

Composição de Matrizes e Determinante

Refente aos vídeos 4 (Matrix Multiplication) e 5 (Determinant) do Three Blue One Brown

1. Determine a matriz da transformação linear $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ que consiste de uma rotação anti-horária de $\frac{\pi}{3}$ radianos seguida de uma reflexão que tem a reta $y = x$ como espelho.
2. Este exercício é para ser feito com **argumentos geométricos**. Todas as transformações estão definidas de \mathbb{R}^2 em \mathbb{R}^2 . Sejam:
 - R uma reflexão em torno da reta r ;
 - P uma projeção ortogonal na mesma reta r ;
 - Q uma projeção ortogonal na reta s ortogonal a r .

Determine se as composições de transformações abaixo são $\pm P, \pm Q, \pm R, \pm I$ ou 0:

- (a) PQ
 - (b) QP
 - (c) QR
 - (d) RQ
3. Seja E uma matriz de reflexão sobre a reta gerada pelo vetor $[1, 1]^t$, R_θ uma matriz de rotação anti-horária de θ graus e P uma matriz de projeção ortogonal sobre o eixo y . Seja $A = PE^{1000}R_{45^\circ}^{-1}E^{901}$
 - (a) Determine $A \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$.
 - (b) Determine A
 4. Seja $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ a & b \end{bmatrix}$ com $\det(A) = 4$.
 - (a) qual é a área do triângulo com vértices em $(0, 0), (2, a)$ e $(3, b)$?
 - (b) e a área do triângulo com vértices em $(0, 0), (2, 3)$ e (a, b) ?
 5. Para cada uma das seguintes transformações, diga se provocam alguma mudança de área quando aplicadas ao quadrado unitário e explique seu raciocínio:
 - (a) esticamento/encolhimento
 - (b) reflexão
 - (c) rotação
 - (d) cisalhamento

- (e) projeção
6. Calcule o determinante de $B = A^5 A^t A^{-1}(3A)$, se o \det de A é 2.
7. Usando **somente** as 3 propriedades fundamentais do determinante responda:
- (a) Verdadeiro ou falso: Se AB tem inversa, então A tem inversa. Justifique a sua resposta.
 - (b) Dada a diagonalização de A , explique como calcular o $\det(A)$ **fácilmente**. Justifique a sua resposta.
8. Na apostila do professor Collier, <https://drive.google.com/file/d/0B5iEiCi90S8gcTFpVTJaYndPS2hobjhURWdGZ3RkNi0yMldV/view>, páginas 40 a 44, faça pelo menos os exercício 12, 30, 31 e 32.