

## *Lista de Exercícios 2 - Cálculo a uma Variável*

**Prof.: Carlos Rubianes**

1. Calcular se existirem, os seguintes limites (Usando a Regra de L'Hôpital).

1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{1 - e^x}$

2)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 3x - 4}$

3)  $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{3\cos(x)}{2x - \pi}$

4)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan(x)}$

5)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x) - x}{x - \sin(x)}$

6)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin\left(\frac{2}{x}\right)}{\frac{1}{x}}$

7)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(\pi x)}{2 - x}$

8)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^x}{e^x}$

9)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos(x)}{x \sin(x)}$

10)  $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\ln(\sin(x))}{(\pi - 2x)^2}$

11)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 3^x}{x}$

12)  $\lim_{t \rightarrow 2} \frac{t^n - 2^n}{t - 2}$

13)  $\lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{1 - e^{1/y}}{-\frac{1}{y}}$

14)  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin(t)}{\ln(2e^t - 1)}$

15)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(x)}{\sin(x^2)}$

16)  $\lim_{z \rightarrow \pi/2^-} \frac{\sec^2(z)}{\sec^2(3z)}$

17)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2 \sec(x)} \right)$

18)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln(x))^3}{x}$

19)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln(x)} - \frac{1}{x - 1} \right)$

20)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{1/x}$

21)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin(x))^{x^2}$

22)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x + e^x)}{3x}$

2. Escreva  $F(x)$  na forma  $f(g(x))$  e encontre sua derivada.

1)  $F(x) = \sin(4x)$

2)  $F(x) = \sqrt{4 + 3x}$

3)  $F(x) = (1 - x^2)^{10}$

4)  $F(x) = \tan(\sin(x))$

5)  $F(x) = e^{\sqrt{x}}$

6)  $F(x) = \sin(e^x)$

3. Encontre a derivada da função.

1)  $f(x) = (x^3 + 4x)^7$

2)  $h(x) = 4\cos(3x) - 3\sin(4x)$

3)  $f(x) = (1 - x^2)^{10}$

4)  $h(x) = (x^3 - 3x^2 + 1)^{-3}$

5)  $f(x) = e^{\sqrt{x}}$

6)  $h(x) = 2\sin^3(x)\cos^2(5x^4 + x)$

7)  $f(x) = \left(\frac{x-7}{x+2}\right)^2$

8)  $h(x) = \left(\frac{2x^2+1}{3x^3+1}\right)^2$

9)  $f(x) = \frac{3\sin(2x)}{\cos^2(2x)+1}$

10)  $h(x) = x\sin\left(\frac{1}{x}\right)$

11)  $f(x) = \sqrt{x+\sqrt{x}}$

12)  $h(x) = \sec^2(x) + \tan^2(x)$

4. Encontre os números críticos da função.

1)  $f(x) = x^3 + 7x^2 - 5x$

2)  $f(x) = x^{7/3} + x^{4/3} - 3x^{1/3}$

3)  $f(x) = 2x^3 - 2x^2 - 16x + 1$

4)  $f(x) = x^3 + x^2 - x$

5)  $f(x) = x^3 + x^2 + x$

6)  $f(x) = x\ln(x)$

7)  $f(x) = xe^{2x}$

8)  $f(x) = \frac{x+1}{x^2+x+1}$

9)  $f(x) = \sqrt{x}(1-x)$

10)  $f(x) = \frac{x}{x^2-9}$

11)  $f(x) = \frac{x+1}{x^2-5x+4}$

12)  $f(x) = x^{5/3} - 3x^{2/3}$

5. Encontre os valores máximos e mínimos absolutos de  $f$  no intervalo dado.

1)  $f(x) = 3x^2 - 12x + 5, \quad [0, 3]$

2)  $f(x) = x^3 - 3x + 1 \quad [0, 3]$

3)  $f(x) = x^4 - 8x^2 + 16 \quad [-4, 0]$

4)  $f(x) = x^4 - 8x^2 + 16 \quad [0, 3]$

5)  $f(x) = \frac{x}{x+2} \quad [-1, 2]$

6)  $f(x) = \frac{x+1}{2x-3} \quad [0, 1]$

7)  $f(x) = x - 3\ln(x) \quad [1, 4]$

8)  $f(x) = e^{-x} - e^{-2x} \quad [0, 1]$

6. Encontre os valores de máximo e mínimo locais de  $f$  usando ambos Testes das Derivadas Primeira e Segunda. Qual método você prefere?

