

```
%Limpieza de pantalla
clear all
close all
clc
```

INICIALIZAMOS VARIABLES PARA AMBOS ROBOTS

```
%Declaración de variables simbólicas
syms th1(t) th2(t) t l1 l2 q1(t) q2(t) q3(t) l3

%Configuración del robot, 0 para junta rotacional, 1 para junta prismática
RP=[0 0];

%Creamos el vector de coordenadas articulares
Q= [th1, th2];
disp('Coordenadas generalizadas');
```

Coordenadas generalizadas

```
pretty (Q);
```

```
(th1(t), th2(t))
```

```
%Creamos el vector de velocidades generalizadas
Qp= diff(Q, t);
disp('Velocidades generalizadas');
```

Velocidades generalizadas

```
pretty (Qp);
```

```
/ d      d      \
| -- th1(t), -- th2(t) |
\ dt      dt      /
```

```
%Número de grado de libertad del robot
GDL= size(RP,2);
GDL_str= num2str(GDL);

%Junta 1
%Posición de la junta 1 respecto a 0
P(:, :, 1)= [l1*cos(th1); l1*sin(th1); 0];
%Matriz de rotación de la junta 1 respecto a 0
R(:, :, 1)= [cos(th1) -sin(th1) 0;
             sin(th1)  cos(th1) 0;
             0         0        1];

%Junta 2
%Posición de la junta 1 respecto a 0
P(:, :, 2)= [l2*cos(th2); l2*sin(th2); 0];
%Matriz de rotación de la junta 1 respecto a 0
```

```

R(:,:,2)= [cos(th2) -sin(th2) 0;
           sin(th2)  cos(th2) 0;
           0         0        1];

%Creamos un vector de ceros
Vector_Zeros= zeros(1, 3);

%Inicializamos las matrices de transformación Homogénea locales
A(:,:,GDL)=simplify([R(:,:,GDL) P(:,:,GDL); Vector_Zeros 1]);
%Inicializamos las matrices de transformación Homogénea globales
T(:,:,GDL)=simplify([R(:,:,GDL) P(:,:,GDL); Vector_Zeros 1]);
%Inicializamos las posiciones vistas desde el marco de referencia inercial
PO(:,:,GDL)= P(:,:,GDL);
%Inicializamos las matrices de rotación vistas desde el marco de referencia inercial
RO(:,:,GDL)= R(:,:,GDL);
%Inicializamos las INVERSAS de las matrices de rotación vistas desde el marco de referencia inercial
RO_inv(:,:,GDL)= R(:,:,GDL);

for i = 1:GDL
    i_str= num2str(i);
    disp(strcat('Matriz de Transformación local A', i_str));
    A(:,:,i)=simplify([R(:,:,i) P(:,:,i); Vector_Zeros 1]);
    pretty (A(:,:,i));

    %Globales
    try
        T(:,:,i)= T(:,:,i-1)*A(:,:,i);
    catch
        T(:,:,i)= A(:,:,i);
    end
    disp(strcat('Matriz de Transformación global T', i_str));
    T(:,:,i)= simplify(T(:,:,i));
    pretty(T(:,:,i))

    RO(:,:,i)= T(1:3,1:3,i);
    RO_inv(:,:,i)= transpose(RO(:,:,i));
    PO(:,:,i)= T(1:3,4,i);
    %pretty(RO(:,:,i));
    %pretty(RO_inv(:,:,i));
    %pretty(PO(:,:,i));
end

```

```

Matriz de Transformación local A1
/ cos(th1(t)), -sin(th1(t)), 0, 1 \
| sin(th1(t)),  cos(th1(t)), 0, 1 |
|      0,      0,      1,      0 |
|      0,      0,      0,      1 |
\

```

```

Matriz de Transformación global T1
/ cos(th1(t)), -sin(th1(t)), 0, l1 cos(th1(t)) \
| sin(th1(t)), cos(th1(t)), 0, l1 sin(th1(t)) |
| 0, 0, 1, 0 |
\ 0, 0, 0, 1 /
Matriz de Transformación local A2
/ cos(th2(t)), -sin(th2(t)), 0, l2 cos(th2(t)) \
| sin(th2(t)), cos(th2(t)), 0, l2 sin(th2(t)) |
| 0, 0, 1, 0 |
\ 0, 0, 0, 1 /
Matriz de Transformación global T2
/ #2, -#1, 0, l1 cos(th1(t)) + l2 #2 \
| #1, #2, 0, l1 sin(th1(t)) + l2 #1 |
| 0, 0, 1, 0 |
\ 0, 0, 0, 1 /

