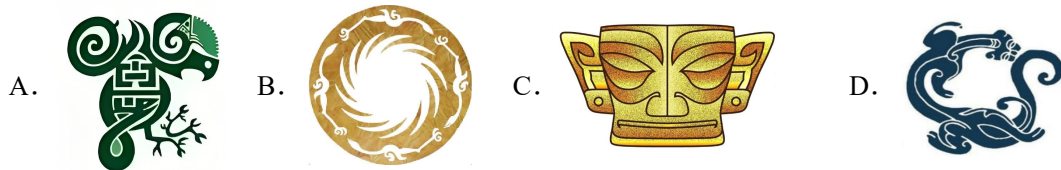
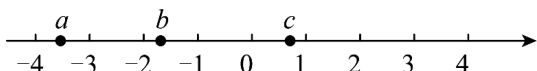


一、选择题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

1. 北京大运河博物馆在 2024 年举办了“探秘古蜀文明——三星堆与金沙”展览, 为公众揭开了一个丰富多彩的古蜀世界, 其中三星堆纹饰展现了古蜀文明高超的艺术创造力. 下列纹饰图案中, 是中心对称图形的是 ( )



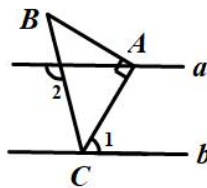
2. 实数  $a, b, c$  在数轴上的对应点的位置如图所示, 则正确的结论是 ( )



- A.  $a > b$  B.  $a + b > 0$  C.  $ac > 0$  D.  $|a| > |c|$
3. 我国神舟十九号在 2024 年 10 月 30 号成功发射, 新华网进行全程直播, 超过 5120000 多人次在线观看, 5120000 用科学记数法表示为 ( )

- A.  $5.12 \times 10^7$  B.  $0.512 \times 10^7$  C.  $5.12 \times 10^6$  D.  $51.2 \times 10^5$

4. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $AB = AC$ , 点  $A$ , 点  $C$  分别在直线  $a, b$  上, 且  $a \parallel b$ . 若  $\angle 1 = 60^\circ$ , 则  $\angle 2$  的度数为 ( )



- A.  $75^\circ$  B.  $105^\circ$  C.  $135^\circ$  D.  $155^\circ$

5. 3 月 14 日是国际数学节. 我校数学组在今年第三届数学节策划了“解密风云”、“连数成画”和“函数追击”三个挑战游戏, 如果小明和小红每人随机选择参加其中一个游戏, 则他们都选择“解密风云”游戏的概率是 ( )

- A.  $\frac{1}{9}$  B.  $\frac{1}{6}$  C.  $\frac{1}{3}$  D.  $\frac{2}{3}$

6. 半径为 2cm, 圆心角为  $90^\circ$  的扇形的面积等于 ( )

- A.  $4\pi\text{cm}^2$  B.  $2\pi\text{cm}^2$  C.  $\pi\text{cm}^2$  D.  $1\text{cm}^2$

7. 若  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$  都在函数  $y = \frac{3}{x}$  的图象上, 且  $0 < x_1 < x_2$ , 则 ( )

- A.  $y_1 > y_2$  B.  $y_1 = y_2$  C.  $y_1 < y_2$  D.  $y_1 = -y_2$

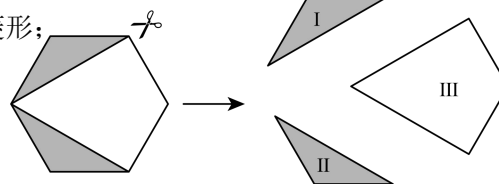
8. 如图, 将正六边形纸片的空白部分剪下, 得到三部分图形, 记 I, II, III 部分的面积分别为  $S_I, S_{II}, S_{III}$ . 给出以下结论:

① I 和 II 合在一起 (无重叠部分) 能拼成一个菱形;

② I, II, III 合在一起 (无重叠部分) 能拼成一个菱形;

③ III 中最小内角是  $75^\circ$ , 最大的内角是  $120^\circ$ ;

④  $S_{III} = 2(S_I + S_{II})$ .



