# Análisis dimensional: ¿es mejor caminar o correr bajo la lluvia?

Carlos Armando De Castro Payares
ca.de951@uniandes.edu.co

## Resumen

En el presente artículo se modela la cantidad de agua absorbida por la ropa de un transeúnte al recorrer una distancia bajo la lluvia. El propósito del artículo es hallar un modelo matemático válido y consistente con las observaciones de la vida diaria que permita determinar qué es mejor para mojarse menos: caminar o correr bajo la lluvia.

## Análisis dimensional

Suponemos que la masa de agua absorbida por la ropa del transeúnte $m_w$ depende de la magnitud de la velocidad del transeúnte $V_p$, de la magnitud de la velocidad del viento $V_\infty$, de la distancia a recorrer bajo la lluvia $L$, y del flujo másico de lluvia que cae por unidad de área $\dot{m}_r$. Un análisis más detallado mostraría que depende también del área superficial del caminante, más para éste artículo no lo tendremos en cuenta, ya que es una primera aproximación al problema.

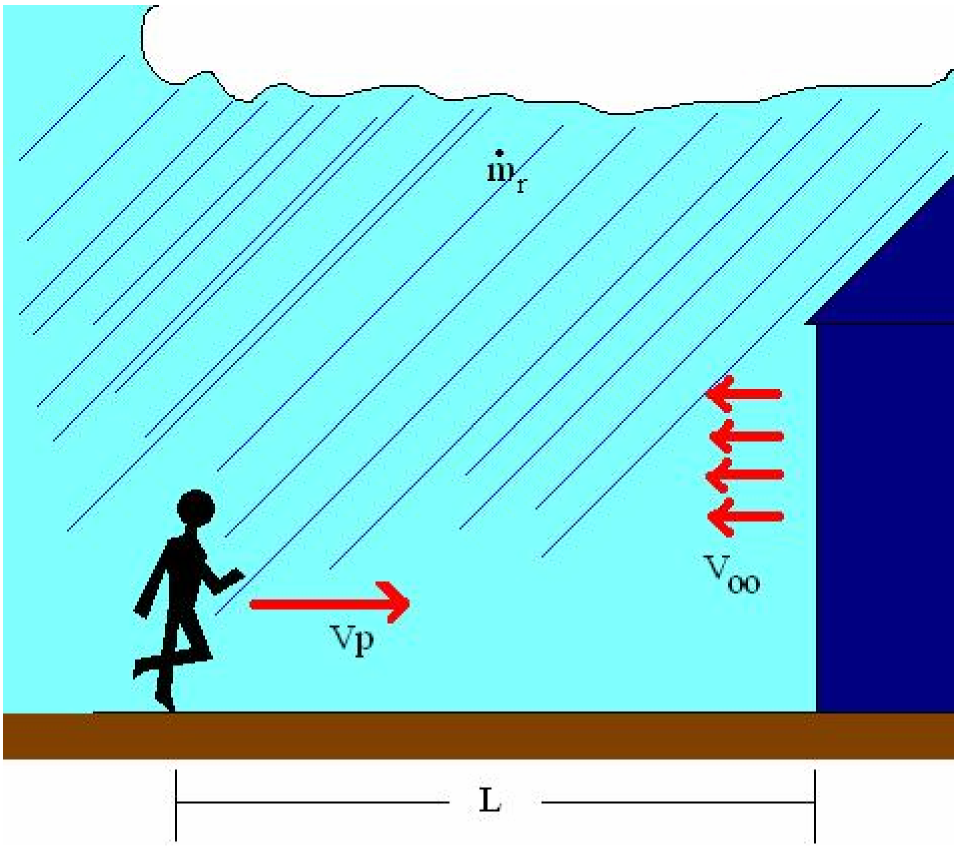


*Figura 1.* Definición de las variables a tomar en cuenta.

