UNIDAD III

3.7 INTERPOLACIÓN DE HERMITE

3.8 TRAZADORES CÚBICOS

1. INTRODUCCIÓN

Sean $x_0, x_1, \ldots, x_n$ y n+1 números distintos en [a,b] y m_i un entero no negativo asociado a x_i para i=0,1, …, n. Supóngase que $f \in C^m$ [a,b] y que m=max $_{0<=i<=n}$ m_i.

El polinomio osculante que aproxima f es el polinomio $P(x)$ de menor grado tal que

$$\frac{d^k P(x_i)}{dx^k} = \frac{d^k f(x_i)}{dx^k} \quad \text{para cada } i = 0, 1, \ldots, n \quad \text{y} \quad k = 0, 1, \ldots, m_i.$$

Cuando n=0 el polinomio osculante que aproxima f es el polinomio de Taylor $m_{0\text{-esimo}}$ para f en x_0. Cuando m_i =0 para cada i, el polinomio osculante es el polinomio de Lagrange de grado n que interpola *f en* $x_0, x_1, \ldots, x_n$.

Cuando m_i =1 para cada $i=0,1,\ldots,n$.

Se produce una clase de polinomio denominado ***polinomio de Hermite.***

En una función dada *f,* estos últimos concuerdan con *f en x0 ,x1,….,xn.*

Como sus primeras derivadas concuerdan con las de f tendrán la misma forma que la función en (*xi, f(xi)),* en el sentido de que las líneas tangentes al polinomio coinciden con la función.

Si f ϵ [a,b] y si x0 ,x1,….,xn ϵ [a,b] son distintos, el polinomio único de menor grado que concuerda con f y f’ en x0 ,x1,….,xn es el polinomio de Hermite de grado a lo más 2n+1 que está dado por :

$$H_{2n+1}(x) = \sum_{j=0}^{n} f(x_j)\, H_{n,j}(x) + \sum_{j=0}^{n} f'(x_j)\, \hat{H}_{n,j}(x),$$

donde

$$H_{n,j}(x) = [1 - 2(x - x_j)L'_{n,j}(x_j)]L^2_{n,j}(x)$$

y

$$\hat{H}_{n,j}(x) = (x - x_j)L^2_{n,j}(x).$$

2. OBJETIVO

Estudiar los métodos matemáticos de interpolación de Hermite y trazadores cúbicos en base a los criterios de eficiencia, precisión y tolerancia. Identificar el método idóneo que debe aplicarse a una muestra de datos de un problema real. Implementar cada uno de los métodos matemáticos en la herramienta informática.

3. INTERPOLACIÓN DE HERMITE

TEOREMA DEL POLINOMIO DE HERMITE

Si $f \in C^1[a,b]$ y si $x_0, x_1, ..., x_n \in [a,b]$ son distintos, el polinomio único de menor grado que concuerda con f y f' en $x_0, x_1, ..., x_n$, es el polinomio de Hermite de grado a lo más $2n+1$ que está dado por

$$H_{2n+1}(x) = \sum_{j=0}^{n} f(x_j)H_{n,j}(x) + \sum_{j=0}^{n} f'(x_j)\hat{H}_{n,j}(x)$$

donde

$$H_{n,j}(x) = \left[1 - 2(x - x_j)L'_{n,j}(x_j)\right]L^2_{n,j}(x)$$

y

$$\hat{H}_{n,j}(x) = (x - x_j)L^2_{n,j}(x)$$

Dentro de este contexto $L_{n,j}(x)$ denota el j-ésimo polinomio de Lagrange de grado n definido anteriormente en la ecuación

$$L_{n,k}(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)\ldots(x-x_{k-1})(x-x_{k+1})\ldots(x-x_n)}{(x_k-x_0)(x_k-x_1)\ldots(x_k-x_{k-1})(x_k-x_{k+1})\ldots(x_k-x_n)}$$

Más aún, si $f \in C^{2n+2}[a,b]$ entonces para $x \in [a,b]$

$$f(x) = H_{2n+1}(x) + \frac{(x-x_0)^2\ldots(x-x_n)^2}{(2n+2)!} f^{(2n+2)}(\xi),$$

para alguna ξ con $a < \xi < b$.