```

where

```
#1 == sin(th1(t) + th2(t))
```

```
#2 == cos(th1(t) + th2(t))
```

EN ESTE CASO, LAS LOCALES SE EXPRESAN DE LA MISMA MANERA QUE LAS TRANSFORMACIONES HOMOGENEAS PARA EL PÈNDULO-ROBOT

ADEMÁS, PODEMOS VER COMO LAS ROTACIONES SON EN Z YA QUE EL ROBOT SE MUEVE EN X Y Y, POR LO QUE LA TRANSFORMACIÒN GLOBAL, ES UNA MULTIPLICACIÒN SENCILLA Y CONSERVA UNA ESTRUCTURA SIMILAR A LAS LOCALES

```

%Calculamos el jacobiano lineal de forma diferencial
disp('Jacobiano lineal obtenido de forma diferencial');

```

Jacobiano lineal obtenido de forma diferencial

```

%Derivadas parciales de x respecto a th1 y th2
Jv11= functionalDerivative(PO(1,1,GDL), th1);
Jv12= functionalDerivative(PO(1,1,GDL), th2);
%Derivadas parciales de y respecto a th1 y th2
Jv21= functionalDerivative(PO(2,1,GDL), th1);
Jv22= functionalDerivative(PO(2,1,GDL), th2);
%Derivadas parciales de z respecto a th1 y th2
Jv31= functionalDerivative(PO(3,1,GDL), th1);
Jv32= functionalDerivative(PO(3,1,GDL), th2);

%Creamos la matriz del Jacobiano lineal

```

```
jv_d=simplify([Jv11 Jv12;
               Jv21 Jv22;
               Jv31 Jv32]);
pretty(jv_d);
```

```
/ - 11 sin(th1(t)) - 12 sin(th1(t) + th2(t)), -12 sin(th1(t) + th2(t)) \
|
| 11 cos(th1(t)) + 12 cos(th1(t) + th2(t)), 12 cos(th1(t) + th2(t)) |
|
\
0, 0
/
```

```
%Calculamos el jacobiano lineal de forma analítica
Jv_a(:,GDL)=PO(:, :, GDL);
Jw_a(:,GDL)=PO(:, :, GDL);

for k= 1:GDL
    if RP(k)==0 %Casos: articulación rotacional
        %Para las juntas de revolución
        try
            Jv_a(:,k)= cross(RO(:,3,k-1), PO(:, :, GDL)-PO(:, :, k-1));
            Jw_a(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a(:,k)= cross([0,0,1], PO(:, :, GDL));
            Jw_a(:,k)=[0,0,1];
        end

        %Para las juntas prismáticas
    elseif RP(k)==1 %Casos: articulación prismática
        %
        try
            Jv_a(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a(:,k)=[0,0,1];
        end
        Jw_a(:,k)=[0,0,0];
    end
end

Jv_a= simplify (Jv_a);
Jw_a= simplify (Jw_a);
V=simplify (Jv_a*Qp');
W=simplify (Jw_a*Qp');
```