上述结论中, 所有正确结论的序号是 ( )

- A. ①② B. ①④ C. ①②③ D. ①②④

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

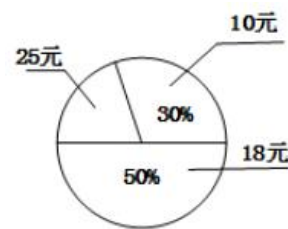
9. 若  $\sqrt{x-7}$  在实数范围内有意义, 则实数  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

10. 请你写出一个函数, 使它的图象经过点  $A(1, 2)$ , 这个函数的表达式可以是\_\_\_\_\_.

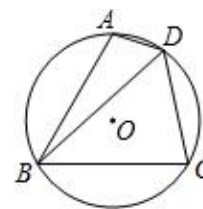
11. 把多项式  $a^3 - 2a^2 + a$  分解因式的结果是\_\_\_\_\_.

12. 分式方程  $\frac{3}{2x} - \frac{2}{x+3} = 0$  的解为\_\_\_\_\_.

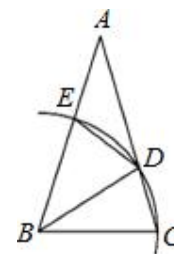
13. 某花店有单价为 10 元、18 元、25 元三种价格的花卉, 如图是该花店某月三种花卉销售情况的扇形统计图, 根据该统计图可算得该花店销售花卉的平均单价为\_\_\_\_\_元.



第 13 题图



第 14 题图



第 15 题图

14. 如图, 点  $A, B, C, D$  是  $\odot O$  上的四个点, 点  $B$  是  $\widehat{AC}$  的中点. 如果  $\angle ABC = 60^\circ$ , 那么  $\angle ADB =$ \_\_\_\_\_.

15. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $\angle A = 30^\circ$ , 以  $B$  为圆心,  $BC$  长为半径画弧, 分别交  $AC$ ,  $AB$  于  $D, E$  两点, 并连接  $BD, DE$ , 则  $\angle BDE$  的度数为\_\_\_\_\_.

16. “绿波控制系统”就是通过信号控制技术，让车辆在指定的速度下，避免或减少通过多个路口的红灯等待，从而实现道路通行效率最大化的交通信号控制系统，以下是某路段“绿波控制系统”优化前后各指标的平均数据对比：

指标	优化前	优化后	备注
行程总时间	25.4 分钟	12 分钟	行程总时间=红灯等待时间+行驶时间. 如：若汽车经过一路段的行程总时间为 20 分钟，红灯等待时间共计 2 分钟，则行驶时间为 18 分钟.
红灯等待次数	7 次	1 次	
单次红灯平均等待时长		为优化前的 50%	
行驶速度	500 米/分钟	800 米/分钟	
			行驶速度=总路程÷行驶时间

设“绿波控制系统”优化前的单次红灯平均等待时长为  $t$  分钟，则  $t$  的值为\_\_\_\_\_.

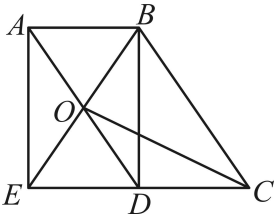
三、解答题（本题共 68 分，第 17~22 题每小题 5 分，第 23~24 题每小题 6 分，第 25 题 5 分，第 26~28 题每小题 7 分）

17. 计算：  $2\cos 30^\circ - \sqrt{12} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + |\sqrt{3} - 2|$ .

18. 解不等式组： 
$$\begin{cases} \frac{4x-7}{3} \leq x-2 \\ 3(x-1) > x-5 \end{cases}$$
.

19. 已知  $x^2 - 2x - 2 = 0$ ，求代数式  $x(x+2) + (x-3)^2$  的值.

20. 如图，在  $\square ABCD$  中，点  $O$  为线段  $AD$  的中点，延长  $BO$  交  $CD$  的延长线于点  $E$ ，连接  $AE, BD$ ， $\angle BDC = 90^\circ$ .



- (1) 求证：四边形  $ABDE$  是矩形；
- (2) 连接  $OC$ . 若  $AB = 4, BD = 2\sqrt{5}$ ，求  $OC$  的长.

21. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + (2-m)x + 1-m = 0$ .

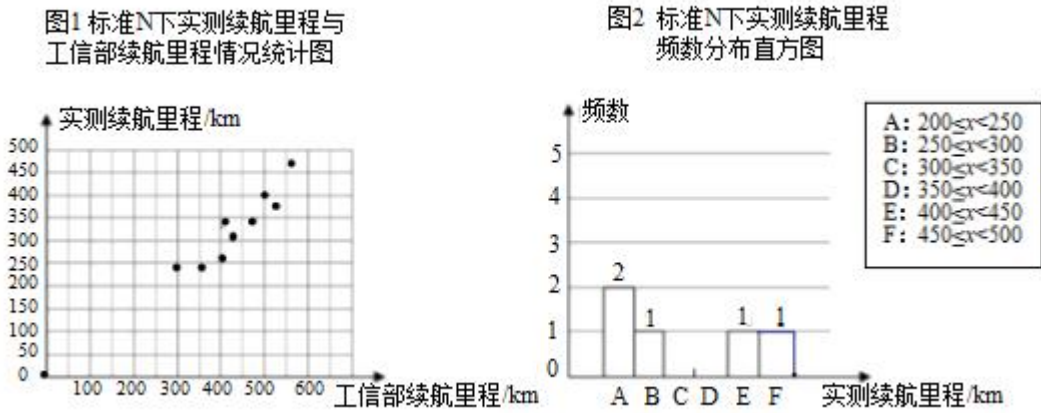
- (1) 求证：该方程总有两个实数根；
- (2) 若  $m > 0$ ，且该方程的两个实数根的差为 2，求  $m$  的值.

22. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，一次函数  $y=kx+b (k \neq 0)$  的图象经过点  $(0,2)$ ，且与函数  $y=-x+5$  的图象在  $x=2$  处相交.

- (1) 求这个一次函数的解析式；
- (2) 当  $x > 2$  时，对于  $x$  的每一个值，函数  $y=mx (m \neq 0)$  的值既大于函数  $y=-x+5$  的值，也大于函数  $y=kx+b$  的值，直接写出  $m$  的取值范围.

23. 国家大力提倡节能减排和环保，近年来纯电动汽车普及率越来越高，纯电动汽车的续航里程是人们选择时参考的重要指标. 某汽车杂志根据当前汽车行业常用的两种续航里程测试标准(标准 M 和标准 N)，对市面上常见的 9 种车型进行了续航里程实测，并与这些厂家公布的工信部续航里程进行了对比，下面是部分信息：

- a. 标准 M 下的实测续航里程数据为：  
324.8, 355.8, 378.2, 385, 404.2, 407.9, 441.2, 445, 463.2 (单位：km)
- b. 标准 N 下实测续航里程与工信部续航里程情况统计图(图 1)；



- c. 标准 N 下实测续航里程频数分布直方图，为方便记录，将续航里程设为  $x$  (单位：km)，数据分为 A~F 六组(图 2).

不同标准下实测续航里程统计表(单位:  $km$ )

	标准M下实测续航里程	标准N下实测续航里程
平均数	400.6	333.5
中位数	$a$	$b$
方差	$S_1^2$	$S_2^2$

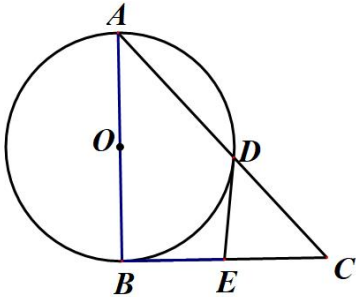
根据信息回答以下问题:

- (1) 补全图 2;
- (2) 不同标准下实测续航里程统计表中  $a=$  \_\_\_\_\_, 在 A~F 六组数据中,  $b$  所在的组是 \_\_\_\_\_ (只填写 A~F 中的相应代号即可); 比较  $S_1^2$  与  $S_2^2$  的大小关系为:  $S_1^2$  \_\_\_\_\_  $S_2^2$  (填 “>”, “=” 或 “<” );
- (3) 在选购纯电动汽车时, 实测续航里程与工信部续航里程的比值 (简称“续航里程达成比”) 越高越好, 但续航里程达成比受到实测时各种实际条件的限制只能达到一定比例, 小宇打算为家里选购纯电动汽车, 如果在标准 N 下, 他希望购买续航里程达成比不低于 80%, 并且实测续航里程不低于 300km 的车型, 那么共有 \_\_\_\_\_ 种车型可供其选择.