1)  $f(x) = x^5 - 5x + 3$ ,

2)  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$

3)  $f(x) = x + \sqrt{1 - x}$

7. Encontre os intervalos nos quais  $f$  é crescente e decrescente. Classifique os números críticos. O gráfico de  $f$  possui algum ponto de inflexão?

1)  $f(x) = x^3 - 12x + 1$

2)  $f(x) = 5 - 3x^2 + x^3$

3)  $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$

4)  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 3}$

5)  $f(x) = xe^x$

6)  $f(x) = x^2e^x$

7)  $f(x) = 200 + 8x^3 + x^4$

8)  $f(x) = (x^2 - 1)^3$

9)  $f(x) = \ln(x^4 + 27)$

10)  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1}$

11)  $f(x) = \frac{e^x}{1 + e^x}$

12)  $f(x) = x^4 - 6x^2$

8. Calcule as integrais abaixo fazendo a substituição dada.

1)  $\int \cos(3x)dx$        $u = 3x$

2)  $\int x^2\sqrt{x^3 + 1}dx$        $u = x^3 + 1$

3)  $\int \frac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}dx$        $u = \sqrt{x}$

4)  $\int \frac{4}{(1 + 2x)^3}dx$        $u = 1 + 2x$

5)  $\int e^{\sin(x)}\cos(x)dx$        $u = \sin(x)$

9. Calcule a integral indefinida.

1)  $\int 2x(x^2 + 3)^4dx$

2)  $\int x^2(x^3 + 5)^2dx$

3)  $\int \frac{dx}{5 - 3x}$

4)  $\int \frac{x}{x^2 + 1}dx$

5)  $\int \frac{3}{(2y + 1)^5}dy$

6)  $\int \sqrt{4 - t}dt$

7)  $\int \frac{e^x}{e^x + 1}dx$

8)  $\int e^{\cos(x)}\sin(x)dx$

10. Avalie a integral usando integração por partes.

1)  $\int x \ln(x) dx$

2)  $\int x \sec^2(x) dx$

3)  $\int x \cos(5x) dx$

4)  $\int x e^x dx$

5)  $\int x \sin(2x) dx$

6)  $\int x^2 \sin(\pi x) dx$

7)  $\int_0^\pi x \sin(3x) dx$

8)  $\int_1^4 \sqrt{x} \ln(x) dx$

11. Calcular as seguintes integrais.

1)  $\int \frac{\sin(2x)}{e^x} dx$

2)  $\int x^2 \ln(x) dx$

3)  $\int \frac{x}{x-6} dx$

4)  $\int_2^3 \frac{1}{x^2-1} dx$

5)  $\int \frac{x^2}{(x-3)(x+2)^2} dx$

6)  $\int_0^1 \frac{2x+3}{(x+1)^2} dx$

12. Encontre a área da região limitada acima por  $y = x + 6$ , abaixo por  $y = x^2$  e nas laterais por  $x = 0$  e  $x = 2$ .

13. Encontre a área da região limitada pelas curvas  $y = x^2$  e  $y = x + 6$ .

14. Encontre a área da região limitada pelas curvas  $y = 2 - x^2$  e  $y = -x$ .

15. Determine a área do primeiro quadrante que é limitada acima por  $y = \sqrt{x}$  e abaixo pelo eixo  $x$  e pela reta  $y = x - 2$ .

16. Encontre a área da região limitada pelas curvas  $y = x^2 + 2$  e  $y = x$ .

17. Determine a área da região limitada por  $y = x^2 - 3x - 4$  e pelo eixo  $x$ .

18. Determine a área da região limitada por  $y = 3x^3 - x^2 - 10x$  e  $y = -x^2 + 2x$ .

***Bons Estudos!***