CODIGO DEL ROBOT ANTROPOMORFICO

```
% Configuración del robot antropomórfico, 0 para junta rotacional, 1 para
junta prismática
joint_types_A=[0 0 0]; % Robot antropomórfico

% Creamos el vector de coordenadas articulares para el robot antropomórfico
```

```
Q_A= [q1 q2 q3];
disp('Coordenadas articulares (Robot Antropomórfico)');
```

```
Coordenadas articulares (Robot Antropomórfico)
```

```
pretty (Q_A);
```

```
(q1(t), q2(t), q3(t))
```

```
% Creamos el vector de velocidades articulares para el robot antropomórfico
Qp_A= diff(Q_A, t); % Utilizo diff para derivadas cuya variable de
referencia no depende de otra: ejemplo el tiempo
disp('Velocidades articulares (Robot Antropomórfico)');
```

```
Velocidades articulares (Robot Antropomórfico)
```

```
pretty (Qp_A);
```

```
/ d      d      d      \
| -- q1(t), -- q2(t), -- q3(t) |
\ dt      dt      dt      /
```

```
% Número de grado de libertad del robot antropomórfico
GDL_A= size(joint_types_A,2); % ***Siempre se coloca 3, ya que indica la
dimensión de las columnas
GDL_str_A= num2str(GDL_A); % Convertimos el valor numérico a una cadena de
carácteres tipo string
```

```
% Articulación 1 para el robot antropomórfico
% Posición de la junta 1 respecto a 0
P_A(:, :, 1)= [0;
               0;
               11]; % *** Vector de posición indexado por página
```

```
% Articulación 2 para el robot antropomórfico
P_A(:, :, 2)= [l2*cos(q2);
               l2*sin(q2);
               0];
```

```
% Articulación 3 para el robot antropomórfico
P_A(:, :, 3)= [l3*cos(q3);
               l3*sin(q3);
               0];
```

```
% Matriz de rotación de la articulación 1 respecto a 0
R_A(:, :, 1)= [cos(q1)  0  sin(q1);
               sin(q1)  0 -cos(q1);
               0         1      0];
```

```
R_A(:, :, 2)= [cos(q2) -sin(q2) 0;
               sin(q2)  cos(q2) 0];
```

```

0      0      1];

R_A(:,:,3)= [cos(q3) -sin(q3) 0;
             sin(q3)  cos(q3) 0;
             0      0      1];

% Inicializamos las matrices de transformación Homogénea locales
A_A(:,:,GDL_A)=simplify([R_A(:,:,GDL_A) P_A(:,:,GDL_A); Vector_Zeros 1]);

% Inicializamos las matrices de transformación Homogénea globales
T_A(:,:,GDL_A)=simplify([R_A(:,:,GDL_A) P_A(:,:,GDL_A); Vector_Zeros 1]);

% Inicializamos los vectores de posición vistos desde el marco de referencia
inercial
PO_A(:,:,GDL_A)= P_A(:,:,GDL_A);

% Inicializamos las matrices de rotación vistas desde el marco de referencia
inercial
RO_A(:,:,GDL_A)= R_A(:,:,GDL_A);

for i = 1:GDL_A
    i_str_A= num2str(i);

    % Locales
    A_A(:,:,i) = simplify([R_A(:,:,i) P_A(:,:,i); Vector_Zeros 1]);
    disp(strcat('Matriz de Transformación local A', i_str_A));
    pretty(A_A(:,:,i)); % Mostramos la matriz local A_A

    % Globales
    try
        T_A(:,:,i)= T_A(:,:,i-1)*A_A(:,:,i);
    catch
        T_A(:,:,i)= A_A(:,:,i); % Caso específico cuando i=1 nos marcaría
error en try
    end
    disp(strcat('Matriz de Transformación global T', i_str_A));
    T_A(:,:,i)= simplify(T_A(:,:,i));
    pretty(T_A(:,:,i));

    % Obtenemos la matriz de rotación "RO" y el vector de translación PO de
la
    % matriz de transformación Homogénea global T_A(:,:,GDL_A)
    RO_A(:,:,i)= T_A(1:3,1:3,i);
    PO_A(:,:,i)= T_A(1:3,4,i);
    pretty(RO_A(:,:,i));
    pretty(PO_A(:,:,i));
end

```

```

Matriz de Transformación local A1
/ cos(q1(t)), 0,  sin(q1(t)), 0 \
|
|