EJEMPLO 1. Utilice el polinomio de Hermite que concuerda con los datos de la tabla siguiente para obtener una aproximación de $f(1.5)$.

k	x_k	$f(x_k)$	$f'(x_k)$
0	1.3	0.6200860	-0.5220232
1	1.6	0.4554022	-0.5698959
2	1.9	0.2818186	-0.5811571

Primero, se calcula los polinomios de Lagrange y sus derivadas:

$$L_{2,0}(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} = \frac{50}{9}x^2 - \frac{175}{9}x + \frac{152}{9},$$

$$L'_{2,0}(x) = \frac{100}{9}x - \frac{175}{9};$$

$$L_{2,1}(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_2)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)} = \frac{-100}{9}x^2 + \frac{320}{9}x - \frac{247}{9},$$

$$L'_{2,1}(x) = \frac{-200}{9}x + \frac{320}{9};$$

$$L_{2,2}(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_1)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)} = \frac{50}{9}x^2 - \frac{145}{9}x + \frac{104}{9},$$

$$L'_{2,2}(x) = \frac{100}{9}x - \frac{145}{9}.$$

Así, los polinomios $H_{2,j}(x)$ y $\hat{H}_{2,j}(x)$ son

$$H_{2,0}(x) = \left[1 - 2(x - 1.3)(-5)\right]\left(\frac{50}{9}x^2 - \frac{175}{9}x + \frac{152}{9}\right)^2$$

$$= (10x - 12)\left(\frac{50}{9}x^2 - \frac{175}{9}x + \frac{152}{9}\right)^2$$

$$H_{2,1}(x) = 1.\left(\frac{-100}{9}x^2 + \frac{320}{9}x - \frac{247}{9}\right)^2$$

$$H_{2,2}(x) = 10(2 - x)\left(\frac{50}{9}x^2 - \frac{145}{9}x + \frac{104}{9}\right)^2$$

$$\hat{H}_{2,0}(x) = (x - 1.3)\left(\frac{50}{9}x^2 - \frac{175}{9}x + \frac{152}{9}\right)^2$$

$$\hat{H}_{2,1}(x) = (x - 1.6)\left(\frac{-100}{9}x^2 + \frac{320}{9}x - \frac{247}{9}\right)^2$$

$$\hat{H}_{2,2}(x) = (x-1.9)\left(\frac{50}{9}x^2 - \frac{145}{9}x + \frac{104}{9}\right)^2.$$

Finalmente,

$$H_5(x) = 0.62008860H_{2,0}(x) + 0.4554022H_{2,1}(x) + 0.2818186H_{2,2}(x)$$
$$-0.5220232\hat{H}_{2,0}(x) - 0.5698959\hat{H}_{2,1}(x) - 0.5811571\hat{H}_{2,2}(x)$$

y

$$H_5(1.5) = 0.62008860\left(\frac{4}{27}\right) + 0.4554022\left(\frac{64}{81}\right) + 0.2818186\left(\frac{5}{81}\right)$$
$$-0.5220232\left(\frac{4}{405}\right) - 0.5698959\left(\frac{-32}{405}\right) - 0.5811571\left(\frac{-2}{405}\right)$$

$$\underline{H_5(1.5) = 0.5118277.}$$

un resultado cuya exactitud corresponde con 7 cifras decimales.

Suponiendo que los números distintos $x_0, x_1, ..., x_n$, están dados junto con los valores de f y f' en esos números. Definir una sucesión nueva $z_0, z_1, ..., z_{2n+1}$, por medio de:

$$z_{2i} = z_{2i+1} = x_i \text{ para cada } i = 0, 1, 2, ..., n.$$

y luego construir la tabla de diferencias divididas que utilice $z_1, z_2, ..., z_{2n+1}$.

Ya que $z_{2i} = z_{2i+1} = x_i$ para cada i, no se puede definir $f[z_{2i}, z_{2i+1}]$ a partir de la fórmula de diferencias divididas. Si se supone, con base en el teorema de diferencias divididas, que la sustitución razonable en este caso es $f[z_{2i}, z_{2i+1}] = f'(z_{2i}) = f'(x_i)$, y se podrá utilizar las entradas o datos

$$f'(x_0), f'(x_1), ..., f'(x_n)$$

en vez de las primeras diferencias divididas no definidas

$$f[z_0, z_1], f[z_2, z_3], ..., f[z_{2n}, z_{2n+1}]$$

Las diferencias divididas restantes se obtienen en la forma habitual y las diferencias divididas apropiadas se emplean en la fórmula de diferencias divididas interpolantes de Newton.

