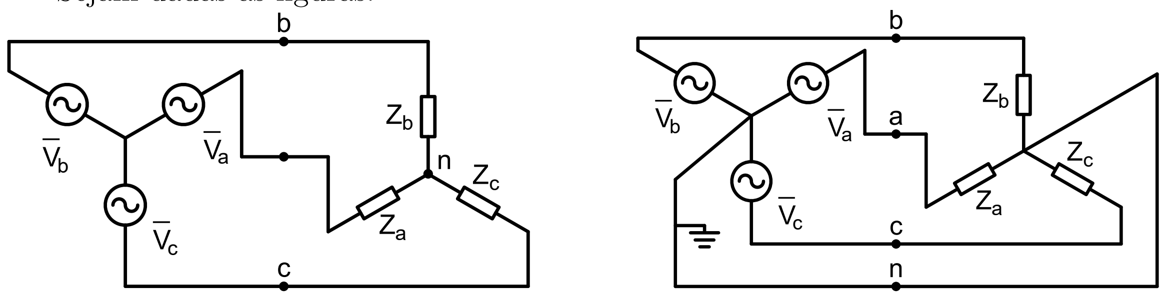
Aluno: Carlos Eduardo da Silva Papa
Matrícula: 232013390

Verifique se "O método dos 3 Wattímetros para verificação de potência Reativa pode ser utilizado em um sistema de 4 fios".

- Sejam dadas as figuras:



Circuito (A) Circuito (B)

Figura 1: Condições de contorno – Sequência ABC.

Seja a potência complexa total do circuito (A) dada por S_t e a potência complexa total do circuito (B) dada por S_t'.

Tese: $S_t = S_t'$

Podemos definir a potência complexa S_t através da soma das compoentes de cada ramo do circuito. Se a corrente de linha não for fornecida, mas sim as impedâncias (em carga desequilibrada), então seguem-se as equações (1) a (3). Caso contrário, podemos executar diretamente as equações (5) e (6).

$$Y_m = \frac{1}{Z_m}, \quad m \in \{a,\, b,\, c\} \tag{1}$$

$$\bar{V}_n = \frac{Y_a\,\bar{V}_a + Y_b\,\bar{V}_b + Y_c\,\bar{V}_c}{Y_a + Y_b + Y_c} \tag{2}$$

$$\bar{I}_m = \frac{\bar{V}_m - \bar{V}_n}{Z_m}, \quad m \in \{a,\, b,\, c\} \tag{3}$$

Sabemos que:

$$\bar{I}_n = \bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c \quad \text{e} \quad I_n = 0 \tag{4}$$

Esses dados são suficientes para calcular as potências forncidas pelas fonte (S_a, S_b, S_c) e a potência total (S_t):

$$S_a = \bar{V}_a \cdot \bar{I}_a^*, \quad S_b = \bar{V}_b \cdot \bar{I_b}^*, \quad S_c = \bar{V}_c \cdot \bar{I}_c^*, \quad S_n = \bar{V}_n \cdot \bar{I_n}^* \tag{5}$$

$$S_t = S_a + S_b + S_c - S_n \Rightarrow I_n = 0 \Rightarrow S_t = S_a + S_b + S_c \tag{6}$$

Adequadamente definido S_t, podemos retornar à forma retangular de um número complexo, onde $S_t = P_{3\phi} + jQ_{3\phi}$, com P sendo a Potência Ativa e $\text{Im}\{S_t\} = Q_{3\phi}$ a Potência Reativa.

Por outro lado, podemos calcular a potência de uma carga desequilibrada utlizando um esquema específico de Wattímetros, conforme ilustrado a baixo.

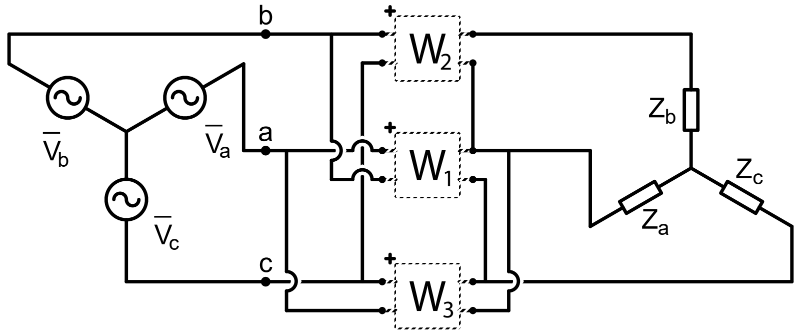


Figura 2: Método dos 3 Wattímetros implementado ao Circuito (A)

