suicidio. Las herramientas para la medición de los factores de riesgo consultados incluyen la escala de riesgo suicida de Plutchik, la escala de Beck de intencionalidad suicida, el cuestionario de razones para vivir, escala de Beck de desesperanza y el modelo de Sad Person. Proponer comportamientos que pueden medirse con estas herramientas nos permitirá trabajar más tarde en una ecuación que incluirá el comportamiento no sólo para

los estados booleanos, sino para una ecuación más realista que describa el comportamiento suicida.

Ahora que tenemos el vector de estado, se procede a analizar el sistema con la relación entre las variables. Hemos analizado todas las posibles combinaciones de comportamientos en la forma de una tabla de verdad. Procedemos en nuestra investigación proponiendo la decisión o estado estable de cada combinación de comportamientos, dicho de otra manera, si la persona elegiría el suicidio, no suicidio u oscilar en el ciclo límite posponiendo la decisión. A continuación, sobre la tabla de verdad propuesta, encontramos las ecuaciones booleanas que describen el sistema y las simplificamos. Las ecuaciones resultantes para cada una de las decisiones son las siguientes.

\neg = Negación, \vee = OR Lógico , \wedge = AND Lógico

- x_1 =Irresponsabilidad
- x_2 =Depresión
- x_3 =Perdida del pensamiento Racional
- x_4 =No miedo al suicidio
- x_5 =No capacidad para lidiar con problemas
- x_6 =Impulsividad
- x_7 =Agresividad

Vector de estado: $x_1x_2x_3x_4x_5x_6x_7$

Ecuación de Suicidio: $(x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_7) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_6) \vee (x_1 \wedge \neg x_3 \wedge x_4 \wedge x_5 \wedge x_7) \vee (x_1 \wedge \neg x_3 \wedge x_4 \wedge x_6 \wedge x_7) \vee (x_1 \wedge \neg x_3 \wedge x_5 \wedge x_6) \vee (x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_4 \wedge x_5) \vee (x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_4 \wedge x_6) \vee (x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_4 \wedge x_6) \vee (x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_5 \wedge x_6) \vee (\neg x_3 \wedge x_4 \wedge x_5 \wedge x_6)$

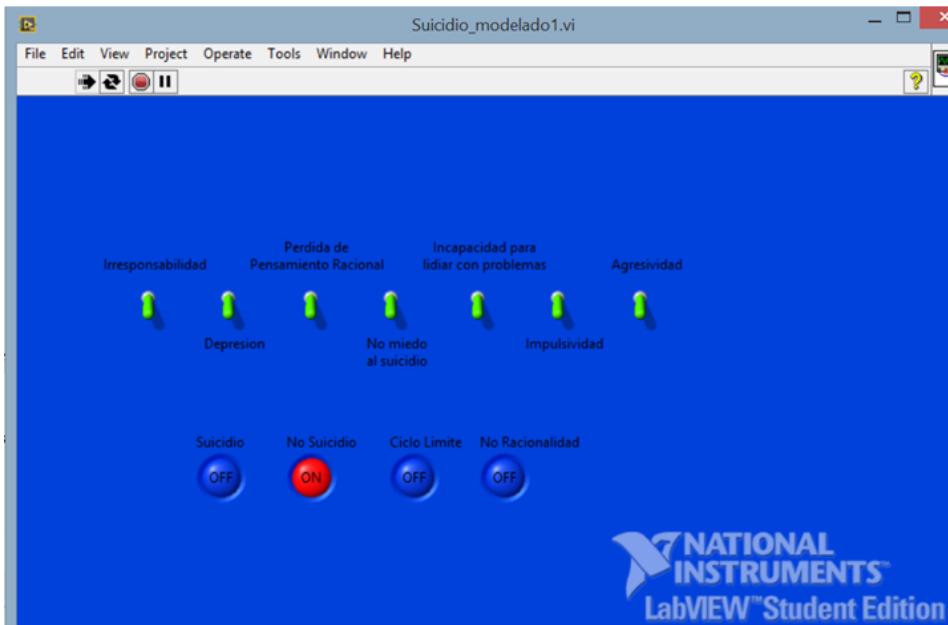
Ecuación de no suicidio: $(x_1 \wedge x_3 \wedge x_4 \wedge x_5) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3 \wedge \neg x_4) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3 \wedge \neg x_5) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3 \wedge \neg x_5) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_3 \wedge \neg x_4 \wedge \neg x_5) \vee (\neg x_2 \wedge \neg x_3 \wedge \neg x_4 \wedge \neg x_5) \vee (\neg x_2 \wedge \neg x_3 \wedge \neg x_5 \wedge \neg x_6) \vee (\neg x_2 \wedge \neg x_3 \wedge \neg x_5 \wedge \neg x_7) \vee (\neg x_3 \wedge \neg x_4 \wedge \neg x_5 \wedge \neg x_6)$

Ecuación ciclo límite: $(x_1 \wedge \neg x_3 \wedge \neg x_4 \wedge x_5 \wedge \neg x_6 \wedge x_7) \vee (\neg x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_4 \wedge \neg x_5 \wedge \neg x_6) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_4 \wedge x_5 \wedge \neg x_6) \vee (x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_4 \wedge \neg x_5 \wedge \neg x_6 \wedge \neg x_7) \vee (x_2 \wedge \neg x_3 \wedge \neg x_4 \wedge x_5 \wedge \neg x_6) \vee (\neg x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_4 \wedge x_5 \wedge \neg x_6 \wedge \neg x_7)$

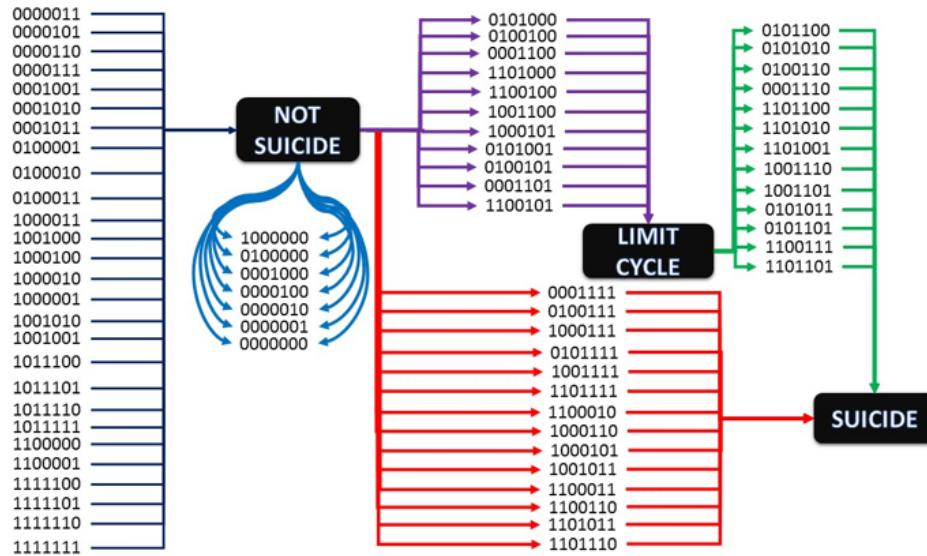
Para esta ecuación estamos tomando en cuenta que ser responsable, tener miedo al suicidio y tener habilidad para lidiar con problemas requieren del pensamiento racional. Entonces una persona que ha perdido el pensamiento racional, no puede ni tener ninguno de estos atributos, ni tener la voluntad de suicidarse. Aunque las enfermedades mentales y el abuso de drogas son importantes factores a considerar en la conducta suicida, estas variables en un análisis booleano, no son consideradas dado que el individuo no es considerado lo suficientemente consciente como para autoagredirse esperando resultados fatales.

Ecuación No Racional: $(\neg x_1 \wedge x_3) \vee (x_3 \wedge \neg x_4) \vee (x_3 \wedge \neg x_5)$

A partir de las ecuaciones, construimos un circuito lógico y una interfaz gráfica que nos permite simular el comportamiento suicida a través de nuestro modelo.



Además tenemos un mapa conceptual para analizar los resultados.



Los resultados y conclusiones a los que llegamos son los siguientes:

- Se escogió a propósito la suma de productos, en vez del producto de sumas, dado que simplifica el análisis y basta con que una de las condiciones sea verdadera para que la conducta del individuo converja a alguna de las salidas propuestas.
- El peso de la agresividad e impulsividad en las ecuaciones siguiente nos dice que estas variables tienen pesos similares, dado que en el caso extremo si la persona es impulsiva, realiza el acto derivado de la situación y/o pérdida del valor de la vida a la que lo ha llevado la irresponsabilidad y la depresión. En este mismo contexto si la persona es agresiva tiende a

ver el suicidio como una solución simple que la irresponsabilidad y la depresión le crearon.
 $(x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_7) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_6)$

- De la misma manera podemos hacer referencia a los miniterminos siete y ocho presentan el mismo patrón entre la impulsividad y la agresividad.
- De los miniterminos siete y nueve de la ecuación de suicidio podemos ver que se presenta una equivalencia de peso entre el "No miedo al suicidio" y la "habilidad de lidiar con problemas".
- En los terminos seis y diez de la ecuación de suicidio vemos la equivalencia entre la "impulsividad" y "depresión" para las personas que "No tienen miedo al suicidio" y "No tienen habilidad para lidiar con los problemas".
- Vemos también que en la ecuación de no suicidio, dado a que todos los términos están expresados en una connotación negativa, la mayoría de las variables aparecen negadas.
- Haciendo una correlación de las variables con la salida del sistema vemos que:
 1. La impulsividad (77%), la depresión (70%), No miedo al suicidio (70%) y la incapacidad para lidiar con problemas (70%) tienen la mayor relación con la salida del suicidio.
 2. La depresión (63%) y la incapacidad para lidiar con problemas (72%) son las variables más relacionadas con el ciclo límite.
 3. Mientras que el no suicidio tiene a todas las variables asociadas de una manera similar.
- Las variables de estado tales como depresión, no miedo al suicidio y la incapacidad para solucionar problemas tienen un comportamiento interesante. Las variables por si solas se mantienen en el estado "No suicidio" pero la combinación de dos de ellas lleva a la persona al estado "Ciclo Límite" donde la persona tiene la idea de suicidio, pero no ha cometido el acto. La unión de las estas tres variables hace que la persona salga del ciclo límite y llegue al estado "Suicidio", demostrándonos cual importante son en el modelo y que tienen mucho peso cuando se piensa en la prevención del suicidio.
- Podemos ver también, que la variable de estado "impulsividad" tiene peso en el modelo cuando la persona está en el estado "Ciclo límite", ya que la "activación" de esta variable envía a una persona del estado "Ciclo límite" al estado "Suicidio".
- La variable de estado "Agresividad" no tiene mucha relevancia en el modelo, solo en casos específicos tiene el efecto de cambiar el estado en el que se encuentra una persona.
- El cambio de estado desde "No suicidio" al estado "Suicidio" puede ser alcanzado sin la necesidad de pasar por el estado "Ciclo Límite". Lo anterior nos ayuda a inferir que a una persona en segundos puede tomar la idea y pasar a la acción sin la necesidad de estancarse en un ciclo.
- El estado "suicidio" no puede ser alcanzado si no se tiene al menos 3 variables de estado activas, eso nos dice que una persona necesita tener una mezcla de las variables de estado para llegar al punto de quitarse la vida. No es solo un factor el que sea importante, si no la combinación de ellos lo que hace la diferencia.
- Podemos inferir de los resultados anteriores que en efecto, las ecuaciones encontradas reflejan las hipótesis que propusimos en la tabla de verdad.

- El modelo carece de validación debido a que no se cuenta en México con suficiente información donde podamos corroborar los comportamientos y características que llevaron a una persona al suicidio.

IX. BIBLIOGRAFIA

Borges Gilherme, H. J.-M. (2012). Prevalence and Identification of groups at risk for 12-month suicidal behaviour in the WHO World Mental Health Surveys. New York: Cambridge University Press.

HERNÁNDEZ-BRINGAS, H. H., FLORES-ARENALES, R. (2011). Scientific Electronic Library Online.

Organización Mundial de la Salud. (10 de Septiembre de 2014). World Health Organization, 2014. Recuperado el 19 de Septiembre de 2014, de http://www.who.int/mental_health/suicide-prevention/world_report_2014/en/

Article 2

Benford's Law in Dynamical Systems

Emanuel Rocha Campos, Gerardo E. Cardona Sánchez

I. OVERVIEW

The purpose of this document is to present the results of simulations and experiments regarding the implementation of a physical dynamical system, in this case, an autonomous electronic circuit made in order to look for Benford's Law conformity of a physical quantity. The circuits that were chosen for this objective have various regions of operation and can be easily regulated, so an important amount of experiments and simulations were performed. Conformity to Benford's Law was achieved, and the circumstances under which the satisfactory results were obtained are also described in this document.

I. Benford's Law

Benford's Law, also called the First Digit Law refers to the frequency distribution of digits from a data source. The first observation was made by Benford [1] who looked through various sources of data and found that in some data sets the number 1 repeated about 30% of the time, while larger digits occur less frequently.

Benford's Law is the probability distribution for the mantissa with respect to base $b \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ given by $\mathbb{P}(\text{mantissa}_b \leq t) = \log_b t \forall t \in [1, b]$; the special case dealt with in this document is that described by:

$$\mathbb{P}(\text{first significant digit}_{10} = d) = \log_{10}(1 + \frac{1}{d}), d = 1, \dots, 9$$

Today, conformity to this distribution is looked for in accounting fraud detection[2], election data and genome data. Moreover, a relationship between the brain electrical activity and Benford's Law was encountered, and the researches noted that compliance with Benford's Law is influenced by the presence of the anesthetic sevoflurane, or destroyed by noise in the EEG[3].

The following are two examples where Benford's Law holds: the well known Fibonacci sequence, and population data from Mexico's Municipalities, obtained from INEGI.

Fibonacci Sequence

The Fibonacci sequence consists in the sequence: 1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144, ... ; where the sequence can be defined as the recurrence relation:

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$$

Next, the most significant digit from the first 1000 Fibonacci numbers is obtained, and the frequency of repetition of number 1 as the first digit is calculated, the same can be done with number 2, and so on until number 9. Finally a plot of this frequency distribution against the distribution predicted by Benford's Law is presented.

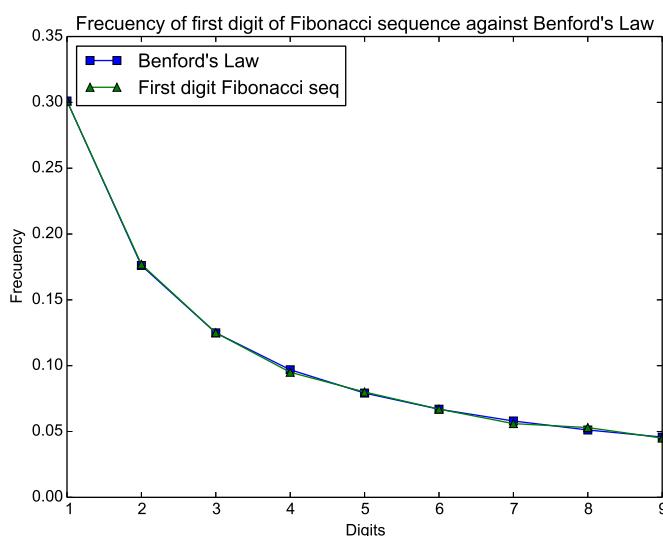


Figure 2.1: Fibonacci Sequence against Benford's Law

Mexico's Municipalities Population

From the Mexico's National Institute of Geography and Statistics, INEGI, data from the 2010 census can be obtained. That year, 2351 Municipalities where censused and information is freely available at the institute web [page](#).

As with the first example, the most significant digit of the population of each municipality was taken, and the frequency of repetition of each digit between 1 and 9 was compared with the prediction made by Benford's Law.

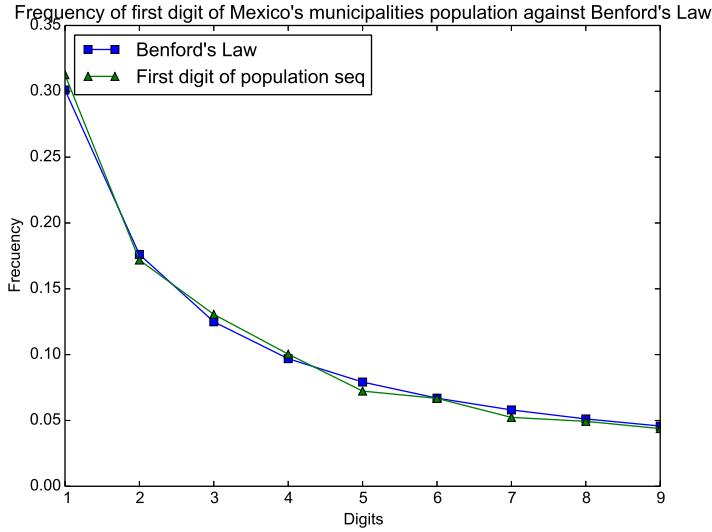


Figure 2.2: Fibonacci Sequence against Benford's Law

II. Autonomous Circuits

An Autonomous Circuit is a circuit that produces a time-varying output without having a time-varying input[6]. More formally:

An electronic circuit is described by a system of ordinary differential equations of the form:

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{F}(\mathbf{X}(t), t)$$

Where $\mathbf{X}(t) = (X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t))^T \in \mathbb{R}^n$ is called the *state vector* and \mathbf{F} is called the *vector field*. $\dot{\mathbf{X}}(t)$ denotes the derivative of $\mathbf{X}(t)$ with respect to time.

If the vector field \mathbf{F} depends explicitly on t , then the system is said to be *non-autonomous*. If the vector field depends only on the state and is *independent* of time t , then the system is said to be *autonomous* and may be written in the simpler form:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}(\mathbf{X}) \quad (2.1)$$

The time evolution of the state of an autonomous electronic circuit from an initial point $\dot{\mathbf{X}}$ at $t=0$ is given by

$$\phi(\mathbf{X}_0) = \mathbf{X}_0 + \int_0^t \mathbf{F}(\mathbf{X}(\tau)) d\tau, t \in \mathbb{R}_+$$

The solution $\phi(\mathbf{X}_0)$ is called a *trajectory* through \mathbf{X}_0 , and the set $\phi(\mathbf{X}_0), t \in \mathbb{R}_+$ is an *orbit* of the system (1.1). The collection of maps ϕ_t that describe the evolution of the entire state space with time is called the *flow*.

An autonomous electronic circuit is an example of a *deterministic dynamical system*.

III. Defining Chaos

Chaos is aperiodic long-term behavior in a deterministic system that exhibits sensitive dependence on initial conditions [4]

- *Aperiodic long-term behavior* means that there are trajectories which do not settle down to fixed points, periodic orbits, or quasiperiodic orbits as $t \rightarrow \infty$.
- *Deterministic* means that the system has no random or noisy inputs or parameters. The irregular behavior arises from the system's nonlinearity, rather than from noisy driving forces.
- *Sensitive dependence on initial conditions* means that nearby trajectories separate exponentially fast, i.e., that the system has a positive Lyapunov Exponent

Lyapunov Exponent

The Lyapunov exponent of a dynamical system is a quantity that characterizes the rate of separation of infinitesimally close trajectories[5].

Suppose that we let transients decay, so that a trajectory is *on* the attractor. Suppose $\mathbf{O}(x, t)$ is a point on the attractor at time t , and consider a nearby point $\mathbf{O}(t) + \delta(t)$ where δ is a very small separation. It can be seen in the following figure, that $\delta(t)$ grows. The two trajectories diverge with at a rate given by

$$\|\delta(t)\| \|\delta_0\| e^{\lambda t}$$

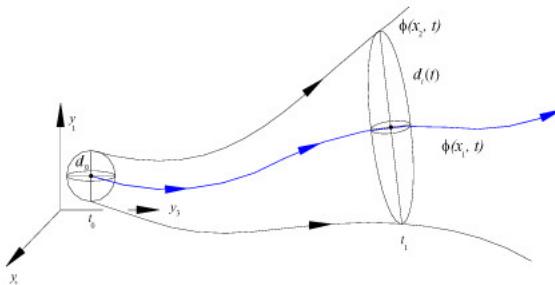


Figure 2.3: Neighboring trajectories separating exponentially fast with initial separation δ_0

When at least one Lyapunov exponent is positive the attractor possesses the property of sensitive dependence of initial conditions.

Chua's Circuit

- **Chua's Oscillator**

Leon Chua did research regarding Lorenz's equations[7][6], and devised a chaotic electronic circuit with only one non-linear element, which is a 5-segment piecewise-linear resistor.

The dynamics of the system can be modeled by the system of three nonlinear ordinary differential equations:

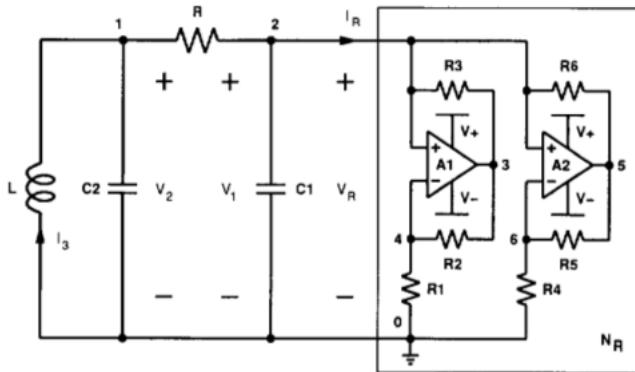


Figure 2.4: Schematic of Chua's Circuit

$$\frac{dV_1}{dt} = \frac{G}{C_1}(V_2 - V_1) - \frac{1}{C_1}f(V_1) \quad (2.2)$$

$$\frac{dV_2}{dt} = \frac{1}{C_2}I_3 - \frac{G}{C_2}(V_2 - V_1) \quad (2.3)$$

$$\frac{dI_3}{dt} = -\frac{1}{L}V_2 \quad (2.4)$$

(2.5)

with $G = \frac{1}{R}$ and $f(V_1)$ is given by:

$$\begin{aligned} \frac{G}{C_1}V_2 - \frac{G'_b}{C_1}V_1 - \left(\frac{G_b - G_a}{C_1}\right)E &\quad \text{if } V_1 < -E \\ \frac{G}{C_1}V_2 - \frac{G'_a}{C_1}V_1 &\quad \text{if } -E \geq V_1 \leq E \\ \frac{G}{C_1}V_2 - \frac{G'_b}{C_1}V_1 - \left(\frac{G_a - G_b}{C_1}\right)E &\quad \text{if } V_1 > E \end{aligned}$$

• Properties

1. **Nonlinearity:** The system of equations has a nonlinear 2-terminal resistor described by a three segment piecewise-linear v-i characteristic shown in the following figure:
The piecewise-linear nature of the nonlinearity in Chua's Oscillator divides the state-space of the circuit into three distinct affine regions ($V_1 < E$), ($|V_1| < E$) and ($V_1 > E$)
2. **Symmetry:** The piecewise-linear function is symmetric with respect to the origin, there exists three equilibrium points, at 0, P_- and P_+ . In the following figure, a double scroll Chua's attractor is shown. Since three equilibrium points are involved, this attractor is symmetric with respect to the origin
3. **Dissipativity**

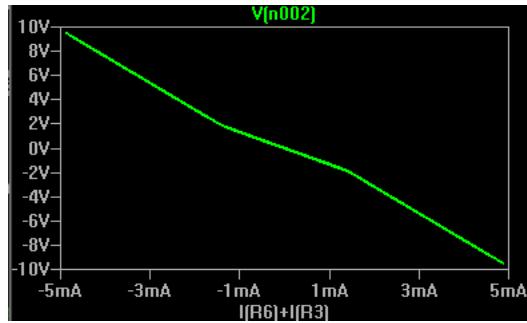


Figure 2.5: v - i characteristic of the non-linear resistor

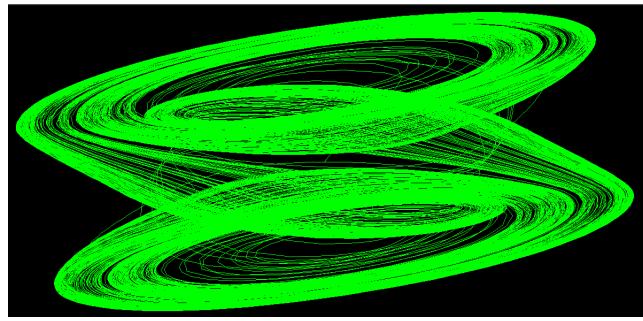


Figure 2.6: v - i characteristic of the non-linear resistor

Takougang Circuit

- **Three-dimensional autonomous system by Takougang et. al.** A three-dimensional autonomous system is presented by Sifei Takougang Kingni[8]. The system exhibits chaotic bursting oscillations.

The three-dimensional system is described as follows:

$$\frac{dx}{dt} = -x + y \quad (2.6)$$

$$\frac{dy}{dt} = xz - cy \quad (2.7)$$

$$\frac{dz}{dt} = b - x^2 - dz \quad (2.8)$$

where $b, c, d \in \mathbb{R}$

- **Properties**

- **non-linearity:** Non-linearity given by the term x^2 and xz
- **symmetry:** Under the transformation defined by $(x, y, z) \rightarrow (-x, -y, -z)$, the system has a natural symmetry

Next, we show that the system is symmetric.

Definition: Let f be a smooth function $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ and let

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x})$$

be a system of ordinary differential equations. In addition, let γ be an invertible matrix. Then γ is a *symmetry* of the ordinary differential equation if

$$f(\gamma \mathbf{x}) = \gamma f(\mathbf{x})$$

Now, given the equation of the three-dimensional autonomous system, under the transformation $(x, y, z) \rightarrow (-x, -y, -z)$, to verify that this transformation is a symmetry of the autonomous equation, we observe that the symmetry is associated with the matrix γ defined as

$$\gamma = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

let

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} -x + y \\ xz - cy \\ b - x^2 - dz \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

with $\mathbf{x}^T = (x, y, z)$

Now, we proceed to show that $\gamma f(\mathbf{x}) = f(\gamma \mathbf{x})$:

On the left hand side:

$$\begin{aligned} \gamma f(\mathbf{x}) &= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -x + y \\ xz - cy \\ b - x^2 - dz \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} x - y \\ -xz + cy \\ b - x^2 - dz \end{bmatrix} \end{aligned}$$

And now, on the right hand side:

$$\begin{aligned} f(\gamma \mathbf{x}) &= f\left(\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}\right) \\ &= f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}\right) &= \begin{bmatrix} x - y \\ -xz + cy \\ b - x^2 - dz \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Since the left hand side is equal to the right hand side, then γ is a symmetry of the Three-dimensional Autonomous System. In other words, all solutions are either symmetric themselves, or have a symmetric partner

- **Dissipativity** The system with the general condition for dissipativity (or Volume contraction):

$$\begin{aligned}\nabla V &= \frac{\partial(\frac{dx}{dt})}{\partial x} + \frac{\partial(\frac{dy}{dt})}{\partial y} + \frac{\partial(\frac{dz}{dt})}{\partial z} \\ &= -(1 + c + d)\end{aligned}$$

So

$$\begin{aligned}V'(t) &= -(1 + c + d)V \\ V(t) &= V(0)e^{-(1+c+d)t}\end{aligned}$$

Thus volumes in phase space shrink exponentially fast An explanation of dissipativity is given in [4] page 320.

- **Fixed Points** The system has two types of fixed points:

$$\begin{aligned}0 &= -x + y && \Rightarrow x = y \\ 0 &= xz - cy && \Rightarrow z = c \\ 0 &= b - x^2 - dz && \Rightarrow x^2 + dz = b \Rightarrow x = y = \sqrt{b - dc}\end{aligned}$$

When $b \leq dc$ the fixed points for $x, y = 0$ and $z = \frac{d}{b}$ When $b > dc$ the fixed points are $(\pm\sqrt{b - cd}, \pm\sqrt{b - cd}, c)$

- **Sensitivity to initial conditions** Starting the system with slightly different initial conditions $(0, 0.1, 0)$ and $(0, 0.09, 0)$ we can see that after some time the two trajectories quickly diverge from each other

[8] Shows that the system presents chaos of horseshoe type.

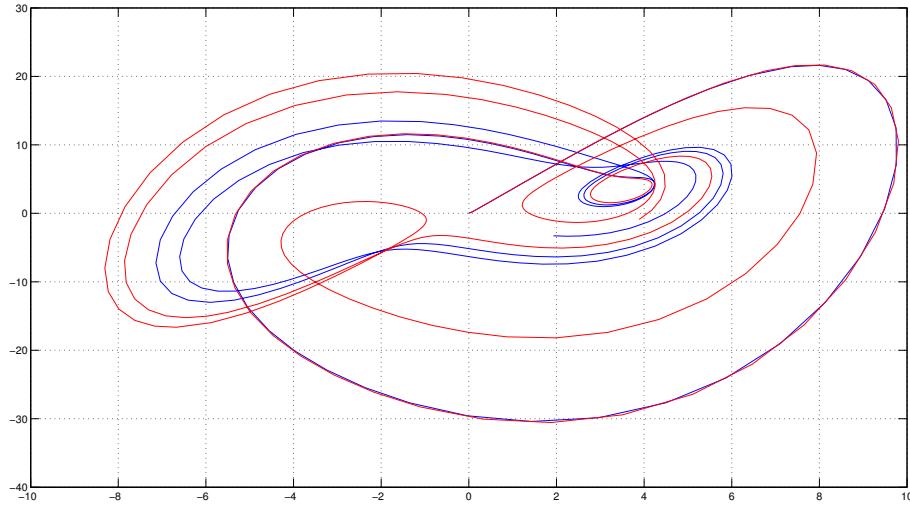


Figure 2.7: Sensitivity to initial conditions in a Third Order Autonomous System

II. SIMULATIONS

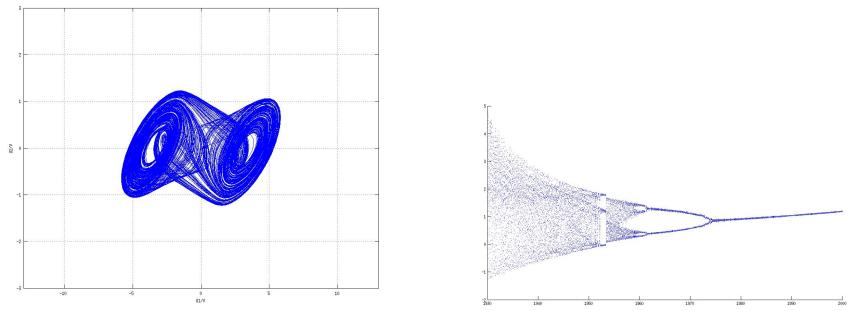
Simulations with Chua's System and the system proposed by [8] were used to see if any of the system follows Benford's Law. On one hand we used Simulink and MATLAB in order to produce bifurcation diagrams and set up the dimensionless differential equations. On the other hand, we used a SPICE-based circuit simulator in order to get the systems in terms of electrical components.

Chua's Circuit

- **Physical Realization** The system describing chua's System

$$\begin{aligned}
 & \frac{G}{C_1}V_2 - \frac{G'_b}{C_1}V_1 - \left(\frac{G_b - G_a}{C_1}\right)E \quad \text{if} \quad V_1 < -E \\
 & \frac{G}{C_1}V_2 - \frac{G'_a}{C_1}V_1 \quad \text{if} \quad -E \geq V_1 \leq E \\
 & \frac{G}{C_1}V_2 - \frac{G'_b}{C_1}V_1 - \left(\frac{G_a - G_b}{C_1}\right)E \quad \text{if} \quad V_1 > E
 \end{aligned}$$

is given by the following schematic



(a) *V1-V2 plane for R=1785*

(b) *Bifurcation Diagram for Chua's Circuit*

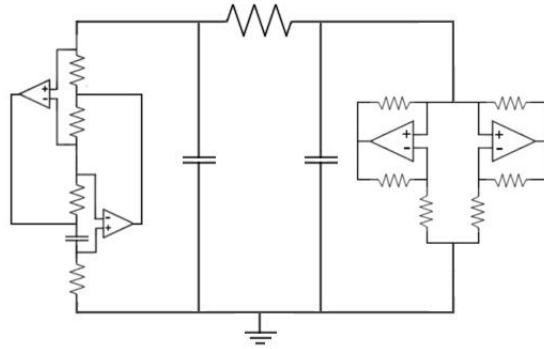


Figure 2.8: OP-Amp Based realization of Chua's Circuit

With the Capacitors $C_1=10\text{nF}$ $C_2=100\text{nF}$ and a 8mH Inductor given by the gyrator circuit.

- **Numerical Simulations** Using a spice based simulation software and MATLAB, several resistor values were tested, we constructed the bifurcation diagram and plotted for some R values
- **Benford Analysis** The first digit distribution was determined from the voltage measured at the terminals of C_1 , using a resistance value of 1860Ω , at that value, Chua's Circuit presented Chaotic Behaviour. The first digits (without leading zeroes) of the voltage values at discrete points were analyzed. We compared the first digit distribution of the dataset with the distribution given by Benford's Law using the Mean Absolute Deviation (MAD) proposed by [2]. We got a MAD value of 0.22, with a maximum of 0.15 in order to be conformant with Benford's Law.