```

```

| sin(q1(t)), 0, -cos(q1(t)), 0 |
| 0, 1, 0, 11 |
\ 0, 0, 0, 1 /
Matriz de Transformación global T1
/ cos(q1(t)), 0, sin(q1(t)), 0 \
| sin(q1(t)), 0, -cos(q1(t)), 0 |
| 0, 1, 0, 11 |
\ 0, 0, 0, 1 /
/ cos(q1(t)), 0, sin(q1(t)) \
| sin(q1(t)), 0, -cos(q1(t)) |
| 0, 1, 0 |
/ 0 \
| 0 |
\ 11 /
Matriz de Transformación local A2
/ cos(q2(t)), -sin(q2(t)), 0, 12 cos(q2(t)) \
| sin(q2(t)), cos(q2(t)), 0, 12 sin(q2(t)) |
| 0, 0, 1, 0 |
\ 0, 0, 0, 1 /
Matriz de Transformación global T2
/ cos(q1(t)) cos(q2(t)), -cos(q1(t)) sin(q2(t)), sin(q1(t)), 12 cos(q1(t)) cos(q2(t)) \
| cos(q2(t)) sin(q1(t)), -sin(q1(t)) sin(q2(t)), -cos(q1(t)), 12 cos(q2(t)) sin(q1(t)) |
| sin(q2(t)), cos(q2(t)), 0, 11 + 12 sin(q2(t)) |
\ 0, 0, 0, 1 /
/ cos(q1(t)) cos(q2(t)), -cos(q1(t)) sin(q2(t)), sin(q1(t)) \
| cos(q2(t)) sin(q1(t)), -sin(q1(t)) sin(q2(t)), -cos(q1(t)) |
| sin(q2(t)), cos(q2(t)), 0 |
/ 12 cos(q1(t)) cos(q2(t)) \
| 12 cos(q2(t)) sin(q1(t)) |
| 11 + 12 sin(q2(t)) /
Matriz de Transformación local A3
/ cos(q3(t)), -sin(q3(t)), 0, 13 cos(q3(t)) \
| sin(q3(t)), cos(q3(t)), 0, 13 sin(q3(t)) |
| 0, 0, 1, 0 |
\ 0, 0, 0, 1 /
Matriz de Transformación global T3
/ cos(q1(t)) cos(#2), -cos(q1(t)) sin(#2), sin(q1(t)), cos(q1(t)) #1 \
| sin(q1(t)) cos(#2), -sin(q1(t)) sin(#2), -cos(q1(t)), sin(q1(t)) #1 |
| sin(#2), cos(#2), 0, 11 + 12 sin(q2(t)) + 13 sin(#2) |

```

\ 0, 0, 0, 1 /

where

```
#1 == l2 cos(q2(t)) + l3 cos(#2)

#2 == q2(t) + q3(t)
/ cos(q1(t)) #2, -cos(q1(t)) #1, sin(q1(t)) \
| sin(q1(t)) #2, -sin(q1(t)) #1, -cos(q1(t)) |
| #1, #2, 0 |
\
```

where

```
#1 == sin(q2(t) + q3(t))

#2 == cos(q2(t) + q3(t))
/ cos(q1(t)) (l2 cos(q2(t)) + l3 cos(q2(t) + q3(t))) \
| sin(q1(t)) (l2 cos(q2(t)) + l3 cos(q2(t) + q3(t))) |
| l1 + l2 sin(q2(t)) + l3 sin(q2(t) + q3(t)) |
\
```

EN ESTE CASA, PODEMOS NOTAR COMO NUEVAMENTE LAS LOCALES SON TRANSFORMACIONES HOMOGENEAS PARA EL PENDULO-ROBOT, SIN EMBARGO, LA H10, ES UNA ROTACIÓN EN Y CON UNA TRANSLACIÓN EN X A 90º, CAMBIANDO LA ESTRUCTURA DE LA TRANSFORMACIÓN GLOBAL, AGREGANDO MÁS COMPONENTES

```
% Calculamos el jacobiano lineal de forma diferencial
disp('Jacobiano lineal obtenido de forma diferencial (Robot
Antropomórfico)');
```

