Desarrollo de familias de gráficas áureas con uso de Python

Carlos Armando De Castro Payares

ingenieria@cadecastro.com

Introducción

La razón áurea (dorada) o el número áureo φ es una relación que se conoce al menos desde el año 300 a.C. cuando fue detallada en los escritos del matemático griego Euclides [1], es el número que cumple la relación con él mismo:

$$\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi} \quad (1)$$

La solución algebraica de esto nos da el conocido valor:

$$\boxed{\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.61803\ldots} \quad (2)$$

La razón áurea es muy utilizada en el arte (siendo uno de los cuadros más famosos que la usa el del *Hombre de Vitruvio* de Leonardo Da Vinci) por la belleza estética de las formas que resultan, siendo incluso un patrón que se da de manera común en la naturaleza a escalas majestuosas como en las espirales de las galaxias, en la forma de los huracanes y a escalas del tamaño humano en ciertas plantas, como el caso de los pétalos de las rosas.

En este artículo desarrollamos una familia de funciones discretas que utilizando Python generan distintos tipos de gráficas estéticamente interesantes basadas en la razón áurea.

Figura 1. Rosas creciendo con sus pétalos siguiendo un patrón áureo. Foto tomada por el autor en el Rosedal de Palermo, Buenos Aires, Argentina.

Figura 2. Forma de un caracol marino. Foto tomada por el autor en Galerazamba, Colombia.

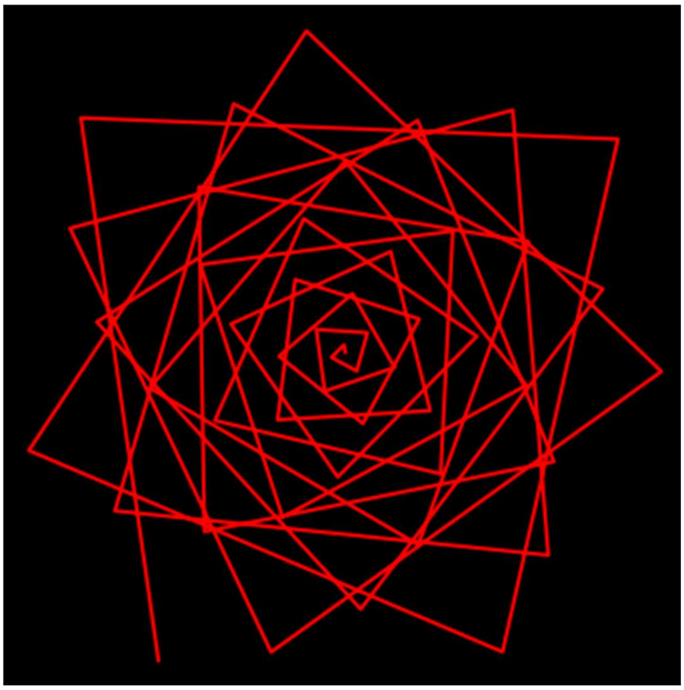

Figura 3. Gráfica en Python usando el número áureo que imita la forma de crecimiento de los pétalos de las rosas.

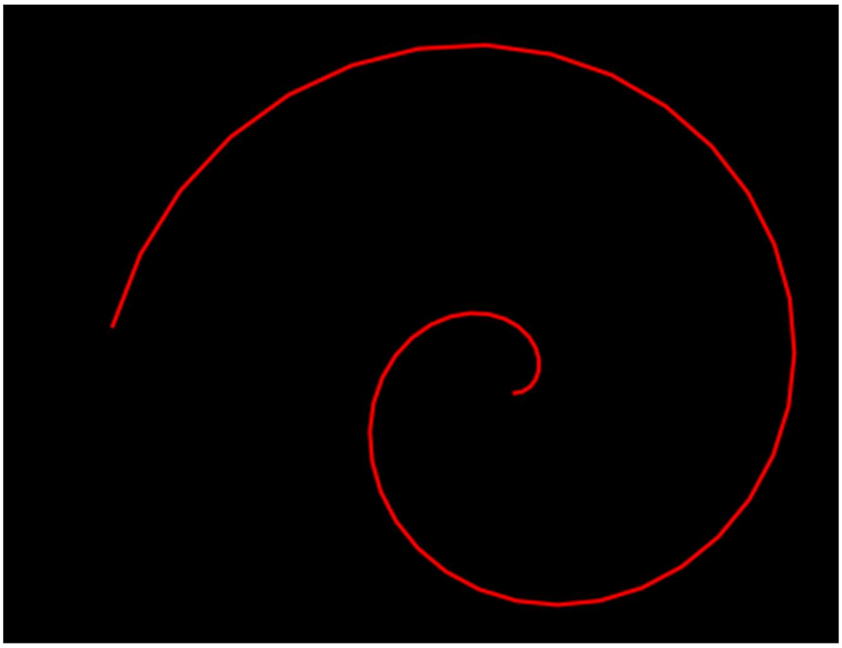

Figura 4. Gráfica en Python usando el número áureo que imita la forma de crecimiento del caparazón del caracol marino.

Funciones discretas propuestas:

Proponemos para consideración los puntos en el plano bidimensional (x, y) donde se cumple:

$$\begin{cases} x = r\cos(Cr\varphi) \\ y = r\sin(Cr\varphi) \end{cases} \quad (3)$$

Para un número entero $r = 0, 1, 2, \ldots$ (variable independiente de la función, lo que la hace discreta) y un número real C que es un parámetro de la función propuesta.

La imagen de esta función se puede graficar como un conjunto de puntos en el plano, también se pueden hacer gráficas interesantes al unir cada par consecutivo de puntos con una línea recta, como veremos más adelante.

