Questão 1:

Use o conceito de integrais para calcular o somatório $\lim_{n\to+\infty}\left[\frac{1}{n}\left(\sqrt{\frac{1}{n}}+\sqrt{\frac{2}{n}}+\dots\sqrt{\frac{n}{n}}\right)\right]$.

Questão 2:

Determine a equação da reta tangente ao gráfico da função abaixo no ponto $x=\pi$:

$$f(x)=\int_{\pi}^{x}\operatorname{sen}\left(\sqrt{s^2+4}\right)\,ds$$

Questão 3:

Calcule:

(a) $\dfrac{dy}{dx}$ sabendo que $e^{2x+3y}=x^2-\ln(xy^3)$

(b) $\dfrac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}x}$ e $\dfrac{\mathrm{d}^2g}{\mathrm{d}x^2}$ sabendo que $g(x)=\displaystyle\int_x^0\arctan(s^2)\,ds$

(c) $\displaystyle\int\tan^3(x)\,dx$

(d) $\dfrac{\mathrm{d}j}{\mathrm{d}x}$ em $x=e^2$ sabendo que $j(x)=\displaystyle\int_1^{\ln(x)}\sqrt{t^3+1}\,dt$

(e) $\displaystyle\int_0^{\infty}(1+2x)e^{-x}\,dx$

(f) $\displaystyle\int_1^2\frac{x}{\sqrt{10-2x^2}}\,dx$

(g) $\displaystyle\int_{-5}^1\frac{1}{10+2z}\,dz$

Questão 4:

Considere as funções $f(x)=x^2$ e $g(x)=-x^2+8$. Faça um esboço da região Q delimitada pelo gráfico das duas funções. Calcule o volume do sólido obtido ao rotacionar a região R segundo o eixo $y=-1$.

Questão 5:

Considere a região J delimitada por $y=\arctan(x)$, $x=-1$, $x=1$, e o eixo x. Faça um esboço de J e calcule sua área.

Questão 6:

Considere a região Z delimitada por $y=x^3-x$ e o eixo x. Faça um esboço de Z. Calcule a área A de Z. Calcule o volume V do sólido obtido ao rotacionar a região Z segundo o eixo x.

Questão 7:

Um certo motor consome combustível a uma taxa de $\dfrac{dC}{dt} = 5 + 10te^{-t^2}\,\mathrm{m}^3/\mathrm{h}$ a partir do instante $t = 0$ em que é iniciado. Encontre uma expressão que defina quanto combustível o motor consumiu após t horas de uso, sabendo que $5\,\mathrm{m}^3$ de combustível tinham sido usados após 1 hora.

Questão 8:

Uma escada de $5\,\mathrm{m}$ está encostada numa parede. Se a extremidade inferior da escada for afastada da base da parede a uma velocidade constante de $2\,\mathrm{m/s}$, com que velocidade a extremidade superior estará descendo no instante em que a extremidade inferior estiver a $3\,\mathrm{m}$ da parede?

Gabarito

1. $\displaystyle\int_0^1 \sqrt{x}\,dx = \frac{2}{3}$

2. $y_t = \operatorname{sen}\left(\sqrt{\pi^2+4}\right)\cdot(x_t - \pi)$

3. (a) $\displaystyle\frac{dy}{dx} = \frac{2x - x^{-1} - 2e^{2x+3y}}{3e^{2x+3y} + 3y^{-1}}$

   (b) $\displaystyle\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}x} = -\arctan(x^2)\,,\ \ \frac{\mathrm{d}^2 g}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{2x}{1+x^4}$

   (c) $\displaystyle\frac{\tan^2(x)}{2} + \ln|\cos(x)| + C$

   (d) $\displaystyle\left.\frac{\sqrt{\ln^3(x)+1}}{x}\right|_{x=e^2} = \frac{3}{e^2}$

   (e) $\displaystyle\lim_{t\to\infty}\left(-(1+2x)e^{-x}\Big|_0^t - 2e^{-x}\Big|_0^t\right) = 3$

   (f) $\displaystyle\frac{1}{2}(\sqrt{8}-\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

   (g) Diverge $(+\infty)$.

4. $\displaystyle\frac{640\pi}{3}$.

5. $\displaystyle 2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\ln(2)}{2}\right)$

6. $A = \dfrac{1}{2}$. $V = \dfrac{16\pi}{105}$.

7. $C(t) = 5t - 5e^{-t^2} + \dfrac{5}{e}$.

8. Descendo com uma velocidade de $\dfrac{3}{2}$ m/s