

Cadrams solaires sur une surface paramétrée

Jean-Luc Astre

Jean-Luc Astre avait, dans le n°5 de ce magazine, annoncé que son logiciel Cadsol était désormais disponible en ligne et avait ensuite décrit, dans le n°9, l'algorithme de tracé par «lancer de rayons » (ray tracing en anglais).

Cet algorithme a été appliqué aux cadrams polyédriques dans le n°11.

Il est également utilisable pour tracer un cadran solaire sur une surface paramétrée.

Représentation paramétrique d'une surface.

La représentation paramétrique est une manière très générale de spécifier une surface : une surface est un objet bidimensionnel défini par trois fonctions, continues et à valeurs réelles, de deux paramètres u et v .

$$x = f_x(u, v), y = f_y(u, v) \text{ et } z = f_z(u, v)$$

x , y et z sont les coordonnées cartésiennes des points de la surface

Les paramètres u et v peuvent varier entre deux limites u_{\min} et u_{\max} , v_{\min} et v_{\max}

Voir définition, exemples et exercices dans : <https://wimsauto.universite-paris-saclay.fr>

Exemples

- Une sphère peut être paramétrée par les fonctions :

$$x = \cos(u) \cdot \cos(v) \quad y = \cos(u) \cdot \sin(v) \quad z = \sin(u)$$

$$\text{Avec } u_{\min}=0 \quad u_{\max}=2\pi \quad v_{\min}=-\pi/2 \quad v_{\max}=\pi/2$$

- Un paraboloïde elliptique d'équation implicite $z=x^2+y^2$ est défini par:

$$x = u \quad y = v \quad z = u^2 + v^2$$

$$\text{Avec } u_{\min}=-1 \quad u_{\max}=1 \quad v_{\min}=-1 \quad v_{\max}=1$$

Paramétrage dans CadsolOnline

Fonctions : Les fonctions définissant x , y et z doivent être écrites avec une syntaxe informatique assez classique utilisant:

- les symboles opératoires : + - * / % ^ ()
- les fonctions : sin cos tan asin acos atan sqrt log exp abs ceil floor round
- les nombres : PI et E

La plupart des erreurs de syntaxe sont signalées par l'analyseur syntaxique..

A,B,C,D sont des constantes que l'on peut incorporer dans les formules (utiliser des lettres capitales). On peut ensuite faire varier ces constantes pour modifier la surface.

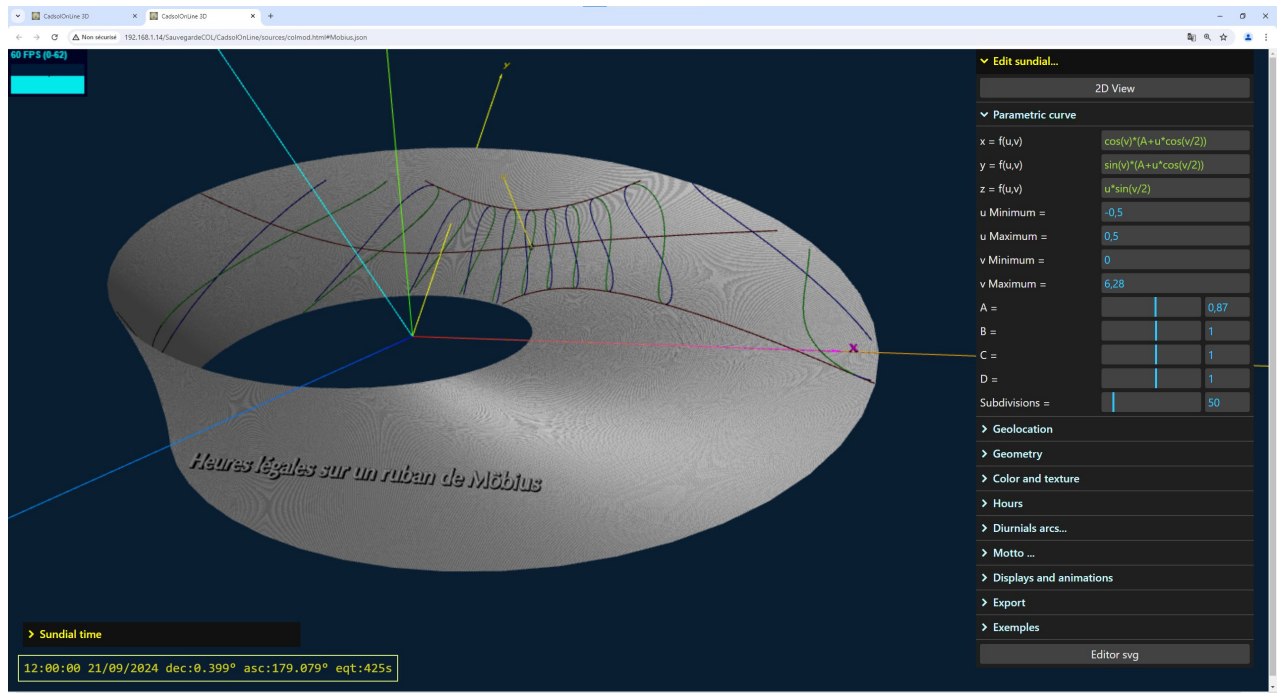
Subdivisions : nombre de subdivisions des intervalles $[u_{\min}; u_{\max}]$ et $[v_{\min}; v_{\max}]$