Familias de gráficas:

Para todo lo siguiente se toma $k = 1, 2, 3, \ldots$ Las familias de curvas resultan del tipo de parámetro C que se utilice, en este caso veremos cinco tipos:

i) Valores enteros:

$$C = k$$

ii) Múltiplos enteros de π:

$$C = k\pi$$

iii) Exponentes decimales de π:

$$C = \pi^{1+k/10}$$

iv) Exponentes enteros de π:

$$C = \pi^k$$

v) Múltiplos y exponentes enteros de π:

$$C = k\pi^k$$

Gráficas generadas:

Para todas las figuras siguientes graficamos 50 puntos para los valores del entero $k = 1, 2, \ldots, 19, 20$. Las gráficas se hicieron con Python utilizando la librería *matplotlib.pyplot*.

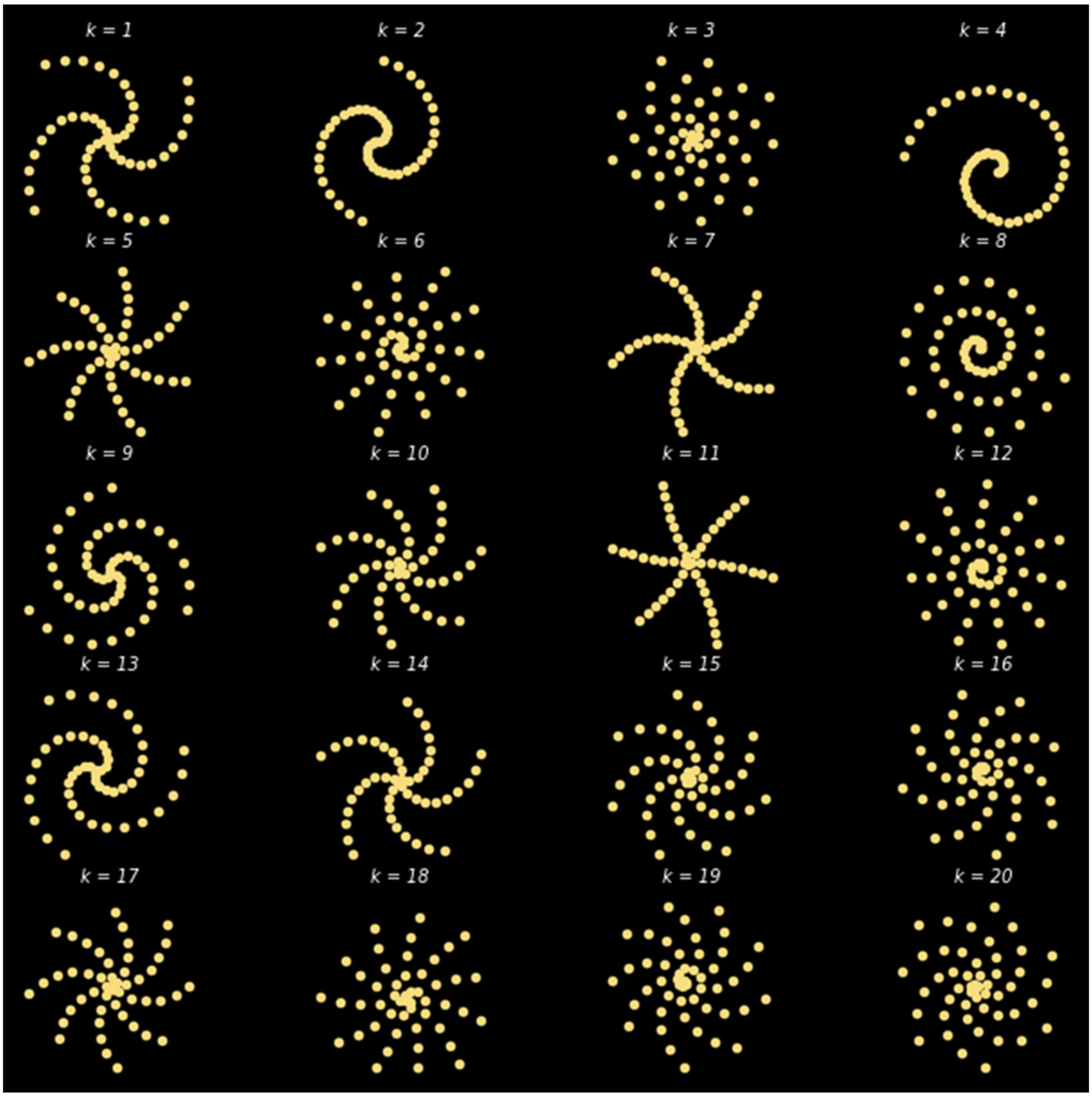

Figura 5. Gráfica de puntos de la familia *i*.