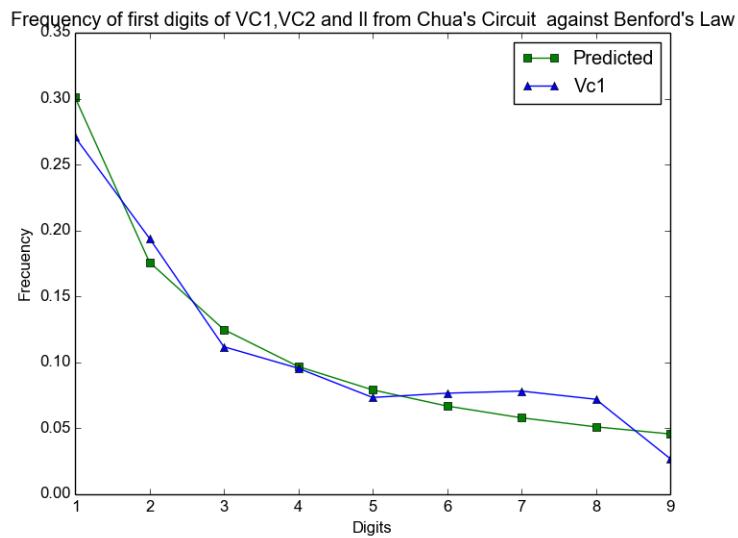


Figure 2.10: OP-Amp Based realization of Chua's Circuit

Three-Dimensional Autonomous Circuit

- **Physical Realization** The electronic circuit built to realise the system is shown in figure 2.4:

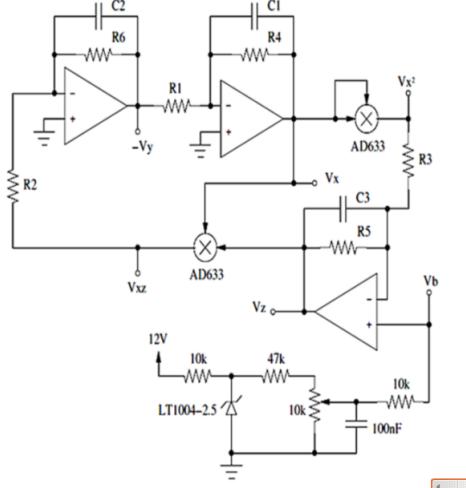


Figure 2.11: Circuit Schematic

Voltages V_x, V_y and V_z are the output voltages of the operational amplifiers representing x, y and z , $k_m = 10V$ is the fixed constant of the AD633 multipliers, so the outputs of the multipliers are $V_{xz} = V_x V_z / k_m$ and $V_{x^2} = V_x V_x / k_m$.

Substitution of resistor values into Eqs. (1.5),(1.6),(1.7) yields:

$$\frac{dV_x}{dt} = \frac{1}{R_1 C_1} \left(V_y - V_x \frac{R_1}{R_4} \right) \quad (2.11)$$

$$\frac{dV_y}{dt} = \frac{1}{R_2 C_2} \left(\frac{V_x V_z}{k_m} - \frac{R_2}{R_6} V_y \right) \quad (2.12)$$

$$\frac{dV_z}{dt} = \frac{1}{R_3 C_3} \left(V_b \left(1 + \frac{R_3}{R_5} \right) - \frac{V_x^2}{k_m} - \frac{R_3}{R_5} V_z \right) \quad (2.13)$$

The values for resistors and capacitor used where: $R_1 = 0.5 \text{ K}\Omega$, $R_2 = 10 \text{ K}\Omega$, $R_3 = 10 \text{ K}\Omega$, $R_4 = 5 \text{ K}\Omega$, $R_5 = 1.15 \text{ M}\Omega$, $R_6 = 1 \text{ M}\Omega$, $C_1 = 100 \text{ nF}$, $C_2 = 100 \text{ nF}$, $C_3 = 10 \text{ nF}$, $V_b = 10 \text{ K}\Omega$

- **Numerical Simulations** We used SIMULINK in order to model the system and MATLAB to create the bifurcation diagram.

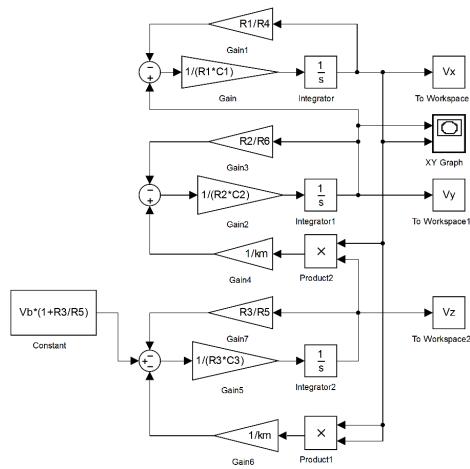
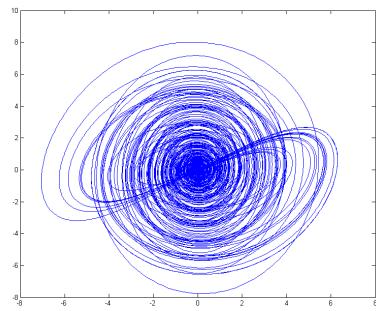
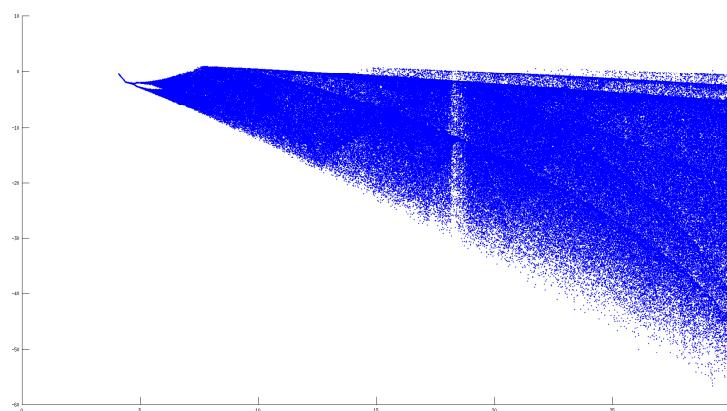


Figure 2.12: Simulink simulation

The response of the system with the parameters indicated above is given by figure 2.5:



(a) $V1-V2$ V_x vs V_y plot



(b) Bifurcation Diagram varying b

Bifurcation diagram for the z value

- **Correspondence with Benford's Law** The same methodology used in Chua's Circuit was used with this circuit, taking measurements from V_y and using the MAD test to verify conformity with the First Digit Distribution

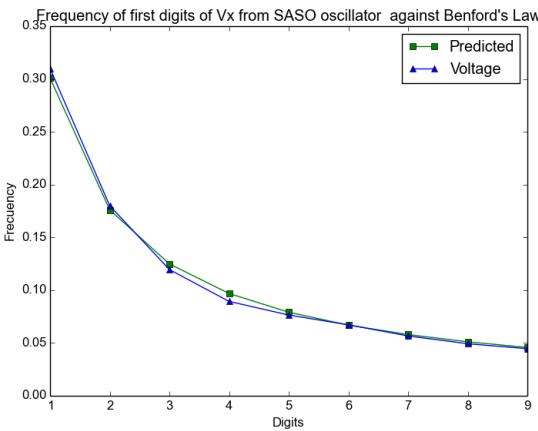


Figure 2.14: V_x against Benford's Law

For different values of d , we did a table with the respective first digit frequencies (10000 samples) and MAD test.

Leading digit	Benford Distribution	$d=1/23$	$d=0.03$	$d=0.01$	$d=0.001$	$d=0.00001$
1	0,3010	0,3296	0,3132	0,3166	0,2792	0,3108
2	0,1760	0,1787	0,1800	0,1801	0,1707	0,1781
3	0,1249	0,1111	0,1142	0,1196	0,1209	0,1230
4	0,0969	0,0856	0,0910	0,0894	0,0904	0,0941
5	0,0791	0,0727	0,0791	0,0765	0,0754	0,0731
6	0,0669	0,0604	0,0647	0,0672	0,0670	0,0691
7	0,0579	0,0581	0,0602	0,0567	0,0596	0,0565
8	0,0511	0,0565	0,0511	0,0493	0,0515	0,0496
9	0,0457	0,0473	0,0465	0,0446	0,0415	0,0457
MAD		0,0085	0,0042	0,0044	0,0053	0,0031

We noticed strong agreement given by Nigrini[2], next, we built the circuits and do tests measuring voltages.

III. EXPERIMENTAL RESULTS

Chua's Circuit

- **Methodology** We constructed the circuit using 4 TL082 I.C.'s and commercial resistors with the values used during simulation, Trimmer resistors to be able to move the resistor values of R.

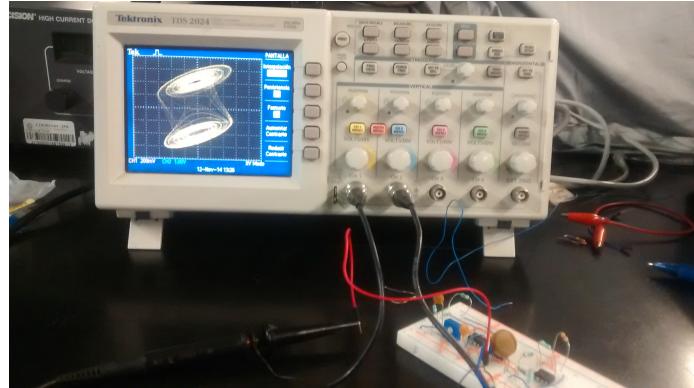


Figure 2.15: Chua's System Breadboard

We used two oscilloscope probes to measure the voltage from the two capacitors, and did our measurements with a Tektronix DS201 Oscilloscope with a direct method sampling.

The first digit distribution was determined from the voltage measured at the terminals of C1, varying R from 1700Ω to 1900Ω in 25Ω intervals, values in which Chua's Circuit presented chaotic behaviour. The first digits (without leading zeroes) of the voltage values at discrete points were analyzed, the oscilloscope allowed us to take 2000 samples from a $250\ \mu s$ period. We compared the first digit distribution of the dataset with the distribution given by Benford's Law using the Mean Absolute Deviation (MAD) proposed by [2].

- **Results** We put a table with the MAD results at each value of R:

R	MAD for VC1	MAD for VC2
1700	0.0266	0.0941
1725	0.0308	0.0894
1750	0.0225	0.0937
1775	0.0213	0.0894
1800	0.0515	0.0817
1825	0.0620	0.0757
1850	0.0801	0.0616
1875	0.0864	0.0566
1900	0.0848	0.0477

The closest value to 0.015, obtained with R=1775 measuring V_{C1}

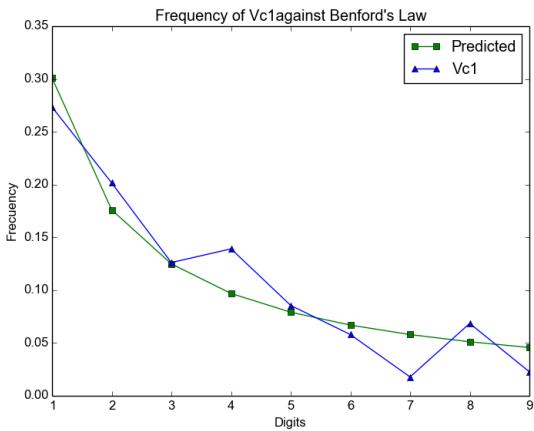
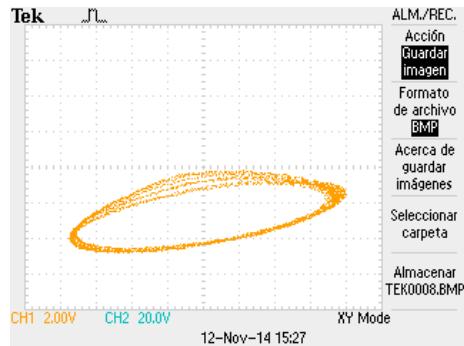


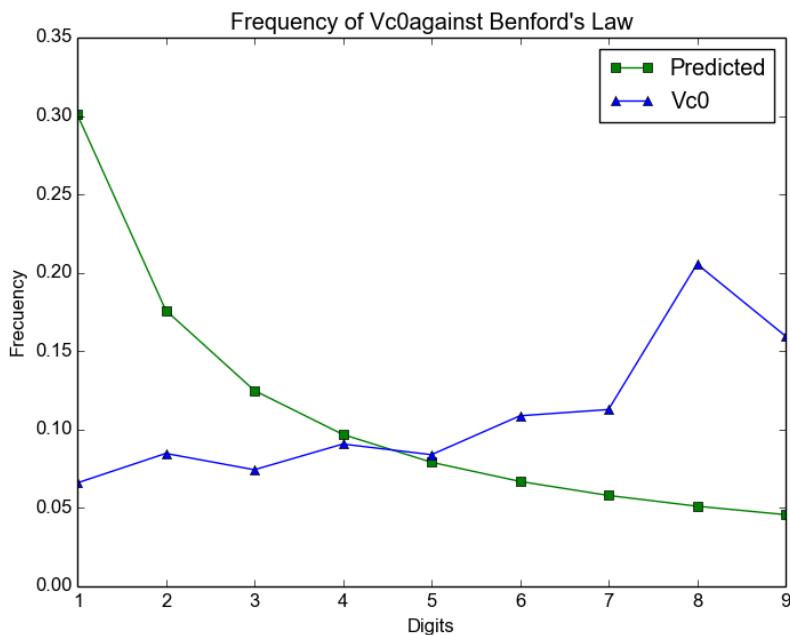
Figure 2.16: Benford's Law against VC1

- **Remarks**

It was noticed that for R between 1730 and 1775, there is a more clear First Digit Distribution according to Benford's Law; however, the measurements did not comply with MAD's criterion which expects at most 0.015 in order to be compliant with Benford's Law. An additional measurement, with $R=2000\Omega$, was taken, value at which the system behaves as a quasi-periodic oscillator. It was noticed that the first digit distribution is more uniform.



(a) $V1-V2$ V_x vs V_y plot



(b) Bifurcation Diagram varying b

Takougang Circuit

- **Methodology** The circuit was connected using a standard breadboard, according to the diagram. All passive components had a nominal value equal to the ones proposed in the schematic, with a tolerance of 5%. A regulated voltage source, set to ± 12 V was utilized to feed the active components which were the same as stated in the schematic. A third output of the regulated voltage source served to provide a stable input for the circuit (V_b). Later, a digital oscilloscope was used in order to obtain the data provided by the circuit.

A 1 GHz band-width oscilloscope (Agilent DSO6104A) was chosen, and it was configured in order to reduce random noise. The sampler uses an averaging algorithm which delivers data with less noise, and reduces the vertical resolution (as low as 0.7 mV). With the data obtained from that oscilloscope the analysis was more reliable, and results confirmed what was expected from the simulations, although only 1000 samples in an interval of 10 ms were

fetched.

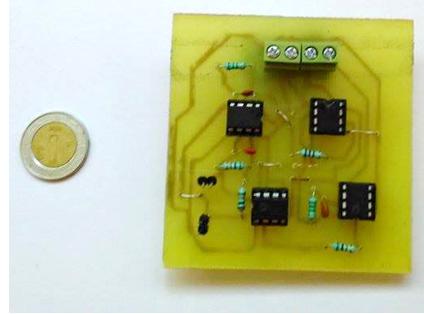


Figure 2.18: Benford's Law against VC1

- **Results** The first digit distribution of the voltages was taken following the same methodology as with Chua's System, values of V_b were changed and the value of the MAD was obtained from each distribution.

V_b	$MAD \text{ for } V_x$	$MAD \text{ for } V_y$
82mV	0.0775	0.0607
92mV	0.0789	0.0621
102mv	0.0779	0.0620
112mv	0.0722	0.0586
117mv	0.0731	0.0565
122mv	0.0761	0.0607
127mv	0.0702	0.0581
132mv	0.0726	0.0568
137mv	0.0723	0.0588
142mv	0.0689	0.0566
147mv	0.0649	0.0492
152mv	0.0689	0.0540
157mv	0.0712	0.0556
167mv	0.0713	0.0546
187mv	0.0642	0.0499
197mv	0.0619	0.0492
217mv	0.0644	0.0521
237mv	0.0574	0.0515
257mv	0.0552	0.0514
277mv	0.0464	0.0450
112mv (H-Res)	0.0126	0.0149
132mv (H-Res)	0.0114	0.0056
152mv (H-Res)	0.0106	0.0143
172mv (H-Res)	0.0077	0.0118
192mv (H-Res)	0.0080	0.0121

We notice we have the best agreement with Benford's Law with $V_b = 132mV$ Which gives a MAD value of 0.0056

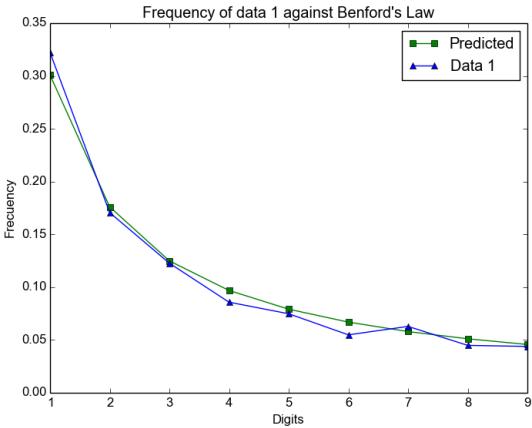


Figure 2.19: Benford's Law against digit distribution of V_y

- **Remarks**

Simulations from Simulink gave a better accordance with $V_b = 132mV$, however measuring without High-resolution sampling we did not obtain proper distributions, until we activated that sampling method, we got a distribution according to Benford's Law

IV. CONCLUSION

In the work done by Tolle [10] some dynamical systems were proposed and theye checked if the first digit distribution followed Benford's Law. We took 2 autonomous circuits which displayed chaotic behaviour and verified if they were conformant according with the criterion given by Nigrini et. al. [2]. According to our experimental results, the system which best followed the distribution whas the Third Order Autonomous System proposed by Takougang et.al [8].

Verifying the results from [8], we notice that this circuit has a Shilnikov heteroclinic orbit, which implies by the Shilnikov Criterion that the system has horseshoe chaos. This type of chaos produces time signals called chaotic bursting oscillations (see Fig. 4.1)

This type of oscillations are found in biological phenomena, such as Ca^{2+} oscillations in non-excitatory cells [11], pancreatic β cells [12] and in neurons[13] and heart oscillatons, also, the work by Kreuzer et. al. [3] indicates that brain electrical activity follows Benford's Law, so it would be interesting to see if Benford's Law could be an indicative if Real life phenomena is modelled correctly by the system if both follow Benford's Law (as it was first indicated by [10]) and also to try to verify if other systems that present this kind of oscillations also follow Benford's Law.

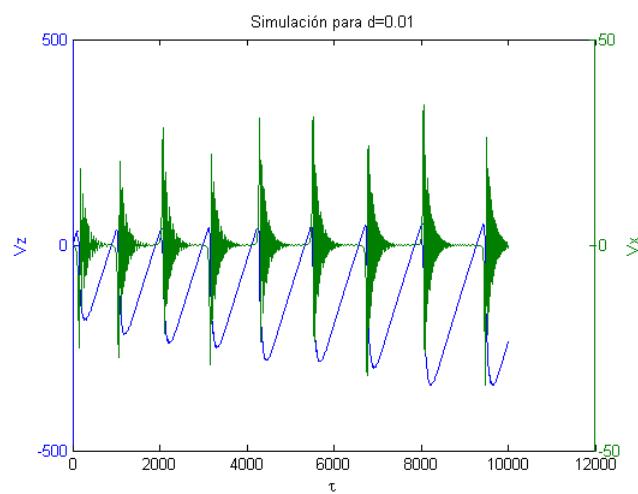


Figure 2.20: V_y response as a function of time

Bibliography

- [1] Benford Frank, *The law of anomalous numbers*. Proc. Amer. Philos. Soc. 78, (1938), 551-572.
- [2] Nigrini Mark J., Mittermaier Linda J. *The use of Benford's Law as an Aid in Analytical Procedures Auditing: A Journal of Practice & Theory*, (1997), 52-67
- [3] Matthias Kreuzer, Denis Jordan, PhD, Bernd Antkowiak, Berthold Drexler, Eberhard F. Kochs, and Gerhard Schneider *Brain Electrical Activityobeys Benford's Law* Neuroscience in Anesthesiology and Perioperative Medicine, (2014), 183-191
- [4] Steven H. Strogatz *Nonlinear Dynamics and Chaos, With Applications to Physics, Biology, Chemistry and Engineering, Second Edition* Westview Press, (2014), 309-191
- [5] U. Parlitz *Lyapunov's Exponent from Chua's Circuit* Journal of Circuits, Systems, and Computers, Vol. 3, No.2 (1992), 507-523
- [6] Michale Peter Kennedy *Experimental Chaos from Autonomous Electronic Circuits* Phil. Trans. R. Soc. Lond. A, (1995), 507-523
- [7] Ayrom F., *Chaos in Chua's Circuit*, IEE Proceedings, Vol. 133, No. 6 307-312 , 1986, 307-312
- [8] Sifeu Takougang Kingni, Lars Keuninckx, Paul Woafo, Guy Van der Sande, Jan Danckaert *Dissipative chaos, Shilnikov chaos and bursting oscillations in a three-dimensional autonomous system: theory and electronic implementation* Nonlinear Dynamics, 2013
- [9] Torres J. et al., *How do numbers begin? (The first digit law)*, Eur. J. Phys., Vol. 28, 2007, 17-25
- [10] Charles R. Tolle, Joanne L. Budzien, and Randall A. LaViolette *Do dynamical systems follow Benford's law?* Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science 10, 331, 2000
- [11] Perc, M., Marhl, M. *Different types of bursting calcium oscillations in non-excitatory cells*, Chaos Solitons Fractals 18, 759-773 2003
- [12] Sherman, A., Rinzel, J., Keizer, J. *Emergence of organized bursting in clusters of pancreatic β -cells by channel sharing*, Biophys. J. 54, 411-425, 1988
- [13] *Mathematical Foundations of Neuroscience* Interdisciplinary Applied Mathematics 35, 103-126, 2009

Article 3

Dinámica de vuelo del Boomerang: modelo, simulación y obtención de información de vuelo mediante un sensor embarcado

Néstor Abraham Aguillón Balderas, Carlos Antonio Tovar García

RESUMEN

El boomerang es un artefacto conocido mundialmente por el interesante comportamiento que presenta al ser arrojado correctamente. Su comportamiento durante el vuelo es explicado por la interacción de sus alas en movimiento con el viento, lo cual genera efectos de precesión y recostamiento. Algunas variables de las ecuaciones dinámicas necesitan ser suavizadas o promediadas para simplificar su solución por medio de un método de integración numérica. Un simulador y su interfaz gráfica fueron desarrolladas a partir de estas ecuaciones simplificadas en *Matlab®*. Finalmente se llevaron a cabo experimentos con un sensor de medición inercial embarcado en un boomerang con el objetivo de recopilar datos para la futura reconstrucción de la trayectoria de vuelo.

ABSTRACT

A boomerang is an artifact known worldwide for its interesting behavior when thrown correctly. His behavior during flight can be explained by the interaction of its moving wings with the air, generating effects such as precession and lying down. Some variables of the dynamic equations need to be smoothed or averaged in order to simplify their solutions through a numerical integration method. A simulator and its graphical interface were developed from these simplified equations in *Matlab®*. Finally, some experiments were performed using an inertial measurement unit mounted on a boomerang for the future reconstruction of the flying path.

I. INTRODUCCIÓN

El estudio de la dinámica del vuelo del boomerang no resulta ser un trabajo científico nuevo, por lo que existen pocos especialistas interesados en resolver esta problemática. Pero resulta de gran curiosidad explicar la razón de su vuelo a toda persona que lo haya visto volar.

La investigación acerca del comportamiento de un boomerang no resulta ser estudio de la ciencia moderna, sino más bien un trabajo de varias generaciones. Algunos métodos utilizados para este comportamiento están basados en la aerodinámica y la hidrodinámica. [1].

A continuación se presenta una breve introducción sobre el origen de los boomerangs, dos tipos de estos y los objetivos del documento:

I. Origen del Boomerang

Como es bien conocido, los boomerangs son usados y manufacturados principalmente por los aborígenes de Australia. El término "boomerang" es vagamente definido como: un objeto de madera que, al ser lanzado de una manera apropiada, por su interacción con el aire, atraviesan una trayectoria de vuelo que va de regreso a una vecindad del punto de lanzamiento. Cabe descartar que gran porcentaje de los boomerangs Australianos no son diseñados para regresar sino más bien para cazar ó como arma, por lo que los que son capaces de regresar son usados para diversión. [1]

Cuando los primeros Europeos llegaron a Australia los boomerangs ya estaban ahí. Cuando Dampier visitó la costa occidental de Australia en 1688 hizo la primera mención de ellos: *Algunos Australianos tienen espadas de maderas, otros tienen una especie de lanzas. Las espadas son una pieza de madera formadas como un chafarote (Cuchillo de gran tamaño, corto y ancho)*. [7]

Los boomerangs aborígenes australianos más antiguos, datan aproximadamente de 9000 años de antigüedad, pero palos de caza más antiguos han sido descubiertos en Europa, donde parece que han formado parte de la edad de piedra arsenal de armas. Un boomerang que fue descubierto en Jaskinia Oblazowa en las montañas de los Cárpatos en Polonia era de colmillo de mamut y se cree que tienen cerca de 30.000 años de antigüedad. El Rey Tutankamón, famoso faraón del antiguo Egipto que murió hace más de 3000 años, era propietario de una colección de boomerangs. [5]

II. Tipos de boomerangs

Boomerangs tradicionales

Esta es una arma única y curiosa, provienen principalmente de Australia. Los cuales en su mayoría no regresan al lanzador, pueden volar más o menos en línea recta por grandes distancias (140 m aprox.), y así golpear a un objeto, presa ó enemigo con una fuerza increíble . Sólo un pequeño porcentaje de los manufacturados en Australia son de regreso al lanzador.

Los boomerangs tradicionales son suavemente convexos de un lado y casi planos del otro. Tienen alrededor de 6mm a 1 cm de grosor, de 5 a 7.5 cm de ancho, se extrema hacia los extremos los cuales suelen estar redondeados ó punteados, el borde está afilado por todas partes y la longitud varía desde 40 hasta 1 metro de longitud.

Como se mencionó antes los boomerangs pueden ser de retorno y de no retorno, por lo que en este documento se estudian principalmente los de retorno, en particular, los llamados de 4 palas o en forma de cruz.



Figure 3.1: Boomerangs de retorno.



Figure 3.2: Boomerangs de no retorno.

Boomerangs de 4 palas

Los boomerangs en forma de cruz están formadas por 4 palas de madera, las cuales tienen la misma forma que las palas de los boomerangs tradicionales. Cada pala tiene un tamaño de entre 20 y 30 cm de longitud y de 4 a 6 cm de ancho.

Estos modelos también son llamados "CrossBoomerangs" mostrados en la figura (3.4), donde claramente puede notarse que difiere de los modelos tradicionales [6].

Para el análisis de los boomerang de 4 palas las ecuaciones de movimiento se simplifican considerablemente si consideramos que el centro de masa coincide con el punto de unión de las palas [2].

III. Objetivos

1. Modelo dinámico no lineal que describe la trayectoria tridimensional del boomerang en vuelo, a partir del lanzamiento inicial.
2. Uso como soporte para la concepción de simulador computacional que describa la trayectoria tridimensional del boomerang.
3. Captura de información paramétrica en vuelo mediante el uso de una Unidad de Medición Inercial miniaturizada embarcada: seguimiento de trayectoria en almacenamiento de datos y posterior despliegue en sistema informático.



Figure 3.3: Boomerang de 4 palas.

En el capítulo 1 se mostró una breve introducción sobre los boomerangs, sus orígenes y los objetivos generales a cubrir del proyecto. En el capítulo 2 se derivan las ecuaciones de movimiento del boomerang, así como las fuerzas que actúan sobre este y la consideración de la influencia del viento. En el capítulo 3 se presenta el simulador realizado para generar la trayectoria de vuelo del boomerang. En el capítulo 4 se presentan los experimentos y resultados obtenidos durante el desarrollo del proyecto.

II. MARCO TEÓRICO

En este capítulo primeramente se explica que características presenta un boomerang durante su vuelo para que este sea capaz de regresar al lanzador. Se derivan las ecuaciones de movimiento del boomerang y como éstas pueden ser integradas fácilmente para obtener la trayectoria de vuelo, los efectos de la gravedad actuando sobre el boomerang son considerados, además se muestra como se agregan los efectos del viento en las ecuaciones de movimiento.

I. Boomerangs desde un punto de vista físico

En esta sección se tratarán conceptos y fenómenos relacionados con el funcionamiento básico del boomerang, los cuales permitirán comprender de manera general la física asociada a este.

Comportamiento de boomerangs de retorno

Recordando el concepto, los boomerangs son objetos que, al ser lanzados apropiadamente, vuelan girando rápidamente a través del aire y regresan cerca del punto de lanzamiento [1] (en este documento no se considerarán los boomerangs de no retorno).

Un boomerang de retorno (diestro) típico es lanzado en plano vertical (o ligeramente inclinado con su parte superior alejada del lanzador); en dirección horizontal (o ligeramente elevada); y con giro considerable. Al inicio, la trayectoria del boomerang sigue la dirección del vector de velocidad inicial aplicado, pero pronto presenta un desvío a la izquierda y hacia arriba, traza un bucle amplio, se acerca al lanzador y puede descender en algún lugar cerca de los pies de este, o describir un bucle más pequeño antes de tocar el suelo. Generalmente, el plano de rotación del boomerang se “acuesta” gradualmente de tal manera que puede estar horizontal al final del vuelo.

Lanzamiento

Los boomerangs de retorno pueden tener diversas formas, pero siempre consisten en dos o más brazos descansando aproximadamente en un plano. Una característica esencial es la sección transversal de cada brazo, la cual es más convexa en un lado que en otro.

Un boomerang es lanzado sujetandolo de uno de sus extremos con el lado más convexo cerca de la mejilla del lanzador y arrojandolo hacia adelante de manera que es liberado con un giro rápido respecto a su centro de masa (perpendicular al plano de lanzamiento).

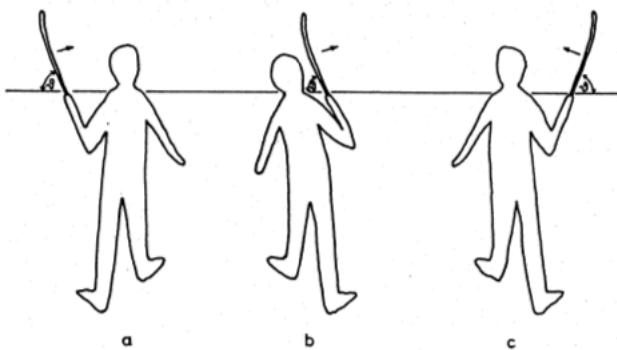


Figure 3.4: Vista trasera de un lanzador (Tomada de [1]).

En la Fig. 3.4 se puede observar el ángulo ϑ , es cual es el ángulo entre el boomerang y la horizontal y destacan tres tipos de lanzamientos:

- Lanzador zurdo lanzando un boomerang zurdo,
- Lanzador diestro lanzando boomerang zurdo y
- Lanzador diestro lanzando boomerang diestro.

El ángulo ϑ entre el plano de lanzamiento del boomerang y el horizonte (vease la Fig. 3.4) tiene gran influencia en la trayectoria de vuelo. La mayoría de los boomerangs deben ser lanzados con un ángulo ϑ de entre 45 y 90 grados. Si un boomerang es lanzado a ángulos menores, generalmente describe una trayectoria ascendente y finalmente cae al suelo a gran velocidad.

II. Los principios del boomerang de retorno

Aquí se presenta un modelo elemental del funcionamiento del boomerang de retorno.

Una característica esencial del boomerang es la forma de la sección transversal de sus brazos (o aspa). Estas tienen forma de ala de avión (o de ave). Si un aeroplano vuela horizontalmente a través del aire, su peso debe ser contrarrestado por una fuerza de empuje que lo sostenga, o de otra manera caería al suelo. Esta fuerza surge de la interacción del viento con las alas del avión.

Las alas del boomerang, como las del avión tienen una forma especial que produce fuerzas aerodinámicas casi perpendiculares a la dirección de estas.

Recuérdese que se mencionó que el brazo del boomerang presenta una cara más convexa que la otra (lo cual es también el mismo caso de los aviones).

La interacción del aire con la sección más convexa genera una presión del aire más baja que la producida por su contra parte. La diferencia de presiones produce una fuerza resultante de



Figure 3.5: Aeroplano volando horizontalmente a velocidad V . El peso es contrarrestado por una fuerza aerodinámica de empuje.

empuje, como se puede ver en la Fig. 3.6.a. Además, si el ala es inclinada más y más, la fuerza resultante se vuelve más grande Fig. 3.6.b.

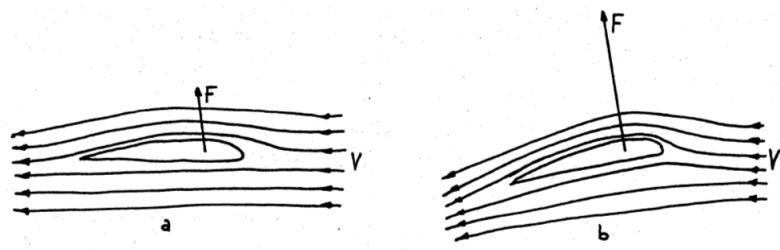


Figure 3.6: Flujo de aire alrededor de ala. F es la fuerza resultante. a: Sin inclinación aparente. b: con inclinación adicional.

Recordemos que un boomerang de retorno diestro es lanzado usualmente de tal manera que su plano de rotación es casi vertical con el lado más convexo hacia la izquierda. Por tanto se produce una fuerza de empuje del lado menos convexo al más convexo, es decir, hacia la izquierda (Fig. 3.7), la cual acelera al boomerang en dicha dirección.

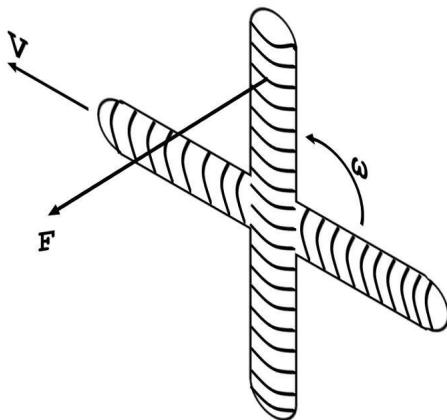


Figure 3.7: Fuerza resultante hacia la izquierda para boomerang diestro.