Para obter os valores das tensões fase-fase, temos:

$$\bar{V}_{ab} = \bar{V}_a \cdot \sqrt{3}\angle 30^o \quad (7)$$

Os valores aferidos pelos Wattímetros seguem:

$$W_k = I_m \cdot V_{pq} \cdot \cos(\alpha), \quad k \in \{1, 2, 3\} \quad (8)$$

$$\alpha = \angle I_m - \angle V_{pq}, \quad m \in \{a, b, c\}, \quad (p, q) \in \{(b, c), (c, a), (a, b)\}$$

Procederemos com os já defindos W_1, W_2, W_3 para:

$$Q'_{3\phi} = \frac{W_1 + W_2 + W_3}{\sqrt{3}} \quad (9)$$

Ora, o método dos 3 Wattímetros em circuito estrela (Y) não aterrado é sabidamente verdadeiro e, logo, $Q_{3\phi} = Q'_{3\phi}$. Apliquemos o método dos 3 Wattímetros ao Circuito (B).

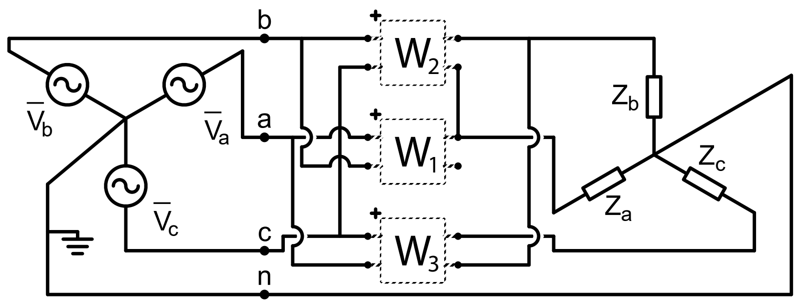


Figura 3: Método dos 3 Wattímetros implementado ao Circuito (B)

Por hipótese: $\mathrm{Im}\{S_t'\} = Q_{3\phi}'$

Nesse sentido, podemos definir S_t'. Semelhante à proposição inicial podemos pular os passos (10) à (12), se forem fornecidas as tensões de fase e correntes de linha.

$$Y_m = \frac{1}{Z_m}, \quad m \in \{a,\, b,\, c\} \tag{10}$$

$$\bar{V}_n = \frac{Y_a\,\bar{V}_a + Y_b\,\bar{V}_b + Y_c\,\bar{V}_c}{Y_a + Y_b + Y_c} \tag{11}$$

Sejam as correntes de Linha:

$$\bar{I}_m = \frac{\bar{V}_m - \bar{V}_n}{Z_n}, \quad m \in \{a,\, b,\, c\} \tag{12}$$

$$\bar{I}_n = \bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c \quad \text{e} \quad I_n \neq 0 \tag{13}$$

Esses dados são suficientes para calcular as potências forncidas pelas fontes (S_a, S_b, S_c) e a potência total (S_t):

$$S_a' = \bar{V}_a \cdot \bar{I}_a^*, \quad S_b' = \bar{V}_b \cdot \bar{I_b}^*, \quad S_c' = \bar{V}_c \cdot \bar{I}_c^*, \quad S_n' = \bar{V}_n \cdot \bar{I_n}^*$$
$$S_t' = S_a' + S_b' + S_c' - S_n' \tag{14}$$

Conclusões:

Entretanto, $S_t \neq S_t'$ e logo $Q_{3\phi}' = \mathrm{Im}\{S_t\} \neq \mathrm{Im}\{S_t'\}$. Portanto, o método dos 3 Wattímetros em circuito estrela (Y) aterrado não opera corretamente. *r.a.b.*.

Reconheço a fragilidade dessa demonstração, em especial a falta de ligação direta de $Q_{3\phi}'$ e S_t. Porém, os resultados teóricos foram simulados em pequena escala, com valores fixados, e foi possível notar S_t' cria uma diferença substâncial nos resultados.

Repositório Simulações:

[1] – `https://github.com/cadu-unb/Desafio1_Polifas.git`