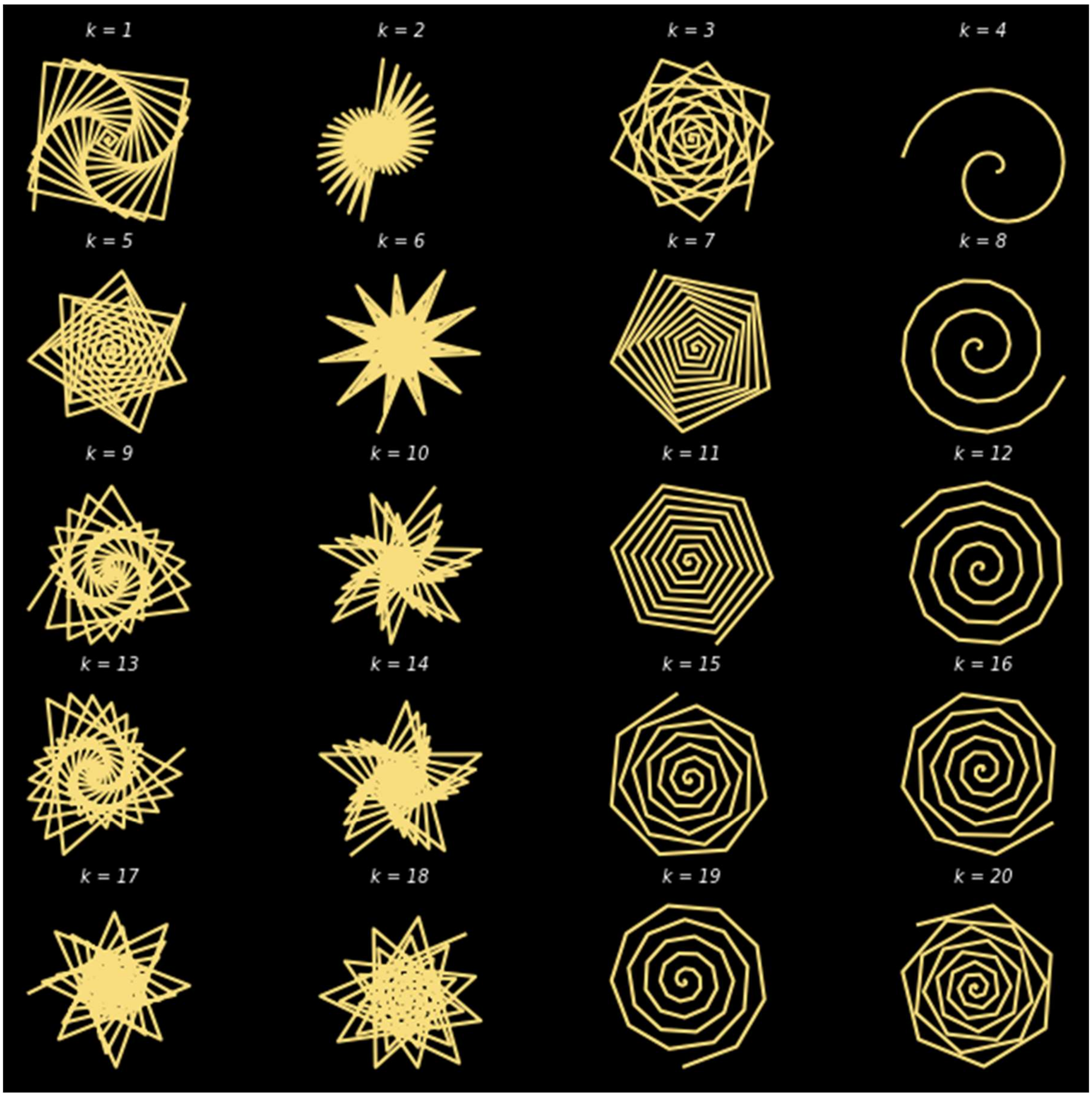

Figura 6. Gráfica de líneas de la familia *i*. La gráfica del caracol de la Fig. 4 es la que corresponde a *k*=4 en esta familia.