En adelante, particularizaremos por conveniencia a boomerangs diestros de cuatro palas (brazos). El centro de masa (CM) se encuentra en el punto de unión de sus cuatro alas y la distancia de este a cada una de las puntas es a . Se presenta una velocidad de avance (V) y una velocidad angular (ω). A cada instante, no todas las partículas del boomerang tienen la misma velocidad, lo cual es resultado de la combinación de V y w .

La punta superior del boomerang se mueve más rápido que la inferior debido a que en la primera tenemos una velocidad $V + wa$ y en la segunda tenemos $V - wa$. Generalizando tenemos que toda partícula superior presenta una fuerza mayor de empuje hacia la izquierda del plano de rotación que cualquier inferior. Por lo tanto, las fuerzas aerodinámicas no solo producen una fuerza neta, sino también un par T que trata de inclinar el boomerang por su parte superior hacia la izquierda (Fig. 3.9). Esta inclinación sería respecto a un eje horizontal imaginario, llamado eje de torción, sin embargo, dicha torción no se aprecia en un boomerang.

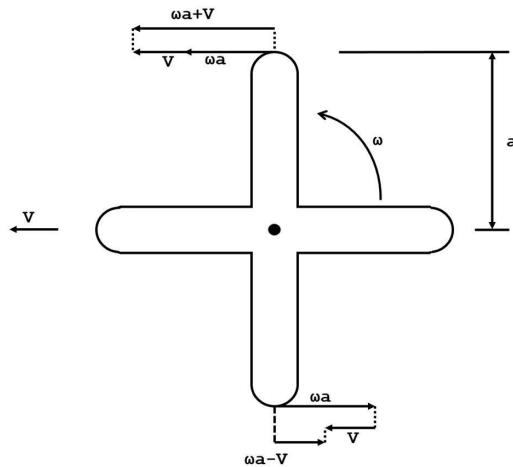


Figure 3.8: Velocidad de avance en los extremos superior e inferior del boomerang.

Ahora introduciremos el concepto de movimiento de precesión:

Pon un trompo sobre su punta y logicamente caera, pero inducele un giro rápido y se mantendra en pie. Un trompo en rotación reacciona de una manera peculiar a un par aplicado: No cede al par, en cambio rota despacio respecto a un eje imaginario perpendicular a los ejes de rotación y torsión [1]. Este efecto se define como “movimiento de precesión”.

Debido a la combinación del par generado por las fuerzas aerodinámicas y su rápida rotación, el boomerang presenta un movimiento de precesión respecto a un eje imaginario perpendicular a los ejes de rotación y de torsión.

Si se considera un boomerang diestro al inicio del vuelo, su eje de rotación es horizontal hacia la izquierda y el eje de torsión horizontal hacia atras, por tanto, este rota (con una velocidad angular ω) hacia la izquierda su parte delantera en lugar de la superior debido al efecto de precesión (Vease Fig. 3.10).

Para entender mejor el efecto de precesión, observe la Fig. 3.11. Podemos descartar la fuerza neta resultante en el centro de masa debido a que su único efecto es acelerar el boomerang hacia la izquierda. El par T es originado por las fuerzas de la parte superior e inferior, de igual magnitud y con sentido opuesto (vease Fig. 3.8). La maxima fuerza izquierda es ejercida por la punta superior (Fig. 3.11.a), la cual es acelerada gradualmente hasta alcanzar una velocidad, la cual alcanza su valor máximo cuando este punto se convierte en la punta frontal (Fig. 3.11.b). Cuando esta parte desciende más, el par T empieza a empujarla hacia la derecha, lo cual decrementa su velocidad. La fuerza derecha máxima se presenta cuando la punta considerada está en el punto más bajo (Fig. 3.11.c), donde la velocidad izquierda ha desaparecido y la velocidad derecha comienza a crecer, alcanzando su punto máximo a mitad del camino al punto superior (Fig. 3.11.d), y se desvanece al completar una revolución (Fig. 3.11.e). El resultado de esta secuencia es indicado en la Fig. 3.11.e.

La combinación de velocidad hacia la izquierda en la parte frontal y velocidad hacia derecha en la parte posterior constituye el movimiento de precesión, es decir, el boomerang rota su plano respecto a un eje imaginario vertical. A mayor par, una precesión más rápida.

Ahora llamemos Ψ al angulo entre el plano de rotación del boomerang y la dirección de su velocidad de avance V . Si $\Psi = 0$, el boomerang se mueve paralelo a su propio plano de rotación. Si $\Psi > 0$, el boomerang esta inclinado con respecto a la dirección de movimiento y las fuerzas aerodinamicas son mayores ya que las alas estaran inclinadas también y experimentara un empuje

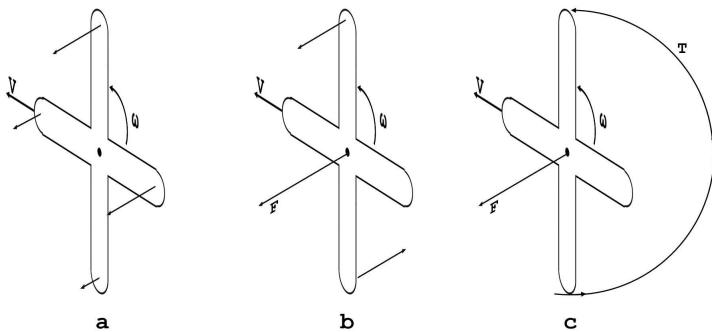


Figure 3.9: a: Distribución de fuerzas izquierdas. b: Fuerzas equivalentes actuando en el centro y los extremos superior e inferior del boomerang. c: Las fuerzas forman un par T, el cual trata de rotar el boomerang de su parte superior hacia la izquierda.

mayor (vease Fig. 3.6).

Consideremos tres casos hipotéticos indicados esquematicamente en la Fig. 3.12.

Caso a: Solo la fuerza neta F actúa, el par neto T es despreciable. El boomerang adquiere una velocidad hacia la izquierda, adicional a su velocidad de avance original. Su plano de rotación permanece paralelo a si mismo. Esto resulta en un ángulo de incidencia cada vez más negativo: $\Psi < 0$. Conforme esto sucede, la fuerza F decrece hasta que se desvanece y el boomerang finalmente vuela en linea recta a una Ψ constante menor a cero.

Caso b: Solo el par neto T actua, la fuerza neta F es despreciable. El boomerang vuela en linea recta a velocidad constante. Mientras tanto, la precesión rota al boomerang en contra de las manecillas del reloj respecto a un eje imaginario perpendicular al suelo. Esto incrementa el ángulo de incidencia Ψ cada vez más. Si T no se desvanece antes de que Ψ sea igual a 90 grados, el boomerang finalmente se moverá perpendicular a su trayectoria de vuelo.

Caso c: Actua tanto el par T como la fuerza F . En un buen boomerang, estos efectos están balanceados. Si el par T causa un incremento de Ψ , la fuerza F también incrementará, empujando el boomerang hacia la izquierda, restringiendo el incremento excesivo de Ψ . El resultado es una trayectoria de vuelo curva.

Si el boomerang se mueve en un plano no vertical, es decir, con un ángulo menor a 90 grados respecto a un eje imaginario del CM hacia su parte posterior, la fuerza F puede tener una componente hacia arriba que contrarreste el peso y mantenga al boomerang en el aire por más tiempo.

Por otro lado, es posible inclinar una ala de cualquier sección transversal en un ángulo, denotado por “ángulo de ataque”, tal que la fuerza de empuje resultante sea cero (Fig. 3.13.a) presentando solo un poco de arrastre. Para una sección transversal plana esta dirección es obviamente paralela al plano del ala. Para alas con un lado más convexo en la parte superior esta sección corresponde a una inclinación aparentemente negativa. A cualquier otro ángulo de ataque, el ala va a generar fuerza de empuje (vease Fig. 3.13.b). El ángulo (α) entre la inclinación de empuje cero y la inclinación actual es llamada “sección de angulo de ataque efectivo”. Si este ángulo α es suficientemente pequeño (digase $|\alpha| \leq 10$ grados), el empuje es aproximadamente proporcional a este.

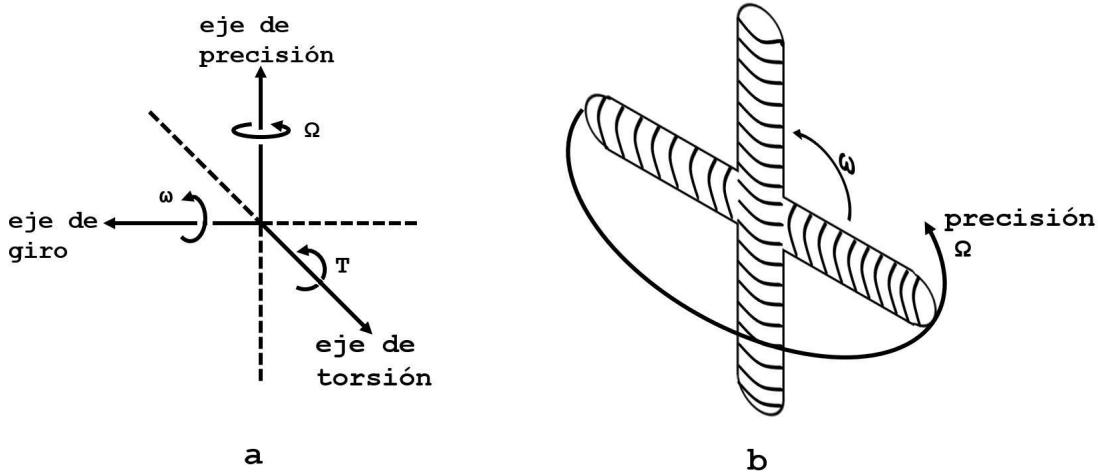


Figure 3.10: a) Precesión Ω con respecto a un eje perpendicular a al eje de torsión y el eje de rotación. b) Precesión del boomerang.

III. Más de la mecánica del boomerang.

En esta sección trataremos dos temas:

A) El tamaño de la trayectoria del boomerang.

B) El recostamiento del boomerang.

A: El tamaño de la trayectoria del boomerang.

Supongase que un boomerang vuela aproximadamente a lo largo de un círculo horizontal, con su plano de rotación vertical, y con un ángulo de incidencia Ψ pequeño y constante. Sea la velocidad de avance V ($\frac{m}{s}$) y su velocidad angular ω ($\frac{rad}{s}$). Sea una velocidad de precesión Ω ($\frac{rad}{s}$) relacionada con el par T y w de acuerdo con la formula:

$$\Omega = \frac{T}{I\omega} \quad (3.1)$$

donde I es el momento de inercia del objeto respecto a su eje de rotación.

Sea R el radio de la trayectoria circular (vease Fig. 3.14). En un tiempo t , el boomerang describe un arco de longitud Vt metros. El ángulo, visto desde el centro de la trayectoria se denota como α , de tal manera que la longitud del arco es αR . Por tanto: $\alpha R = Vt$. En el mismo intervalo de tiempo, el boomerang realiza un movimiento de precesión generando un ángulo de Ωt . Si el ángulo de incidencia Ψ (angulo entre el plano del boomerang y la trayectoria de vuelo) es constante, tenemos que $\Omega t = \alpha$. Entonces $\Omega t R = Vt$ y

$$\Omega R = V \quad (3.2)$$

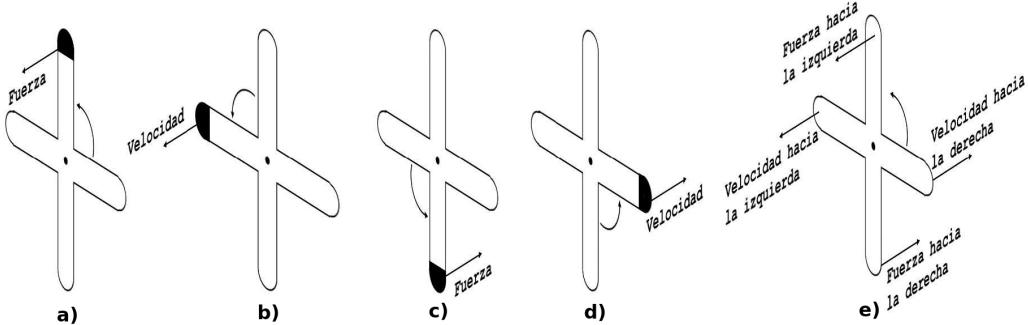


Figure 3.11: Precesión del boomerang. a,b,c,d: puntas del boomerang durante el transcurso de la revolución. e: La parte frontal tiene una velocidad hacia la izquierda, y la parte posterior hacia la derecha.

Para hacer volar un boomerang a lo largo de una trayectoria curva de radio R, una fuerza centrípeta (dirigida hacia el centro del círculo) es requerida de magnitud $\frac{mV^2}{R}$, donde m es la masa del boomerang. Esta fuerza, por supuesto, es suprimida por la fuerza aerodinámica F, por tanto

$$F = \frac{mV^2}{R} \quad (3.3)$$

Para el radio R de la trayectoria de vuelo obtenemos

$$R = \frac{mV^2}{F} \quad (3.4)$$

Además, de (17.1) y (17.2) tenemos que

$$R = \frac{V}{\Omega} = \frac{IwV}{T} \quad (3.5)$$

De (17.4) y (17.5) se obtiene la condición

$$\frac{T}{Iw} = \frac{F}{mV} \quad (3.6)$$

Ambos T & F dependen del ángulo de incidencia Ψ . Por tanto, Ψ tiene un valor tal que (3.6) se satisface. Enfatizamos, sin embargo, que este forma de vuelo no siempre es posible.

Consideremos ahora el caso en que el boomerang es arrojado a una velocidad mayor, de tal manera que V y ω incrementan. De acuerdo con (3.4), R parece incrementar en función de V. Por otro lado, F también incrementa en función de V. Si asumimos que la razón $\frac{\omega}{V}$ es la misma en cada lanzamiento, y, además, Ψ permanece igual, entonces F resulta proporcional a V^2 (o a ω^2 o a ωV) de acuerdo con la teoría aerodinámica. Por tanto, R permanece sin cambio de acuerdo a (3.4). Alternativamente se puede utilizar (3.5) para notar que T es proporcional a ωV . En conclusión, esto significa que el radio de trayectoria de vuelo es independiente de cuan rápido es arrojado el boomerang.

En cierto sentido cada boomerang tiene su propio radio de trayectoria de vuelo. Si un boomerang es elaborado con mayor masa, de tal manera que m y I son incrementados, pero su forma permanece igual que antes, (3.4) y (3.5) muestran que el radio de trayectoria de vuelo se incrementa.

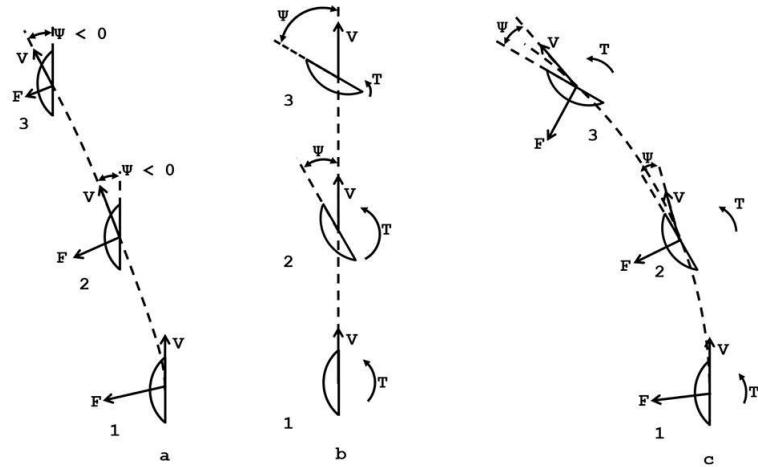


Figure 3.12: a) Solo la fuerza F actúa. b) Solo el par T actúa. c) Actua el par T y la fuerza F . V es la velocidad de avance. Ψ es el ángulo de incidencia. 1,2,3: posiciones sucesivas en vista superior.

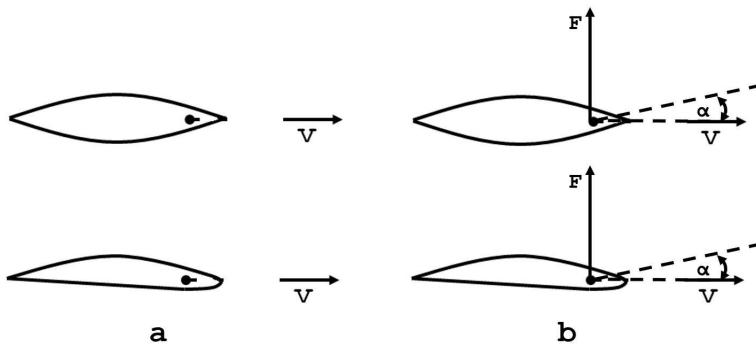


Figure 3.13: Ángulo de ataque.

B: El recostamiento del boomerang.

Generalmente, la parte frontal del boomerang experimenta más empuje hacia la izquierda que la parte posterior. Esto es causado principalmente por efectos estela. El aire, conforme pasa por el boomerang, gradualmente adquiere una velocidad inducida hacia la derecha porque es empujado hacia la derecha por las alas del boomerang. La parte posterior del boomerang no experimenta aire "virgen", sino aire moviéndose ligeramente hacia la derecha, por lo que esta parte experimenta menos empuje. Esto causa que el par T obtenga una componente que trata de rotar el boomerang con su parte frontal a la izquierda.. La precesión entonces gira el boomerang en su parte superior a la derecha. El resultado es visible como "recostamiento". En otras palabras, el eje del par T no es exactamente horizontal, como se indica en la Fig. 3.10, sino rotado un poco hacia arriba. La precesión, por tanto, actúa respecto a un eje no exactamente vertical, sino rotado un poco hacia adelante.

Considerese un boomerang tradicional diestro (vease Fig. 3.4.c). Ambos brazos (1 y 2), experimentan un empuje máximo hacia la izquierda cuando apuntan hacia arriba. En el caso

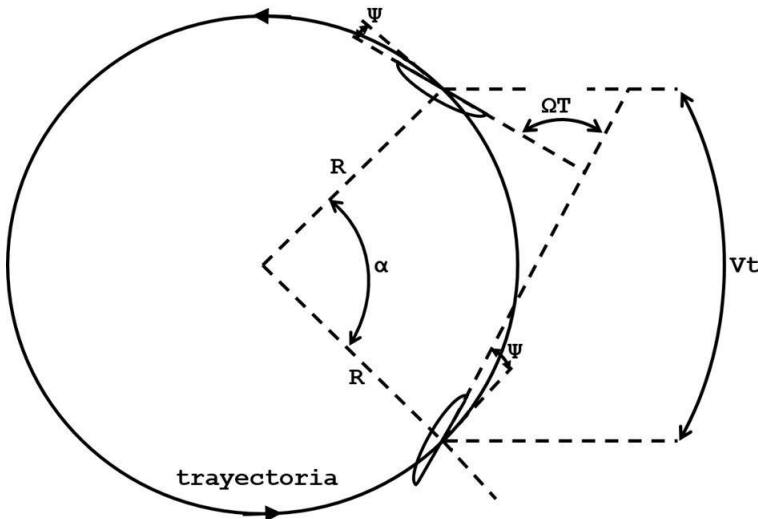


Figure 3.14: Posición del boomerang en dos instantes, con t segundos de separación (vista superior).

del brazo 1, la posición de la fuerza máxima está por delante del centro de masa, y de forma contraria para el brazo 2. Si el empuje en el brazo 1 es incrementado proporcionandole una sección transversal adecuada, o más inclinación, y/o el empuje en el brazo 2 es decrementado de forma similar, resulta un componente de par tratando de rotar el boomerang por su parte frontal hacia la izquierda, lo que resulta en recostamiento por precesión.

IV. Ecuaciones de movimiento del Boomerang

En las siguientes subsecciones se mostrarán las ecuaciones de movimiento del boomerang, en las cuales las fuerzas aerodinámicas se dejan sin especificar. Las magnitudes de esas fuerzas deben ser derivadas ya sea por modelos teóricos o por mediciones.

Un boomerang es considerado como un cuerpo rígido cuyo comportamiento es parecido a un trompo girando rápidamente. Se asume que gira rápidamente al rededor del eje principal a través del centro de masa en donde se encuentra el mayor momento de inercia. La simplificación de las ecuaciones dinámicas de movimiento del boomerang se debe a que las fuerzas actuando en él son promediadas ó suavizadas.

La justificación del suavizado puede ser basado en la suposición de que las variaciones ó fluctuaciones durante el vuelo del boomerang son rápidas ó lentas. Las variaciones rápidas tienen características de tiempo del orden de un periodo de rotación ó menos, mientras que las variaciones lentas son más grandes que el periodo de rotación.

Una desventaja de suavizar las ecuaciones de movimiento son, por supuesto, la información perteneciente a las variaciones de las cantidades mecánicas y aerodinámicas son perdidas.

Ecuaciones de movimiento I

A lo largo de el cálculo de las ecuaciones de movimiento del boomerang se considera a este como un cuerpo rígido, además, se considera que el vector del momento angular es aproximadamente paralelo al eje principal del cuerpo, con la mayor cantidad de momento de inercia.

Se definirán los siguientes sistemas coordenados utilizando la regla de la mano derecha:

1. (X,Y,Z), Sistema fijo inercial con respecto al cual se desea calcular la trayectoria de vuelo del boomerang.
2. (1,2,3), Sistema fijo del boomerang. El origen del sistema está en el centro de masa del boomerang.
3. (x,y,z), Sistema parcialmente fijo al boomerang. El eje z coincide con el eje 3. La proyección de la velocidad del centro de masa del boomerang está sobre el plano (x,y) y apunta en dirección negativa del eje x. Nuevamente el origen del sistema coordenado se ubica en el centro de masa del boomerang.

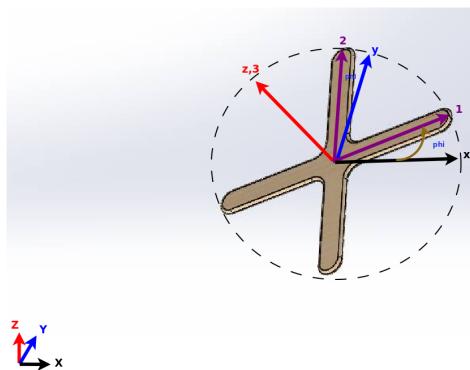


Figure 3.15: Sistemas coordinados (X,Y,Z),(x,y,z),(1,2,3).

Para comenzar con el análisis, primero se derivarán las ecuaciones de movimiento del boomerang con respecto al sistema (x,y,z), desde que el sistema está directamente relacionado con el estado de movimiento del boomerang con respecto al aire. El sistema (x,y,z) rota a una velocidad angular:

$$\vec{\Omega} = (\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z) \quad (3.7)$$

Ω_z está determinada cinemáticamente por el hecho de que la componente "y" de la velocidad del centro de masa del boomerang es cero por definición. El movimiento del boomerang se puede separar en 2 partes:

1. Movimiento del centro de masa.
2. Movimiento del cuerpo con respecto a su centro de masa.

Movimiento del centro de masa.

La velocidad del centro de masa del boomerang está dada por:

$$\vec{V} = (V_x, V_y, V_z) \quad (3.8)$$

donde las componentes están dadas en las direcciones x,y,z respectivamente. Por la definición del sistema (x,y,z), tenemos:

$$V_x < 0 \quad (3.9a)$$

$$V_y = 0 \quad (3.9b)$$

Además dada la fuerza \vec{F} como la fuerza resultante actuando sobre el boomerang, m la masa del boomerang, se tiene la fuerza expesada en relación del cambio del momento lineal:

$$\vec{F} = \dot{\vec{P}} \quad (3.10a)$$

$$\vec{P} = m\vec{V} \quad (3.10b)$$

Se llega a lo siguiente:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \left(\frac{d\vec{p}}{dt} \right)' + \vec{\Omega} \times \vec{p} \quad (3.11)$$

Utilizando (3.9), tenemos:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = m\dot{\vec{V}} + \vec{\Omega} \times m\vec{V} = m \begin{bmatrix} \dot{V}_x \\ \dot{V}_y \\ \dot{V}_z \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} = m \begin{bmatrix} \dot{V}_x \\ \dot{V}_y \\ \dot{V}_z \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} \Omega_y V_z - \Omega_z V_y \\ \Omega_x V_z - \Omega_z V_x \\ \Omega_x V_y - \Omega_y V_x \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

resultando:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} \dot{V}_x + \Omega_y V_z \\ \Omega_x V_z - \Omega_z V_x \\ \dot{V}_z - \Omega_y V_x \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

La segunda ecuación de (3.13) determina el valor de Ω_z . Las solución exacta de las ecuaciones de (3.13) son remplazadas por las ecuaciones aproximadas o suavizadas:

$$\begin{bmatrix} \bar{F}_x \\ \bar{F}_y \\ \bar{F}_z \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} \dot{V}_x + \bar{\Omega}_y \bar{V}_z \\ \bar{\Omega}_x \bar{V}_z - \bar{\Omega}_z \bar{V}_x \\ \dot{V}_z - \bar{\Omega}_y \bar{V}_x \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

En las ecuaciones (3.14) las barras denotan las cantidades suavizadas. Las fuerzas \bar{F}_x , \bar{F}_y , \bar{F}_z son fuerzas promediadas ó suavizadas. Las demás cantidades son resueltas por completo, por las ecuaciones de movimiento. La solución no será exacta desde que (3.14) no son exactas. Pero proporcionan una aproximación razonable para el movimiento del centro de masa.

Movimiento con respecto al centro de masa.

Dada la velocidad angular del boomerang $\vec{\omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$. Por definición del sistema x,y,z:

$$\Omega_x = \omega_x \quad (3.15a)$$

$$\Omega_y = \omega_y \quad (3.15b)$$

Dado \vec{T} como el par resultante actuando en el boomerang y \vec{L} el vector del momento angular del boomerang:

$$\vec{T} = \dot{\vec{L}} \quad (3.16)$$

y

$$\vec{T} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \left(\frac{d\vec{L}}{dt} \right)' + \vec{\Omega} \times \vec{L} \quad (3.17)$$

Resultando:

$$\begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{L}_x \\ \dot{L}_y \\ \dot{L}_z \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} L_x \\ L_y \\ L_z \end{bmatrix} \right) = m \begin{bmatrix} \dot{L}_x \\ \dot{L}_y \\ \dot{L}_z \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} \Omega_y L_z - \Omega_z L_y \\ \Omega_x L_z - \Omega_z L_x \\ \Omega_x L_y - \Omega_y L_x \end{bmatrix} \right) \quad (3.18)$$

Para obtener L_x , L_y y L_z es necesario considerar el sistema (1,2,3). Tomando en cuenta que el eje 3 coincide con el eje z, se observa un ángulo ϕ en el plano (x,y) con el plano (1,2), entonces:

$$\dot{\phi} = \omega_3 - \Omega_z \quad (3.19a)$$

$$\omega_3 = \omega_z \quad (3.19b)$$

Los componentes del momento angular con respecto al sistema (1,2,3) están relacionados con el momento de inercia principal de la siguiente manera:

$$L_1 = I_1 \Omega_1 \quad (3.20a)$$

$$L_2 = I_2 \Omega_2 \quad (3.20b)$$

$$L_3 = I_3 \Omega_3 \quad (3.20c)$$

La matriz de transformación del sistema (1,2,3) al sistema (x,y,z) y viceversa esta dado por:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x & \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0 \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ y & \\ z & \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

Por lo que obtenemos:

$$\begin{bmatrix} L_x \\ L_y \\ L_z \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0 \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\phi)L_1 - \sin(\phi)L_2 \\ \sin(\phi)L_1 + \cos(\phi)L_2 \\ L_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\phi)I_1\omega_1 - \sin(\phi)I_2\omega_2 \\ \sin(\phi)I_1\omega_1 + \cos(\phi)I_2\omega_2 \\ I_3\omega_3 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & \sin(\phi) & 0 \\ -\sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\phi)w_x + \sin(\phi)w_y \\ -\sin(\phi)w_x + \cos(\phi)w_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Sustiyendo (3.23) en (3.22):

$$\begin{bmatrix} L_x \\ L_y \\ L_z \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(I_1 + I_2)\omega_x + \frac{1}{2}(I_1 - I_2)(\omega_x\cos(2\phi) + \omega_y\sin(2\phi)) \\ \frac{1}{2}(I_1 + I_2)\omega_y + \frac{1}{2}(I_1 - I_2)(\omega_x\sin(2\phi) + \omega_y\cos(2\phi)) \\ \omega_z \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

Utilizando (3.19) obtenemos por diferenciación de (3.22):

$$\begin{bmatrix} \dot{L}_x \\ \dot{L}_y \\ \dot{L}_z \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} I_1\omega_1\cos(\phi) - I_2\omega_2\sin(\phi) + (\omega_3 - \Omega_z)(-I_1\omega_1\sin(\phi) + I_2\omega_2\cos(\phi)) \\ I_1\omega_1\sin(\phi) + I_2\omega_2\cos(\phi) + (\omega_3 - \Omega_z)(I_1\omega_1\cos(\phi) - I_2\omega_2\sin(\phi)) \\ I_3\dot{\omega}_3 \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

y por diferenciación de (3.23) se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_1 \\ \dot{\omega}_2 \\ \dot{\omega}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_x\cos(\phi) + \dot{\omega}_y\sin(\phi) + (\omega_z - \Omega_z)(-w_x\sin(\phi) + w_y\cos(\phi)) \\ -\dot{\omega}_x\sin(\phi) + \dot{\omega}_y\cos(\phi) + (\omega_z - \Omega_z)(-w_x\cos(\phi) - w_y\sin(\phi)) \\ \dot{\omega}_z \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Sustituyendo (3.23) y (3.26) en (3.25):

$$\begin{bmatrix} \dot{L}_x \\ \dot{L}_y \\ \dot{L}_z \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(I_1 + I_2)\omega_x + \frac{1}{2}(I_1 - I_2)(-\dot{\omega}_x\cos(2\phi) + \dot{\omega}_y\sin(2\phi)) + (I_1 - I_2)(\omega_z - \Omega_z)(-\omega_x\sin(2\phi) + \omega_y\cos(2\phi)) \\ \frac{1}{2}(I_1 + I_2)\omega_y + \frac{1}{2}(I_1 - I_2)(\dot{\omega}_x\sin(2\phi) + \dot{\omega}_y\cos(2\phi)) + (I_1 - I_2)(\omega_z - \Omega_z)(\omega_x\cos(2\phi) + \omega_y\sin(2\phi)) \\ I_3\dot{\omega}_3 \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

Utilizando (3.22) y (3.27) en (3.18) y recurriendo a (3.15):

$$\begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(I_1 + I_2)\omega_x - \frac{1}{2}(I_1 + I_2)\omega_y\Omega_z + I_3\omega_z\omega_y + \frac{1}{2}(I_1 - I_2)(-\omega_x\cos(2\phi) + \omega_y\sin(2\phi)) + \frac{1}{2}(I_1 - I_2)(2\omega_z - \Omega_z)(-\omega_x\sin(2\phi) + \omega_y\cos(2\phi)) \\ \frac{1}{2}(I_1 + I_2)\omega_y + \frac{1}{2}(I_1 + I_2)\omega_x\Omega_z - I_3\omega_z\omega_y + \frac{1}{2}(I_1 - I_2)(-\dot{\omega}_x\sin(2\phi) + \dot{\omega}_y\cos(2\phi)) + \frac{1}{2}(I_1 - I_2)(2\omega_z - \Omega_z)(\omega_x\cos(2\phi) + \omega_y\sin(2\phi)) \\ I_3\dot{\omega}_z + (I_1 - I_2)[(\omega_x^2 + \omega_y^2)\sin(2\phi) - \omega_x\omega_y\cos(2\phi)] \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

Para nuestro boomerang se cumple $I_1 = I_2 = I_{12}$, la ecuación (3.28) se reduce a:

$$\begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} I_{12}\omega_x + (I_3\omega_z - I_{12}\Omega_z)\omega_y \\ I_{12}\omega_y - (I_3\omega_z - I_{12}\Omega_z)\omega_x \\ I_3\dot{\omega}_z \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

las cuales son las ecuaciones para una vista simétrica con respecto al sistema (x,y,z). Hasta este punto todas las ecuaciones son exactas. Las ecuaciones (3.28) se suavizan de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \bar{T}_x \\ \bar{T}_y \\ \bar{T}_z \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} I_{12}\bar{\omega}_x + (I_3\bar{\omega}_z - I_{12}\bar{\Omega}_z)\bar{\omega}_y \\ I_{12}\bar{\omega}_y - (I_3\bar{\omega}_z - I_{12}\bar{\Omega}_z)\bar{\omega}_x \\ I_3\bar{\omega}_z \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

Una segunda simplificación puede ser echada, para los boomerang que giran rápidamente, generalmente se tiene:

$$\|\bar{\omega}_x\|, \|\bar{\omega}_y\|, \|\bar{\Omega}_z\| \ll \|\bar{\omega}_z\| \quad (3.31a)$$

$$\|\bar{\omega}_x\| \ll \|\bar{\omega}_y\bar{\omega}_z\|, \|\bar{\omega}_y\| \ll \|\bar{\omega}_x\bar{\omega}_z\| \quad (3.31b)$$

De esta manera se obtiene una aproximación de (3.30):

$$\begin{bmatrix} \bar{T}_x \\ \bar{T}_y \\ \bar{T}_z \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} I_3\bar{\omega}_z\bar{\omega}_y \\ -I_3\bar{\omega}_z\bar{\omega}_x \\ I_3\bar{\omega}_z \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

Las ecuaciones (3.14) y (3.32) serán utilizadas para el cálculo de la trayectoria del vuelo del boomerang.

Ecuaciones de movimiento II

Las ecuaciones de movimiento de un boomerang respecto al sistema coordenado (x, y, z) son dadas por las ecuaciones (3.14) y (3.32), pero ahora usaremos las variables suavizadas o promediadas exclusivamente omitiendo las barras superiores.

En esta sección obtendremos las ecuaciones de movimiento respecto al sistema inercial fijo (X, Y, Z) , en el cual el eje Z apunta verticalmente hacia arriba y el plano (Y, Z) es horizontal. La relación entre este sistema de referencia y el sistema (x, y, z) es dada por los angulos de euler ϕ, η y ϑ como se muestra en la Fig. (3.17), donde, por definición $0 \leq \vartheta \leq \pi$.