La siguiente tabla contiene los datos que se emplean en las columnas de las tres primeras diferencias divididas cuando se determina el polinomio de Hermite $H_5(x)$ para $x_0, x_1,$ y x_2.
Los datos restantes se generan tal como se hizo en la tabla de las diferencias divididas. El polinomio está dado por

$$H_{2n+1}(x) = f[z_0] + \sum_{k=1}^{2n+1} f[z_0, ..., z_k](x - z_0)(x - z_1)...(x - z_{k-1})$$

i	z_i	$f(z_i)$	Primeras Diferencias Divididas	Segundas Diferencias Divididas
0	$z_0 = x_0$	$f[z_0] = f(x_0)$		
			$f[z_0, z_1] = f'(x_0)$	
1	$z_1 = x_0$	$f[z_1] = f(x_0)$		$f[z_0, z_1, z_2] = \dfrac{f[z_1, z_2] - f[z_0, z_1]}{z_2 - z_0}$
			$f[z_1, z_2] = \dfrac{f[z_2] - f[z_1]}{z_2 - z_1}$	
2	$z_2 = x_1$	$f[z_2] = f(x_1)$		$f[z_1, z_2, z_3] = \dfrac{f[z_2, z_3] - f[z_1, z_2]}{z_3 - z_1}$
			$f[z_2, z_3] = f'(x_1)$	
3	$z_3 = x_1$	$f[z_3] = f(x_1)$		$f[z_2, z_3, z_4] = \dfrac{f[z_3, z_4] - f[z_2, z_3]}{z_4 - z_2}$
			$f[z_3, z_4] = \dfrac{f[z_4] - f[z_3]}{z_4 - z_3}$	
4	$z_4 = x_2$	$f[z_4] = f(x_2)$		$f[z_3, z_4, z_5] = \dfrac{f[z_4, z_5] - f[z_3, z_4]}{z_5 - z_3}$
			$f[z_4, z_5] = f'(x_2)$	
5	$z_5 = x_2$	$f[z_5] = f(x_2)$		

EJEMPLO 2. Los valores de la siguiente tabla, usan los datos del ejemplo 1. Los valores subrayados son los datos conocidos; los restantes se generan mediante la fórmula de las diferencias divididas ordinarias.

1.3	0.6200860					
		-0.5220232				
1.3	0.6200860		-0.0897427			
		-0.5489460		0.0663657		
1.6	0.4554022		-0.0698330		0.0026663	
		-0.5698959		0.0679655		-0.0027738
1.6	0.4545022		-0.0290537		0.0010020	
		-0.5786120		0.0685667		
1.9	0.2818186		-0.0084837			
		-0.5811571				
1.9	0.2818186					

Aproximando $f(1.5)$ se tiene:

$$
\begin{aligned}
H_5(1.5) = {} & 0.6200860 + (1.5-1.3)(-0.5220232) \\
& + (1.5-1.3)^2(-0.0897427) \\
& + (1.5-1.3)^2(1.5-1.6)(0.0663657) \\
& + (1.5-1.3)^2(1.5-1.6)^2(0.0026663) \\
& + (1.5-1.3)^2(1.5-1.6)^2(1.5-1.9)(-0.0027738)
\end{aligned}
$$

$$\underline{H_5(1.5) = 0.5118277.}$$

Interpolación de Hermite (Algoritmo "ALG033")

Para obtener los coeficientes del polinomio interpolante de Hermite $H(x)$ en los números distintos $x_0, x_1, ..., x_n$ para la función f

ENTRADA: los números $x_0, x_1, ..., x_n$; valores $f(x_0), f(x_1), ..., f(x_n)$
y $f'(x_0), f'(x_1), ..., f'(x_n)$.