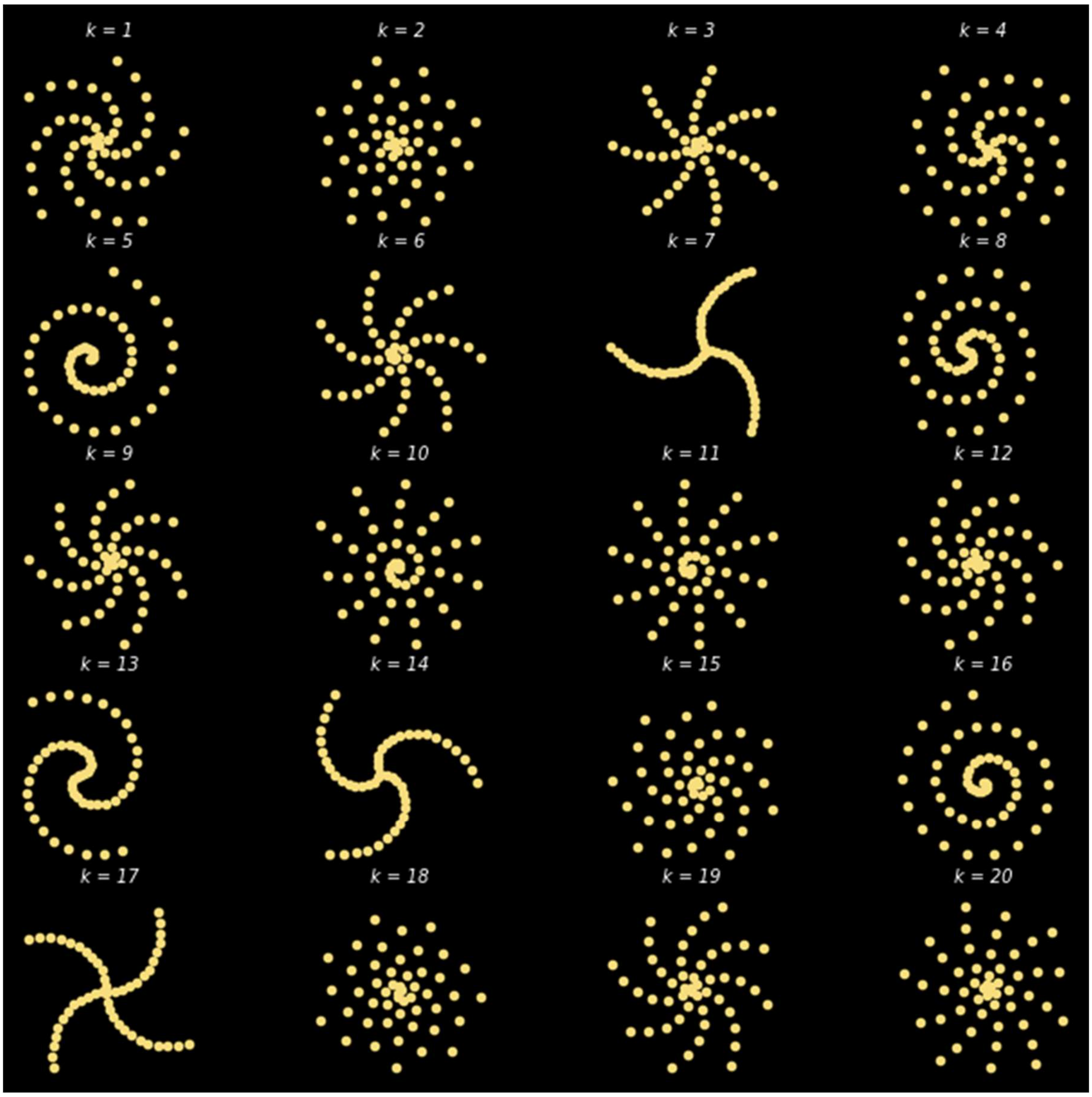

Figura 7. Gráfica de puntos de la familia *ii*.

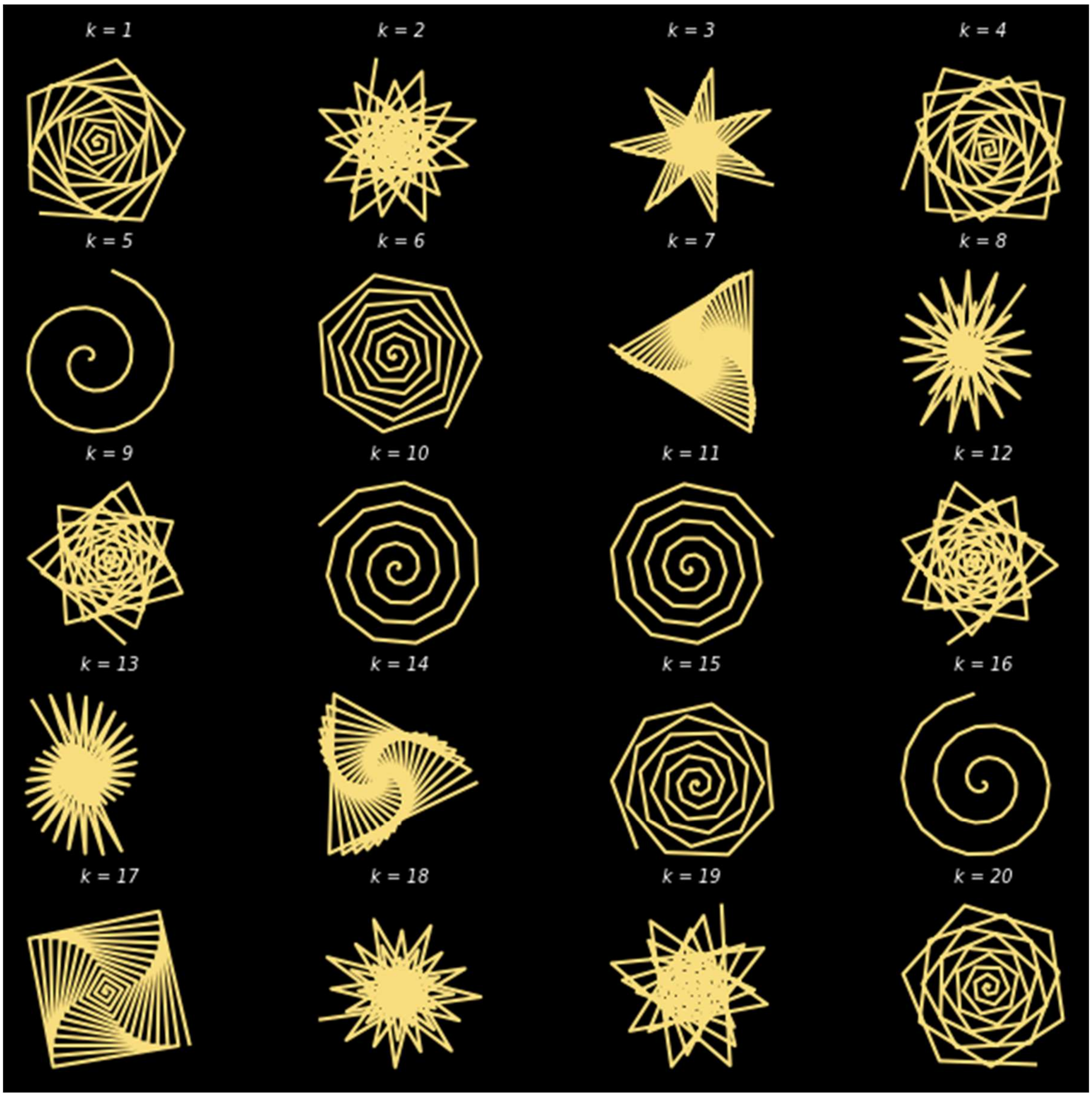

Figura 8. Gráfica de líneas de la familia *ii*.