Si ce nombre est grand, les tracés sont plus précis, mais le temps de calcul est plus long.

Toutes les commandes de Cadsol sont disponibles : géolocalisation, orientation, dimensions, heures, arcs diurnes, exportations 3D ...etc

Copies d'écran de CadsolOnLine

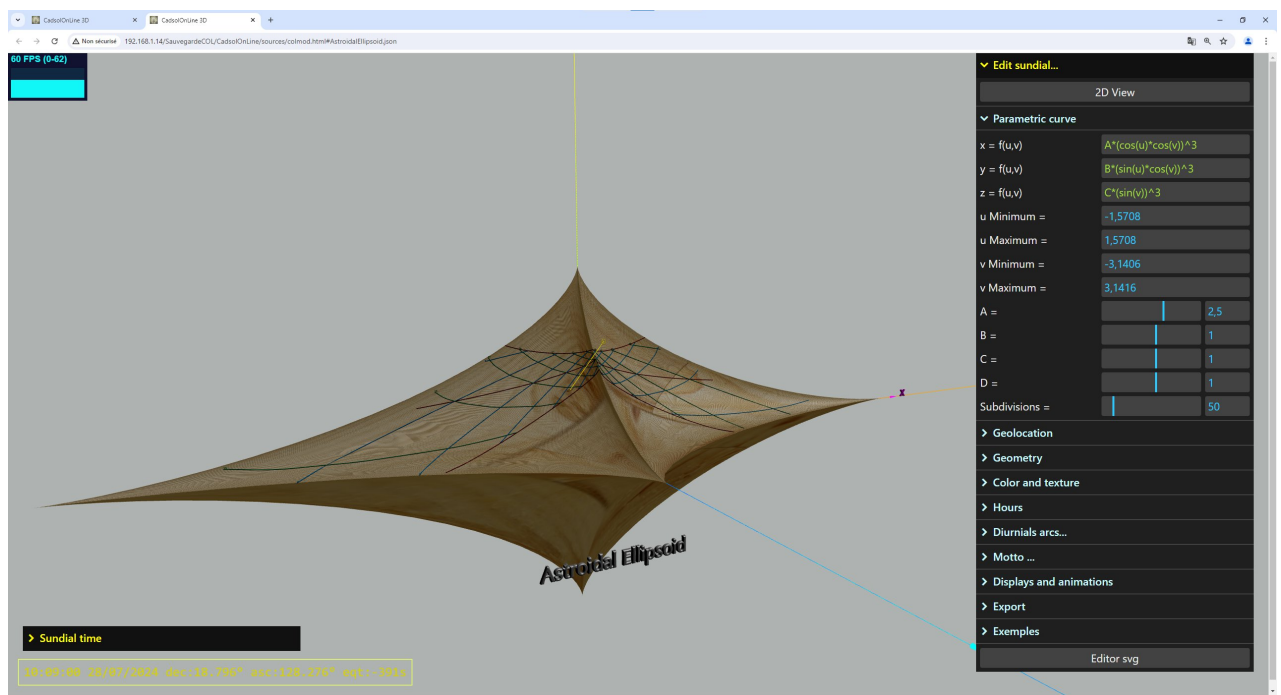
Heures légales sur un ruban de Möbius



$$X = \cos(v) * (A + u * \cos(v/2)), Y = \sin(v) * (A + u * \cos(v/2)), Z = u * \sin(v/2)$$

uMin: -0.5 uMax: 0.5 vMin: 0 vMax: 6.28 A=0.87

Heures babyloniennes et italiennes sur un ellipsoïde astroïdal



$$X = A * (\cos(u) * \cos(v))^3, Y = B * (\sin(u) * \cos(v))^3, Z = C * (\sin(v))^3$$

uMin: -1.5708 uMax: 1.5708 vMin: -3.1416 vMax: 3.1416 A=2.5 B=1 C=1