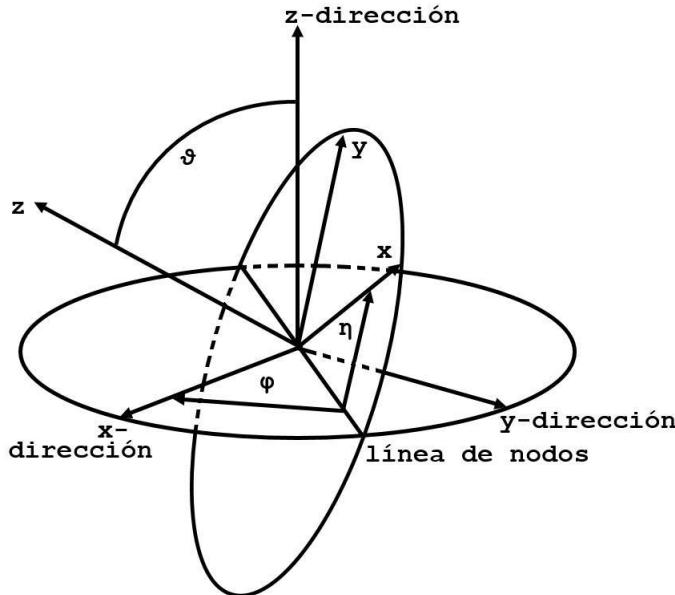


Figure 3.16: Angulos de euler definiendo la relacion entre los sistemas coordenados (x, y, z) y (X, Y, Z) .

La transformación que lleva un vector en (x, y, z) a su representación en el sistema de referencia (X, Y, Z) es la siguiente:

$$\begin{matrix} x \\ X \\ Y \\ Z \end{matrix} = \begin{pmatrix} \cos\eta\cos\vartheta - \cos\vartheta\sin\eta\sin\varphi & -\sin\eta\cos\vartheta - \cos\vartheta\sin\eta\cos\varphi & \sin\vartheta\sin\eta \\ \cos\eta\sin\vartheta + \cos\vartheta\sin\eta\sin\varphi & -\sin\eta\sin\vartheta + \cos\vartheta\sin\eta\cos\varphi & -\sin\vartheta\cos\eta \\ \sin\eta\sin\vartheta & \sin\eta\cos\vartheta & \cos\vartheta \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

Para la velocidad angular $\vec{\Omega}$ del sistema de referencia (x, y, z) ahora tenemos:

$$\begin{bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\vartheta}\cos\eta + \dot{\varphi}\sin\vartheta\sin\eta \\ -\dot{\vartheta}\sin\eta + \dot{\varphi}\sin\vartheta\cos\eta \\ \dot{\eta} + \dot{\varphi}\cos\vartheta \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

lo que lleva a:

$$\begin{bmatrix} \dot{\vartheta} \\ \dot{\varphi} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \Omega_x\cos\eta - \Omega_y\sin\eta \\ \frac{1}{\sin\vartheta}(\Omega_x\sin\eta + \Omega_y\cos\eta) \\ \Omega_z - \frac{\cos\vartheta}{\sin\vartheta}(\Omega_x\sin\eta + \Omega_y\cos\eta) \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

De (3.15) y (3.32) obtenemos:

$$\begin{aligned}\Omega_x &= \omega_x = -\frac{T_y}{I_3 \omega_z} \\ \Omega_y &= \omega_y = \frac{T_x}{I_3 \omega_z} \\ \dot{\omega}_z &= \frac{T_z}{I_3}\end{aligned}\tag{3.36}$$

y de (3.14) :

$$\begin{aligned}\Omega_z &= \frac{F_y}{mV_x} + \frac{V_z \omega_x}{V_x} \\ \dot{V}_x &= \frac{F_x}{m} - V_x \omega_y \\ \dot{V}_z &= \frac{F_z}{m} + V_x \omega_y\end{aligned}\tag{3.37}$$

Introducimos las variables V y Ψ definidos por:

$$\begin{aligned}V_x &= -V \cos \Psi \\ V_z &= -V \sin \Psi \\ V &> 0, \quad |\Psi| < \frac{1}{2}\pi\end{aligned}\tag{3.38}$$

Recuerdese que $V_x < 0$ y $V_y = 0$ son los componentes sobre los ejes x & y respectivamente de la velocidad lineal del boomerang (V), Psi es el ángulo entre la parte negativa del eje x y la dirección de la velocidad del boomerang. Llamamos a Ψ el ángulo de incidencia. Entonces (3.37) puede ser escrito como:

$$\begin{aligned}\Omega_z &= -\frac{F_y}{mV \cos \Psi} + \omega_x \tan \Psi \\ \dot{V} &= \frac{1}{m}(-F_x \cos \Psi - F_z \sin \Psi) \\ \dot{\Psi} &= \frac{1}{mV}(F_x \sin \Psi - F_z \cos \Psi) + \omega_y\end{aligned}\tag{3.39}$$

Las ecuaciones (3.35), (3.36) y (3.39) determinan el movimiento del boomerang y pueden combinarse formando:

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_z &= \frac{T_y}{I_3} \\ \dot{V} &= \frac{1}{m}(-F_x \cos \Psi - F_z \sin \Psi) \\ \dot{\Psi} &= \frac{1}{m}(F_x \sin \Psi - F_z \cos \Psi) + \frac{T_x}{I_3 \omega_z}\end{aligned}\tag{3.40}$$

$$\begin{aligned}\dot{\vartheta}_z &= \frac{1}{I_3 \omega_z}(-T_y \cos \vartheta - T_x \sin \vartheta) \\ \dot{\varphi} &= \frac{1}{I_3 \omega_z} \frac{1}{\sin \vartheta}(-T_y \sin \vartheta + T_x \cos \vartheta) \\ \dot{\eta} &= -\frac{F_y}{mV \cos \Psi} - \tan \Psi \frac{T_y}{I_3 \omega_z} - \dot{\varphi} \cos \vartheta\end{aligned}\tag{3.41}$$

Para la posición del centro de masa del boomerang en el sistema de referencia (X, Y, Z) tenemos simplemente:

$$\begin{aligned}\dot{X} &= V[-\cos \Psi (\cos \eta \cos \varphi - \sin \eta \sin \varphi \cos \vartheta) - \sin \Psi \sin \varphi \sin \vartheta] \\ \dot{Y} &= V[-\cos \Psi (\cos \eta \sin \varphi + \sin \eta \cos \varphi \cos \vartheta) + \sin \Psi \cos \varphi \sin \vartheta] \\ \dot{Z} &= V[-\cos \Psi \sin \eta \sin \vartheta - \sin \Psi \cos \vartheta]\end{aligned}\tag{3.42}$$

Las ecuaciones (3.40), (3.41) y (3.42) deben ser integradas numéricamente. Las fuerzas y pares $F_x, F_y, F_z, T_x, T_y, T_z$ deben ser dados como funciones conocidas del estado de movimiento del sistema. Si las condiciones iniciales son proveidas, estas nueve ecuaciones diferenciales de primer orden pueden ser resueltas para las nueve incógnitas $\omega_z, V, \Psi, \vartheta, \varphi, \eta, X, Y, Z$ como funciones del tiempo, t.

Las ecuaciones (3.40) y (3.41) contienen singularidades si las variables del denominador se vuelven triviales, lo cual ocurre en los cuatro casos siguientes:

$$\begin{aligned}\sin \vartheta &\rightarrow 0 \\ \cos \Psi &\rightarrow 0 \\ V &\rightarrow 0 \\ \omega_z &\rightarrow 0\end{aligned}\tag{3.43}$$

V. Fuerzas actuantes sobre el boomerang

Consideremos las siguientes suposiciones concernientes al boomerang, el medio en el cual se mueve y la gravedad:

1. El boomerang es un cuerpo rígido. Su tamaño se caracteriza por su radio a , el cual es el radio que describe el boomerang al girar sobre su centro de masa. La masa del boomerang es m , y sus momentos principales de inercia, de menor a mayor magnitud, son I_1, I_2, I_3 ; y su densidad promedio es ρ .
2. El medio es homogéneo, isotrópico, constante en el tiempo, de extensión finita. Su densidad es μ , su viscosidad cinemática es ν . No se consideran efectos aerodinámicos o aerodinámicos debidos a la presencia de objetos como la tierra o árboles.
3. La aceleración de la gravedad, \vec{g} , se considera constante y dirigida hacia abajo, en la dirección negativa de Z

Las fuerzas actuantes sobre el boomerang son de dos tipos: fuerzas debidas a la gravedad y fuerzas debidas a la interacción con el aire, denotadas por un subíndice g y a respectivamente. Entonces:

$$\vec{F} = \vec{F}_g + \vec{F}_a\tag{3.44a}$$

$$\vec{T} = \vec{T}_a\tag{3.44b}$$

Los componentes de (\vec{F}_g) en el sistema (X, Y, Z) son:

$$\vec{F}_g = -mg(\sin \vartheta \sin \eta, \sin \vartheta \cos \eta, \cos \vartheta)\tag{3.45}$$

Las fuerzas hidrostáticas pueden ser tomadas en cuenta reemplazando g por:

$$g' = g(1 - \frac{\mu}{\rho})\tag{3.46}$$

No es tan simple obtener expresiones para las fuerzas aerodinámicas, las cuales pueden depender de:

- a) Las propiedades del aire: e. g. Densidad, viscosidad, turbulencia.
- b) La forma del boomerang.
- c) el estado de movimiento del boomerang: e.g. $\Psi, \vec{\omega}, V$.
- d) historial previo

De acuerdo con los métodos de análisis dimensional, los componentes en (x, y, z) de \vec{F}_a pueden ser escritos en la forma:

$$\vec{F}_a = \mu a^2 V^2 \vec{f}(\Psi, \frac{V}{\omega_z a}, \frac{\omega_x}{\omega_z}, \frac{\omega_y}{\omega_z}, \phi, Re, Historial, Forma) \quad (3.47)$$

donde todos los argumentos de \vec{f} son adimensionales. $Re = \frac{aV}{\nu}$ es un número de Reynolds. El historial representa la influencia de condiciones previas en el vuelo del boomerang. La forma denota un conjunto de parámetros adimensionales que definen la forma del boomerang (no el tamaño). El factor V^2 en (3.47) puede ser reemplazado por $(\omega_z a)^2$, si se desea. \vec{T}_a puede ser escrito de forma similar con un factor adicional a . Es el historial el que acarrea las mayores dificultades, ya que puede depender del completo movimiento del boomerang desde su inicio, $t = 0$, hasta su instante presente, $t = t_p$.

Bajo la base de muchas suposiciones, la función desconocida \vec{f} en (3.47) puede ser simplificada. Ya que trabajaremos con fuerzas promediadas (suavizadas), una enorme cantidad de simplificaciones pueden ser tomadas sobre un periodo de ϕ , y reemplazar el historial por uno ficticio en el cual las cantidades

$$\Psi, \frac{V}{\omega_z a}, \frac{\omega_x}{\omega_z}, \frac{\omega_y}{\omega_z}, Re \quad (3.48)$$

son constantes para todo $t \leq t_p$. Esto es una aproximación cuasi-estacionaria. La situación en $t = t_p$, para el propósito de calcular fuerzas aerodinámicas, se supone constante para $-\infty < t \leq t_p$. La parte previa de la trayectoria de vuelo del boomerang es reemplazada por una línea recta. Este historial extremadamente simplificado depende solo de la situación presente ($t = t_p$), y deja de ser un conjunto de variables independientes en (3.47), por lo que obtenemos:

$$\vec{F}_a = \mu a^2 V^2 \vec{f}(\Psi, U, \frac{\omega_x}{\omega_z}, \frac{\omega_y}{\omega_z}, Re, Forma) \quad (3.49)$$

donde U es la raza de avance, definida como:

$$U = \frac{V}{\omega_z a} \quad (3.50)$$

La dependencia de Re no es del todo despreciable, [1] mostró en experimentos en túnel de viento que tiene cierta influencia. Sin embargo las fuerzas computadas por su modelo del ala son independientes de Re . Para el propósito del cálculo de la trayectoria de vuelo del boomerang asumiremos que la influencia de este número es despreciable y por lo tanto, tenemos:

$$\vec{F}_a = \mu a^2 V^2 \vec{f}(\Psi, U, \frac{\omega_x}{\omega_z}, \frac{\omega_y}{\omega_z}, Forma) \quad (3.51)$$

Si $\frac{\omega_x}{\omega_z}$ y $\frac{\omega_y}{\omega_z}$ son muy pequeñas, no tendrán una influencia significativa en \vec{F}_a y \vec{T}_a , y estos parámetros pueden ser omitidos de (3.51). Esta suposición no es necesaria, sin embargo, como se muestra a continuación:

$$\vec{F}_a = \mu a^2 V^2 \vec{F}_0(\Psi, I/U) \quad (3.52a)$$

$$\vec{T}_a = \mu a^3 V^2 \vec{T}_0(\Psi, I/U) \quad (3.52b)$$

o, alternativamente, como:

$$\vec{F}_a = \mu a^4 \omega_z^2 \vec{F}_1(\Psi, U) \quad (3.53a)$$

$$\vec{T}_a = \mu a^5 \omega_z^2 \vec{T}_1(\Psi, U) \quad (3.53b)$$

donde \vec{F}_0 y \vec{T}_0 o \vec{F}_1 y \vec{T}_1 también dependen de la forma del boomerang. Durante vuelos reales del boomerang, la velocidad V varía fuertemente, mientras que las variaciones relativas en la velocidad de rotación ω_z son menores al 20%. Por lo tanto, parece conveniente utilizar (3.53) en lugar de (3.52), esto es, durante el vuelo del boomerang, las variables adimensionales \vec{F}_1 y \vec{T}_1 se comportan prácticamente como \vec{F}_a y \vec{T}_a .

Finalmente, reconsideraremos la suposición del desvanecimiento de ω_x y ω_y . La restricción impuesta por esto puede ser removida. En lugar de (5.10) ahora tenemos:

VI. La influencia del viento

La influencia del viento en el movimiento del boomerang debe de ser tomada en cuenta, esto puede incluirse fácilmente en las ecuaciones (3.40) y (3.41). Se supone que el viento predominante puede ser descrito por el campo vectorial $\vec{W}(X, Y, Z, t)$ con los componentes W_X, W_Y y W_Z dados. Los componentes de esta velocidad con respecto al sistema (x, y, z) se obtiene por la matriz de transformación (3.33). Por lo que la velocidad del boomerang con respecto al aire resulta:

$$\vec{V} - \vec{W} = (Vx - Wx, -Wy, Vz - Wz) = (-V\cos\Psi - Wx, -Wy, -V\sin\Psi - Wz) \quad (3.54)$$

Desde que se trabaja con las ecuaciones suavizadas es necesario asumir que $\vec{V} - \vec{W}$ varía relativamente poco durante un periodo de giro del boomerang. Por lo tanto las flutuaciones repentinas en la velocidad del viento se descartan.

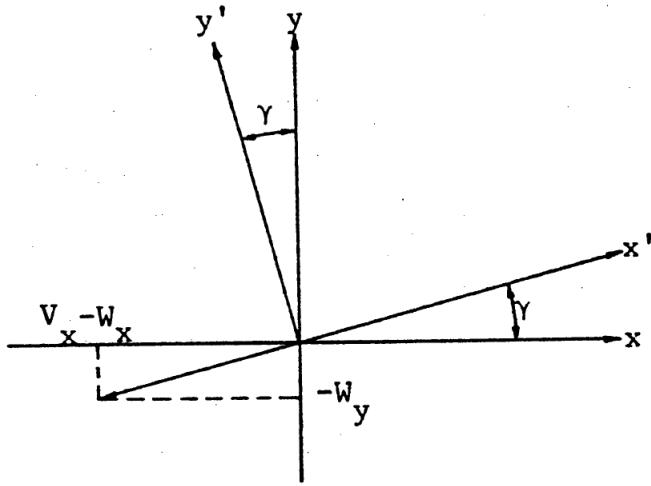


Figure 3.17: Sistema coordenado (x, y, z) y (x', y', z') .

Se introduce un nuevo sistema coordenado (x', y', z') , de tal manera que la velocidad relativa en la dirección de y' del boomerang con respecto al boomerang desaparece. El ángulo γ entre el eje x y el eje x' está dado por:

$$\gamma = \arctan\left(\frac{W_y}{V\cos\Psi + W_x}\right) \quad (3.55)$$

La trasformación del sistema coordenado (x, y, z) al sistema coordenado (x', y', z') y viceversa esta determinada por:

$$R = \begin{pmatrix} x & y & z \\ x' & \cos(\gamma) & \sin(\gamma) & 0 \\ y' & -\sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 \\ z' & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.56)$$

Las componentes de la velocidad relativa del boomerang respecto al aire pueden ser reescritas por:

$$\vec{V} - \vec{W} = (-\sqrt{(V\cos\Psi + W_x)^2 + W_y^2}, 0, -V\sin\Psi - W_z) \quad (3.57)$$

donde las componentes estan dadas en el sistema coordenado (x, y, z) . Agragando estos efectos a las ecuaciones de movimiento (3.40) y (3.41), V , U y Ψ deben ser reeplanzados por los valores relativos al movimiento del aire:

$$V' = \sqrt{(V\cos\Psi + W_x)^2 + W_y^2 + (V\sin\Psi + W_z)^2} \quad (3.58a)$$

$$= \sqrt{(V^2 + W^2 + 2V(W_z\sin\Psi + W_x\cos\Psi))} \quad (3.58b)$$

$$U' = \frac{\vec{V}'}{\omega_z a} \quad (3.59)$$

$$\Psi = \arctan\left(\frac{W_y + V\sin\Psi}{\sqrt{(V\cos\Psi + W_x)^2 + W_y^2}}\right) \quad (3.60)$$

III. SIMULADOR

En este capítulo se presenta un simulador basado en las ecuaciones de movimiento del boomerang obtenidas en el capítulo anterior, las cuales se muestran a continuación:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_z &= \frac{T_y}{I_3} \\ \dot{V} &= \frac{1}{m}(-F_x \cos\Psi - F_z \sin\Psi) \\ \dot{\Psi} &= \frac{1}{m}(F_x \sin\Psi - F_z \cos\Psi) + \frac{T_x}{I_3 \omega_z} \end{aligned} \quad (3.61)$$

$$\begin{aligned} \dot{\vartheta} &= \frac{1}{I_3 \omega_z}(-T_y \cos\eta - T_x \sin\eta) \\ \dot{\varphi} &= \frac{1}{I_3 \omega_z} \frac{1}{\sin\vartheta}(-T_y \sin\eta + T_x \cos\eta) \\ \dot{\eta} &= -\frac{F_y}{mV \cos\Psi} - \tan\Psi \frac{T_y}{I_3 \omega_z} - \dot{\varphi} \cos\vartheta \end{aligned} \quad (3.62)$$

$$\begin{aligned} \dot{X} &= V[-\cos\Psi(\cos\eta \cos\varphi - \sin\eta \sin\varphi \cos\vartheta) - \sin\Psi \sin\varphi \sin\vartheta] \\ \dot{Y} &= V[-\cos\Psi(\cos\eta \sin\varphi + \sin\eta \cos\varphi \cos\vartheta) + \sin\Psi \cos\varphi \sin\vartheta] \\ \dot{Z} &= V[-\cos\Psi \sin\eta \sin\vartheta - \sin\Psi \cos\vartheta] \end{aligned} \quad (3.63)$$

Para las fuerzas y pares aerodinámicos actuantes en el boomerang se tiene la siguiente ecuación:

$$\vec{F}_a = \mu_a a^4 \omega_z^2 \vec{F}_1(\Psi, U) \quad (3.64a)$$

$$\vec{T}_a = \mu_a a^5 \omega_z^2 \vec{T}_1(\Psi, U) \quad (3.64b)$$

Las ecuaciones de movimiento del boomerang son ecuaciones diferenciales de primer orden las cuales pueden aproximarse por un método de integración y así poder reconstruir la trayectoria de vuelo del boomerang en un tiempo determinado.

I. Regla de Simpson

Al ser de gran interés la posición del boomerang con respecto al sistema coordenado fijo es necesario resolver las ecuaciones de movimiento, para esto se propone utilizar el método de integración de Simpson. La regla de simpson es un método de integración numérica para obtener el valor aproximado de integrales definidas en un intervalo $[a,b]$, mediante la regla del trapecio, es decir, que sobre cada subintervalo en el que se divide $[a,b]$ se aproxima una función f por un polinomio de primer grado, para luego calcular los trapecios formados en esos intervalos. Específicamente la aproximación se realiza de la siguiente manera[3]:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{6} [f(a) + 2f(a) + 2f(b) + f(b)] \quad (3.65)$$

Cada una de las ecuaciones de movimiento del boomerang se integran con esta regla, para lo cual se toma en cuenta que se integran con respecto al tiempo y se obtiene la aproximación en un intervalo de tiempo.

II. Algoritmo de la simulación

Se comienza definiendo el intervalo de tiempo $[a,b]$ en donde se emplea la aproximación, el cual será representado por un diferencial de tiempo (dt).

Se establecen las condiciones iniciales necesarias para realizar el cálculo, las cuales se enlistan a continuación:

1. g = aceleración de la gravedad ($\frac{m}{seg}$).
2. my = densidad del aire .
3. m = masa del boomerang (g).
4. I_3 = momento de inercia del boomerang ($\frac{g}{dm^2}$).
5. r = radio del centro de masa a cada una de las aspas del boomerang (mm).
6. vel_v = velocidad del viento ($\frac{m}{seg}$).
7. vel_ini = Velocidad inicial ($\frac{m}{seg}$).
8. ang_v = ángulo del viento ($\frac{m}{seg}$).
9. $ang_lanzamiento$ = ángulo del lanzamiento del boomerang ($\frac{m}{seg}$).

10. giro = velocidad angular inicial(Hz).
11. dt = período de integración.
12. X = Posición Inicial en X m.
13. Y = Posición Inicial en Y m.
14. Z = Posición Inicial en Z m.

Se toma en cuenta un valor aproximado de la aceleración de la gravedad y de la densidad del aire, además se fija un período de integración:

1. $g = 9.81 \left(\frac{m}{seg} \right)$.
2. $my = 1.2 \left(\frac{kg}{m^3} \right)$.
3. $dt = 0.1 \text{ seg}$.

Para el boomerang construido para el desarrollo de este proyecto, se tiene lo siguiente:

1. $m = 230 \text{ (g)}$.
2. $I3 = 478 \left(\frac{g}{dm^2} \right)$.
3. $r = 250 \text{ (mm)}$.

Las demás condiciones iniciales del vuelo pueden variar entre simulaciones para realizar pruebas al modelo.

Utilizando la regla de simpson y con las condiciones iniciales se muestra el la Fig. (3.18) diagrama de flujo donde se detalla el algoritmo para el cálculo de la trayectoria de vuelo del boomerang.

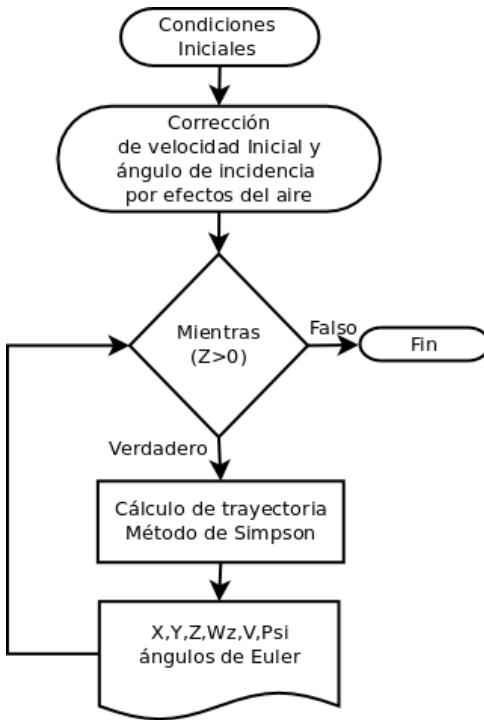


Figure 3.18: Algoritmo de cálculo de la trayectoria de vuelo del boomerang.

III. Interfaz de la simulación

El simulador de la trayectoria de vuelo del boomerang se realiza en la Interfaz Gráfica de Usuario (GUI por sus siglas en inglés) que provee *Matlab®*. En la Fig. (3.19) se muestra la interfaz gráfica creada para asignar los parámetros iniciales y observar la gráfica generada por el vuelo del boomerang.

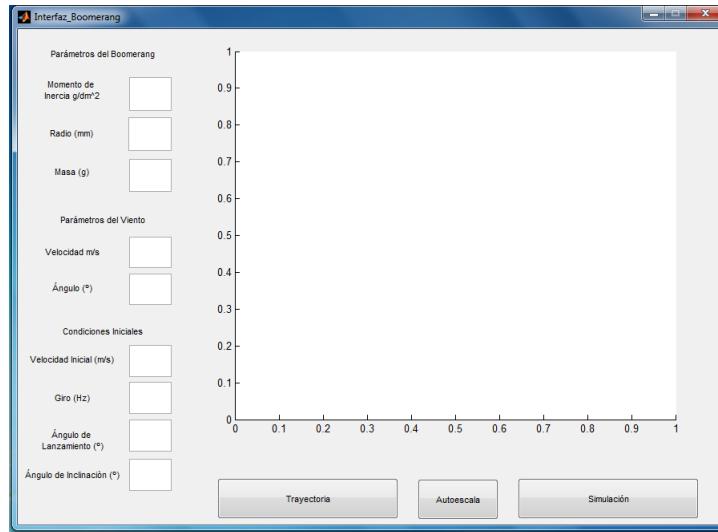


Figure 3.19: Interfaz gráfica en la GUI de Matlab.

IV. Simulaciones del modelo

Para la primer prueba del modelo se establecen los siguientes parámetros de vuelo iniciales:

1. $\text{vel_v} = 0 \left(\frac{\text{m}}{\text{seg}} \right)$.
2. $\text{vel_ini} = 31 \left(\frac{\text{m}}{\text{seg}} \right)$.
3. $\text{ang_v} = 0$ (grados).
4. $\text{ang_lanzamiento} \approx 30$ (grados).
5. $\text{giro} \approx 10$ (Hz).
6. $X = 0$ m.
7. $Y = 0$ m.
8. $Z = 1.8$ m.

En la Fig. 3.20 se muestra el resultado generado por la simulación con los datos iniciales propuestos:

En la segunda prueba del modelo se agrega velocidad y ángulo de la velocidad del viento actuante en el boomerang:

1. $\text{vel_v} = 5 \left(\frac{\text{m}}{\text{seg}} \right)$.
2. $\text{vel_ini} = 26 \left(\frac{\text{m}}{\text{seg}} \right)$.
3. $\text{ang_v} = 20$ (grados).
4. $\text{ang_lanzamiento} \approx 20$ (grados).
5. $\text{giro} \approx 10$ (Hz).

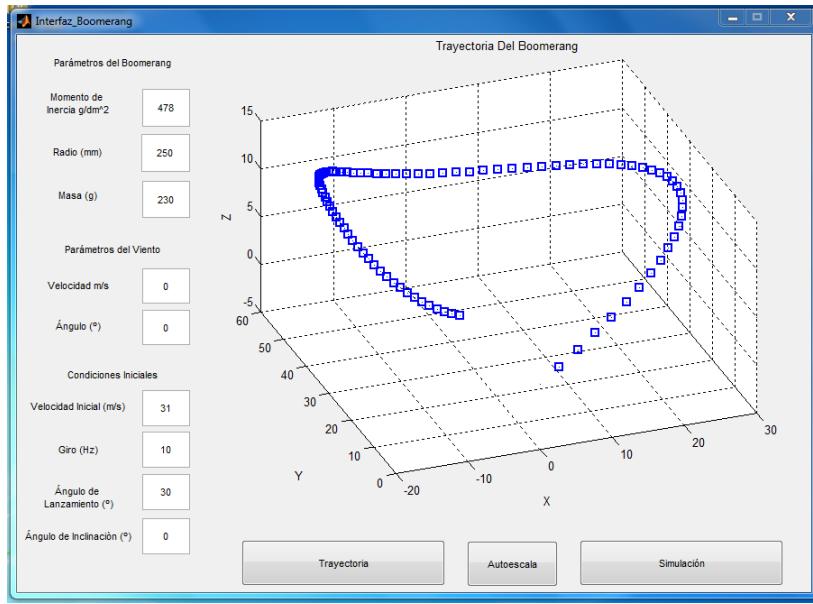


Figure 3.20: Simulación 1 del modelo.

6. $X = 0 \text{ m.}$

7. $Y = 0 \text{ m.}$

8. $Z = 1.8 \text{ m.}$

De igual manera en la Fig. 3.21 se muestra la trayectoria de vuelo del boomerang generada por los datos iniciales propuestos:

Finalmente se muestra una simulación con baja velocidad angular y un valor grande del ángulo de lanzamiento:

1. $\text{vel_v} = 0 \left(\frac{\text{m}}{\text{seg}} \right).$

2. $\text{vel_ini} = 15 \left(\frac{\text{m}}{\text{seg}} \right).$

3. $\text{ang_v} = 0 \text{ (grados).}$

4. $\text{ang_lanzamiento} \approx 60 \text{ (grados).}$

5. $\text{giro} \approx 10 \text{ (Hz).}$

6. $X = 0 \text{ m.}$

7. $Y = 0 \text{ m.}$

8. $Z = 1.8 \text{ m.}$

En la Fig. 3.22 se muestra la trayectoria de vuelo del boomerang generada por los datos iniciales propuestos:

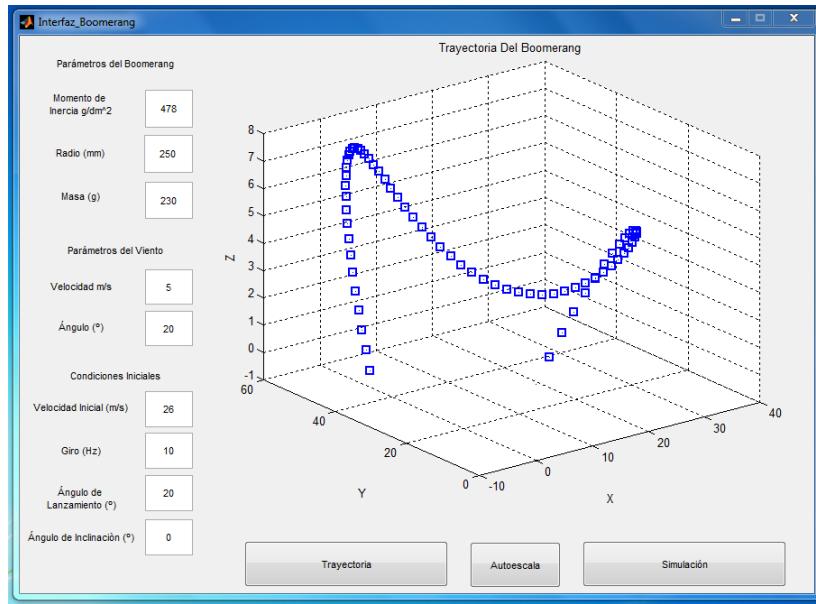


Figure 3.21: Simulación 2 del modelo.

Como es posible observar en la Fig. (3.20) y en la Fig.(3.20), al aplicarle una velocidad grande al boomerang, con ó sin velocidad del viento, el boomerang tiende a regresar cerca del punto de lanzamiento, esto debido a que los efectos presentes en el boomerang se mantienen durante el vuelo.

En cambio en la Fig. (3.22), el boomerang no regresa al punto de lanzamiento debido a la baja velocidad inicial con la que el boomerang fué lanzado.

Por lo que la simulación resulta ser una aproximación a la trayectoria que genera un vuelo del boomerang.

IV. EXPERIMENTOS

Como lo han mostrado [1], [4] y [5], hasta ahora, la trayectoria de vuelo real de un boomerang se ha comparado con la obtenida en simulación a traves de videos o imagenes y dispositivos emisores de luz embarcados en este. Sin embargo esto ha sido con la intención de obtener una comparativa cualitativa, no cuantitativa.

En este caso se ha optado por la instrumentación de un boomerang debido a lo interesante de la idea de obtener una trayectoria de vuelo cuantificada, además de que con esto será posible, posteriormente, no solo comparar los resultados reales con los obtenidos en simulación, sino buscar la parametrización del modelo.

I. Obtención y procesamiento de datos

Se describirán brevemente los dispositivos que conforman la unidad registradora de datos y se dará una breve explicación de las herramientas que se utilizaron para procesar estos últimos.

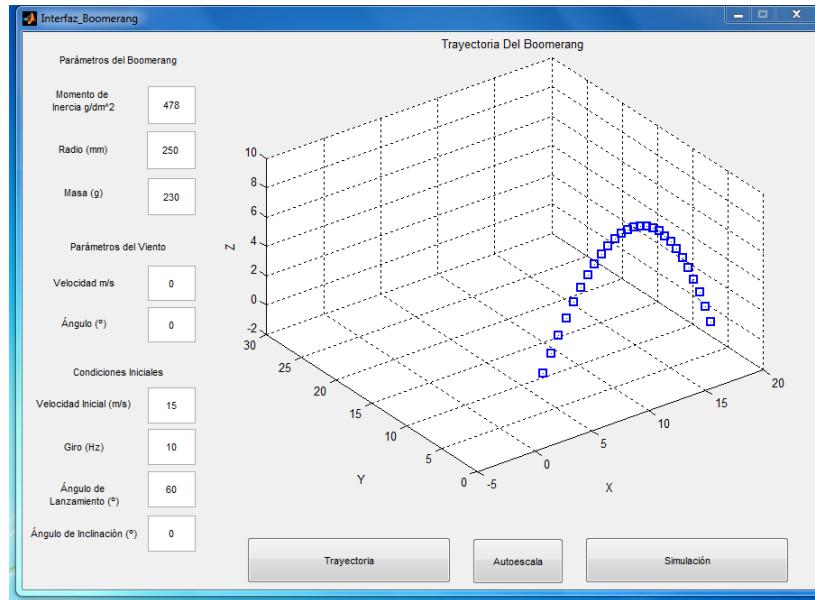


Figure 3.22: Simulación 3 del modelo.