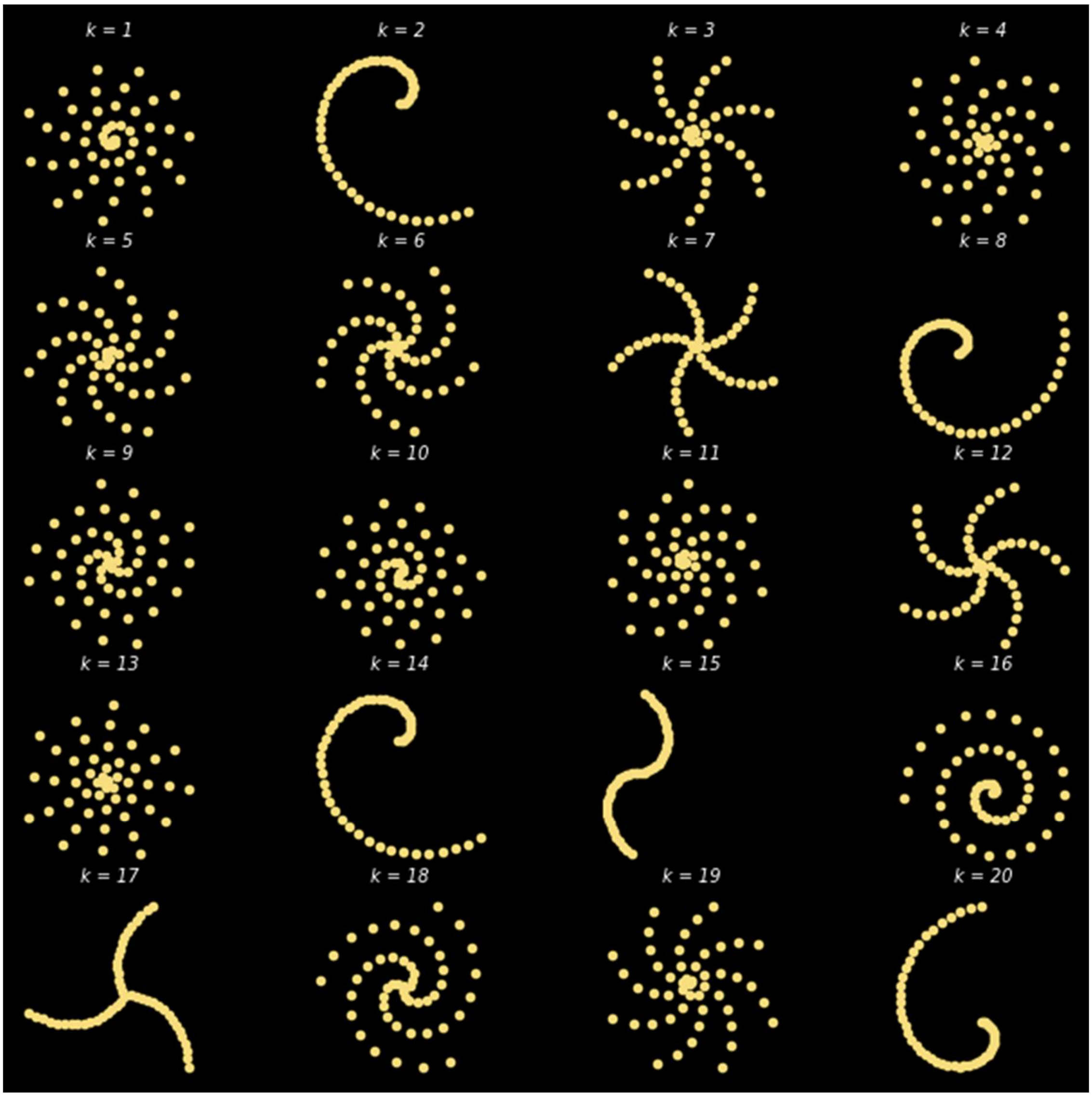

Figura 9. Gráfica de puntos de la familia *iii*.