Jacobiano lineal obtenido de forma diferencial (Robot Antropomórfico)

```
% Derivadas parciales de x respecto a q1
Jv_A11= functionalDerivative(PO_A(1,1,GDL_A), q1);
Jv_A12= functionalDerivative(PO_A(1,1,GDL_A), q2);
Jv_A13= functionalDerivative(PO_A(1,1,GDL_A), q3);
% Derivadas parciales de y respecto a q1
Jv_A21= functionalDerivative(PO_A(2,1,GDL_A), q1);
Jv_A22= functionalDerivative(PO_A(2,1,GDL_A), q2);
Jv_A23= functionalDerivative(PO_A(2,1,GDL_A), q3);
% Derivadas parciales de z respecto a q1, q2, q3
Jv_A31= functionalDerivative(PO_A(3,1,GDL_A), q1);
Jv_A32= functionalDerivative(PO_A(3,1,GDL_A), q2);
Jv_A33= functionalDerivative(PO_A(3,1,GDL_A), q3);
% Creamos la matriz del Jacobiano lineal
jv_d_A=simplify([Jv_A11 Jv_A12 Jv_A13;
                 Jv_A21 Jv_A22 Jv_A23;
                 Jv_A31 Jv_A32 Jv_A33]);
pretty(jv_d_A);
```

```
/ -sin(q1(t)) #1, -cos(q1(t)) #2, -l3 cos(q1(t)) #3 \
|
```


$$\begin{vmatrix} \cos(q_1(t)) \#1, -\sin(q_1(t)) \#2, -13 \sin(q_1(t)) \#3 \\ 0, \#1, 13 \cos(q_2(t) + q_3(t)) \end{vmatrix} /$$

where

```
#1 == 12 cos(q2(t)) + 13 cos(q2(t) + q3(t))
```

```
#2 == 12 sin(q2(t)) + 13 #3
```

```
#3 == sin(q2(t) + q3(t))
```

```
% Calculamos el jacobiano lineal de forma analítica
% Inicializamos jacobianos analíticos (lineal y angular)
Jv_a_A(:,GDL_A)=PO_A(:, :,GDL_A);
Jw_a_A(:,GDL_A)=PO_A(:, :,GDL_A);

for k= 1:GDL_A
    if ((joint_types_A(k)==0)|(joint_types_A(k)==1)) % Casos: articulación
rotacional y prismática

        % Para las articulaciones rotacionales
        try
            Jv_a_A(:,k)= cross(RO_A(:,3,k-1), PO_A(:, :,GDL_A)-
PO_A(:, :,k-1)); % *****
            Jw_a_A(:,k)= RO_A(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a_A(:,k)= cross([0,0,1], PO_A(:, :,GDL_A)); % Matriz de
rotación de 0 con respecto a 0 es la Matriz Identidad, la posición previa
también será 0
            Jw_a_A(:,k)=[0,0,1]; % Si no hay matriz de rotación previa se
obtiene la Matriz identidad
        end
    else
        % Para las articulaciones prismáticas
        try
            Jv_a_A(:,k)= RO_A(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a_A(:,k)=[0,0,1]; % Si no hay matriz de rotación previa se
obtiene la Matriz identidad
        end
        Jw_a_A(:,k)=[0,0,0];
    end
end

Jv_a_A= simplify (Jv_a_A);
Jw_a_A= simplify (Jw_a_A);
V_A=simplify (Jv_a_A*Qp_A');
W_A=simplify (Jw_a_A*Qp_A');
```

COMPARACIÓN DE AMBOS ROBOTS EN JACOBIANO Y ANTROPOMÓRFICO

```
% Mostrar jacobianos y velocidades para el robot convencional
disp('----- Robot Planar -----');
```

```
----- Robot Planar -----
```

```
disp('Jacobiano lineal obtenido de forma analítica');
```

```
Jacobiano lineal obtenido de forma analítica
```

```
pretty(Jv_a);
```

```
/ - l1 sin(th1(t)) - l2 sin(th1(t) + th2(t)), -l2 sin(th1(t) + th2(t)) \
|      l1 cos(th1(t)) + l2 cos(th1(t) + th2(t)),    l2 cos(th1(t) + th2(t)) |
|                                                                 |
\                                0,                                0                                /
```

```
disp('Jacobiano angular obtenido de forma analítica');
```

```
Jacobiano angular obtenido de forma analítica
```

```
pretty(Jw_a);
```

```
/ 0, 0 \
| 0, 0 |
|      |
\ 1, 1 /
```

```
disp('Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal');
```

```
Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal
```

```
pretty(V);
```

```
/      _____      _____      \
|      d              d              |
| - -- th1(t) (l1 sin(th1(t)) + l2 #1) - l2 -- th2(t) #1 |
|      dt              dt              |
|
|      _____      _____      |
|      d              d              |
| -- th1(t) (l1 cos(th1(t)) + l2 #2) + l2 -- th2(t) #2 |
|      dt              dt              |
|
\                                0                                /
```

```
where
```

```
#1 == sin(th1(t) + th2(t))
```

```
#2 == cos(th1(t) + th2(t))
```

```
disp('Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular');
```

```
Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular
```