Dispositivos utilizados

Unidad de medición inercial, 9DOF Razor IMU

Definición. Una unidad de medición inercial o IMU (del inglés Inertial Measurement Unit) es un dispositivo electrónico que mide e informa acerca de velocidad, orientación y fuerzas gravitacionales de un aparato, usando una combinación de acelerómetros y giroscópios.

La unidad de medición inercial 9DOF Razor IMU de Sparkfun incorpora los siguientes sensores de tres ejes:

1. Acelerómetro de 13 bits de resolución, con rango de $\pm 16g$, ADXL345
2. Gyroscopio ITG-3200
3. Magnetómetro HMC5883L

los cuales son procesados por un microcontrolador Atmega328 de 8MHz, el cual puede ser reprogramado a través del entorno de desarrollo integrado (IDE por sus siglas en inglés, Integrated development environment) de Arduino.

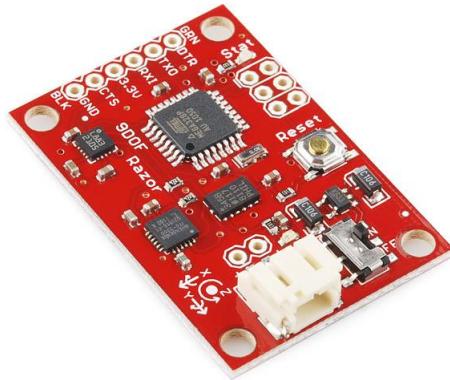


Figure 3.23: 9DOF Razor IMU de SparkFun.

Unidad de almacenamiento de datos

Para llevar un registro de los datos de los sensores se utiliza un módulo de tarjetas microSD, el cual utiliza el protocolo SPI (por sus siglas en inglés, Serial Peripheral Interface) y para cuya comunicación con la IMU se utiliza la librería SD de Arduino.



Figure 3.24: Módulo de tarjetas microSD de Arduino.

II. Algoritmo de la matriz de cosenos directores (DCM)

Por medio del algoritmo de la matriz de cosenos directores (DCM por sus siglas en inglés, Direction Cosine Matrix) se puede obtener la orientación de una IMU en términos de ángulos de Euler (roll, pitch, yaw en nuestro caso) considerando compensaciones en las mediciones de los

sensores (obtenidas combinando acelerómetros y gyroskopios) que permiten minimizar el error de medición.

Los gyroskopios son usados como la principal fuente de información de la orientación. Se integra la ecuación cinemática no lineal que relaciona la taza de cambio en la orientación del objeto a su taza de rotación y su orientación presente.

Se tiene en cuenta que errores numéricos en la integración pueden violar gradualmente la restricción de ortogonalidad de la DCM, por lo que se hacen ajustes regulares en los elementos de la matriz.

Ya que se tienden a acumular errores numéricos del gyroskopio (drift y offset) en los elementos de la DCM, se usan vectores de referencia para detectarlos y un controlador PI entre los estos errores y las entradas del gyroskopio para disiparlos más rápido de lo que se acumulan.

En nuestro caso se utiliza un magnetómetro para detectar errores en yaw y el acelerómetro para detectar pitch y roll.

El diagrama siguiente muestra la secuencia de procesamiento de la información de los sensores. Para profundizar en el tema, consultese [8].

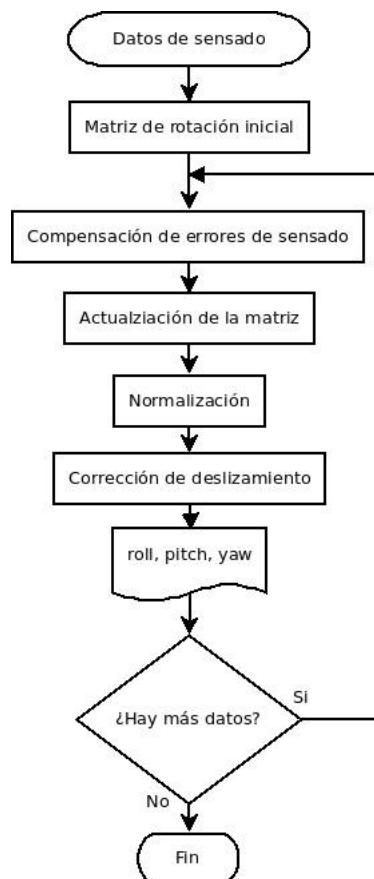


Figure 3.25: Algoritmo DCM.

III. Registrador de datos (Datalogger)

Los datos de salida son almacenados en un archivo de extensión .CSV en una memoria microSD.

Se optó por implementar el algoritmo DCM en Matlab (fuera de línea), lo cual permitió deducir el periodo de muestreo a 10 ms.

Se notó que los tiempos entre adquisición de datos no se mantenían siempre en 10 ms, sino que se presentaban algunas veces periodos de 12 o incluso 20 ms. Por tanto se optó por almacenar también cada periodo de muestreo junto con los datos de los sensores en el archivo de salida.

IV. Resultados del avance en la reconstrucción de la trayectoria de vuelo.

La trayectoria de vuelo de un boomerang se divide en orientación y posición en el espacio. La primera se obtiene utilizando el algoritmo de la matriz de cosenos directores, mientras que la segunda se obtiene al integrar dos veces los datos de aceleración del cuerpo respecto al sistema de referencia inercial.

Orientación en vuelo

La orientación del boomerang en vuelo es obtenida como resultado del algoritmo de la matriz de cosenos directores, el cual fue implementado en Matlab.

La Fig. 3.26 ilustra el cambio de orientación sufrido por el boomerang en instantes de tiempo $t = kT$, $k = 1, 2, 3, 4$, de uno de los experimentos de recolección de datos iniciales realizados. Se puede notar el giro del boomerang respecto al eje Z que pasa por su centro de masa.

Trayectoria de vuelo

Datos de aceleración respecto al sistema inercial

Para obtener información de velocidad y posición respecto al sistema de referencia inercial, es necesario primero obtener la aceleración física del sensor respecto a este sistema. Para esto, es importante primero entender exactamente qué es lo que mide un acelerómetro.

Un vector de mediciones del acelerómetro a_m puede ser modelado como:

$$a_m = a_c - R_I^c \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{pmatrix}$$

donde a_c es la velocidad del sensor respecto al sistema fijo al cuerpo, g es la aceleración de la gravedad, y R_I^c es la matriz de rotación del sistema de referencial inercial al sistema fijo al cuerpo. Este modelo asume que no hay errores en la medición.

Para estimar la velocidad y posición, necesitamos remover la componente de gravedad de la medición, por lo cual, despejando a_b tenemos:

$$a_c = a_m + R_I^c \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{pmatrix}$$

Ahora la aceleración del cuerpo debe ser rotada de tal manera que sea representada en el sistema de referenciamercial, de tal manera que pueda ser integrada para obtener velocidad y posición. Esto nos lleva a:

$$a_I = R_I^I a_m + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{pmatrix}$$

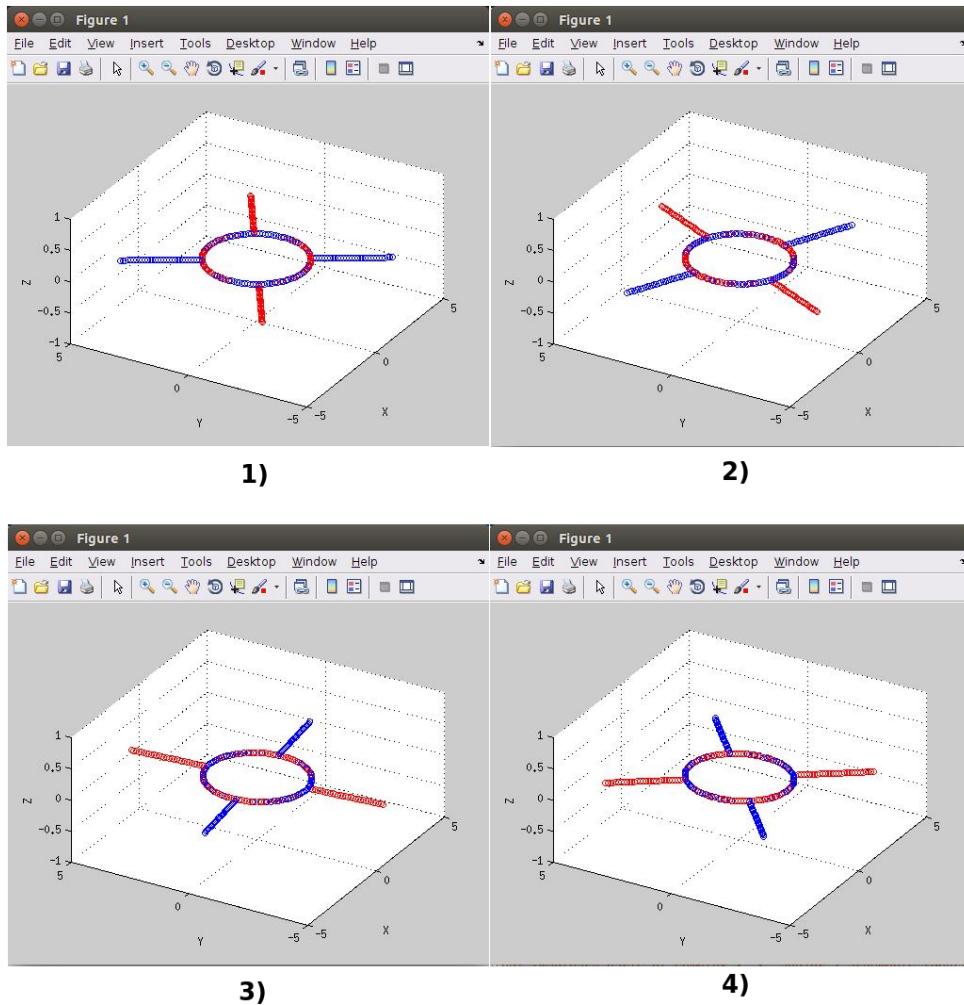


Figure 3.26: Orientación del boomerang en vuelo en cuatro instantes de tiempo consecutivos.

Estimados de la velocidad y posición

Ya que se tienen las mediciones de la aceleración del sensor respecto al sistema inercial, pueden ser integrados para obtener estimados de la velocidad y posición.

Se utilizó el método de integración numérica por trapecios de la siguiente manera:

$$v(k) = v(k-1) + h(a(k) + a(k-1)) / 2$$

y de igual manera

$$p(k) = p(k-1) + h(v(k) + v(k-1)) / 2$$

Los períodos de muestreo h utilizados en cada iteración de las dos integrales anteriores se obtienen del archivo .CSV del registrador de datos.

Resultados

Utilizando la teoría mencionada anteriormente se obtuvieron los siguientes resultados, los cuales no fueron satisfactorios debido a la gran diferencia entre los datos obtenidos y lo observado

durante el experimento, que se asemejaba a los resultados de simulación.

Recuérdese que el sistema de referencia inercial del sensor esta orientado de tal manera que el eje X apunta hacia el norte magnético de la tierra, y el Z hacia abajo, por lo que los resultados mostrados en las Figs. 3.27 y 3.28 nos dicen que la componente en Z de la posición incrementa en dirección ascendente (eje Z negativo), lo cual no es correcto.

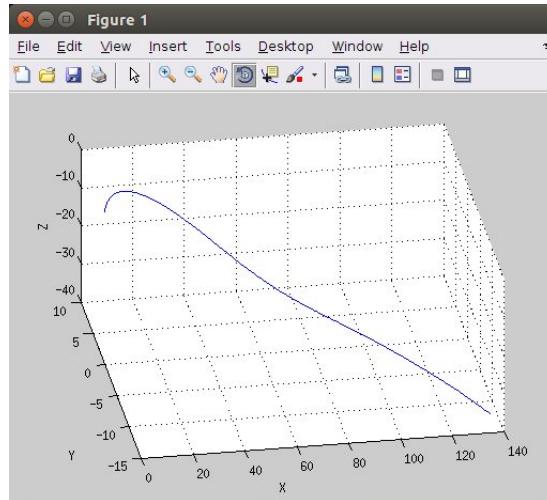


Figure 3.27: Trayectoria de vuelo 1.

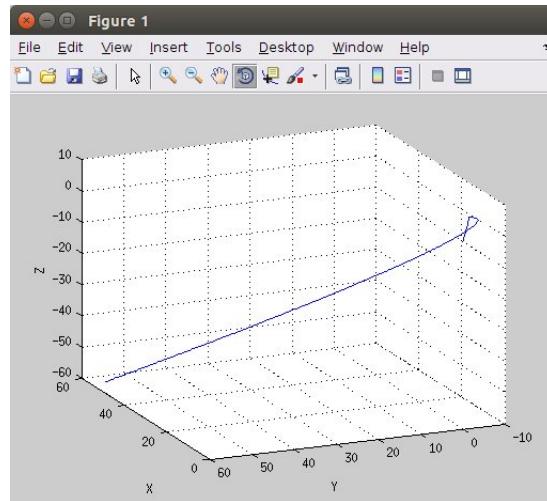


Figure 3.28: Trayectoria de vuelo 2.

Posibles causas de error

Como se mencionó, los datos obtenidos no fueron los esperados, y entre las posibles causas están:

1. Mala interpretación de los datos obtenidos,
2. Errores en la programación,
3. Periodo de muestreo demasiado grande y datos con mucho ruido,

los cuales son los puntos a revisar en trabajo futuro.

V. CONCLUSIONES

La solución por integración numérica de las ecuaciones de movimiento resultantes, obtenidas en el simulador, generaron trayectorias similares a las que se observan en un boomerang de retorno convencional.

La utilización del algoritmo DCM arrojó datos que muestran ser consistentes con el cambio de orientación de un boomerang durante el vuelo. Sin embargo, el giro respecto al eje Z, correspondiente al giro respecto al centro de masa del boomerang, mostró cambios demasiado pronunciados en cada periodo de muestreo (se tienen alrededor de cuatro muestras por giro), lo que significa que es necesario reducirlo algunas veces más.

La doble integración de los datos de aceleración no arroja información útil y será necesario revisar a detalle los puntos mencionados en la sección 4.4.2.

La reconstrucción de la trayectoria permanece como trabajo futuro junto con la derivación de fuerzas aerodinámicas y su parametrización.

Bibliography

- [1] FELIX HESS. *Boomerangs, Aerodynamics and Motion*. Phd. Thesis, Groningen University, Holanda, 1975.
- [2] VERNON BARGER. (1975.) *The Boomerang. En Classical Mechanics A Modern Perspective (171-178)*. 2nd. Edition. University of Wisconsin:McGraw-Hill
- [3] WILLIAM ANTHONY GRANVILLE. (2013.) *Integrales Definidas. En Cálculo Diferencial E Integral (300-306)*. Limusa
- [4] AKIRA AZUMA. (Julio-Agosto 2004.) *Flight Dynamics of the Boomerang Journal of Guidance, Control and Dynamics,, Vol. 27, 545-564*.
- [5] RALPH D. LORENZ. *The Boomerang. Spinning Flight, Dynamics of Frisbees, Boomerangs, Samaras, and Skipping Stones (239-267)*. Springer
- [6] ALEXANDER S. KULESHOV. (2010.) *A Mathematical Model of the Boomerang. Science Direct*.
- [7] DAMPIER W. (1729.) *A new voyage round the world. Vol.1. London*.
- [8] WILLIAM PREMERLANI AND PAUL BIZARD. (2009.) *Direction Cosine Matrix IMU: Theory*

Article 4

Dinámica Agro-Socio-Ambiental en la conservación de la biodiversidad en México mediante la regulación de la calidad de la Matriz Agrícola

Alan Osorio Orduña, Sergio Naude Citalán

RESUMEN

Hoy en día las reservas naturales están siendo afectadas por la actividad humana. La producción agrícola no planificada adecuadamente, genera destrucción del hábitat alterando los ecosistemas, de tal forma que en ocasiones resulta en un daño irreversible.

Disminuir el impacto ambiental provocado por las zonas de cultivo cercanas a reservas naturales sin interrumpir la producción agrícola, es una de las prioridades en diferentes partes del mundo.

En base a estudios que sean realizados en los últimos años se piensa que la matriz agrícola es de vital importancia. Es útil ver de manera gráfica y numérica los efectos que el hombre causa en la naturaleza. Razón por la cual se recopilo información de diferentes fuentes, todas relacionadas con el cultivo de café en Chiapas. Los datos recopilados fueron almacenados en una base de datos, para después ser utilizados para el modelo matemático realizado con cadenas markovianas. A partir de los resultados obtenidos en el modelo se describe la proyección a futuro de la calidad de la matriz. Los parámetros considerados para determinar la calidad de la matriz fueron de distintos ámbitos, desde flora y fauna del lugar, hasta métodos de cultivo y compuestos de plaguicidas y fertilizantes.

Con este proyecto se pretende configurar los parámetros necesarios para cambiar el estado de la calidad de una matriz a otro, o por el contrario mantenerlo en un tiempo determinado.

Se realizaron programas de software para visualizar y conocer el la calidad de la matriz

agrícola de las zonas de cultivos con respecto a las especies que habitan en los alrededores en un tiempo especificado.

Para la creación y depuración del programa se usó un compilador orientado a agentes, el cual permitió ver la interacción de las especies animales con el medio.

I. INTRODUCCIÓN

El crecimiento urbano propicia cambios en los espacios circundantes, tales como la pérdida de áreas agrícolas y forestales a favor de los ambientes urbanizados, y cambios en las estructuras socioeconómicas relacionadas con el manejo y propiedad de la tierra.

Chiapas es un estado con un fuerte crecimiento pero que aún mantiene áreas forestales, que cuentan con esquemas de protección de sus bosques.

El efecto del crecimiento urbano es complejo y no unidireccional, pues representa una fuerte presión para el cambio de uso del suelo, pero también ha permitido la reactivación de actividades agrícolas de bajo impacto y la revalorización de las áreas forestales.

Chiapas es conocido por su alta diversidad de especies de mamíferos, sin embargo, en la entidad grandes extensiones de hábitats naturales han sido modificados a zonas agrícolas, lo cual se cree que disminuye la riqueza de especies.

Por ello, el presente trabajo tiene como objetivo determinar la riqueza de suelo en zonas agrícolas del estado de Chiapas, particularmente en las que se cultiva café. Se recopiló información de las especies de flora y fauna de la región en bases de datos del gobierno estatal y federal, así como en colecciones de literatura científicas nacionales e internacionales.

II. OBJETIVOS

- Descripción de la dinámica espacio-temporal de los factores agro-socio-ambientales relacionados con los sistemas agrícolas que impactan la calidad de la matriz agroecológica. Mediante el empleo de dinámicas Markovianas para la descripción de la evolución de la matriz agro-ecológica y considerando la interacción de territorios aledaños mediante dinámicas de agentes.
- Desarrollo de un simulador computacional capaz de analizar mediante sistemas de información geográfica y bases de datos disponibles el escenario del impacto de distintos tipos de manejo agrícola en diversos contextos socio- ambientales en la dinámica espacio-temporal de la matriz.

III. MARCO TEÓRICO

I. Cadenas de Markov

Se conoce como cadena de Márkov a un tipo especial de proceso estocástico discreto en el que la probabilidad de que ocurra un evento depende solamente del evento inmediatamente anterior. Si se conoce la historia del sistema hasta su instante actual, su estado presente resume toda la

información relevante para describir en probabilidad su estado futuro.

Si el estado X_n y los estados previos X_1, \dots, X_{n-1} son conocidos. La probabilidad del estado futuro X_{n+1} . No depende de los estados anteriores X_1, \dots, X_{n-1} . Solamente depende del estado X_n .

Es decir,

- Para $n = 1, 2, \dots$ y
- Para cualquier sucesión de estados s_1, \dots, s_{n+1} .

$$\begin{aligned} P(X_{n+1} = s_{n+1} | X_1 = s_1, X_2 = s_2, \dots, X_n = s_n) \\ = P(X_{n+1} = s_{n+1} | X_n = s_n) \end{aligned} \quad (4.1)$$

II. Matriz de transición

En matemáticas, una matriz de Markov es una matriz utilizada para describir las transiciones en una cadena de Markov. Existen varias definiciones y tipos de matriz estocástica:

- Una matriz estocástica derecha es una matriz cuadrada cada una de cuyas filas está formada por números reales no negativos, sumando cada fila 1.
- Una matriz estocástica izquierda es una matriz cuadrada cada una de cuyas columnas está formada por números reales no negativos, sumando cada columna 1.
- Una matriz doble estocástica es una matriz cuadrada donde todos los valores son no negativos y todas las filas y columnas suman 1.

Un proceso de Markov en que el sistema posee n estados posibles, dados por los números $1, 2, 3, \dots, n$. Denotemos p_{ij} a la probabilidad de que el sistema pase al estado j después de cualquier ensayo en donde su estado era i antes del ensayo. Los números p_{ij} se denominan probabilidades de transición y la matriz $n \times n$ $P = (p_{ij})$ se conoce como matriz de transición del sistema.

La suma $1 \dots p_{i1} + p_{i2} + \dots + p_{in} = 1$. Esta suma representa la probabilidad de que el sistema pase a uno de los estados $1, 2, \dots, n$ dado que empieza en el estado i . Ya que el sistema ha de estar en uno de estos n estados, la suma de probabilidades debe ser igual a 1. Esto significa que los elementos en cualquier renglón de la matriz de transición deben sumar 1. Cada elemento $p_{ij} \geq 0$.

De la misma manera, puede definirse un vector estocástico como un vector cuyos elementos están formados por números reales no negativos que suman 1. Así, cada fila (o columna) de una matriz estocástica es un vector de probabilidad, también llamados vectores estocásticos.

IV. SIMULACIÓN

Dentro de la simulación son usados dos programas principalmente. El primero de ellos es Matlab con una interfaz gráfica, el segundo es el programa de desarrollo de ambientes NetLogo.

La interfaz gráfica implementada en Matlab permite ingresar los datos de la matriz de transición. Cada elemento de la matriz y el vector de condiciones iniciales son introducidos manualmente por el usuario. Después mediante un algoritmo de iteraciones entre el vector de condiciones iniciales y la propia matriz de transición, se obtiene un vector de salida. Éste último nos indica en qué tipo de clasificación se encuentra la matriz.

Primero se introducen las condiciones iniciales en forma de vector fila. Dichas condiciones indican la calidad de la matriz en un inicio, en escala de 0 a 1, siendo 1 excelente calidad. En base a diversas propiedades con las que cuenta la matriz es como se le asignan las componentes al vector. En el presente trabajo los factores considerados fueron:

- Tipo de cultivo.
- Fertilizantes y/o plaguicidas.
- Calidad de sombra.

La Figura 4.1 muestra la interfaz en Matlab

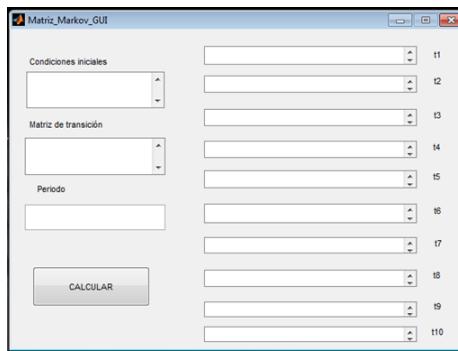


Figure 4.1: Interfaz gráfica- Matriz de Markov

La matriz de transición nos condensa las probabilidades de un estado a otro. A través de ésta matriz se puede observar el comportamiento representado por una cadena de Markov. Es decir, las propiedades de cambio entre los estados de la matriz agrícola.

Finalmente el periodo (en años) acota la escala de tiempo en la que se evalúa la matriz. Limitado por la información disponible, la proyección sólo se puede hacer máximo a 10 años.

El vector de condiciones iniciales es el siguiente:

$$[\begin{array}{ccc} 0.1 & 0.5 & 0.9 \end{array}]$$

La matriz de transición fijada es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} 0.3 & 0.6 & 0.7 \\ 0.1 & 0.3 & 0.8 \\ 0.4 & 0.6 & 0.6 \end{bmatrix}$$

El programa en Netlogo muestra de manera gráfica la interacción de la matriz agrícola con especies animales. Además presenta el impacto que tienen distintos métodos de cultivo en la población de la fauna silvestre. La Figura 4.2 muestra el programa de Netlogo en ejecución.

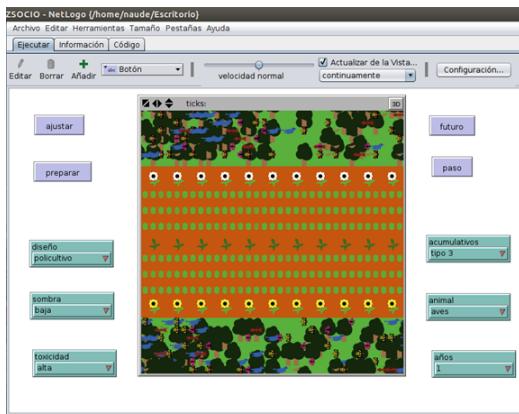


Figure 4.2: Interfaz en Netlogo

V. MANUAL DE SOFTWARE DE SIMULACIÓN LA CALIDAD DE LA MATRIZ AGRÍCOLA DE CAFÉ

1. Se seleccionan los parámetros de la zona agrícola.
2. Tipo de diseño, sombra, toxicidad y acumulativos.
3. Se da clic en ajustar para que muestre la zona agrícola con los parámetros deseados.
4. Se selecciona el animal con el que se pretenda visualizar como atravesara la zona agrícola con los parámetros descritos anteriormente.
5. Se presiona el botón “preparar” para ajustar el entorno y las variables que van estar interactuando durante el paso de la especie animal por la zona agrícola.
6. Se presiona el botón “paso” para que avancen cierta cantidad de espacio los animales por la zona agrícola hasta que salgan de ella.
7. Se colocan los nuevos parámetros así como la cantidad de años que a la que se quiere visualizar como se verá la matriz a tiempo futuro con los nuevos parámetros.

VI. CONCLUSIONES

Se prueba la importancia de la calidad de la matriz agrícola en su entorno (en este caso es específicamente la relacionada con el cultivo de café).

Se visualiza de manera gráfica y numérica el impacto de la matriz con su alrededor en un tiempo finito a través de la modificación de ciertos parámetros.

Se encuentra la ponderación de los parámetros que puede modificar de manera directa el hombre sobre la matriz agrícola en las zonas de cultivo de café.

Se logra visualizar los rangos de valores que deben tener los parámetros para reducir los daños generados por el hombre mientras realiza una actividad agrícola, en este caso el cultivo de café.

Article 5

Interacción entre el Bienestar Psicológico y el Paisaje Sonoro

Ing. Concepción Jazmín Suárez Polo, Ing. Milcom Elijah Peregrina Ochoa

RESUMEN

En el presente Proyecto, se realizaron grabaciones de campo en tres entornos sonoros distintos, catalogados como paisaje sonoro natural, natural con elemento humano y urbano. A partir de las grabaciones se procedió a un tratamiento digital de la señales, los datos obtenidos se utilizaron como referentes para el correspondiente entrenamiento de una red neuronal basada en el modelo de Retro-propagación que realiza una métrica espacial y temporal de la calidad de un paisaje sonoro, además de obtenerse la flexibilidad de caracterizar aquellos paisajes sonoros nocivos y su relación con el malestar psicológico.

ABSTRACT

In the current project, field recordings were performed in three different sound environments, categorized as natural soundscape, natural soundscape with human element and urban soundscape. From the recordings we proceeded to a digital processing of signals, data obtained were used as references for the corresponding back propagation neural network training, which performs a spatial and temporal soundscape quality metric, plus we obtained the flexibility to characterize harmful soundscapes and its relationship to psychological distress.

I. INTRODUCCIÓN

Contrariamente a nuestra percepción visual, no podemos renunciar al sentido del oído, carecemos de “parpados auditivos”. Nuestra escucha es además “omnidireccional”, consciente o inconscientemente, la escucha constituye a menudo nuestro primer acercamiento y modo de comprensión del entorno. Prínciplamente nos servimos de ella como de un “radar” que nos informa de cuanto nos rodea y que nos indica en que hemos de fijar nuestra atención, al tiempo que nos permite descartar muchas otras fuentes de información [1].

Los sonidos que se escuchan hoy en día en cualquier ciudad son muy distintos de aquellos que podían escucharse hace algunos años, todo ello debido al rítmico cambio mayormente acentuado

a partir de la Revolución Industrial. Muchos de los sonidos naturales del propio entorno se han visto opacados o desaparecidos del paisaje sonoro actual, la respuesta de los habitantes de un espacio con contaminación acústica se traduce en malestares psicológicos entre otras cosas. Hoy en día con el desarrollo de la ciencia y tecnología es posible explorar, estudiar y disfrutar los sonidos de estos tiempos, así como herramientas para el análisis de un paisaje sonoro partiendo de su descomposición en elementos. Y es justamente esta característica la que nos permite desarrollar herramiental para describir interacciones y mejorar la calidad acústica del ambiente.

II. CRONOGRAMA.

Semana	Actividades
1	Entrevistas
2	Elección de lugares y objetos agrabar
3	Gestión de permisos de grabación
4	Grabaciones en campo
5	Grabaciones en campo
6	Edición de los archivos y análisis en el dominio de la frecuencia
7	Extracción de los elementos característicos
8	Diseño de una red neuronal artificial por algoritmo de retropropagación
9	Entrenamiento de la red neuronal
10	Construcción de paisajes sonoros
11	Construcción de aplicación

Tabla 1. Cronograma de actividades.

III. ESTADO DEL ARTE

I. Surgimiento y desarrollo del concepto de paisaje sonoro.

El término paisaje sonoro deriva de paisaje terrestre [N. del T.: en inglés "soundscape" deriva de "landscape"]. El paisaje sonoro hace referencia a cualquier ambiente acústico, ya sea natural, urbano, o rural, que este formado por tres componentes: la biofonía: sonidos biológicos no humanos que se producen en una ambiente dado, la geofonía: sonidos ni humanos ni biológicos, como el efecto del viento, el agua o el clima, y la antrofonía: el ruido que produce el ser humano por cualquier medio [5]. Por lo tanto, el medio ambiente sonoro (o paisaje sonoro), que es la suma de la totalidad de sonidos dentro de un área definida, es un reflejo íntimo de -entre otros- las condiciones sociales, políticas, tecnológicas y naturales del área. Cambios en las mencionadas condiciones implican cambios en el medio ambiente sonoro [4].

El compositor canadiense R. Murray Schafer usó los términos paisaje sonoro ("soundscape") y ecología acústica para describir críticamente nuestro medio ambiente como un campo humano-ecológico ubicado entre "el sonido y el ruido". A partir de allí desarrolló la idea de una disciplina futurista, con claras influencias de la bauhaus¹, el diseño acústico. Su idea era juntar compositores contemporáneos con arquitectos, diseñadores de productos e ingenieros a fin de desarrollar sonidos para los innumerables objetos de nuestra vida cotidiana [6].

Por su parte el compositor Barry Truax diferencia lo que es un medio ambiente sónico de un paisaje sonoro. Para él, el primero comprende toda la energía acústica en un contexto dado, mientras que el segundo es la comprensión de ese medio ambiente sónico para aquellos que viven en él y lo están creando continuamente.² Para Truax, la audición es algo fundamental, ya que constituye la interface entre el individuo y el medio ambiente, por lo tanto el paisaje sonoro es el

sistema resultante de la suma de estos dos componentes. Para Abraham Moles el paisaje sonoro es una secuencia corta de entre 4 y 8 segundos que incluye una idea compuesta por uno o varios signos que nos describen algo que está sucediendo (ideoscena).

II. Características del paisaje sonoro.

“La vida cotidiana tiene una banda sonora. Si no la escuchamos, es porque ya estamos acostumbrados a oírla.”, nos dice el musicólogo Ramón Pelinski.

Existen una multitud de sonidos a nuestro alrededor, sonidos propios de la naturaleza y aquellos generados cotidianamente en cada uno de nuestros quehaceres. Sin embargo pocos son los que realmente escuchan estos sonidos, estos paisajes que describen el lugar en el que vivimos y el entorno en el que nos movemos [7].

De acuerdo con Schafer, las cualidades de un paisaje sonoro son: “sonidos tónicos” (keynote sounds), un conjunto de rasgos de identidad constituido por cuanto oímos de forma distraída, sin atención particular pues forman un continuo, un fondo sonoro al que estamos plenamente habituados,⁴ “sonidos señales”, los sonidos que existen en un primer plano y que son escuchados de manera consciente. Son más que figuras de fondo y la mayoría de veces representan códigos; “sonidos importantes” (soundmarks), esto es, los sonidos que los individuos identifican como sonidos claves de su comunidad. Murray habla también de sonidos que se manifiestan como terreno (ground), que interpreto como sonidos fondo (background), y de figuras que se manifiestan en un primer plano (foreground),⁵, así como de un tercer nivel llamado campo (field), que es el lugar desde el cual se escucha el paisaje sonoro.

En cuanto a paisajes sonoros urbanos tomaremos la definición de Ricardo Atienza, de acuerdo con él, cada espacio urbano posee unos rasgos sonoros característicos que nos comunican de sus cualidades espaciales, de las temporalidades y de los usos que lo habitan. Tales rasgos constituyen su identidad ordinaria, cotidiana. El continuo sonoro de las ciudades no es un “ruido” neutro y arbitrario; el estudio de sus atributos compositivos constituye un análisis cualitativo de las diferentes configuraciones urbanas [1].

No podemos comprender la identidad de un lugar sin conocer primero de qué modo es habitado, recorrido y practicado un espacio. Análogamente, la identidad de cada persona estará vinculada en gran medida a los espacios que habite. Esta doble interacción nos permite comprender la identidad de un lugar como la expresión cualitativa de un espacio a través de sus modos de vida característicos. Podriamos decir entonces que, todo fenómeno de identidad no es sino el resultado de la tensión que se establece entre una memoria sonora y una escucha futura o proyectada o bien tratarse de un proceso dinámico tanto en las periodicidades cíclicas de cada día o de cada estación, como en la progresiva evolución social y espacial de un lugar [1].