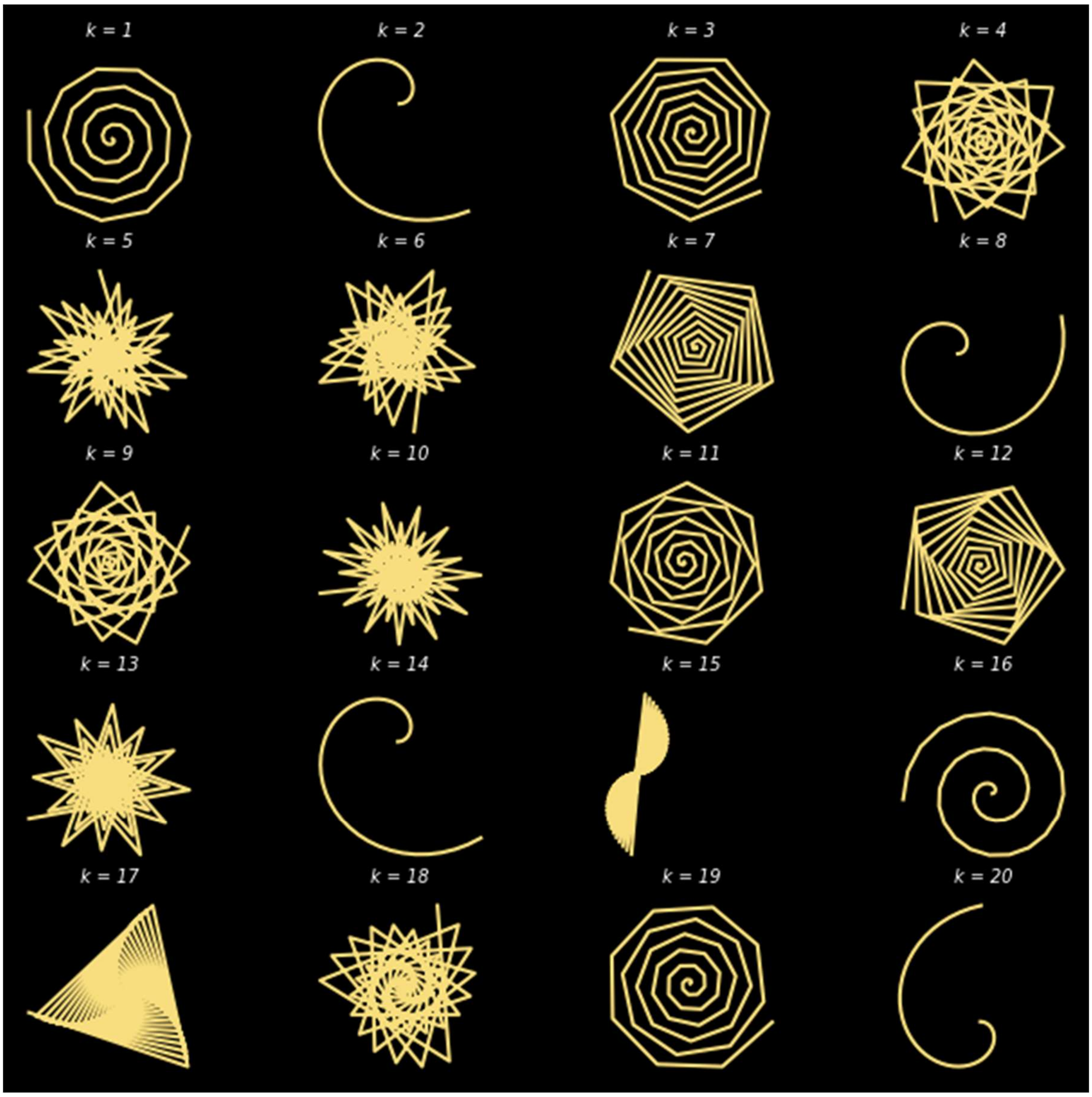

Figura 10. Gráfica de líneas de la familia *iii*. La gráfica de los pétalos de rosa de la Fig. 3 es la que corresponde a *k*=4 en esta familia.

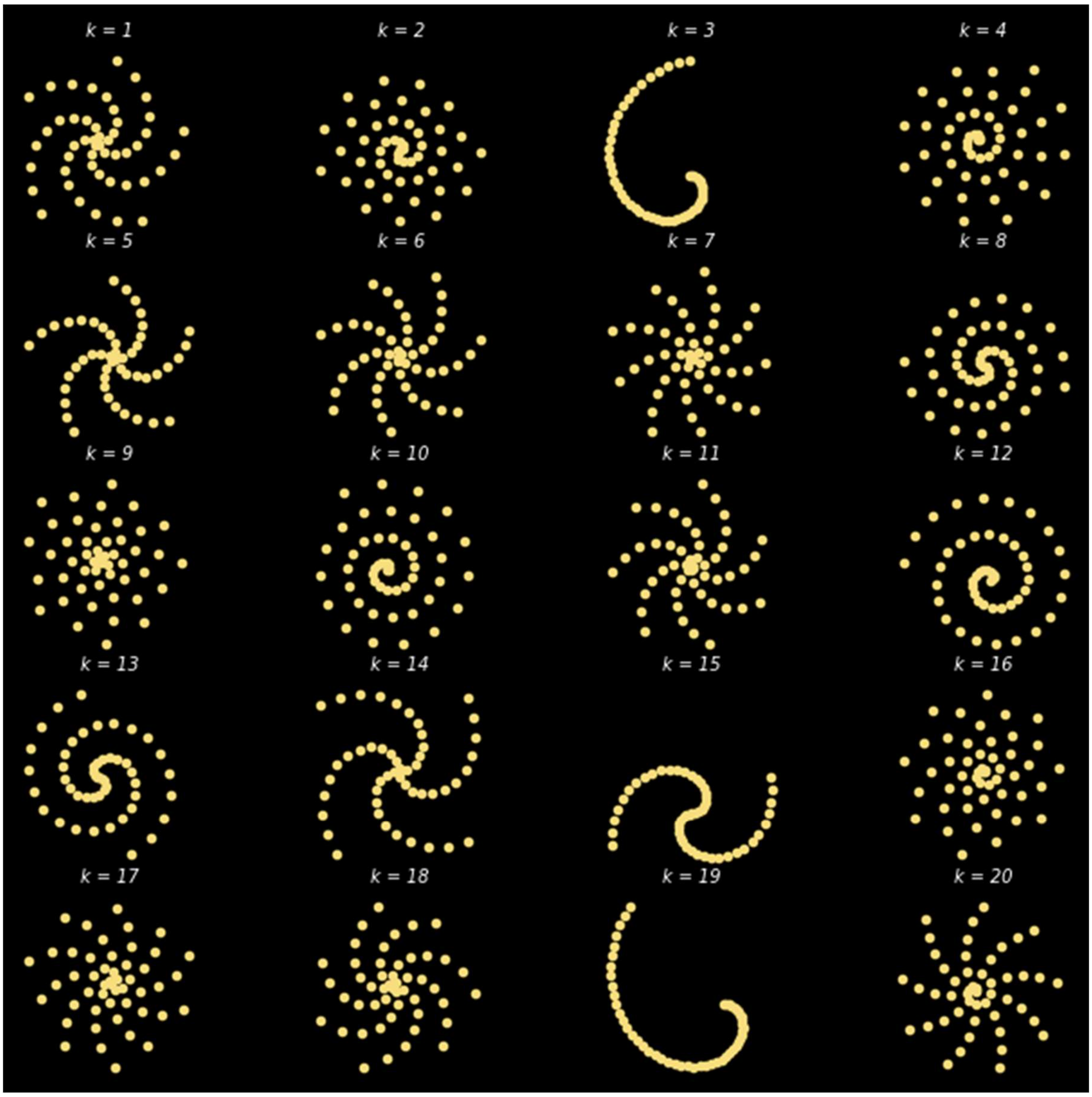

Figura 11. Gráfica de puntos de la familia *iv*.