SALIDA: los números $Q_{0,0}, Q_{1,1}, Q_{2,2}, ..., Q_{2n+1,2n+1}$ donde

$$\begin{aligned} H_5(x) = {} & Q_{0,0} + Q_{1,1}(x-x_0) + Q_{2,2}(x-x_0)^2 + Q_{3,3}(x-x_0)^2(x-x_1) \\ & + Q_{4,4}(x-x_0)^2(x-x_1)^2 + \dots \\ & + Q_{2n+1,2n+1}(x-x_0)^2(x-x_1)^2 \dots (x-x_{n-1})^2(x-x_n). \end{aligned}$$

Paso 1 Para $i = 0,1,...,n$ haga pasos 2 y 3.

Paso 2 Sea $z_{2i} = x_i$;
$z_{2i+1} = x_i$;
$Q_{2i,0} = f(x_i)$;
$Q_{2i+1,0} = f(x_i)$;
$Q_{2i+1,1} = f'(x_i)$.

Paso 3 Si $i \neq 0$ entonces tomar

$$Q_{2i,1} = \frac{Q_{2i,0} - Q_{2i-1,0}}{z_{2i} - z_{2i-1}}.$$

Paso 4 Para $i = 2,3,...,2n+1$

Para $j = 2,3,...,i$ tomar $Q_{i,j} = \dfrac{Q_{i,j-1} - Q_{i-1,j-1}}{z_i - z_{i-j}}$.

Paso 5 SALIDA($Q_{0,0}, Q_{1,1}, Q_{2,2}, ..., Q_{2n+1,2n+1}$);
PARAR.

Solución al ejemplo usando el algoritmo

This is Hermite interpolation.

Choice of input method:

1. Input entry by entry from keyboard

2. Input data from a text file

3. Generate data using a function F

Choose 1, 2, or 3 please

1

Input the number of data points minus 1

2

Input X(0), F(X(0)), and F'(X(0)) on separate lines

1.3

0.6200860

-0.5220232

Input X(1), F(X(1)), and F'(X(1)) on separate lines

1.6

0.4554022

-0.5698959

Input X(2), F(X(2)), and F'(X(2)) on separate lines

1.9

0.2818186

-0.5811571

Choice of output method:

1. Output to screen

2. Output to text file

Please enter 1 or 2

1

HERMITE INTERPOLATING POLYNOMIAL

The input data follows:

X, F(X), F'(x)

1.3000000000e+000 6.2008600000e-001 -5.2202320000e-001

1.6000000000e+000 4.5540220000e-001 -5.6989590000e-001

1.9000000000e+000 2.8181860000e-001 -5.8115710000e-001

The Coefficients of the Hermite Interpolation Polynomial

in order of increasing exponent follow:

6.2008600000e-001

-5.2202320000e-001

-8.9742666667e-002

6.6365555556e-002

2.6666666667e-003

-2.7746913580e-003

Aproximando $f(1.5)$ se tiene:

$$\begin{aligned} H_5(1.5) = {} & 0.6200860 + (1.5-1.3)(-0.5220232) \\ & + (1.5-1.3)^2(-0.0897427) \\ & + (1.5-1.3)^2(1.5-1.6)(0.0663657) \\ & + (1.5-1.3)^2(1.5-1.6)^2(0.0026663) \\ & + (1.5-1.3)^2(1.5-1.6)^2(1.5-1.9)(-0.0027738) \end{aligned}$$

$$\underline{H_5(1.5) = 0.5118277.}$$

Do you wish to evaluate this polynomial?

Enter Y or N

y

Enter a point at which to evaluate

1.5

x-value and interpolated-value

1.5000000000e+000 5.1182770173e-001

3.8 TRAZADORES CÚBICOS

1. INTRODUCCIÓN

Para un conjunto numeroso de puntos no es muy útil calcular el polinomio interpolante que pasa por estos puntos, pues éste tiende a tener grandes oscilaciones1 . Más aconsejable es hacer una interpolación secuencial de grado bajo sobre subconjuntos más pequeños del total de puntos, definiendo así una función a trozos.