III. Análisis del paisaje sonoro.

Murray Schafer propone varios parámetros para el análisis de objetos sonoros que forman parte de los paisajes sonoros:

1. Escuchado con claridad; claridad moderada; poca claridad; sobre el ambiente general.
2. Ocurrencia aislada; repetida; parte de un contexto más grande o mensaje.
3. Factores de medioambiente: sin reverberación, poca reverberación, larga reverberación, eco, flujo, desplazamiento.

A su vez Abraham Moles propone otros rasgos significativos del medio ambiente sonoro, de los cuales algunos de los más relevantes para este proyecto son los siguientes:

1. Número relativo de elementos. Densidad global de los acontecimientos.

2. Complejidad del conjunto de los elementos: número y variedad de las relaciones.
3. Relación entre la masa de los elementos “cercanos” y la de los elementos “lejanos” (noción de “primer plano”).⁶

El artista sonoro e investigador Manuel Rocha Iturbide, en su artículo “Estructura y percepción psicoacústica del paisaje sonoro electroacústico” añade dos aspectos más que no fueron abordados por Schafer y Moles, estos son:

1. La escucha lineal en oposición a la escucha no lineal de un paisaje sonoro determinado. Por el término lineal se refiere a una escucha en la que no podemos concentrarnos y seguir el transcurso de los eventos, y por no lineal, a una escucha en la que nuestra atención va constantemente de un lugar a otro, sin permitirnos asimilar o percibir continuidad.
2. El carácter continuo o discontinuo en la estructura del paisaje sonoro. Puede haber paisajes sonoros esencialmente continuos pero con elementos discontinuos, o viceversa.

IV. Estructura del paisaje sonoro.

Schafer define dos características importantes para el análisis de paisajes sonoros, los paisajes sonoros Hi-Fi y Low-Fi. En los primeros, “los sonidos se sobreponen menos frecuentemente, hay perspectiva (amplitud de fondo)” ⁷. Estos paisajes se manifiestan más en el campo que en la ciudad. En los segundos, Lo-Fi, los distintos planos se empastan unos con otros, y es muy difícil discernir figuras o fondos claros. Estos paisajes son típicos de las grandes urbes debidas sobre todo al ruido del tráfico en las calles, periféricas y carreteras.⁸

Otros dos términos que usa Schafer son gesto y textura. El primero se refiere a una figura que constituye un único y distingible evento, y el segundo a un agregado, el efecto de manchas de imprecisión anárquica y de acciones conflictivas. En cuanto a la textura, Schafer realiza la siguiente clasificación: textura del medio ambiente escuchado: hi-fi, low-fi, natural, humano y tecnológico. Por su parte, Truax habla también de la densidad como un posible parámetro descriptivo.

V. Características estructurales para el análisis de paisajes sonoros.

El investigador Manuel Rocha en su mismo artículo identifica cuatro tipos de paisajes sonoros, para este proyecto de investigación únicamente se utilizó *paisajes sonoros naturales*, *paisajes sonoros naturales con elemento humano* y *paisajes sonoros urbanos* para clasificar los entornos sonoros de estudio.

El paisaje sonoro natural corresponde a un entorno donde principalmente se detecta sonidos del agua, del viento, sinfonías pajariles, sonidos de insectos, etc. El paisaje sonoro natural con elemento humano, el cual se utilizó en el proyecto para clasificar espacios naturales en los que además de los sonidos propios de un paisaje natural podemos encontrarnos con sonidos de carácter discontinuo propios de la intervención del humano. El paisaje sonoro urbanos presenta una mayor riqueza de fuentes sonoras respecto a los anteriores pues en él podemos encontrar diferentes sonidos, ya sean humanos (voces, pasos, etc.), mecánicos (tráfico vehicular, máquinas, etc.) e incluso sonidos naturales (pájaros, fuentes de agua, etc.), los cuales contribuyen a la diferenciación de múltiples paisajes sonoros urbanos, los cuales coexisten y, en múltiples casos, se combinan dentro la aglomeración urbana.

Importante mencionar que de acuerdo con el investigador Manuel Rocha, el tiempo mínimo para poder comprender la estructura de un paisaje sonoro, así como para analizar su complejidad, es de unos 40 segundos. La decisión respecto a caminar y como girar el campo estéreo de los micrófonos durante el proceso de grabación, son decisiones de carácter estructural y de composición activa consciente.

IV. ENTREVISTA.

La presente entrevista se realizó al experto en paisaje sonoro, grabación de campo y experimentación sonora Enrique Maraver Aguirre.

1. Comentenos un poco sobre usted.

- *Mi nombre es Enrique Maraver Aguirre, nacido en el Distrito Federal. Egresado del Instituto Politecnico Nacional como Ingeniero Químico Industrial, posteriormente me involucré en la cuestión del sonido hace casi 10 años. Empecé la producción de trabajos artísticos hace aproximadamente 7 años he publicado en distintos sellos en Portugal, Londres, España, Colombia, México, etc. He dado algunos talleres sobre paisajes sonoros y ecología acústica en España y en México. Entre mis proyectos se encuentran las producciones en grabación de campo, algunos proyectos de experimentación sonora partiendo de la naturalidad del sonido como una fuente de creación más allá artística sobre todo como un medio de sensibilización de la escucha y de incitar a la gente de que nuestro sentido auditivo es igual de importante que los demás y que esto conlleva a una cuestión de sensibilidad y de conciencia.-*

2. Comentenos sobre su experiencia en la grabación de paisajes sonoros.

- *He trabajado con 3 equipos para la grabación de campo que es Tascam, Zoom y Roland. Actualmente trabajo con Zoom y Tascam, a menudo he trabajado más con Tascam; la DR40 es muy versátil, cómoda y práctica, tiene la modalidad de grabar en mono, calidad dual y cuatro canales.-*

a) ¿Qué técnicas de grabación utiliza con este equipo?

- *Con la cuestión interna del grabador es en modalidad doble o cuatro canales, la técnica más bien la uso en el entorno como la dirección del equipo, la modulación de la entrada del audio, una técnica específica con el grabador no hay me gusta explorar a veces lo que el mismo grabador interactuar con distintos niveles de decibeles, tipos de direcciones generalmente con la configuración X-Y, la A-B es más ruidosa.-*

b) ¿Radio máximo de detección de sonidos?

- *Depende de la entrada de audio, trae una modulación de entrada de audio que va desde 100 hasta 0. Depende del entorno en el que te encuentres, por ejemplo si quieras capturar una fuente que estés a menos de un metro o dos vas modulando la entrada de audio a un porcentaje de 30% aproximadamente si quieras capturar un sonido en un radio de 20m modulas a una cuestión de 50%-60%. Yo no lo uso a más del 50% porque la calidad de la grabación se hace más áspera empieza a capturar todo lo que pase y se saturan los micrófonos. Lo que hace difícil percibir y editar al mismo tiempo. Es muy importante realizar pruebas de escucha independientemente de la modulación y configuración deseada, esto es experimentar esta cuestión de espacio si es necesario desplazarse para capturar los sonidos que se requieran.-*

c. ¿Cómo realiza la selección de puntos acústicos?

- *Hay una teoría en la cual está plasmada por Murray Schafer, Barry Truax, la escuela actual de Chris Watson en Londres. Cada uno en esta cuestión es muy amplio desde un entorno natural, urbano, esto va dependiendo de lo que uno quiera analizar. Las iniciativas que uso son normalmente son más propias.-*

3. ¿Cuáles son las consideraciones técnicas a la hora de realizar las grabaciones de audio?

- *Normalmente la mejor calidad de grabación es en formato WAV, el Tascam DR40 trae la modalidad de grabar en MP3 y WAV. Para mí el mejor registro que puedes hacer con este grabador es en formato WAV a 48.1 kHz. Esto se recomienda como mínimo en calidad, normalmente realizo las grabaciones arriba de 24 bits.-*

- *Del montaje de la grabadora depende mucho un paisaje sonoro bien o mal capturado o más allá de un paisaje sonoro una buena o mala grabación. Evidentemente hay que tener un soporte para evitar deteriorar una continuidad en el paisaje tan solo con tocar la misma grabadora, lo cual conlleva editarla lo cual no indica que pierda la naturalidad pero te conlleva a hacer ajustes que pueden causarte inconvenientes. Utilizar también un cubre polvos que ayuda a que no se dañen los micros internos del grabador así como protegerlos del viento para evitar que la entrada de audio se sature de información.-*

- Para investigación sugiero grabaciones tomas en distintos tiempos, en cuestión de tiempo no hay una exactitud depende del punto que uno quiera capturar.-

4. Comentenos sobre la estructuración del paisaje sonoro.

- Trato de editar lo menos posible mis grabaciones, lo único que generalmente hago es bajar o subir decibeles, cortar o poner entradas efectuarle más tratamientos seria afectar la cuestión sonora natural de lo capturado por lo que evito esta cuestión. El ajuste generalmente se realiza durante la grabación regulando la entrada de audio posteriormente en la edición modulo la cuestión del volumen y los dB con lo cual se elimina un poco el ruido, coloco un filtro de reducción de ruido normalmente del 2%. Para la edición sugiero un soporte con Adobe Audition, Audacity, Pro Tools, etc. El enfoque de espacio es muy importante en el paisaje sonoro, porque determina la información acústica que hay en el sitio, la geolocalización del lugar da mucha información de la diversidad sonora y cultural. El paisaje sonoro es la manifestación acústica del entorno pero también el entorno lo hacemos nosotros, la diversidad en la cual nos encontramos y en la cual nos desarrollamos es muy importante es esta espacialidad del lugar.-

5. ¿Qué aplicaciones has dado a los paisajes sonoros?

- Toda la gama de información que te puede representar el sonido es muy importante más allá de lo que estas escuchando, más allá de lo que uno está interpretando porque puede mantener la riqueza de un ambiente cuidado, las aplicaciones que he dado en mi trabajo han sido de sensibilizar al oído y representar una cuestión cultural, porque muestro una parte de la sonoridad de una región a otros oídos. -

V. PARTE EXPERIMENTAL.

I. Equipo de grabación.

a) Grabadora portátil con microfonos integrados.

En el transcurso del proyecto se utilizo una grabadora portátil que incorpora microfonos en el propio cuerpo de la grabadora, pudiendo utilizarlas sin necesidad de tener que adaptarles microfonos externos. La característica común de estas grabadoras es que sus dimensiones son reducidas por lo que su manipulación en grabaciones de campo es sencilla. Las grabaciones obtenidas en el transcurso del proyecto se realizaron con la grabadora portátil Tascam DR40, la cual puede grabar minimamente en calidad cinematográfica (48 kHz, 24 bits).



Figura 1. Grabadora Tascam DR40

b) Audifonos sennheiser hd 205.

Para realizar grabaciones de campo se utilizan audifonos de tipo cerrado para aislar lo máximo posible el ruido externo y tener una mayor precisión en la escucha de la grabación. Los audifonos seleccionados para tal fin fue el Sennheiser hd 205 principalmente por su característica de respuesta en frecuencia, 18-20 kHz.



Figura 2. Audifonos Sennheiser hd 205

c) Accesorios:

- i) Trípode: El trípode es un soporte fijo para el microfono. Lo utilizamos principalmente para no causar ningun tipo de ruido debido al manejo, ni al movimiento del grabador.
- ii) Antiviento. El antiviento es una cubierta para la grabadora digital portátil diseñada para mitigar las frecuencias asociadas al viento. Se podria decir que es el accesorio más importante para realizar grabaciones de campo.



Figura 3. Grabadora Tascam DR40 montada en trípode y con antiviento

II. Grabación de campo.

La primera característica del paisaje sonoro corresponde al formato en el que se grabó y los micrófonos utilizados. Durante las grabaciones en campo se utilizó la grabadora de mano Tascam DR40 configurada para un formato de grabación estéreo y una técnica microfónica X-Y, los dos micrófonos internos de esta grabadora son tipo condensador.

Se realizó grabaciones de paisajes sonoros en tres contextos diferentes, en cada uno de ellos la técnica de grabación es muy similar dependiendo del modo y forma en que se deseó capturar los instantes sonoros, eventualmente nos desplazábamos un poco para detectar con mayor nitidez algunos de los elementos más relevantes del paisaje. A continuación se anexa la metodología que se utilizó para cada caso.

Paisaje sonoro natural, natural con elemento humano y urbano.

En los inicios del proyecto se buscó un área geográfica dentro del Distrito Federal que pudiera proveernos de un paisaje sonoro con las características propias de un entorno natural, la elección

del espacio de estudio se seleccionó ajustándose en torno a los recursos materiales y económicos con los que se disponía. Así el área dispuesta para este fin fue la Reserva Ecológica del Pedregal de San Ángel de la UNAM (REPSA), de la cual se seleccionaron dos áreas: paseo de las esculturas y centro escultórico. Para el acceso a estas áreas se requiere tramitar el permiso correspondiente ante la SEREPSA (Secretaría de la Reserva Ecológica del Pedregal de San Ángel), el cual se recomienda realizar con al menos dos semanas de anticipación, una vez liberados los permisos se procedió a la identificación y localización de puntos acústicos.

Las primeras grabaciones se realizaron en formato estéreo, a 44.1 kHz y 16 bits, con la técnica microfónica A-B, monitoreando en todo momento la grabación con audífonos. Tras realizar los primeros análisis de las grabaciones se notó la inevitable intervención de los sonidos propios de la urbe (claxon, motor de automóviles, martilleos, etc.), pocos eran los puntos acústicos en los que no se detectara algo similar y es por esto que se decidió clasificar a las grabaciones obtenidas en Paseo de las Esculturas como paisajes naturales con el elemento humano.

Después de las primeras grabaciones tuvo lugar la primera entrevista con el experto en paisaje sonoro, grabación de campo y experimentación sonora Enrique Maraver Aguirre. En la cual se tuvo la oportunidad de identificar los factores que debían corregirse y algunos más que debían ser añadidos, entre estos:

- Utilizar antiviento en la grabadora portátil Tascam DR40
 - Grabación con calidad mínima cinematográfica a 24 bits y 48 kHz
-
- Ajuste del nivel de entrada entre 38%-50% para evitar que los sonidos grabados distorsionen debido a señales de entrada demasiado potentes o que sean inaudibles por entradas demasiado débiles en comparación con el ruido de fondo. Así como también una reducción de picos a -12 dB.
 - Técnica microfónica X-Y
 - Monitoreo con audífonos, marcas recomendadas SENNHEISER o BOSE.

Las subsecuentes grabaciones que se obtuvieron se realizaron en base a tales recomendaciones. Cabe comentar también que se tuvieron algunas inconvenientes en cuanto al acceso a las instalaciones de la REPSA debidas a las festividades del 2 de noviembre y después a las marchas realizadas por estudiantes de la UNAM, aun cuando se contaba con los permisos.

Por otra parte se eligió para las grabaciones del paisaje sonoro natural el Parque Nacional "La Malinche", localizado en el estado Tlaxcala. Las grabaciones se llevaron a cabo en un horario entre 9:00 a.m. y 12:00 p.m. a lo largo de la misma ruta durante las dos sesiones de grabación a un nivel de entrada entre 40% y 50%, con el correspondiente formato de grabación antes mencionado y el equipo complementario.

Para la captura de un paisaje sonoro urbano se seleccionó El Mexipuerto Ciudad Azteca, las grabaciones se realizarán con las características técnicas utilizadas en los dos casos anteriores.

III. Edición y análisis de las grabaciones.

Para la edición y el análisis de las grabaciones se procedió de la siguiente manera:

- a) Se realizó una base de datos de las grabaciones obtenidas, los datos capturados corresponden a la ubicación geográfica (lecturas con GPS durante las grabaciones en paisaje sonoro natural), tiempo de grabación, día y fecha.
- b) Posteriormente mediante el programa de cómputo de código abierto Audacity se realizaron correcciones en los audios para eliminar los sonidos capturados propios de la manipulación del equipo durante las grabaciones, la herramienta básica aparte de la escucha atenta es visualizar el espectrograma del audio como se muestra en la siguiente figura.

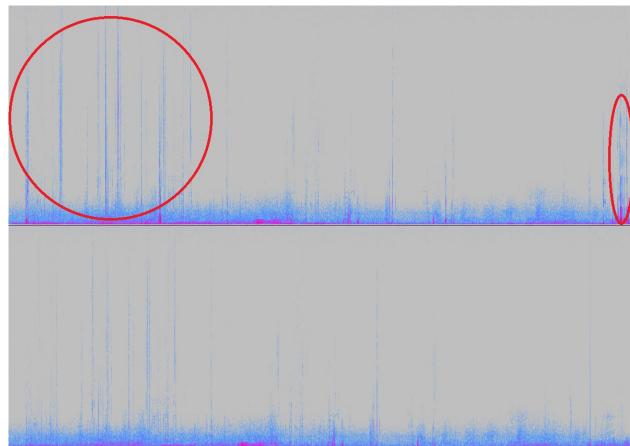
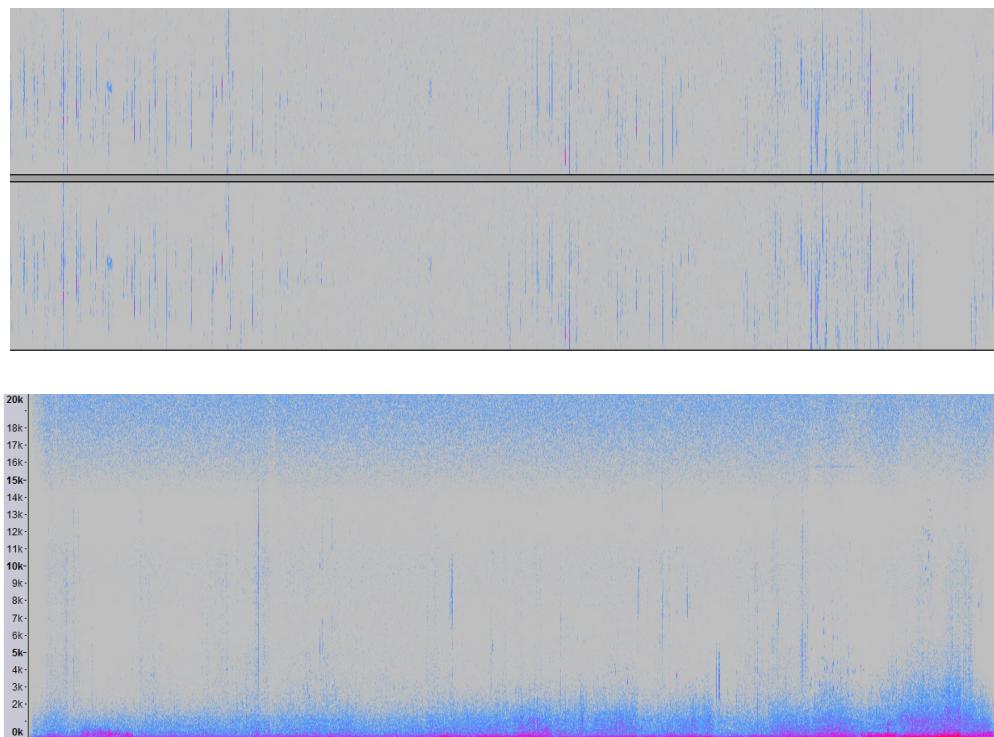


Figura 4. Espectrograma antes y después de correcciones

c) Se realizó la extracción de sonidos característicos para la posterior construcción de los paisajes sonoros, utilizando la herramienta de espectrograma en Audacity.

d) Por otra parte, las grabaciones se fraccionaron en audios con un minuto de duración para homogenizar el tratamiento de la información. Después, cada uno de estos se editó en Audacity para el análisis de su espectro en el dominio de la frecuencia, con las siguientes propiedades:

- i) Algoritmo: Espectro
- ii) Función: Ventana de Hanning
- iii) Tamaño de muestreo: 1024 bits
- iv) Eje: Frecuencia lineal



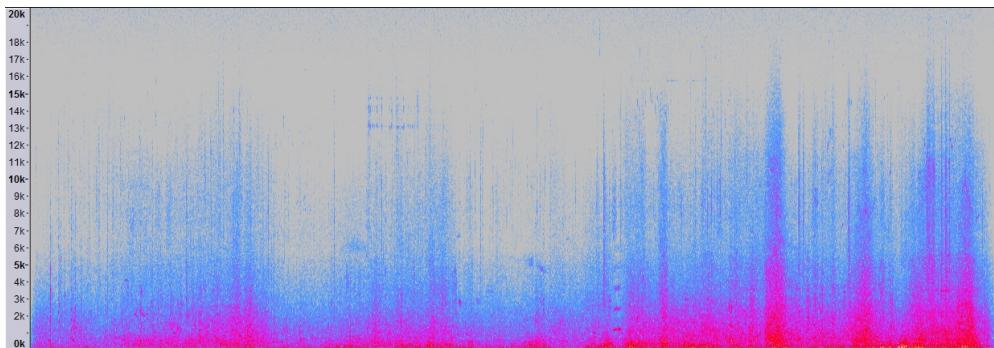


Figura 5. Análisis de espectro en frecuencia paisaje natural, natural con elemento humano y urbano respectivamente

Los datos obtenidos se exportan a un archivo .tex (vease figura 6). El tipo de unidad exportado es el dB (FS) (decibel Full Scale), es una razón logarítmica entre la intensidad grabada y una de referencia. Esta intensidad de referencia está ligada al equipo que se utilizó para la grabación y en el hardware del computador y es de 0 dB.

Frecuencia (Hz)	volumen (dB)
46.875000	-68.607185
93.750000	-81.181229
140.625000	-84.989937
187.500000	-87.080406
234.375000	-88.246559
281.250000	-89.171265
328.125000	-90.202095
375.000000	-91.142769
421.875000	-91.817871
468.750000	-92.551971
515.625000	-93.353531
562.500000	-93.954468
609.375000	-94.484520
656.250000	-94.908714
703.125000	-95.459763
750.000000	-95.844620
796.875000	-96.154289
843.750000	-96.407043
890.625000	-96.799026
937.500000	-97.111198
984.375000	-97.444557

Figura 6. Datos del spectrograma.

e) En tablas de Excel se registró la matriz de datos correspondientes al espectro de cada audio, de éstos únicamente se exporto a Matlab los vectores correspondientes a la intensidad del sonido (dB), se aplicó normalización y posteriormente cada nuevo vector se exporto a Excel para su subsecuente uso en el entrenamiento de la red neuronal artificial.

VI. DISEÑO DE LA RED PERCEPTRÓN MULTICAPA CON ALGORITMO SUPERVISADO BACKPROPAGATION TIPO GRADIENTE.

I. Principios básicos.

Las observaciones de la naturaleza y la de nosotros mismos son muy inspiradoras a la hora de crear técnicas y algoritmos aplicables en inteligencia Artificial. Son muchos autores que hacen comparaciones entre los procesadores que hacen funcionar nuestros ordenadores y el cerebro, De hecho llegan a hacer comparaciones entre el número transistores y el número de neuronas

de nuestro cerebro, No hace muchos años aventuraban que cuando el número de transistores igualaran al número de neuronas del cerebro, podríamos crear ordenadores inteligentes como nosotros mismos.

Lo cierto es que no estamos tan lejos de construir procesadores con un número similar de transistores al número de neuronas del cerebro de algunos animales; sin embargo estamos muy lejos de poder imitar su cerebro y la complejidad de sus capacidades. De hecho, la velocidad a la que se activan los transistores de los procesadores actuales, es muy superior a la velocidad de activación de las neuronas humanas.

La respuesta de ¿por qué estamos muy lejos de emular dichas capacidades?, se halla en el diferente modelo de procesamiento en que opera un procesador, esto es, el procesador de una computadora opera de manera secuencial, mientras que el cerebro opera de manera paralela y concurrente, es por eso que el campo de procesamiento en paralelo es una de los campos de investigación donde se invierten más esfuerzos actualmente.

Las Redes Neuronales artificiales o RNAs son un intento de emular la forma de trabajar del cerebro humano, y aunque estamos lejos de alcanzar su misma capacidad son un instrumento de gran potencia para la gran cantidad de aplicaciones.

Una neurona animal está compuesta por un núcleo rodeada de millones de conexiones que la unen a otras neuronas. Estas conexiones se denominan sinápsis.

Las conexiones se realizan mediante dos tipos de neurotransmisores, las dendritas y los axones. Según la Neurociencia actual parece que una neurona funciona de manera similar a un transistor, es decir en un momento dado esta puede estar activa o no activa. En realidad no es así exactamente, pero podemos decir que se acerca mucho a este modelo

Las neuronas se activan en función de las dendritas. Las dendritas transportan señales eléctricas desde otras neuronas. Cuando la cantidad de dendritas alcanzan un umbral determinado, la neurona se activa y envía señales eléctricas a otras neuronas a través de los axones.

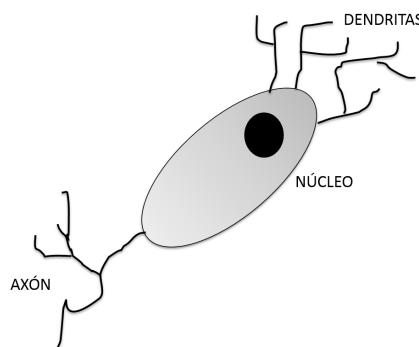


Figura 7. Representación de una Neurona

El Perceptrón es un modelo simple de una neurona que permite presentar los conceptos básicos de cómo opera la red aquí diseñada. Al igual que una neurona real, al Perceptron llegan señales de entrada y saldrá una señal que será la salida de una función de activación. Además a cada una de estas entradas se le asigna una valor llamado peso w (por la palabra weight en Inglés) que da un significado de la fuerza de conexión entre la señal de entrada y la neurona, también, por cada neurona existe un valor del umbral de disparo (b) que está entre 0 y 1.

A esta configuración se le conoce como; red neuronal simple debido a que está compuesta de una capa, es decir un solo bloque de neuronas entre las entradas y la salida de la red.

La tarea del algoritmo es ajustar los pesos w y el valor de b a través de un proceso llamado entrenamiento. A este tipo de redes se les llama aprendizaje supervisado ya que durante el entrenamiento se va proveyendo ejemplos a la red y según la respuesta de la red comparada con la respuesta esperada, se ajustan los valores correspondientes. Dicho de otra manera para cada ejemplo habrá que indicar a la red neuronal cuál es el resultado que debería darse a la salida.

El uso de redes Perceptrón simples está restringido a resolver problemas linealmente separables, ya sea en \mathbb{R}^2 o en \mathbb{R}^3 , pero debido la forma gráfica de los datos obtenidos, necesitamos más capas en la red.

Sin entrar en detalles, se puede decir que si se organiza un conjunto de neuronas formando una red, se consiguen diferentes niveles de complejidad en las particiones del plano o de cualquier otra dimensión. A la red de retro-propagación es una red neuronal artificial que tienen la particularidad de que cada neurona está conectada a todas las neuronas de la capa anterior, a las neuronas de la primera capa se les llama neuronas de capa de entrada, al conjunto de neuronas de la última capa se les llama capa de salida y las neuronas que están en medio se les llama neuronas escondidas u ocultas [10].

Con redes de una capa podemos resolver problemas linealmente separables, con redes de una capa oculta se pueden resolver problemas que son separables mediante curvas y con redes de dos capas ocultas se pueden resolver problemas en los que se den separaciones arbitrarias, por lo que en principio, no tiene mucho sentido usar más de dos capas ocultas en la red, ya que como se ve más adelante se trabajará con el espectro de señales de audio que son separables mediante curvas suaves.

La función de activación que utilizan las redes perceptron multicapa debe de ser una función derivable, esta función es la función sigmoidea descrita a continuación.

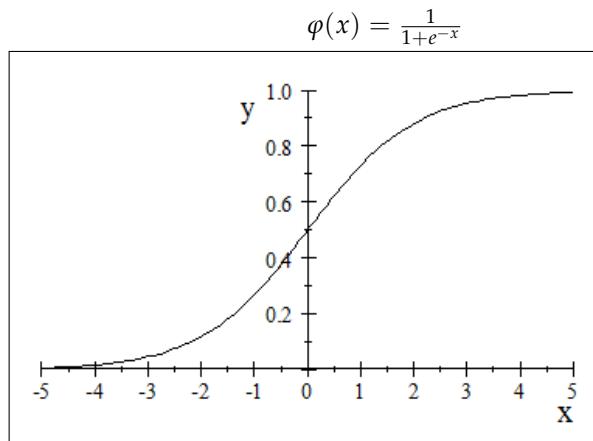


Figura 8. Función sigmoide

Se pueden utilizar otro tipo de funciones como la tangente hiperbólica pero en este caso sigue la sugerencia de [10] para usar la función sigmoidea.

II. Fases del algoritmo de retro-propagación.

El algoritmo de retro-propagación tiene tres fases principales:

1.-) La fase de inicialización de los parámetros W y b .

se tiene la siguiente matriz de pesos:

$$W = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \cdots & w_{1m} \\ w_{21} & w_{22} & \cdots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n1} & w_{n2} & \cdots & w_{nm} \end{bmatrix}$$

donde:

n : es el número de señales que llegan a una capa dada

m : es el número de neuronas de la capa reciben a las señales ponderadas por $w_{i,j}$

Los valores de $w_{i,j}$ pueden ser inicializados por valores reales entre -1 y 1. El sub índice i indica el número de señal de donde proviene y j a que neurona se dirige.

Cabe mencionar que en el algoritmo aquí propuesto, la matriz W es una hipermatriz donde cada capa tiene asociada la relación de pesos entre una capa y la subsecuente.

Como a cada neurona se le tiene que sumar un bias, entonces se puede manejar una matriz de Bias que se enumera de arriba hacia abajo en determinada capa, como:

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{1m} \\ b_{21} & b_{22} & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{nn1} & b_{nn2} & b_{nn0} \end{bmatrix}$$

Donde cada columna es el arreglo de neuronas de una capa i y cada capa puede cambiar el número de neuronas. Los valores para inicializar a la matriz también pueden ser números aleatorios en un intervalo de 0 a 1.

2.-) Segunda fase, propagación hacia adelante.

Como se explicó a la red se representan valores de entrenamiento y los valores que se esperan a la salida para cada una de estas entradas, entonces se pueden representar tales entradas como vectores que poseen algún patrón que se desea identificar con un valor esperado o deseado.

Como se explicó a la red se representan valores de entrenamiento y los valores que se esperan a la salida para cada una de estas entradas, entonces se pueden representar tales entradas como vectores que poseen algún patrón que se desea identificar con un valor esperado o deseado.

Entonces la entrada a la red puede ser escrita mediante:

$$\text{Patrón de entrada} = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n]_i^T$$

El sub índice i indica que solo es un patrón de todos los que se le presentaran a la red.

Los valores esperados se escriben como:

$$\text{valor esperado} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{kn} & d_{k2} & \cdots & d_{km} \end{bmatrix}$$

Donde cada renglón es un vector esperado para cada patrón de entrada

Se procede a calcular la salida para cada neurona i de una capa k , como sigue:

$$N = \begin{bmatrix} n_{11} \\ n_{21} \\ \vdots \\ n_{nn} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ \vdots \\ b_{nn} \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \cdots & w_{1m} \\ w_{21} & w_{22} & \cdots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n1} & w_{n2} & \cdots & w_{nm} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}_k$$

Donde el sub índice k indica el número de capa en el que se desea calcular las salidas de las neuronas una vez que hayan pasado por su función de activación correspondiente, entonces: la salida de la capa k es:

$$O_k = \varphi(N_k)$$

Si el algoritmo se encuentra en la última capa se calcula el error dado por la resta del valor esperado menos el valor en la última capa.

$$e = O_{last} - D$$

La segunda fase es llamada de propagación hacia atrás en donde utiliza el error calculado en la primera fase y obtienen valores delta o gradientes para cada neurona desde la última capa hasta la primera, dada por las siguientes expresiones:

Para la última capa:

$$\delta_{last} = \varphi(B + W_{last}O_{last})(1 - \varphi(B + W_{last}O_{last}))e$$

Para cualquier capa escondida:

$$\delta_k = \varphi(O_k)(1 - \varphi(O_k))\delta_{k+1}$$

La tercer fase es la actualización de los valores de los pesos y las bias de las neuronas dadas por las siguientes expresiones:

$$w(n+1) = w(n) + \alpha w(n-1) + \eta \delta(n)x$$

donde:

$w(n+1)$: Es la actualización de los pesos

$w(n)$: Es el peso actual

α : Es el factor de aprendizaje

η : Factor momento

$\delta(n)$: Es el gradiente o delta en esa neurona

x : Es la entrada correspondiente a la neurona

La actualización de los bias se realiza de la siguiente manera:

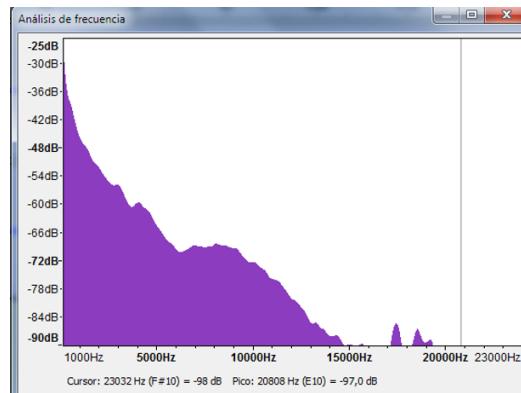
$$b(n+1) = b(n) + \alpha b(n-1) + \eta \delta(n)$$

El algoritmo toma todos los patrones y después hace la actualización de los pesos y las bias en función del error y las deltas. Entonces se realiza este proceso hasta que el error vaya convergiendo en un valor muy pequeño; a esta repetición se le conoce como época de entrenamiento.

Dependiendo del factor de entrenamiento, el momento, el número de capas, la forma de los patrones y el número de clases a reconocer son las épocas necesarias para que el error converja en más o menos tiempo.

Acondicionamiento de datos.