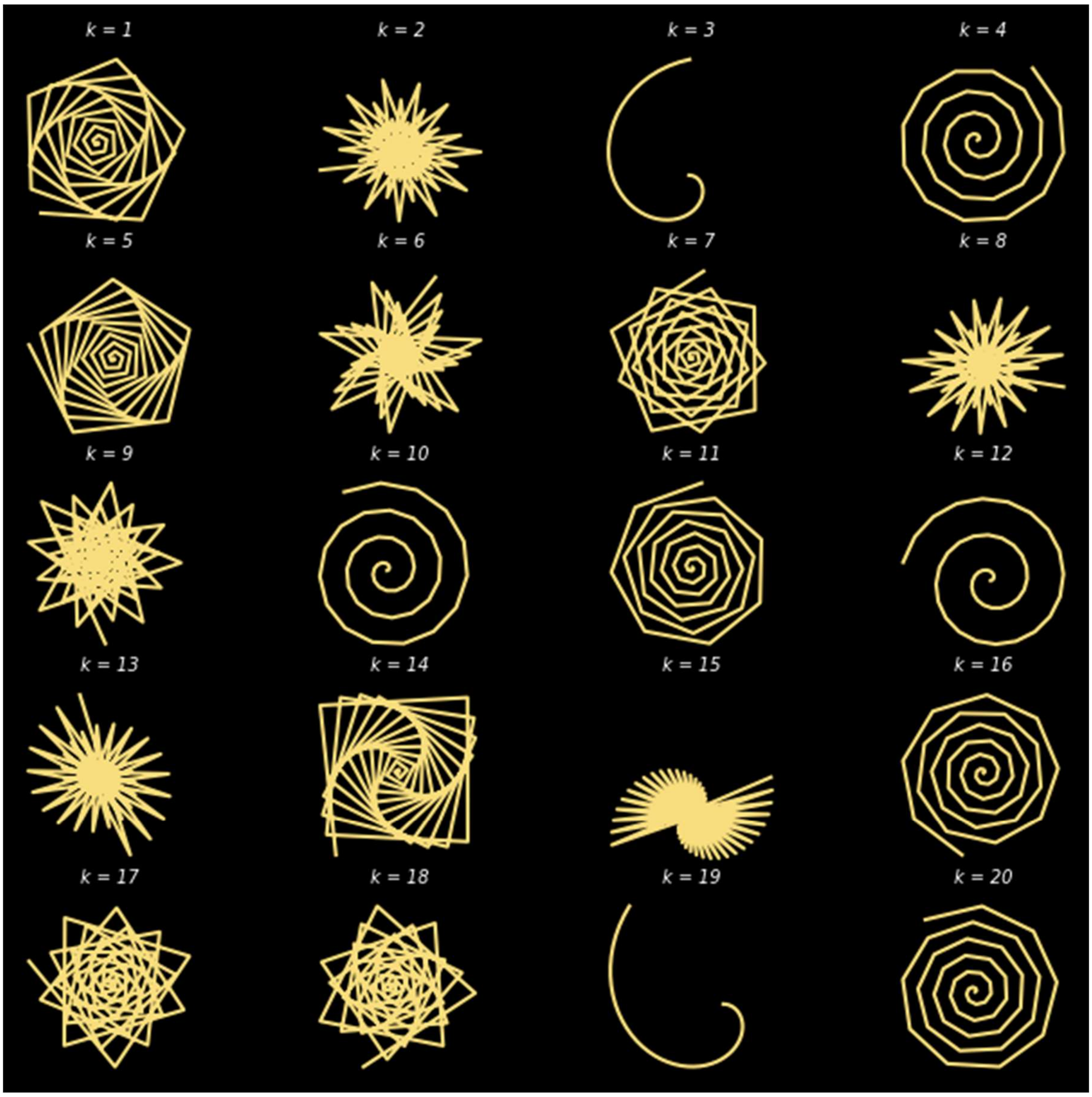

Figura 12. Gráfica de líneas de la familia *iv*.