Tenemos que las unidades básicas de las variables a tomar en cuenta son las siguientes:

$$\begin{array}{ll} m_w & [M] \\ V_p & [L/T] \\ V_\infty & [L/T] \\ L & [L] \\ \dot{m}_r & [M/TL^2] \end{array}$$

- Número de variables = 5
- Número de unidades básicas = 3
- Número de grupos adimensionales = 2

Definimos los números adimensionales como sigue:

- **Número de mojado:** $\dfrac{m_w V_p}{\dot{m}_r L^3}$ **(1)**
- **Razón de velocidades:** $\dfrac{V_\infty}{V_p}$ **(2)**

Hacemos que el número de mojado sea función de la razón de velocidades:

$$\frac{m_w V_p}{\dot{m}_r L^3} = f\left(\frac{V_\infty}{V_p}\right) \quad \textbf{(3)}$$

**Modelado de la cantidad de agua absorbida**

Correctamente, la relación (3) entre ambos números adimensionales debe ser hallada experimentalmente**.** Sin embargo, para efectos prácticos del análisis supondremos que la relación es lineal, entonces:

$$\frac{m_w V_p}{\dot{m}_r L^3} = a + b\frac{V_\infty}{V_p} \quad \textbf{(4)}$$

Donde *a* y *b* son constantes adimensionales que deben determinarse experimentalmente. Una vista a la ecuación (4) muestra que las constantes *a* y *b* son números positivos.

La gráfica del número de mojado contra la razón de velocidades es de la forma siguiente:

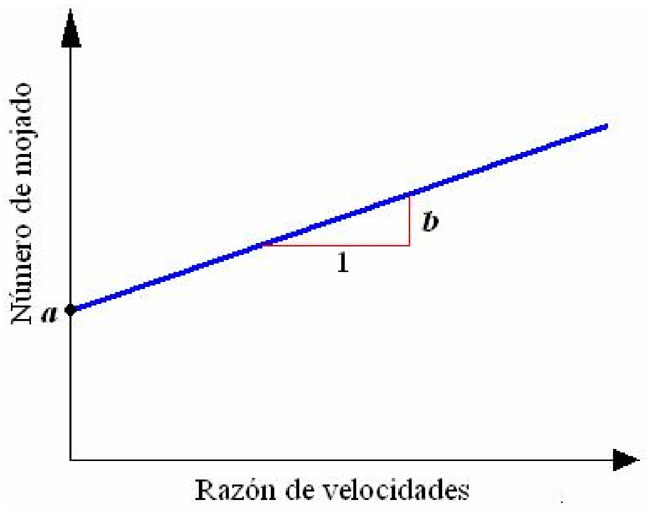


*Figura 2.* Relación entre el número de mojado y la relación de velocidades.

De la ecuación (4) tenemos que la cantidad de agua absorbida por la ropa del transeúnte es:

$$m_w = \frac{\dot{m}_r L^3}{V_p}\left(a + b\frac{V_\infty}{V_p}\right) \quad \textbf{(5)}$$

**Validez del modelo**

Por falta de recursos físicos, no se ha podido realizar una experimentación para mostrar empíricamente la validez de la ecuación (5) y determinar las constantes *a* y *b*, lo cual queda para un estudio futuro. Sin embargo, podemos observar si la ecuación (5) se ajusta a las observaciones de la vida diaria, entonces tenemos los siguientes casos:

- Persona quieta bajo la lluvia:

Hacemos $V_p \to 0$, entonces tenemos:

$$m_w\big|_{V_p \to 0} = \lim_{V_p \to 0} \frac{\dot{m}_r L^3}{V_p}\left(a + b\frac{V_\infty}{V_p}\right) = \infty$$

Lo cual quiere decir que una persona quieta bajo la lluvia se moja mucho. Esto concuerda con lo que puede observar cualquier persona en un día de lluvia.

- Velocidad del viento muy alta:

Hacemos $V_\infty \to \infty$, entonces tenemos:

$$m_w\big|_{V_\infty \to \infty} = \lim_{V_\infty \to \infty} \frac{\dot{m}_r L^3}{V_p}\left(a + b\frac{V_\infty}{V_p}\right) = \infty$$

Lo cual quiere decir que una persona andando bajo la lluvia con muy alta velocidad del viento se moja mucho. Esto concuerda también con lo que puede observar cualquier persona en un día de lluvia, sobre todo en las zonas donde hay tormentas.

Podemos ver entonces que el modelo de la ecuación (5) se ajusta a las observaciones de la vida diaria.

**Deducciones basadas en el modelo**

- ¿Es posible no mojarse bajo la lluvia?