Los patrones de entrenamiento fueron obtenidos a través de Audacity, que es un software libre para edición profesional de audio. Tal y como se muestra en la siguiente figura *Audacity* analiza la señal de audio en el dominio de la frecuencia y da como amplitud los decibeles en cada frecuencia dentro del rango audible.


 Figura 9. Espectro analizado por *Adacity*

Los datos fueron almacenados en hojas de cálculo para después ser tratados y acondicionados; este proceso tuvo que ser manual debido a que el software *Audacity* exporta los datos en archivos de formato *txt*.

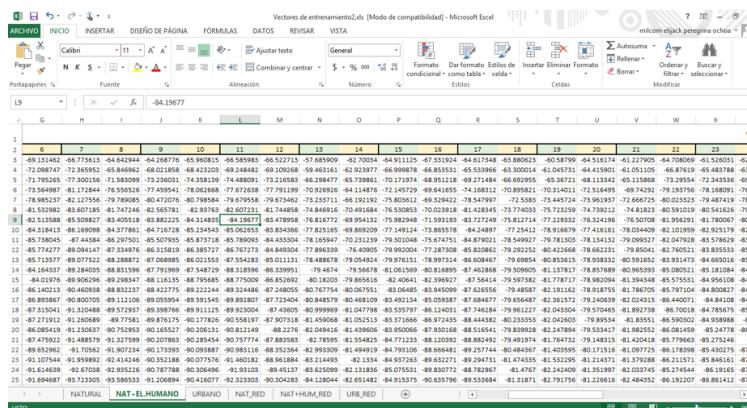


Figura 10. Organización de los datos en hojas de cálculo

Entrenamiento de la red neuronal.

Datos de entrenamiento.

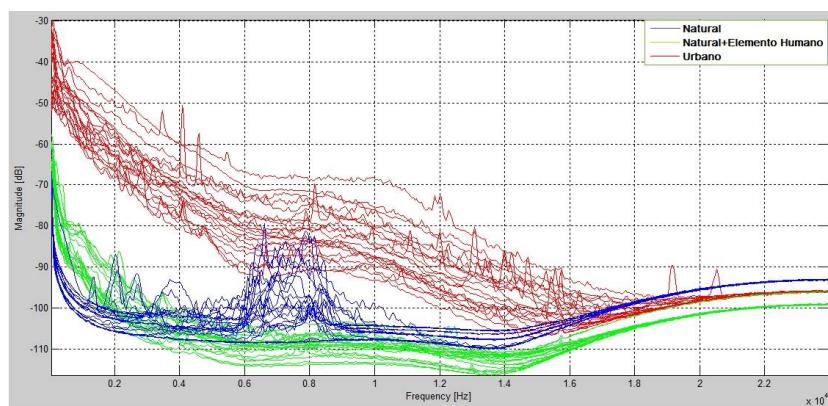


Figura 11. Grafica en Matlab de los datos de entrenamiento

Debido a que la red neuronal está diseñada para trabajar con funciones de activación que se encuentran en un intervalo de 0 a 1 , los datos se normalizaron y se les aplicó una simple operación matemática, para invertir los datos tal y como se describe en la siguiente figura:

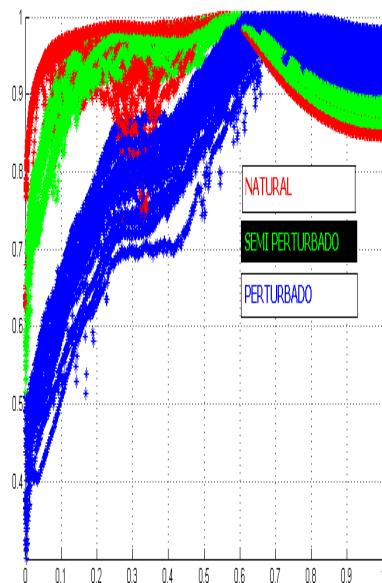


Figura 12. Patrones de entrenamiento

Después del entrenamiento, se obtuvo la hipermatriz matriz de pesos y la matriz de bias perteneciente a cada capa. Como se muestra en la figura siguiente, la matriz de pesos consta de tres capas de matrices de $n \times n$, donde n es el número de datos y la matriz de bias es una matriz de una capa de tamaño y igual al número de datos del patrón por tres columnas.

Se considera que después del entrenamiento, un rasgo característico es la forma geométrica de dichas matrices en el espacio, debido a que para diferentes patrones presentados en la misma red se generarán diferentes valores para los pesos y las bias correspondientes un modelo grafico de la red para discriminar diferentes patrones esta dado como se ve a continuación.

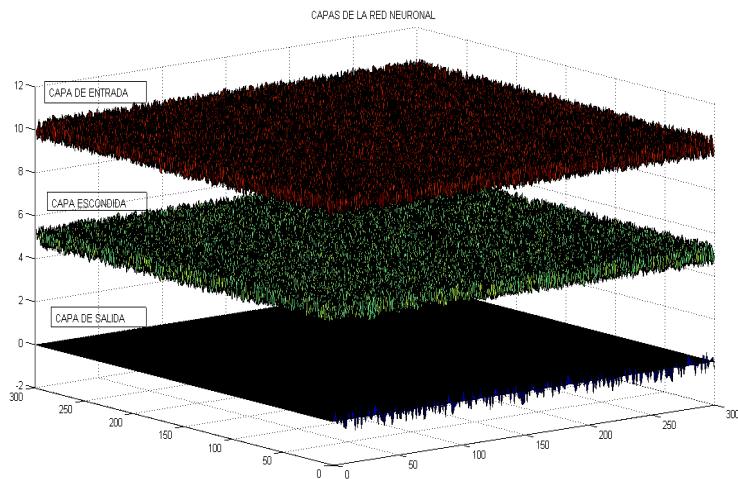


Figura 13. Hipermatriz de capas de la red neuronal

La matriz de Bias es la matriz que pondrá a cada neurona brindandole un grado de libertad para discriminar por el nivel de la entrada y así ser flexible a los cambios de nivel.

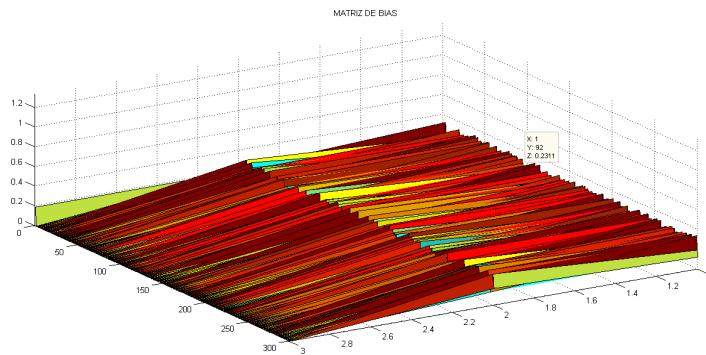


Figura 14. Matriz de Bias de la red neuronal

La matriz tiene una dimensión igual al número de datos de entrada para los renglones y 3 columnas que indican el número de capas.

Una vez que se tiene el entrenamiento de la red terminada se procede a ver el desempeño de la red presentándole sonidos diferentes a los datos de entrenamiento y verificar si dicho entrenamiento fue exitoso.Todo esto con el propósito de saber cuando detener el entrenamiento de la red, ya que podrían ser modificados algunos parámetros de tal manera que la salida de la red arrojara resultados diferenciables gráficamente, tal y como se muestra en las siguientes figuras, depende el número de épocas de entrenamiento:

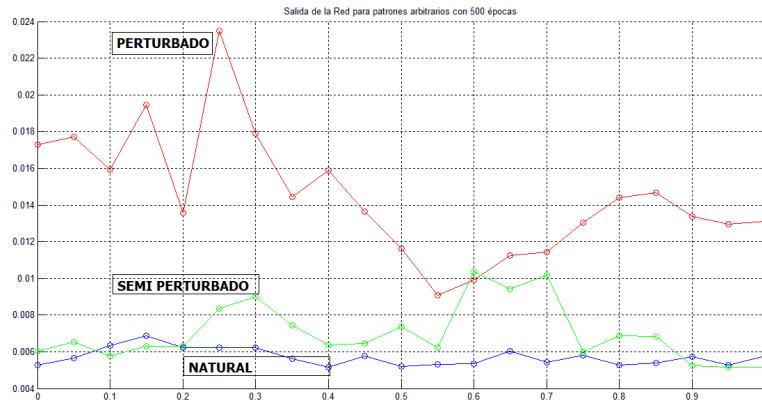


Figura 15. Resultado para 500 épocas

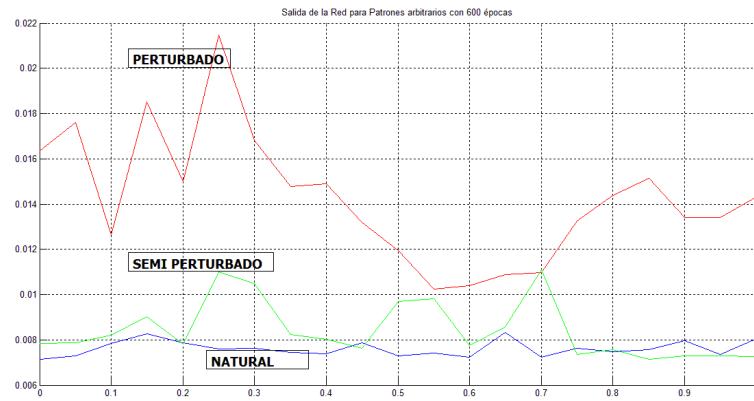


Figura 16. Resultado para 600 épocas

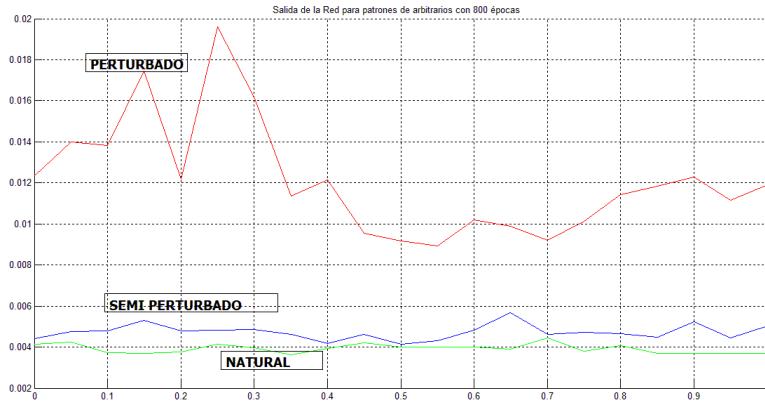


Figura 17. Resultado para 800 épocas

Como se puede observar, un sobre entrenamiento comienza generar que el entorno semiperturbado y el natural sean para la red indistintos, entonces de acuerdo a los experimentos realizados con la red, se escogieron valores para los cuales esta presenta una mejor discriminación de los entornos, más de 500 épocas y menos de 1000.

Una vez obtenida la discriminación, se lleva a cabo una correlación con una base de datos simplificada de la OMS, esta tabla posee la información de niveles de volumen para sonido en decibeles, y ejemplos de ambientes que se pueden parecer al presentado a la red.

	FUENTES DE SONIDO	dB
1	Umbral de audición	0
2	Susurro, respiración normal, pisadas suaves	10
3	Rumor de las hojas en el campo al aire libre	20
4	Murmullo, oleaje suave en la costa	30
5	Biblioteca, habitación en silencio, Despacho	40
6	Tráfico ligero, conversación normal	50
7	Oficina grande en horario de trabajo	60
8	Conversación en voz muy alta, gritería, tráfico,intenso de ciudad	70
9	Timbre, camión pesado moviéndose	80
10	Aspiradora funcionando, maquinaria de una fábrica trabajando	90
11	Banda de música rock, Motocicleta	100
12	Claxon de un coche, explosión de petardos	110
13	Umbral del dolor	120
14	Martillo neumático (de aire)	130
15	Avión de reacción durante el despegue	150
16	Motor de un cohete espacial durante el despegue	180

Tabla 2. Rangos de sonido de la OMS [3]

Cabe mencionar que todos los datos que forman parte de la información que necesita este sistema clasificador fueron vaciados en hojas de cálculo para su fácil manejo computacional.

El resultado del conjunto de facultades de este sistema clasificador, es mostrar el espectro analizado a manera de comprobación del performance de la red neuronal, ejemplos asociados a los

intervalos de volumenes y como la red identifica el sonido analizado, todo esto en una aplicación de escritorio *standalone*.

En la siguiente figura se muestra la aplicación realizada en un formulario de la paquetería *Matlab*; como se observa, la interfaz cuenta con un comando que abre el explorador de archivos para escoger la hoja de cálculo, después se realiza la calificación del entorno y un ejemplo de qué provocaría dicho espectro según la OMS.

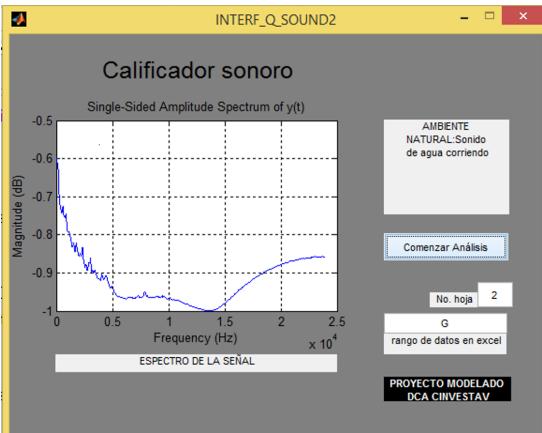


Figura 18. Aplicación standalone

III. Modo de operación de la aplicación.

Esta versión básica de la aplicación consta del manejo del software *Audacity*, una hoja de cálculo y la aplicación de escritorio diseñada en *Matlab*, como se observa en la figura el usuario necesita analizar con *Audacity* el sonido en formato wav, que previamente ha guardado en el ordenador, después de la sesión de grabación.

En el menu abrir se selecciona el archivo wav y una vez cargado, seguir los siguientes pasos:

Menu analizar, escoger formato espectro y dar clic en el comando exportar, la exportación de los datos del espectro es en formato txt, ese archivo se guardará en la misma carpeta donde se encuentra el archivo wav, una vez que se tienen los datos en txt se debe copiar manualmente los vectores y ponerlos en hojas de calculo para su fácil manejo en el procesamiento de la aplicación de escritorio.

Entonces la aplicación solicita al usuario identificar la columna en la cual estan almacenados los datos, y el número de hoja en el que se encuentran.

Como se aprecia en la figura 18 (*vease figura anterior*) el resultado es la calificación entre las clases *PERTURBADO*, *SEMI-PERTURBADO* y *NATURAL*, además se despliega una situación en la que es análogo el volumen analizado con respecto a la tabla de la OMS.

CONCLUSIONES.

El desempeño de la Red Neuronal no solo depende de los parámetros α , η , , si no también del número de épocas y la forma de los datos de entrenamiento, para esto fue necesario del uso de softwares adicionales, para que el uso de los datos en otro dominio generara información razonablemente.

La calidad de identificación depende en gran medida de los instrumentos utilizados, debido a que por ejemplo, si se quisiera llevar todo el procesamiento directamente a un dispositivo móvil, se estaría dependiendo de la calidad de grabación que posee, aspecto que en la actualidad no es tiene buena calidad al compararlo con grabadoras profesionales, entonces, se puede decir que hasta que se evolucione la tecnología en cuanto a la grabación de audio, será posible implementar la aplicación presentada en los dispositivos móviles.

En cuanto a paisajes sonoros se refiere los estudios sugieren en un momento que la contaminación acústica se ha convertido en un problema reconocido y ampliamente extendido, cualesquiera sean las acciones que se han tomado hasta ahora para mitigar este problema parecen

no tener suficiente efecto. Hasta este punto, en el presente proyecto, se ha podido obtener una métrica de la calidad de los paisajes sonoros, lo que sigue sera desarrollar herramiental de mejoría del nivel de bienestar psicológico a través de la síntesis de paisajes acústicos de calidad.

REFERENCIAS.

1. La Bauhaus fue una escuela de arte, arquitectura y diseño; fundada por el arquitecto, urbanista y diseñador de origen germano Walter Gropius en Weimar (Alemania) en 1919.
2. Truax, Acoustic Communications, 2001, pp 11.
3. Moles, La imagen sonora del mundo circulante, fonografías y paisajes sonoros 1999, pp 229-243.
4. Schafer sostiene que en algunos casos estos sonidos podrían ser arquetípicos. Estar en el subconsciente del escucha ya que han sido percibidos durante milenios por sus antepasados.
5. Moles describe los elementos figura y fondo en oposición, como elementos constitutivos del paisaje sonoro. (Moles, La imagen sonora del mundo circulante, fonografías y paisajes sonoros 1999, pp 229-243)
6. Esto sería la relación entre el primero y segundo planos, es decir, entre las figuras y el fondo, descritos por Schafer.
7. Manuel Rocha Iturbide interpreta perspectiva como amplitud de fondo, es decir, en donde varias capas sónicas se pueden manifestar y distinguirse unas de otras.
8. Schafer, The tuning of the World, 1977, pp43.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA.

- [1] Atienza Ricardo, Ambientes sonoros urbanos : la identidad sonora. Modos de Permanencia y Variación de una configuración urbana, 2007, pág 2,3, 6,8 y 13.
- [2] José Luis CARLES / Cristina PALMESE (2004): Identidad sonora urbana. <http://www.eumus.edu.uy>
- [3] Robert MURRAY SCHAFER (1977) : The tuning of the world. Toronto. Ed. McClelland and Steward.
- [4] Hildegard Westerkamp. Brahaus y estudios sobre el paisaje sonoro - Explorando conexiones y diferencias: El surgimiento de los estudios sobre el paisaje sonoro.
- [5] Max Nehaus. Diseño sonoro.
- [6] Hans-Ulrich Werner. Tres instantáneas sobre el paisaje sonoro. Diseño acústico - Diseño sonoro.
- [7] Sol Rezza. Revista de pensament musical, núm. 004: El mundo es un paisaje sonoro (3 percepciones respecto al paisaje sonoro).
- [8] Barry Truax: Compositor canadiense especializado en las implementaciones en tiempo real de la síntesis granular, a menudo de sonidos grabados y paisajes sonoros. En 1986 desarrolló la primera implementación en tiempo real de la síntesis granular. Hizo la primera obra en síntesis granular hecha a base en sonidos pregrabados, Wings of Nike en 1987 y fue el primer compositor en explorar el área entre la síntesis granular sincrónica y asincrónica en Riverrun, en 1986. La técnica en tiempo real sigue o enfatiza en las corrientes auditóreas, que junto con los paisajes sonoros hacen parte importante de su estética. Truax enseña música electroacústica, música por computador y comunicación acústica en la Universidad Simon Fraser en Canadá. Fue uno de los miembros fundadores junto con Raymond Murray Schaffer del World Soundscape Project.
- [9] Jordi Pigem. Escuchar las voces del mundo.

[10] Fundamentals of Neural Networks, architectures, Algorithms and applications, Laurene Fausett , 1994, Prentice Hall.

[11] <http://www.fceia.unr.edu.ar/acustica/biblio/omscrit.htm>

Article 6

Visual Adaptive Control of Planar Robots Manipulators of two linkages using Neuro-control based in spikes

Perrusquía Guzmán, J., Reyes Sámano, A.

I. INTRODUCTION

Brains are fantastic devices. For one, they are incredibly efficient. Brains consume only about 20 watts(W) of power- the equivalent of a compact fluorescent light bulb.

In general, it is believed that what provides brains with their impressive computational abilities is the organization of the connections among individual neurons. These connections allow cells to collect, process, and transmit information. In fact, neurons are specialized precisely for communication. In most respects, neurons are exactly like other cells in our bodies- they have a cell membrane, a nucleus, and similar metabolic process.

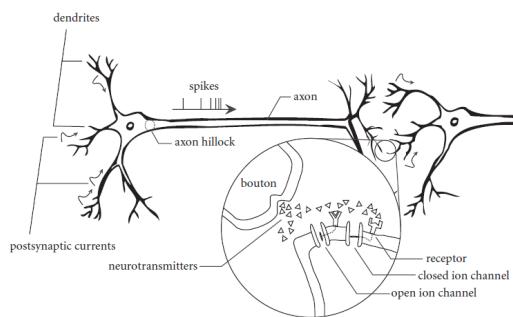


Figure 6.1: The main elements of neural communication

Figure 6.1 outlines the main elements underlying cellular communication. The cellular projections that carry information to the cell body are called dendrites. The cellular projection that carries information away from the cell body is called the axon. Dendrites carry signals to the cell

body in the form of an ionic current. If sufficient current gathers in the cell body (at the axon hillock), then a series of cellular events are triggered that result in an action potential, or voltage “spike”, that proceeds down the axon. Neural spikes are very brief events lasting for only about a millisecond, which travel in a wave-like fashion down the axon until they reach the end of the axon, called the bouton. When spikes reach the bouton, they cause the release of tiny packets of chemicals called neurotransmitters into the space between the bouton and the dendrite of the subsequent neuron. The neurotransmitters bind to special proteins called “receptors” in the cell membrane of the dendrite. This binding causes small gates, or channels, in the dendrite of the next neuron to open, allowing charged ions to flow into the dendrite. These ions result in the current signal in the receiving dendrite, which is called the postsynaptic current (PSC, see Figure 6.2). The process then continues as it began.

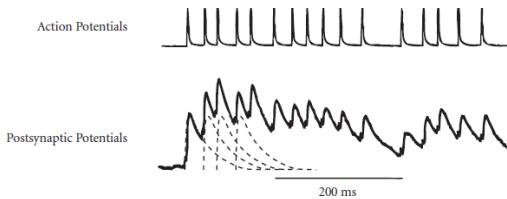


Figure 6.2: Electrical activity in two connected neurons

Using this theory we pretend to develop an adaptive control of a planar robot. The result is a control scheme using a brain model.

II. THE ROBOT MANIPULATOR

The dynamic model of a rigid serial n -link nonredundant manipulator with all actuated revolute joints describes in generalized joint coordinates $(q^T, \dot{q}^T)^T \in \mathbb{R}^{2n}$ can be written as follows,

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \quad (6.1)$$

where $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ denotes a symmetric positive definite inertial matrix, $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ stands for the Coriolis and centrifugal forces matrix, $G(q) \in \mathbb{R}^n$ models the gravity forces, $\tau \in \mathbb{R}^n$ stands for the torque input.

III. ADAPTIVE CONTROL

The nonlinear robot dynamics is linearly parametrizable [?] by the product of a regressor $Y = Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times p}$ which is a function of joint positions, velocities and accelerations, and a vector $\Theta \in \mathbb{R}^{p \times 1}$ of constant parameters, as follows:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\Theta = \tau \quad (6.2)$$

Consider the control law [?]

$$\tau = M(q)\ddot{q}_r + C(q, \dot{q})\dot{q}_r + G(q) + K_D\sigma \quad (6.3)$$

with K_D a positive definite matrix. The choice

$$\dot{q}_r = \dot{q}_d + \Lambda\tilde{q} \quad \ddot{q}_r = \ddot{q}_d + \Lambda\tilde{\dot{q}} \quad (6.4)$$

with Λ a positive definite (usually diagonal) matrix, allows expressing the nonlinear compensation and decoupling terms as a function of the desired velocity and acceleration, corrected by the current state (q and \dot{q}) of the manipulator. In fact, notice that the term $\dot{q}_r = \dot{q}_d + \Lambda\tilde{q}$ weighs the contribution that depends on velocity not only on the basis of the desired velocity but also on the basis of the position tracking error.

The term $K_D\sigma$ is equivalent to a PD action on the error if σ is taken as

$$\sigma = \dot{q}_r - \dot{q} = \dot{\tilde{q}} + \Lambda\tilde{q} \quad (6.5)$$

The control law (6.3) assumes that the parameters of the manipulator are known. The control law can be made *adaptive* with respect to the vector of parameters Θ , i.e., the parameters are not known exactly. The control law (6.3) is then modified into

$$\begin{aligned} \tau &= \hat{M}(q)\ddot{q}_r + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q}_r + \hat{G}(q) + K_D\sigma \\ &= Y(q, \dot{q}, \dot{q}_r, \ddot{q}_r)\hat{\Theta} + K_D\sigma \end{aligned} \quad (6.6)$$

where $\hat{\Theta}$ represents the available estimate on the parameters and, accordingly $\hat{M}, \hat{C}, \hat{G}$ denote the estimate terms in the dynamic model. Substituting control (6.6) into (6.1) gives

$$\begin{aligned} M(q)\dot{\sigma} + C(q, \dot{q})\sigma + K_D\sigma &= -\tilde{M}(q)\ddot{q}_r - \tilde{C}(q, \dot{q})\dot{q}_r - \tilde{G}(q) \\ &= -Y(q, \dot{q}, \dot{q}_r, \ddot{q}_r)\tilde{\Theta}, \end{aligned} \quad (6.7)$$

the modeling error is characterized by:

$$\tilde{M} = \hat{M} - M, \quad \tilde{C} = \hat{C} - C, \quad \tilde{G} = \hat{G} - G, \quad \tilde{\Theta} = \hat{\Theta} - \Theta \quad (6.8)$$

Notice that the matrix Y does not depend on the actual joint accelerations but only on their desired values; this avoids problems due to direct measurement of acceleration.

Consider the Lyapunov function candidate

$$V(\sigma, \tilde{q}, \tilde{\Theta}) = \frac{1}{2}\sigma^T M(q)\sigma + \tilde{q}^T \Lambda K_d \tilde{q} + \frac{1}{2}\tilde{\Theta}^T K_\Theta \tilde{\Theta} > 0 \quad (6.9)$$

where the first term is the kinetic energy, the introduction of the second and third term in (6.9) are necessary to obtain a Lyapunov function of the entire system state. The second term vanishes for $\tilde{q} = 0$, and the third term is for the parameter error, with K_Θ symmetric positive definite. The time derivative of V along the trajectories of system (6.7) is

$$\dot{V} = -\tilde{q}^T K_D \dot{\tilde{q}} - \tilde{q}^T \Lambda K_D \Lambda \tilde{q} + \tilde{\Theta}^T (K_\Theta \dot{\tilde{\Theta}} - Y^T(q, \dot{q}, \dot{q}_r, \ddot{q}_r)\sigma) \quad (6.10)$$

If the estimate of the parameter vector is updated as in the adaptive law

$$\dot{\tilde{\Theta}} = K_\Theta^{-1} Y^T(q, \dot{q}, \dot{q}_r, \ddot{q}_r)\sigma \quad (6.11)$$

the expression in (6.10) becomes

$$\dot{V} = -\tilde{q}^T K_D \dot{\tilde{q}} - \tilde{q}^T \Lambda K_D \Lambda \tilde{q} \quad (6.12)$$

since $\dot{\hat{\Theta}} = \ddot{\Theta}$ (Θ is constant).

The trajectories of the manipulator described by the model (6.1), under the control law (6.6) and the parameter adaptive law (6.11), globally asymptotically converge to $\sigma = 0$ and $\tilde{q} = 0$, which implies convergence to zero of \tilde{q} , $\dot{\tilde{q}}$, and boundedness of $\hat{\Theta}$. The equation in (6.7) shows that asymptotically it is

$$Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r, \ddot{q}_r) (\hat{\Theta} - \Theta) = 0 \quad (6.13)$$

This equation doesn't imply that $\hat{\Theta}$ tends to Θ ; indeed, convergence parameters to their true values depends on the structure of the matrix $Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r, \ddot{q}_r)$ and then on the desired and actual trajectories. To summarize:

- The term $Y\hat{\Theta}$ describes a control action of inverse dynamics type which ensures an approximate compensation of nonlinear effects and joint decoupling.
- The term $K_D\sigma$ introduces a stabilizing linear control action of PD type on the tracking error.
- The vector of parameter estimates $\hat{\Theta}$ is updated by an adaptive law of gradient type so as to ensure asymptotic compensation of the terms in the manipulator dynamic model; the matrix K_Θ determines the convergence rate of parameters to their asymptotic values.

IV. THE NENGO NEURAL SIMULATOR

Nengo[?] is a graphical and scripting bases software package for simulating large-scale neural systems. To use Nengo, you define groups of neurons in terms of what they represent, and then form connections between neural groups in terms of what computation should be performed on those representations. Nengo then uses the Neural Engineering Framework (NEF) to solve for the appropriate synaptic connection weights to achieve this desired computation.

The following three principles form the core of the NEF:

1. Neural representations are defined by the combination of nonlinear encoding (exemplified by neuron tuning curves and neural spiking) and weighted linear decoding (over populations of neurons and over time).
2. Transformations of neural representations are functions of the variables represented by neural populations. Transformations are determined using an alternately weighted linear decoding.
3. Neural dynamics are characterized by considering neural representations as state variables of dynamic systems. Thus, the dynamics of neurobiological systems can be analyzed using control (or dynamics systems) theory.

To program the controller using Nengo we used the scripting system. The scripting system used in Nengo is Python. Firstly we need to consider the next information:

- The control task is for regulation, then

$$\dot{q}_d = 0 \quad \text{and} \quad \ddot{q}_d = 0$$

- The robot manipulator has reduction gear, then the velocity is small and the Coriolis elements are despicable.

With this consideration the regressor is easier to compute in Nengo. The elements we need to use for the controller compute are:

1. **Function:** this created an input function. In our case will be constant functions that represents values of the actual and desired joints.
2. **Ensemble:** this is generated by the user according to the operation we want to make, with a certain number of neurons, radio and dimension. This element is the most used for the controller design.
3. **Integrator:** its similar to the ensemble, the difference is that this ensemble makes the integral of the ensemble. It was use for the adaptive law.
4. **Array of ensembles:** When building models that represent large numbers of dimensions, it is sometimes useful to break an ensemble down into sub-ensembles, each of which represent a subset of dimensions. The main advantage of this is speed: It is much faster for the NEF methods to compute decoders for many small ensembles, rather than one big one.

From all the tools that provides Nengo, we only used linear transformations and non linear transformations. In Figure 6.4 shows the joint position error using Nengo.

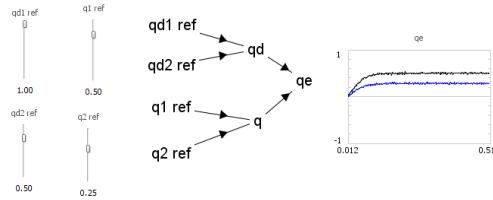


Figure 6.3: Joint position error using Nengo

V. DIGITAL SIMULATIONS

In this section, the robot manipulator and its dynamic parameters, the simulation setup, and results are presented and discussed.

The regressor is given by:

$$Y = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} & y_{14} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} & y_{24} \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

and their values are:

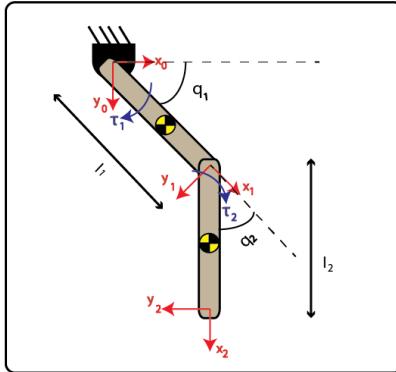


Figure 6.4: Joint position error using Nengo

$$\begin{aligned}
 y_{11} &= l_1^2 \ddot{q}_r + \frac{1}{2} g l_1 \cos(q_1) \\
 y_{12} &= \left(l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 \cos(q_2) \right) \ddot{q}_r + \left(l_2^2 + l_1 l_2 \cos(q_2) \right) \ddot{q}_r \\
 &\quad + \frac{1}{2} g l_2 \cos(q_1 + q_2) \\
 y_{13} &= \ddot{q}_r \\
 y_{14} &= \ddot{q}_r + \ddot{q}_r \\
 y_{21} &= 0 \\
 y_{22} &= \left(l_2^2 + l_1 l_2 \cos(q_2) \right) \ddot{q}_r + l_2^2 \ddot{q}_r - \frac{1}{2} g l_2 \cos(q_1 + q_2) \\
 y_{23} &= 0 \\
 y_{24} &= \ddot{q}_r + \ddot{q}_r
 \end{aligned}$$

The kinematics parameters are given in the Table 6.1:

Table 6.1: Experimental robot parameters

Symbol	Parameter	Value
l_1	Link 1	0.31m
l_2	Link 2	0.305m

Notice that we don't give the dynamical parameters such as mass and inertia. The estimate parameter vector $\hat{\Theta}$ contains the estimate value of mass and inertia for each link. In other words, the estimate parameter value is $\hat{\Theta} = [m_1 \ m_2 \ I_1 \ I_2]^T$, where m_1, I_1 are the mass and inertia from the link 1, and m_2, I_2 are the mass and inertia from the link 2. The parameters of control are given in the Table 6.2.

We considered $m_1 = 2\text{kg}$, $m_2 = 3.5\text{kg}$, $I_1 = I_2 = 0\text{kgm}^2$. The simulations time was 20 seconds with an integration step of 1ms. The desired value is $\frac{\pi}{8}$.

The previous Figures shows the estimate value of the mass and the inertia of each link. In a certain time the estimate parameter converges to their asymptotic values. In this simulation

Table 6.2: Parameters of control

Gain	Value
Λ	5
K_D	5
K_Θ	20

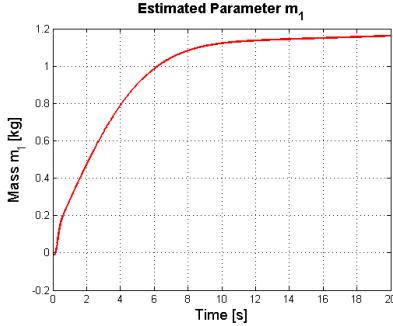


Figure 6.5: Estimated parameter m_1

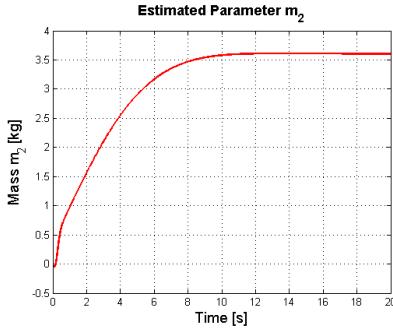


Figure 6.6: Estimated parameter m_2

the asymptotic values are: $m_1 \approx 1.5 \text{ kg}$, $m_2 \approx 3.5 \text{ kg}$, $J_1 \approx 0.1 \text{ kgm}^2$, and $J_2 \approx 0.18 \text{ kgm}^2$. This shows that $\hat{\Theta}$ doesn't tend to Θ but with the regressor ensure an approximate compensation of nonlinear effects and joint decoupling.