24. 如图,  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ABC=90^\circ$ , 以  $AB$  为直径的  $\odot O$  交  $AC$  于点  $D$ ,  $E$  为  $BC$  边的中点, 连接  $DE$ .

(1) 求证:  $DE$  与  $\odot O$  相切;

(2) 若  $\tan C=\frac{\sqrt{5}}{2}$ ,  $DE=1$ , 求  $AD$  的长.

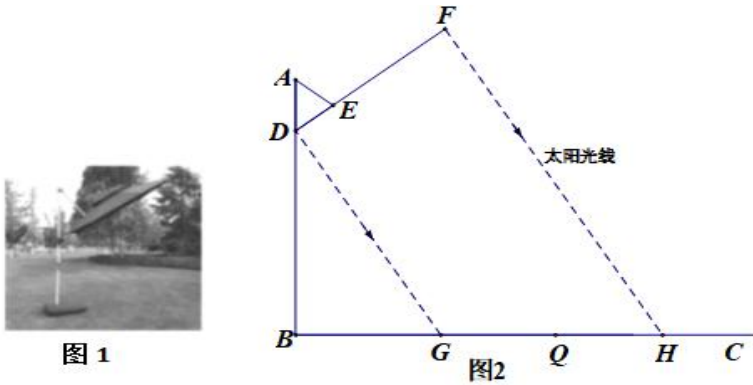


25. 根据以下素材, 探索完成任务.

素材 1:

图 1 是某款自动旋转遮阳伞, 伞面完全张开时张角呈  $180^\circ$ .

图 2 是其侧面示意图. 已知支架  $AB$  长为 3 米, 且垂直于地面  $BC$ , 悬托架  $AE=DE=0.5$  米, 点  $E$  固定在伞面上, 且伞面直径  $DF$  是  $DE$  的 4 倍. 当伞面完全张开时, 点  $D, E, F$  始终共线. 为实现遮阳效果最佳, 伞面装有接收器可以根据太阳光线的角度变化, 自动调整手柄  $D$  沿着  $AB$  移动, 以保证太阳光线与  $EF$  始终垂直.



素材 2:

某地区某天下午不同时间的太阳高度角  $\alpha$  (太阳光线与地面的夹角) 参照表:

时刻	12 点	13 点	14 点	15 点	16 点	17 点
太阳高度角 $\alpha$ (度)	90	75	60	45	30	15

素材 3:

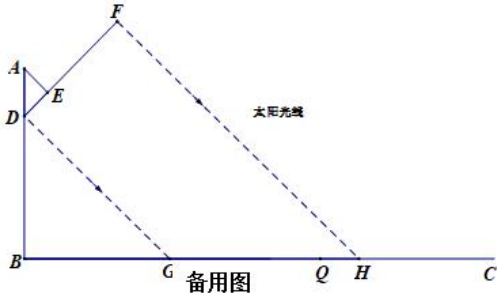
小东坐在露营椅上的高度 (头顶到地面的距离) 约为 1 米, 如图 2, 小东坐的位置记为点  $Q$ .

任务 1:

14 点时影子  $GH$  的长度为 \_\_\_\_\_ 米, 此时伞面  $DF$  与支架  $AB$  所夹的锐角为 \_\_\_\_\_  $^\circ$ , 自动手柄  $D$  与地面的距离为 \_\_\_\_\_ 米.

任务 2:

若使小东在这天 15:00 整露营休息时不被太阳光照射到, 设他所坐的位置  $Q$  到支架  $AB$  的距离为  $m$  米, 则  $m$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.