La experiencia diaria dice que no. Veamos que dice el modelo, igualamos la ecuación (5) a cero. Entonces:

$$\frac{1}{V_p} = 0 \quad \vee \quad a + b\frac{V_\infty}{V_p} = 0$$

Vemos inmediatamente que la primera condición es imposible de cumplir. De la segunda tenemos:

$$V_p = -\frac{b}{a}V_\infty \qquad \textbf{(6)}$$

Como estamos tratando con magnitudes, $V_p$ no puede ser negativo, por lo tanto, no hay manera de evitar mojarse bajo la lluvia.

- Persona corriendo rápido:

Hacemos $V_p \to \infty$, entonces tenemos:

$$m_w\big|_{V_p \to \infty} = \lim_{V_p \to \infty} \frac{\dot{m}_r L^3}{V_p}\left(a + b\frac{V_\infty}{V_p}\right) = 0$$

Lo cual quiere decir que una persona corriendo muy rápido se mojará menos que una persona corriendo más lento.

- Velocidad del viento nula:

Cuando $V_\infty = 0$, la ecuación (5) queda de la siguiente forma:

$$m_w(V_\infty = 0) = \frac{a\dot{m}_r L^3}{V_p} \qquad \textbf{(7)}$$

- Variación de $m_w$ con $V_p$:

Tomando la derivada parcial tenemos:

$$\frac{\partial m_w}{\partial V_p} = \frac{\partial}{\partial V_p}\left[\dot{m}_r L^3\left(\frac{a}{V_p} + b\frac{V_\infty}{V_p{}^2}\right)\right] = \dot{m}_r L^3\left(-\frac{a}{V_p{}^2} - 2b\frac{V_\infty}{V_p{}^3}\right)$$

$$\frac{\partial m_w}{\partial V_p} = -\frac{\dot{m}_r L^3}{V_p{}^2}\left(a + 2b\frac{V_\infty}{V_p}\right) \quad \textbf{(8)}$$

El signo negativo indica que $m_w$ disminuye a medida que aumenta $V_p$.

- Variación de $m_w$ con $V_\infty$:

Tomando la derivada parcial tenemos:

$$\frac{\partial m_w}{\partial V_\infty} = \frac{b\dot{m}_r L^3}{V_p{}^2} \quad \textbf{(9)}$$

Como la derivada es positiva, indica que $m_w$ aumenta a medida que aumenta $V_\infty$.

- Diferencial total de $m_w$:

De las ecuaciones (8) y (9) tenemos que el diferencial total es:

$$dm_w = -\frac{\dot{m}_r L^3}{V_p{}^2}\left(a + 2b\frac{V_\infty}{V_p}\right)dV_p + \frac{b\dot{m}_r L^3}{V_p{}^2}dV_\infty \quad \textbf{(10)}$$

Tomando las segundas derivadas parciales mixtas tenemos:

$$\frac{\partial^2 m_w}{\partial V_\infty \partial V_p} = \frac{\partial}{\partial V_p}\left(\frac{\partial m_w}{\partial V_\infty}\right) = \frac{\partial}{\partial V_p}\left(\frac{b\dot{m}_r L^3}{V_p{}^2}\right) = -\frac{2b\dot{m}_r L^3}{V_p{}^3}$$

$$\frac{\partial^2 m_w}{\partial V_p \partial V_\infty} = \frac{\partial}{\partial V_\infty}\left(\frac{\partial m_w}{\partial V_p}\right) = \frac{\partial}{\partial V_\infty}\left(-\frac{\dot{m}_r L^3}{V_p{}^2}\left(a + 2b\frac{V_\infty}{V_p}\right)\right) = -\frac{2b\dot{m}_r L^3}{V_p{}^3}$$

Entonces $\frac{\partial^2 m_w}{\partial V_\infty \partial V_p} = \frac{\partial^2 m_w}{\partial V_p \partial V_\infty}$, por lo cual $dm_w$ es una diferencial exacta.

**Conclusiones y recomendaciones**

1. El modelo lineal entre el número de mojado y la razón de velocidades concuerda a primera vista con las observaciones de la vida diaria. Deben realizarse los

experimentos para validar el modelo y hallar la relación (3) entre los dos números adimensionales.

2. La cantidad de agua absorbida por la ropa es proporcional al cubo de la distancia a recorrer. Trate de recorrer distancias lo más cortas posibles.
3. Para mojarse menos, es conveniente correr todo lo rápido que se pueda (con cuidado para evitar caídas).
4. Si el viento está soplando muy rápido, se mojará por más rápido que corra (y se mojará más si corre contra el viento).
5. Compre un paraguas (y de buena calidad).