The joint error (see Figure 6.9 and 6.10) converges approximately to zero even the controller doesn't know the mass and inertia parameters. The torque inputs (see Figure 6.11 and 6.12) have a peak at the beginning cause the initial conditions, then the torque stabilize in a certain value.

VI. NENGO CONNECTING PROBLEMS

When we got the program of the controller using Nengo, we wanted to export it to Matlab, but we got problems because Matlab didn't recognize the NEF, so we couldn't see if our brain can make the adaptive control. We started to compare the values of the output of the regressor and the joint errors without connecting to the robot manipulator. The result was that they are approximately the same, but when we compared the output of the integrator, it was unstable and their values tended to infinity.

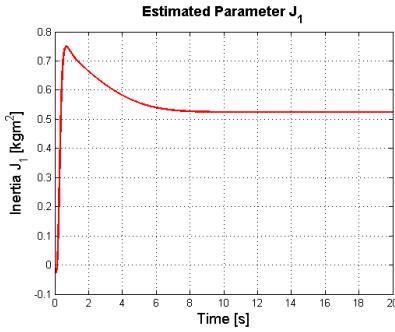


Figure 6.7: Estimated parameter J_1

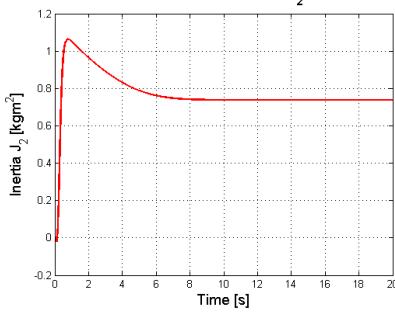


Figure 6.8: Estimated parameter J_2

To provide a comparison between the controller in Nengo and Matlab we make a PD+G controller,

$$\tau = K_P e(t) + K_D \dot{e}(t) + G(q) \quad (6.15)$$

with K_P, K_D a positive definite matrix (proportional gain and derivative gain) and $G(q)$ is the vector of gravity forces. $e(t)$ in the joint position error, $e(t) = q_d - q$, and $\dot{e}(t)$ is the joint velocity error, $\dot{e}(t) = \dot{q}_d - \dot{q}$. This controller is easier than the adaptive control and can give us the information we need to compare Matlab simulation and Nengo simulation.

For this controller we need to provide the values of the mass. The desired value was $\frac{\pi}{2}$ with the same time of simulation but the gain parameters are given by the Table 6.3.

Table 6.3: Parameters of control PD+G

Gain	Value
K_P	3
K_D	3

In the simulation with Nengo show that the torque input are approximately the same as Matlab Simulation (see Figure 6.13).

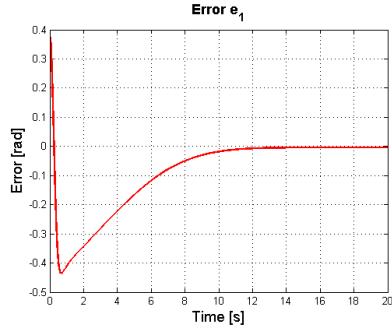


Figure 6.9: Joint error e_1 Adaptive Control

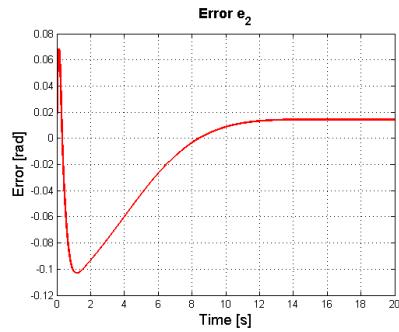


Figure 6.10: Joint error e_2 Adaptive Control

The joint error (see Figure 6.14a and Figure 6.14b) converges to zero because in this case we known the parameters and the gravity forces vector of the controller compensates the gravity terms of the manipulator.

The torque inputs have a maximum value by the same reason of the initial conditions, then the torque stabilize in cero. Notice that the PD+G action is more smoothly than the adaptive control. But the disadvantage of this control is that we need to know the parameters of the manipulator.

With the problem of connecting Nengo with Matlab, we tried to compute a program to make the robot and make the simulation complete. We used the model of the demo “armcontrol.py” in Nengo, so we can adapt the arm with our control model. The Figure 6.15 shows the robot in Nengo, and how the PD+G control make the robot move to the desire position (The robot is still unstably, it needs some parameters modifications to work with our controller).

VII. CONCLUSION

We built a brain that makes an adaptive control and a PD+G controller. We had some problems with connecting Matlab, then we couldn't make the Nengo simulation complete. Now we are working with the robot computed in Nengo to complete the simulation and adjust the controllers.

Without connecting with the robot, the values of the regressor Y and the error σ are approximately the same as the Matlab simulation. The output value of the integral depends of the

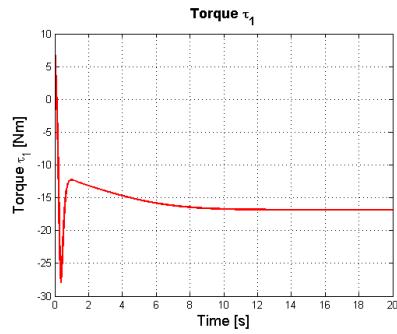


Figure 6.11: Torque input τ_1 Adaptive Control

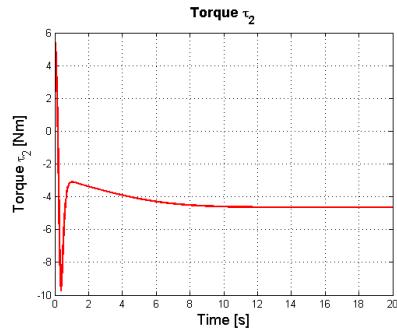


Figure 6.12: Torque input τ_2 Adaptive Control

robot manipulator. The PD+G controller worked approximately the same as in Matlab.

The brain in Nengo requires a computer with good processor because it consumes a lot of energy. It makes us think the fantastic qualities that a real brain have against a computer.

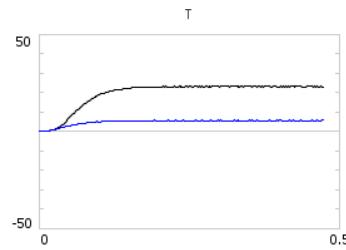


Figure 6.13: Torque input τ PD+G in Nengo

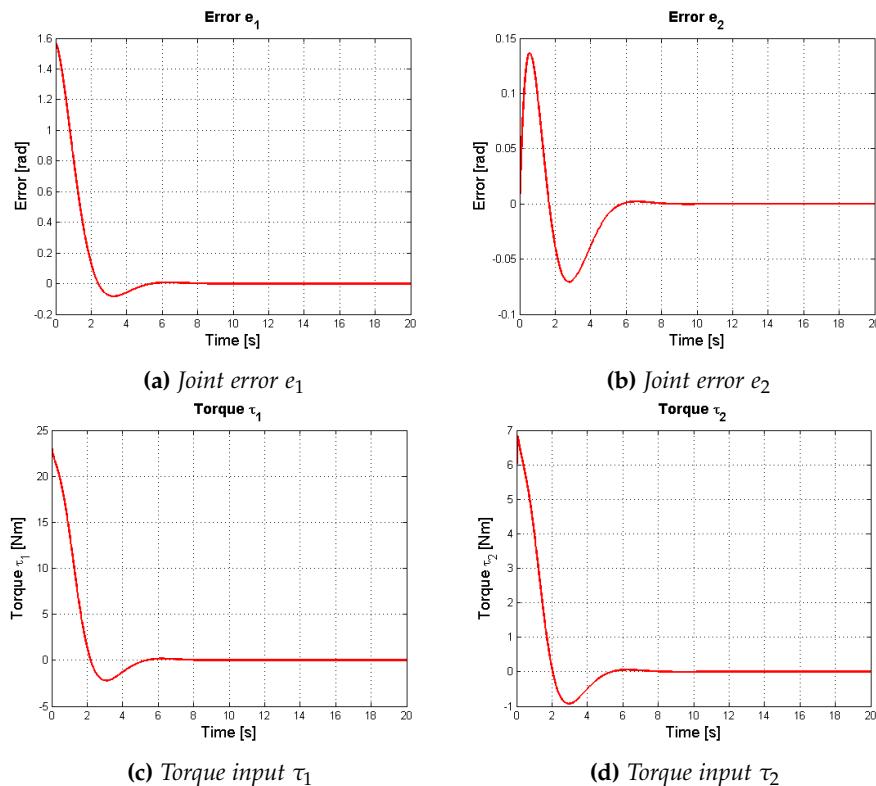


Figure 6.14: Error and Torque values PD+G

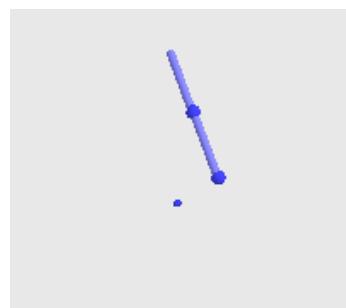


Figure 6.15: Planar robot in Nengo

Article 7

Tensegridad y estabilidad mecánica de tejido vegetal

Roberto Cadena Vega, Christian Alberto Villegas Elizalde

I. INTRODUCTION AND MOTIVATION

- I. Introduction
- II. What is a Tensegrity?
- III. Benefits of Tensegrity Design

II. TENSEGRITY STRUCTURES IN BIOLOGICAL SYSTEMS

I. Biochemistry and tensegrity structures

Cellular biochemistry plays out in a world of structural complexity that is nothing like the controlled solution of a test tube. Rather than being filled with a liquid 'protoplasm' as imagined a century ago, eukaryotic cells contain an intricate molecular framework, the cytoskeleton, composed of interconnected microfilaments, microtubules and intermediate filaments within their viscous cytosol (Heuser and Kirschner, 1980; Fey et al., 1984). Cytoskeletal filaments both generate and resist mechanical loads, and they are largely responsible for the cell's ability to resist shape distortion. These scaffolds also function as tracks for the movement of organelles, and they orient many of the enzymes and substrates involved in biochemical reactions that mediate critical cellular functions (Ingber, 1993a; Janmey, 1998). Moreover, cells respond to mechanical forces and to changes in cell shape or cytoskeletal structure by altering these same chemical activities (reviewed in Chicurel et al., 1998).

II. Celular Tensegrity

Tensegrity is a principle building that was first described by architect R. Buckminster Fuller (Fuller, 1961) and the first visualized by sculptor Kenneth Snelson (Snelson, 1996). Fuller defined tensegrity systems and structures that stabilize its shape by the DC voltage or *tensional integrity*.

According to the most general definition of Fuller, tensegrity includes two broad structural classes - prestressed and Geodetic - that would both stop acting as a single entity or to maintain its

shape stability when stressed mechanically without streaming tension forces (Fuller , 1961; Fuller, 1979; Ingber, 1998; Chen and Ingber, 1999). The first hold joints in position as a result of *preload* (pre-existing tensile stress or isometric tension) within the structure.

Our bodies are a familiar example of a prestressed tensegrity structure: our bones act as props to resist the pull of muscles traction, tendons and ligaments, and shape stability (stiffness) of our body varies depending on the pitch (preload) in muscles. Examples of geodesic tensegrity structures include Fuller's geodesic domes, buckminsterfullerenes carbon based (Bucky balls), and the tetrahedral space frames, which are popular with NASA because they maintain stability in the absence of gravity and, therefore uncompressed carry on.

III. ¿Does cells utilize tensegrity architecture?

Biophysical studies with microfilaments and microtubules isolated revealed that the former are better in tensile strength, while blanks with microtubules mostly second moment of inertia are much more effective to resist compression (Mizushima-Sugano et al., 1983) . Because of its greater stiffness (persistence length), microtubules are rigid and straight when in solution and even expel extensions long membrane when enclosed in liposomes (Hotani and Miyamoto, 1990), while isolates microfilaments and intermediate filaments are bent or very tangled, respectively (Janmey et al., 1991; Mackintosh and Janmey, 1995).

Studies of both cultured cells and whole tissues indicate that the stability of shape of the cell depends on a balance between microtubules and microfilaments contractile opposite.

IV. ¿Does the citoskeleton behaves as a discrete mechanical network?

Mechanical established models developed by cell biologists and engineers assume that dense cortical microfilaments network that is directly below the cell membrane is the support element in the primary load cell (Albrecht-Buehler, 1987; Evans and Yeung, 1989; Dong et al., 1991; Fung and Liu, 1993; Schmid-Schönbein et al, 1995) .. These models predict that externally applied stresses are transmitted into the cell equally at all points in the cell surface and are borne by the cell cortex.

In contrast, tensegrity model predicts that mechanical loads are supported by discrete molecular networks that span the cell surface and extend through the cytoplasm. More specifically, the transmembrane anchor extracellular molecules that physically couple (eg ECM molecules or cell-cell adhesion) to the internal cytoskeleton network must provide preferred routes for transferring mechanical stress within the cell, while other receptors transmembrane locally dissipate stress and thus stop transmitting the same signals. If the cell is a prestressed tensegrity structure, then a local effort can lead to global structural rearrangements, even remotely. This is because the discrete structural elements within the network change orientation load bearing and relative spacing to one another until a new equilibrium configuration is reached. Therefore, tensegrity model differs from conventional cell in which the application of local stress on the cell surface can result in the directed deformation of structures, both locally and deep within the cell, depending on the molecular connectivity through the membrane surface and through the viscous cytosol.

Ning Wang, Donald E. Ingber set to discriminate between these models conflicting by developing a method called cytometry micromanipulation magnetic torque control where the mechanical stresses are applied directly to cell surface receptors by applying torque (shear stress) for receptor bound to magnetic microbeads (1 to 10 microns in diameter) (Wang et al., 1993; Wang and Ingber, 1994; Wang and Ingber, 1995). In separate studies, magnetic tweezers (Bausch et al, 1998; Alenghat .. et al, 2000) were developed and used to apply stress to the cells of linear voltage, and optical tweezers are used to manipulate non-magnetic beads that were bound cell similar to -Surface

receptors (Schmidt et al, 1993; Choquet et al .., 1997) manner. Mathematical formulation of the theory of tensegrity

The theory of cellular tensegrity model was initially an intuitive and prestressed tensegrity structures built of sticks and elastic cords are used to display the (Ingber and Jamieson, 1985; Ingber, 1993b; Wang et al., 1993) concept.

Another model, composed of multiple tensionally straws together by elastic cord, kinematically transformed into three-dimensional shapes that closely resemble the structures observed in actin stress fibers geodesomes and living cells by light and electron microscopy (Osbornet al., 1978)

V. Adhesion receptor as mechanoreceptors

It has been known for over a century that the formation of mechanical forces influence pattern in different tissues, organs and organisms (Wolff, 1892; Koch, 1917; Thompson, 1952). Although it is clear that individual cells mediate the stress response, the molecular basis of mechanotransduction - the mechanism by which mechanical forces are transduced into a biochemical response - has remained an enigma. Mechanoregulation previous models of mechanical forces supposed to influence the behavior of cells as a result of widespread cell membrane distortion. However, many types of signaling molecule, including various channels sensitive to stretch ions, protein kinase C, focal adhesion kinase (FAK), extracellular signal-regulated protein kinase (ERK), Rho, heterotrimeric G proteins and adenylylate cyclase, may be involved in chemical signaling response that is caused by a mechanical stimulus (Ingber, 1991; Ingber, 1997; Davies, 1995; Janmey, 1998; Chicurel et al, 1998a; Alenghat and Ingber, 2002). Moreover, most of these are intracellular, and to ion channels that are exposed in the cell membrane does not appear to perceive physical forces directly under physiological conditions.

Instead, the channels appear sensitive to detect mechanical stress signals into the cell, through their molecular bonds to the cytoskeleton (reviewed in Alenghat and Ingber, 2002)

The cellular response to stress may differ depending on the voltage level in the cell, much like tuning a guitar string alters the tone you created when strummed.

Tensegrity model is a mechanical paradigm, and therefore does not by itself explain chemical behavior in living cells. However, it does provide a mechanism to distribute and focus on the different mechanical forces along the molecular cell components.

Importantly, the signals transmitted by stress activated integrins are different from the signals produced by the cluster of integrin receptors only (Chicurel et al, 1998b; Meyer et al .., 2000), although both signaling mechanisms seem to require the focal adhesion formation and therefore associated cytoskeletal rearrangements (Plopper et al, 1995; Miyamoto et al .. 1995).

Forces transmitted through the integrin transmembrane receptors and appear to be converted into chemical and electrical signals inside the cell as a result of transmission through the links of discrete cytoskeleton and associated changes in the balance of forces of the cytoskeleton

VI. Mechanical and chemical signal integration

One of the main ideas tensegrity model suggesting mechanoregulation is not based on changes in the activity of any single mechanoreceptor or transduction molecules. Instead, signal processing and mechanical integration proceeds wide cell (Ingber, 1999), as this is the level at which cell balancing forces (Ingber, 2003) is established. For example, application of mechanical stress to produce the same integrins intracellular cAMP increased in endothelial cells round and distributed (Meyer et al., 2000). However, round cells integrate this signal with other inputs and light a response apoptosis, whereas cells proliferate spread.

Analysis of the mechanism by which the distortion of the cell change between different phenotypes cells confirmed that the structure of the cytoskeleton and prestressed both contribute to this response. The cell cycle progression and motility (lamellipodia formation) can be inhibited by disruption of the actin cytoskeleton and inhibition of voltage generation cytoskeleton (Iwig et al., 1995; Bohmer et al., 1996; Huang et al., 1998; Parker et al, 2002) whereas disruption of the cytoskeleton alone promotes apoptosis (Flusberg et al, 2001).. Prestressed dissipation cytoskeleton also abrogates the effect of mechanical stress on gene expression in endothelial cells (Chen et al., 2001). In addition, ECM-dependent changes in the balance of forces alter cell cytoskeletal tension generation (T. Polte and DEI, unpublished), the structure of the cytoskeleton (Mochitate et al., 1991) and focal adhesion formation (Balaban et al ., 2001),

Importantly, the signals transmitted by stress activated integrins are different from the signals produced by the cluster of integrin receptors only (Chicurel et al, 1998b; Meyer et al .., 2000), although both signaling mechanisms seem to require the focal adhesion formation and therefore associated cytoskeletal rearrangements (Plopper et al, 1995; Miyamoto et al .. 1995).

Forces transmitted through the integrin transmembrane receptors and appear to be converted into chemical and electrical signals inside the cell as a result of transmission through the links of discrete cytoskeleton and associated changes in the balance of forces of the cytoskeleton

VII. Mechanochemistry at the molecular level

So how mechanical stress applied to the cell surface transduce get in a chemical reaction within the cell? If cells use tensegrity, then, when a distraction force is applied to the cell surface adhesion receptors, the mechanical load will be transferred to cytoskeletal elements links. These filaments of the cytoskeleton internal load will either distort or break.

When the shape of a molecule is altered biophysical properties change. For example, theoretical studies predict that the extension or decompress a critical concentration change microtubule tubulin (parameter controlling a thermodynamic equilibrium between the monomer and the polymer) and thereby promote the assembly of microtubules (Hill and Kirschner, 1982).

VIII. Dealing with complexity

Mathematical approaches used in this area have actually predicted phase transitions, such as sudden changes in pattern and randomness deterministic chaotic behavior. However, these approaches can not explain how, three-dimensional hierarchical structures, such as living cells and tissues generate forms and specific functions.

Similar Tensegrity teaches us that we can not consider the individual molecules or molecular binding interactions in isolation. Collective behavior in supramolecular assemblies, higher order architecture and mechanical forces also have to be considered (Ingber, 2003).

Moreover, the mathematical formulation tensegrity explains how complex behaviors (in this case mechanical) can emerge through the interactions of multiple components or, simply, how the assembly can be made greater than the sum of its parts.

Work on cellular tensegrity theory suggests that *complexity* available may be limited because it does not take into account the physical appearance of the network (eg, the material properties of the elements that connect the nodes that interact, attractive interactions repulsive, balances internal forces and architecture in three dimensions).

Tensegrity also explains how the hierarchical structures can be formed from systems within systems (molecules within cells within tissues within organs) and still present an integrated mechanical behavior (Ingber, 2003).

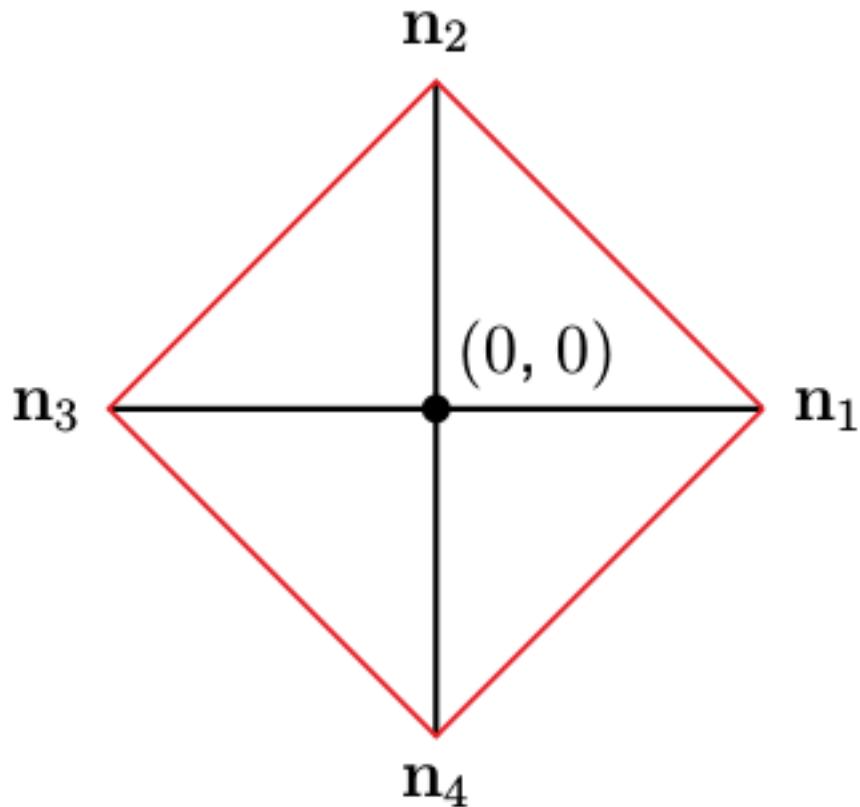
Reveals how robust behavior, such as mechanical strength and dimensional stability, can be generated from parts *neglected* (eg, flexible molecular filaments), which is a key feature of both complex networks and systems life (Csete and Doyle, 2002). In fact, experts tensegrity in control theory a field that focuses on how the design of a component is influenced by the dynamics of all other components achieve some global property of the system identified tensegrity structures prestressed as the latest materials *clever* whose shapes can be adjusted actively controlled (Skelton and Sultan, 1997)

III. TENSEGRITY STRUCTURES ANALYSIS

The analysis of tensegrity structures is non trivial, so there is a very specialized method of computing the parameters associated with the members of the structure. We'll begin reviewing the static analysis of a tensegrity in order to get the equilibrium conditions of the structure.

I. Stability analysis of a 2-bar and 6-element tensegrity

Given the following configuration, we want to know the internal forces necessary for the system to be in equilibrium.



We know that in a static structure the sum of the internal forces must be equal to 0, so the first thing that we have to obtain is a F that represents the sum of the internal forces.

We will begin by importing the symbolic calculus library

```
In [1]: from sympy import init_printing, var, Matrix, solve
```

```
In [2]: init_printing()
```

And initializing the symbolic variables that represent the internal forces on the nodes.

```
In [3]: var("lambda:3")
var("gamma:5");
```

We define the vectors that describe the nodes:

```
In [4]: n1 = Matrix([1, 0])
```

```
n2 = Matrix([0, 1])
```

```
n3 = Matrix([-1, 0])
```

```
n4 = Matrix([0, -1])
```

```
N = ((n1.row_join(n2)).row_join(n3)).row_join(n4)
```

```
N
```

Out[4] :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

So the vectors that describe the bars are:

```
In [5]: b1 = n3 - n1
```

```
b2 = n4 - n2
```

```
B = b1.row_join(b2)
```

```
B
```

Out[5] :

$$\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

And the strings are characterized by:

```
In [6]: s1 = n2 - n1
```

```
s2 = n3 - n2
```

```
s3 = n4 - n3
```

```
s4 = n1 - n4
```

```
S = ((s1.row_join(s2)).row_join(s3)).row_join(s4)
```

```
S
```

Out[6] :

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Before defining the connectivity matrix, we begin by defining n vectors e_i with dimension n , where n is the number of nodes in the structure, and the element i in the vector is 1 while the rest are all 0's.

```
In [7]: e1 = Matrix([1, 0, 0, 0])
e2 = Matrix([0, 1, 0, 0])
e3 = Matrix([0, 0, 1, 0])
e4 = Matrix([0, 0, 0, 1])
```

So, by making the same operations as before, but with the vectors e_i , we'll obtain the matrix D which is the transpose of the C matrix.

```
In [8]: d1 = e3 - e1
d2 = e4 - e2
d3 = e2 - e1
d4 = e3 - e2
d5 = e4 - e3
d6 = e1 - e4
```

```
D = (((d1.row_join(d2)).row_join(d3)).row_join(d4)).row_join(d5).row_join(d6)
```

```
C = D.T
C
```

Out[8] :

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

We'll define now a Λ diagonal matrix, being it's elements, the internal compression forces of the structure.

```
In [9]: Lambda = Matrix([[lambda1, 0], [0, lambda2]])
Lambda
```

Out[9] :

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}$$

```
In [10]: -B*Lambda
```

Out[10] :

$$\begin{bmatrix} 2\lambda_1 & 0 \\ 0 & 2\lambda_2 \end{bmatrix}$$

And the Γ diagonal matrix, with it's elements the internal stress forces.

```
In [11]: Gamma = Matrix([[gamma1, 0, 0, 0], [0, gamma2, 0, 0], [0, 0, gamma3, 0], [0, 0, 0, gamma4]])
Gamma
```

Out[11] :

$$\begin{bmatrix} \gamma_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_4 \end{bmatrix}$$

In [12] : S*Gamma

Out[12] :

$$\begin{bmatrix} -\gamma_1 & -\gamma_2 & \gamma_3 & \gamma_4 \\ \gamma_1 & -\gamma_2 & -\gamma_3 & \gamma_4 \end{bmatrix}$$

It's worth noting that the M matrix that contains all of the elements of the structure, can be obtained in two ways.

$$M = [B \quad S]$$

$$M = NC^T$$

In [13] : M = B.row_join(S)
M

Out[13] :

$$\begin{bmatrix} -2 & 0 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

In [14] : N*C.T

Out[14] :

$$\begin{bmatrix} -2 & 0 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

And due to the partition of the matrix $M = [B \quad S]$, it simplifies the math of the matrix F :

$$F = [-B\Lambda \quad S\Gamma] C$$

In [15] : F = (-B*Lambda).row_join(S*Gamma)*C
F

Out[15] :

$$\begin{bmatrix} \gamma_1 + \gamma_4 - 2\lambda_1 & -\gamma_1 + \gamma_2 & -\gamma_2 - \gamma_3 + 2\lambda_1 & \gamma_3 - \gamma_4 \\ -\gamma_1 + \gamma_4 & \gamma_1 + \gamma_2 - 2\lambda_2 & -\gamma_2 + \gamma_3 & -\gamma_3 - \gamma_4 + 2\lambda_2 \end{bmatrix}$$

So now the only thing left to assume is the fact that the sum of the internal forces in each node is 0. The next line of code, assumes that every entry of the matrix is equal to 0, so we only have to put the matrix for it to yield:

In [16] : solve(F)

Out[16] :

$$[\{\gamma_1 : \lambda_2, \quad \gamma_2 : \lambda_2, \quad \gamma_3 : \lambda_2, \quad \gamma_4 : \lambda_2, \quad \lambda_1 : \lambda_2\}]$$

Every force must be the same.

II. String Forces

Forces on the rod are due to the elongation of strings and ground reactions. For simplicity, we assume that the strings are Hookean, and that they are firmly attached to nodes on the rods or on fixed space coordinates. That is, strings are linear force elements with rest length l_i^0 and stiffness k_i . The force vector of the i^{th} string is:

$$f(n) = \begin{cases} 0 & ||s_i|| < l_1^0 \\ \kappa_i (||s_i|| - l_1^0) \left(\frac{s_i}{||s_i||} \right) & ||s_i|| \geq l_1^0 \end{cases} \quad (7.1)$$

where s_i is a vector in the direction of the i^{th} string. String vectors are linear functions of the nodes of the structure as we made it the last section, assembling a matrix of string vectors and nodes.

$$S = NC_S^T \quad S = (s_1 \quad \dots \quad s_m) \in \mathbb{R}^{3 \times m} \quad N = (n_1 \quad \dots \quad n_n) \in \mathbb{R}^{3 \times n} \quad (7.2)$$

where the vector n_k denotes the k^{th} node in the structure and the string connectivity matrix $C_S \in \mathbb{R}^{m \times n}$, it follows that:

$$T = -S\Gamma \quad (7.3)$$

where we made use of the diagonal matrix Γ which contains the force densities on its diagonal.

$$F = (f_1 \quad \dots \quad f_n) = TC_S = -NC_S^T\Gamma C_S \quad (7.4)$$

It follows then, that the matrix F is the matrix of nodal forces.

III. Tensegrity Structures Mechanics

IV. Dynamical Analysis of Tensegrity Structures

The dynamics of a tensegrity structure is characterized by the following equation

$$(\ddot{Q} + Q\Xi) M = F_Q \quad (7.5)$$

where

$$Q = (R \quad B) = (r_1 \quad \dots \quad r_k \quad b_1 \quad \dots \quad b_k) \quad (7.6)$$

$$\Xi = \text{diag}(0 \quad \dots \quad \xi_1 \quad \dots \quad \xi_k) \quad (7.7)$$

$$M = \text{diag}(m_1 \quad \dots \quad m_k \quad J_1 \quad \dots \quad J_k) \quad (7.8)$$

for k nodes, and F_Q is computed with:

$$F_Q = \left(W - Q\Psi^T C_S^T \Gamma C_S \right) \Psi^T \quad (7.9)$$

where W is a vector with the external forces applied in each node, C_S is the connectivity matrix for the strings and Γ is a matrix with the forces densities in the strings

So, we can see that the prerequisites to compute the equations of motion for the system are Q , Ψ , C_S and Γ . In this expressions we can see that Ψ , C_S and Γ are constant parameters of the system and Q , which depends on the geometry of the structure, is the only variable in the equations of motion as they satnd.

It can be shown that this expression reduces to the following

$$\begin{aligned} m_i \ddot{r}_i &= f_{r_i} \\ J_i \ddot{b}_i &= P(b) f_{b_i} - J_i b_i \end{aligned} \quad (7.10)$$

where $P(b) = I - b_i b_i^T$ is the projection matrix for the orientation vector b_i .

IV. CONCLUSIONS

Taking note of the model of two bars and 6 elements we know that the equilibrium conditions are equal force densities in each string, so we can conclude that a simple way of modelling a body with axial symetry is to asume that all the bars have the same size, the mass center of the bar is located in it's geometric center and the mass distribution is uniform, the inertial reference frame is at the origin of the positions, the friction between the rod and the string is null.

Also noting that the microtubules behave basically as rods and microfilaments as strings, we can conclude that a cell can be modelled as a class 1 tensegrity without restrictions, remaining to investigate the number of rods and strings best suited for the cell.

Bibliography

[Joono Cheong, Robert E. Skelton, Youngsu Cho] A numerical algorithm for tensegrity dynamics with non-minimal coordinates

[Chandana Paul, Member, IEEE, Francisco J. Valero-Cuevas, Member, IEEE, and Hod Lipson, Member, IEEE] Design and Control of Tensegrity Robots for Locomotion

[Javier G. Fernandez and Donald E. Ingber] Unexpected Strength and Toughness in Chitosan-Fibroin Laminates Inspired by Insect Cuticle

[Donald E. Ingber, Steven R. Heidemann, Phillip Lamoureux and Robert E. Buxbaum] Design and Control of Tensegrity Robots for Locomotion J Appl Physiol 89:1663-1678, 2000.

[Tadanori Mammoto, Akiko Mammoto and Donald E. Ingber] Mechanobiology and Developmental Control

[Robert E. Skelton and Mauricio C. de Oliveira] Tensegrity Systems DOI 10.1007/978-0-387-74242-7

[Donald E. Ingber] Tensegrity I. Cell structure and hierarchical systems biology doi:10.1242/jcs.00359

[Donald E. Ingber] Tensegrity II. How structural networks influence cellular information processing networks doi:10.1242/jcs.00360

[W. O. Williams] A Primer on the Mechanics of Tensegrity Structures

[Otger Campàs 1–4,8 , Tadanori Mammoto 3 , Sean Hasso 3 , Ralph A Sperling 1,8 , Daniel O’Connell 5 , Ashley G Bi Quantifying cell-generated mechanical forces within living embryonic tissues

[Dipak Panigrahy a,b,c,d,1,2 , Brian T. Kalish a,e,1 , Sui Huang f,1 , Diane R. Bielenberg a,1 , Hau D. Le a,e,g,1 , Jun Y Epoxyeicosanoids promote organ and tissue regeneration

[William J. Polacheck a , Alexandra E. German b,c , Akiko Mammoto c , Donald E. Ingber c,d,e , and Roger D. Kamm Mechanotransduction of fluid stresses governs 3D cell migration

[Robert E. Skelton, Rajesh Adhikari, Jean-Paul Pinaud, Waileung Chan] An Introduction to the Mechanics of Tensegrity Structures