26. 在平面直角坐标系中，已知抛物线  $y = ax^2 - 2atx + 1 (a \neq 0)$ ，点  $A(t-2, m)$ ， $B(4+t, n)$  在图象上，并且  $m < n$ 。
- (1) 判断抛物线的开口方向是\_\_\_\_\_（填“向上”或“向下”），并说明理由；
- (2) 若点  $C(2t-3, p)$  也在抛物线上，且满足  $m < 1 < p$ ，求  $t$  的取值范围。

27. 在  $\triangle ABC$  中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = BC$ ，将线段  $BC$  绕点  $B$  逆时针旋转  $\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ) 得到线段  $BD$ ，连接  $AD$  交  $BC$  边于点  $E$ ，连接  $CD$  并作  $\angle CBD$  的平分线交  $CD$  于点  $F$ ，交  $AD$  于点  $G$ 。

- (1) 在图 1 中补全图形；
- (2) 用等式表示线段  $AG$  与  $BF$  的数量关系并证明；
- (3) 若  $AB = 1$ ，当点  $E$  是  $BC$  边中点时，直接写出  $CD$  的长。

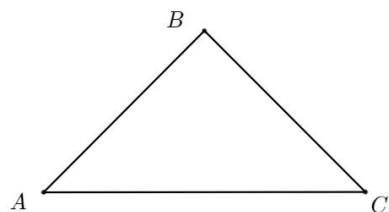
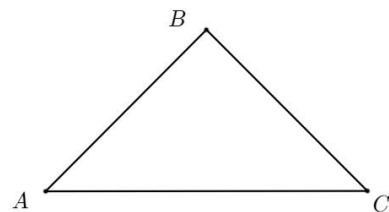


图 1



备用图

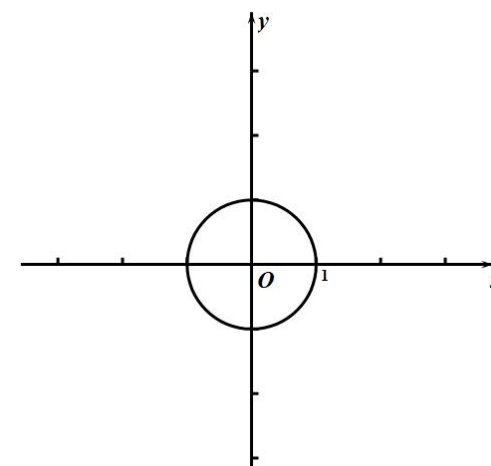
28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中， $\odot O$  的半径为 1，给定直线  $l$  与点  $Q$ ，对于不在直线  $l$  上的点  $P$  给出如下定义：作点  $P$  关于直线  $l$  的对称点  $P'$ ，若点  $P'$  位于  $\odot O$  上或  $\odot O$  内，且点  $P$  到定点  $Q$  的距离  $PQ$  为所有符合条件的  $P$  中的最大值或最小值，则称点  $P$  为点  $Q$  关于直线  $l$  与  $\odot O$  的“反射极值点”，对应最大值的点称为“反射极大值点”，对应最小值的点称为“反射极小值点”。

- (1) 已知直线  $l_1: y = x - 2$ 。

① 点  $A(2, 1)$ ，在点  $B_1(1, -2)$ ， $B_2(2, -1)$ ， $B_3(2, -3)$ ， $B_4(3, 0)$  中，点  $A$  关于直线  $l_1$  与  $\odot O$  的“反射极值点”是\_\_\_\_\_；

② 若点  $C$  为直线  $l_2: y = -x + 2$  上的动点，且点  $C$  到其关于直线  $l_1$  与  $\odot O$  的“反射极大值点”与“反射极小值点”的距离之比为  $3:1$ ，直接写出点  $C$  的坐标；

- (2) 已知点  $Q(0, 2)$ ，直线  $l$  恒过定点  $(2, 0)$ ，记点  $Q$  关于直线  $l$  与  $\odot O$  的“反射极大值点”为  $P_1$ ，“反射极小值点”为  $P_2$ ，当直线  $l$  绕点  $(2, 0)$  旋转时，直接写出  $P_1Q$  与  $P_2Q$  的取值范围。



备用图