PODEMOS VER QUE LA VELOCIDAD ANGULAR SOLO ESTÁ EN Z

```
pretty(W);
```

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{d}{dt} \theta_1(t) + \frac{d}{dt} \theta_2(t) \end{pmatrix}$$

```
% Separación para mayor claridad
```

```
disp('-----');
```

```
-----
```

```
% Mostrar jacobianos y velocidades para el robot antropomórfico
```

```
disp('----- Robot Antropomórfico -----');
```

```
----- Robot Antropomórfico -----
```

```
disp('Jacobiano lineal obtenido de forma analítica (Robot Antropomórfico)');
```

```
Jacobiano lineal obtenido de forma analítica (Robot Antropomórfico)
```

```
pretty(Jv_a_A);
```

$$\begin{pmatrix} -\sin(q_1(t)) \#1, & -\cos(q_1(t)) \#2, & -13 \cos(q_1(t)) \#3 \\ \cos(q_1(t)) \#1, & -\sin(q_1(t)) \#2, & -13 \sin(q_1(t)) \#3 \\ 0, & \#1, & 13 \cos(q_2(t) + q_3(t)) \end{pmatrix}$$

```
where
```

$$\#1 == 12 \cos(q_2(t)) + 13 \cos(q_2(t) + q_3(t))$$

$$\#2 == 12 \sin(q_2(t)) + 13 \#3$$

$$\#3 == \sin(q_2(t) + q_3(t))$$

```
disp('Jacobiano angular obtenido de forma analítica (Robot Antropomórfico)');
```

```
Jacobiano angular obtenido de forma analítica (Robot Antropomórfico)
```

```
pretty(Jw_a_A);
```

$$\begin{pmatrix} 0, & \sin(q_1(t)), & \sin(q_1(t)) \\ 0, & -\cos(q_1(t)), & -\cos(q_1(t)) \\ 1, & 0, & 0 \end{pmatrix}$$

```
disp('Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal (Robot Antropomórfico)');
```

Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal (Robot Antropomórfico)

```
pretty(V_A);
```

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{dt} (-q_1(t) \sin(q_1(t)) \#3 - \#2 \cos(q_1(t)) \#4 - l_3 \#1 \cos(q_1(t)) \#6) \\ \frac{d}{dt} (-q_1(t) \cos(q_1(t)) \#3 - \#2 \sin(q_1(t)) \#4 - l_3 \#1 \sin(q_1(t)) \#6) \\ \#2 \#3 + l_3 \#1 \#5 \end{bmatrix}$$

where

$$\begin{aligned} \#1 &= \frac{d}{dt} q_3(t) \\ \#2 &= \frac{d}{dt} q_2(t) \\ \#3 &= l_2 \cos(q_2(t)) + l_3 \#5 \\ \#4 &= l_2 \sin(q_2(t)) + l_3 \#6 \\ \#5 &= \cos(q_2(t) + q_3(t)) \\ \#6 &= \sin(q_2(t) + q_3(t)) \end{aligned}$$

```
disp('Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular (Robot Antropomórfico)');
```

Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular (Robot Antropomórfico)

EN ESTE, PODEMOS VER COMO LA VELOCIDAD ANGULAR ESTÁ EN LOS 3 EJES

```
pretty(W_A);
```

$$\begin{bmatrix} \sin(q_1(t)) \left[\frac{d}{dt} q_2(t) + \frac{d}{dt} q_3(t) \right] \\ -\cos(q_1(t)) \left[\frac{d}{dt} q_2(t) + \frac{d}{dt} q_3(t) \right] \\ \frac{d}{dt} q_1(t) \end{bmatrix}$$