

Questão 1:

Determine os possíveis valores de a e b que tornam contínuas as funções abaixo.

$$(1.1) f(x) = \begin{cases} ax^2 + 2x, & \text{se } x < 2 \\ x^3 - ax, & \text{se } x \geq 2 \end{cases} \quad (1.2) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2}, & \text{se } x < 2 \\ ax^2 - bx + 3, & \text{se } 2 \leq x < 3 \\ 2x - a + b, & \text{se } x \geq 3 \end{cases}$$

Questão 2:

Calcule os limites abaixo.

$$(2.1) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{1}{x} + \frac{4}{x^2} \right) \quad (2.2) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^3 - 2x^2 + 1}{3x^3 - 5} \quad (2.3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 1}{x}$$
$$(2.4) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + 1}{x} \quad (2.5) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + x - 1}{2x + 5} \quad (2.6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2}{\sqrt{2 + x}}$$

Questão 3:

Calcule as assíntotas horizontais e verticais das seguintes funções.

$$(3.1) f(x) = \frac{1}{x^2 - 4} \quad (3.2) f(x) = \frac{2x^2}{x^2 + 1} \quad (3.3) f(x) = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 2x - 3} \quad (3.4) f(x) = \frac{x^4}{x^2 - 16}$$

Questão 4:

Seja $f(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 9$, para $x \in \mathbb{R}$. Justifique por que podemos afirmar que existe $x_0 \in \mathbb{R}$ tal que $f(x_0) = 100$.

Questão 5:

Calcule os limites abaixo.

$$(5.1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + 1}; \quad (5.2) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + 1}; \quad (5.3) \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{1}{x - 1} - \frac{3}{x^2 - 1} \right)$$
$$(5.4) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 1} - x; \quad (5.5) \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + 1} - x.$$

Questão 6:

Levando em conta os valores para as funções dados nas tabelas, faça o que se pede:

x	0	1	2	3	4	5
$y = f(x)$	10	6	3	4	7	11

x	0	1	2	3	4	5
$y = g(x)$	2	3	5	8	12	15

- (a) Se $h(x) = f(x) + 2$, encontre $h(3)$
- (b) Se $p(x) = g(x - 3)$, encontre $p(5)$
- (c) Calcule $f(g(2))$ e $g(g(1))$
- (d) Calcule a taxa de variação média de f entre $x = 1$ e $x = 3$
- (e) Calcule a taxa de variação média de $f \circ g$ entre $x = 0$ e $x = 2$.

Questão 7:

Se $h(x) = x^3 + 1$ e $g(x) = \sqrt{x}$, ache

- (a) $g(h(x))$ (b) $h(g(x))$ (c) $h(h(x))$ (d) $g(x) + 1$ (e) $g(x + 1)$

Questão 8:

Como no exemplo abaixo, use a variável u para a função "de dentro" para expressar cada uma das seguintes funções como compostas:

Exemplo: $y = \sqrt{4 - x^2}$, $y = \sqrt{u}$, onde $u = 4 - x^2$.

- (a) $y = (5t^2 - 2)^6$ (b) $P = 12e^{-0,6t}$ (c) $C = 12 \ln(q^3 + 1)$

Respostas:

Questão 1:

(1.1) $a = 1/2$; (1.2) $a = 1/2$ e $b = 1/2$

Questão 2:

(2.1) 2 (2.2) $4/3$ (2.3) 1 (2.4) 1 (2.5) $-\infty$ (2.6) ∞

Questão 3:

(3.1) $x = 2$, $x = -2$ e $y = 0$

(3.2) $y = 2$

(3.3) $x = 1$, $x = -3$ e $y = 1$

(3.4) $x = 4$ e $x = -4$

Questão 5:

(5.1) 1 (5.2) -1 (5.3) $-\infty$ (5.4) 0 (5.5) ∞

Questão 6:

(a) $h(3) = 6$

(b) $p(5) = 5$

(c) $f(g(2)) = 11$ e $f(g(1)) = 4$

(d) $\left. \frac{\Delta f}{\Delta x} \right|_{[3,1]} = -1$

(e) $\left. \frac{\Delta(f \circ g)}{\Delta x} \right|_{[2,0]} = 4$

Questão 7:

(a) $g(h(x)) = \sqrt{x^3 + 1}$

(b) $h(g(x)) = x^{3/2} + 1$

(c) $h(h(x)) = (x^3 + 1)^3 + 1 = x^9 + 3x^6 + 3x^3 + 2$

(d) $g(x) + 1 = \sqrt{x} + 1$

(e) $g(x) + 1 = \sqrt{x + 1}$

Questão 8:

(a) $y = u^6$, onde $u = 5t^2 - 2$

(b) $P = 12e^u$, onde $u = -0,6t$

(c) $C = 12 \ln u$, onde $u = q^3 + 1$