Questão 1:

Calcule a derivada $f'(x)$ e ache seu valor para o x pedido:

(a) $f(x) = \dfrac{e^x}{x^{3/2}}$ em $x = 2$;

(b) $f(x) = e^{2x}$ em $x = 0$;

(c) $f(x) = e^x(x+1)^2$ em $x = 2$;

(d) $f(x) = \csc(x) - 4\sqrt{x} + 7$ em $x = 1$;

(e) $f(x) = \dfrac{1 - \sec(x)}{\tan(x)}$ em $x = \pi/4$;

(f) $f(x) = \cos\left(e^{2x}\right)$ em $x = \pi$;

(g) $f(x) = \ln(e^x + 1)$ em $x = 2$;

(h) $f(x) = \log_5(x+2)$ em $x = 0$;

(i) $f(x) = 3^{2x}$ em $x = 0$;

Questão 2:

Determine a equação da reta tangente à curva $y = f(x)$ no ponto (x_0, y_0):

(a) $y = x^3 + x + 2$, em $(x_0, y_0) = (0, 2)$;

(b) $y = e^{2x}$, em $(x_0, y_0) = (0, 1)$.

Questão 3:

Seja $y = f(x)$ uma função derivável em $x_0 = 2$, e $f(2) = 2$. Calcule o valor de $f'(2)$, sabendo que: $g(x) = (x+2)f(x)$ e $g'(2) = 5$.

Questão 4:

Para que valor de b a função

$$g(x) = \begin{cases} x + b, & \text{se } x < 0\,, \\ \cos x, & \text{se } x \geq 0\,, \end{cases}$$

é contínua em $x = 0$? Podemos afirmar que, além de contínua, é também derivável? Justifique.

Questão 5:

Para quais valores de x existe reta tangente **horizontal** ao gráfico de f? Caso não exista reta tangente horizontal, justifique. Lembre-se que as funções trigonométricas são periódicas!

(a) $f(x) = e^x \operatorname{sen}(x)$;

(b) $f(x) = x + \tan(x)$.

Questão 6:

Considerando as funções dadas por $h(x) = f(g(x))$ e $H(x) = g(f(x))$ e os valores dados na tabela abaixo, determine: $h'(1)$ e $H'(1)$.

x	$f(x)$	$g(x)$	$f'(x)$	$g'(x)$
1	3	2	4	6
2	1	8	5	7
3	7	2	7	9

Questão 7:

Seja $f(x)$ uma função derivável. Se $f(x) + (f(x))^3 = 10x$ e $f(1) = 2$, calcule $f'(1)$.

Questão 8:
Sabendo que f é uma função derivável com $f(1) = 3$ e que $h(x) = xe^{f(x)} + f(x)$ é uma função constante, calcule $f'(1)$.

Questão 9:

Um objeto de massa m é arrastado ao longo de um plano horizontal por uma força agindo ao longo de uma corda presa ao objeto. Se a corda faz um ângulo θ com o plano, então a intensidade da força é dada por

$$F = \frac{\mu m g}{\mu \operatorname{sen}(\theta) + \cos(\theta)}\,,$$

onde μ e g são constantes positivas (*coeficiente de atrito* e *aceleração da gravidade*).

(a) Determine a taxa de variação de F em relação a θ.

(b) Para que valores de θ a taxa é nula?

Gabarito

1. (a) $f'(x) = \dfrac{e^x x^{3/2} - \frac{3}{2} e^x \sqrt{x}}{x^3} \implies f'(2) = \dfrac{\sqrt{2}e^2}{16}$
   (b) $f'(x) = 2e^{2x} \implies f'(0) = 2$
   (c) $f'(x) = e^x(x+1)^2 + 2e^x(x+1) \implies f'(2) = 15e^2$
   (d) $f'(x) = -\csc(x)\cot(x) - 2\dfrac{1}{\sqrt{x}} \implies f'(1) = -\csc(1)\cot(1) - 2$
   (e) $f'(x) = \dfrac{-\sec(x)\tan^2(x) - \sec^2(x) + \sec^3(x)}{\tan^2(x)} \implies f'(\pi/4) = \sqrt{2} - 2$. Caso simplifique, encontrará a forma também válida $f'(x) = \dfrac{\cos(x) - 1}{\operatorname{sen}^2(x)}$.
   (f) $f'(x) = -2e^{2x} \operatorname{sen}(e^{2x}) \implies f'(\pi) = -2e^{2\pi} \operatorname{sen}(e^{2\pi})$
   (g) $f'(x) = \dfrac{e^x}{e^x + 1} \implies f'(2) = \dfrac{e^2}{e^2 + 1}$
   (h) $f'(x) = \dfrac{1}{\ln(5)} \cdot \dfrac{1}{x+2} \implies f'(0) = \dfrac{1}{2\ln(5)}$
   (i) $f'(x) = 2\ln(3)\, 3^{2x} \implies f'(0) = 2\ln(3)$

2. (a) $y_t = x_t + 2$
   (b) $y_t = 2x_t + 1$

3. $f'(2) = 3/4$.

4. $f(x)$ é contínua em $x = 0$ se $b = 1$, mas não é derivável em $x = 0$.

5. (a) $x_0 = -\dfrac{\pi}{4} + k \cdot \pi\,, \;\; \forall k \in \mathbb{Z}\,.$
   (b) A função não tem retas tangentes horizontais ao seu gráfico.

6. (a) $h'(1) = 30$
   (b) $H'(1) = 36$

7. $f'(1) = \dfrac{10}{13}$

8. $f'(1) = \dfrac{-e^3}{e^3 + 1}$

9. (a) $F'(\theta) = \dfrac{-\mu m g(\mu\cos(\theta) - \operatorname{sen}(\theta))}{(\mu \operatorname{sen}(\theta) + \cos(\theta))^2}$
   (b) O angulo θ_0 que zera $F'(\theta_0)$ é o angulo em $[0, \pi/2]$ cuja tangente vale μ. Ou seja, $\theta_0 = \arctan(\mu)$.