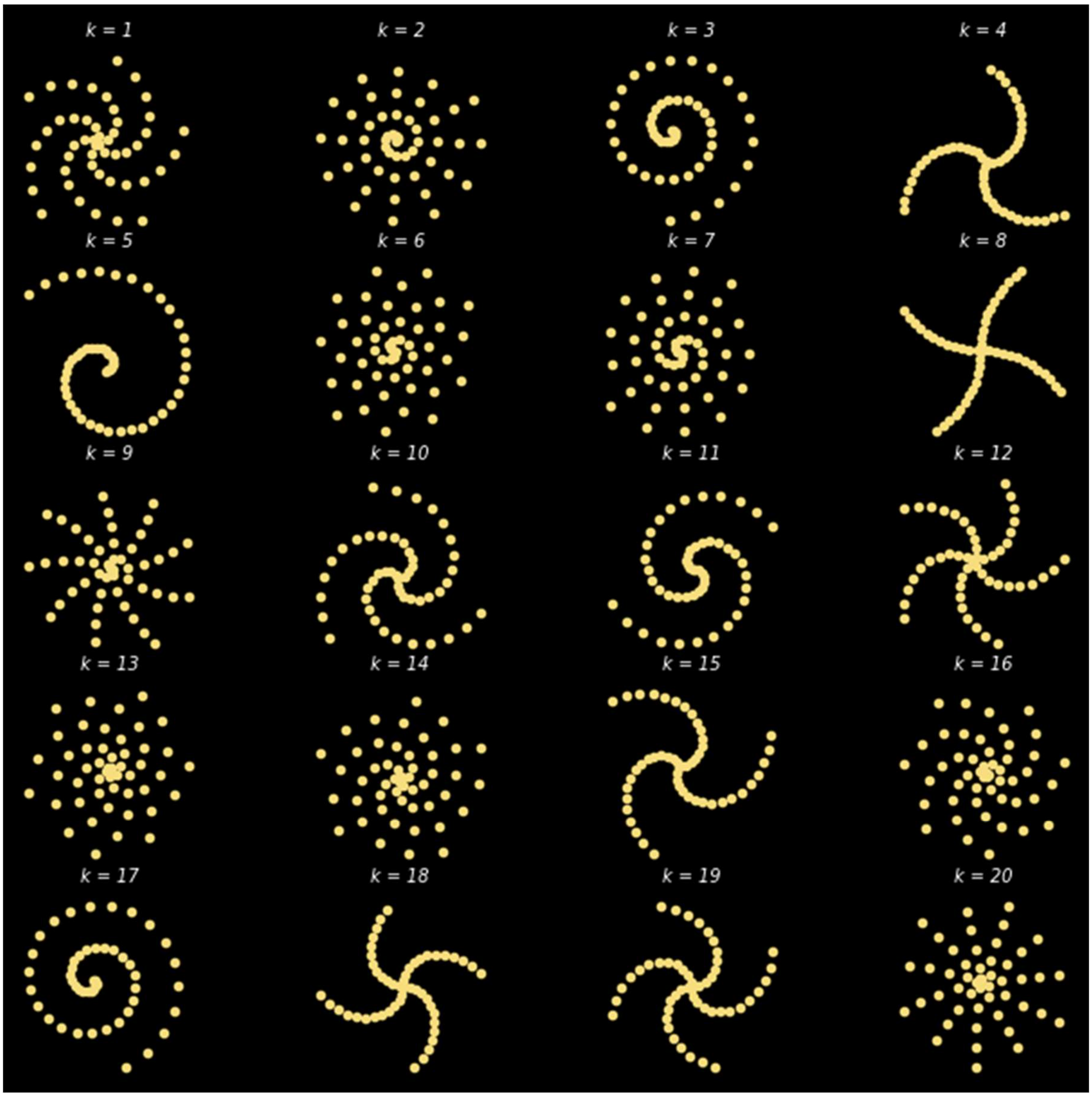

Figura 13. Gráfica de puntos de la familia v.

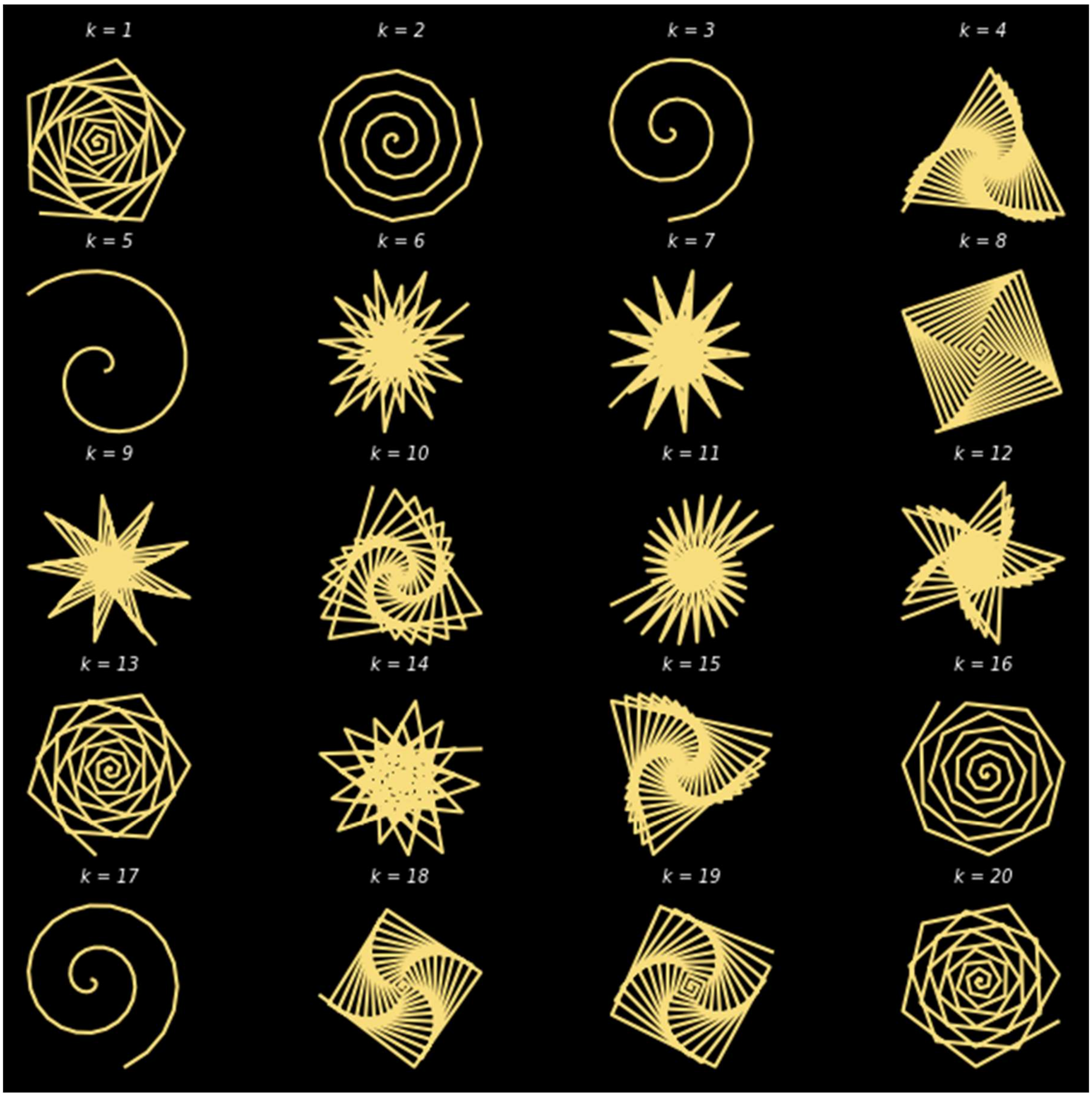

Figura 14. Gráfica de líneas de la familia v.

Conclusiones

Se propuso una sucesión de puntos que al graficarse según un parámetro $C \in \mathbb{R}$ entregan diversos tipos de figuras, como el parámetro es libre hay infinidad de variaciones posibles. No creemos que este desarrollo sea particularmente novedoso (incluso puede que sea repetición de trabajos previos que no conocemos) pero al menos se nos ha hecho interesante y estéticamente llamativo.

Referencias:

[1] *Golden Ratio*. Encyclopedia Britannica. Recuperado de https://www.britannica.com/science/golden-ratio