La interpolación a trozos más útil y de uso generalizado en diversos campos tales como el diseño, los gráficos por computadora, la economía, etc., es la que se realiza mediante polinomios de grado tres llamados trazadores o splines cúbicos que se definen en cada uno de los subintervalos [*xk, xk+1*] definidos por las abscisas de los puntos (x_i, y_i), de los puntos a interpolar. La idea es construir estos polinomios cúbicos de tal forma que cualesquiera dos de ellos definidos en intervalos contiguos [*xk, xk+1*] , ambos coincidan en xk no solo como función sino también en su primera y segunda derivada, con el fin de que haya suavidad en los puntos (xk, yk) de coincidencia de ambas gráficas.

Dados n+1 puntos (x_0, y_0), (x_1, y_1),..., (x_n, y_n) con x_0, x_1,..., x_n números reales diferentes, y *f* alguna función de valor real definida en un intervalo [*a, b*], que contiene a x_0, x_1,..., x_n, se pretende aproximar la función *f* por segmentos o trazas. De antemano vamos a suponer que:

$$x_0 < x_1 < \ldots < x_n$$

La idea es aproximar la función *f* en cada subintervalo [x_k, x_{k+1}], *k* = 0, 1,..., *n*-1, usando un polinomio de grado menor o igual a tres, el cual supondremos de la forma:

$$p_3^{(k)}(x) \equiv p_k(x) = a_k + b_k(x - x_k) + c_k(x - x_k)^2 + d_k(x - x_k)^3, \quad k = 0, 1, \ldots, n-1$$

2. OBJETIVO

Identificar el método idóneo de trazadores cúbicos que debe aplicarse a una muestra de datos de un problema real. Implementar cada uno de los métodos matemáticos en la herramienta informática. Elaborar una lista de conclusiones sobre la idoneidad de aplicar los métodos de trazadores cúbicos.

3. TRAZADORES CÚBICOS

Para que los p_k interpolen los puntos, se deben verificar las siguientes condiciones:

1. $[p_k(x_k) = f(x_k)p_{n-1}(x_n) = f(y_n)$, *k* = 0, 1,..., *n*-1 (condición básica de interpolación)
   Esta condición supone *n*+1 condiciones.
2. $p_k(x_{k+1}) = p_{k+1}(x_{k+1})$ *k* = 0, 1,..., *n*-1 (condición de continuidad)
   Esta condición supone *n*-1 ecuaciones.
3. $p'_k(x_{k+1}) = p'_{k+1}(x_{k+1})$ *k* = 0, 1,..., *n*-1 (condición de primera derivada)
   Esta condición sugiere *n*-1 condiciones.
4. $p''_k(x_{k+1}) = p''_{k+1}(x_{k+1})$ *k* = 0, 1,..., *n*-1 (condición de segunda derivada)
   Esta condición sugiere *n*-1 condiciones.
5. $[\mathrm{a}.p'_0(x_0) = f'(x_0)\mathrm{b}.p'_{n-1}(x_n) = f'(x_n)$ (condiciones de frontera)

Al verificar las condiciones 1., 2., 3. y 4., se asegura que los p_k tienen sus primeras y segundas derivadas en los puntos $x_0, x_1,..., x_n$, en este caso se dice que los p_k son trazadores cúbicos que aproximan la función *f*. Ahora, si se cumple la condición 5.a., el trazador cúbico se llama natural, y si cumple la condición Del trazador cúbico se llama de frontera sujeta (no son mutuamente excluyentes).

DEFINICIÓN :

Dada una función f definida en $[a,b]$ y un conjunto de nodos $a = x_0 < x_1 < \cdots < x_n = b$ un polinomio interpolante de trazador cúbico S para f es una función que cumple con las condiciones siguientes :

a. $S(x)$ es un polinomio cúbico, denotado por $S_j(x)$, en el sub-intervalo $[x_j, x_{j+1}]$ para cada $j = 0,1,2,\cdots,n-1$.

b. $S(x_j) = f(x_j)$ para cada $j = 0,1,2,\ldots,n$.

c. $S_{j+1}(x_{j+1}) = S_j(x_{j+1})$ para cada $j = 0,1,2,\ldots,n-2$.

d. $S'_{j+1}(x_{j+1}) = S'_j(x_{j+1})$ para cada $j = 0,1,2,\ldots,n-2$.

e. $S''_{j+1}(x_{j+1}) = S''_j(x_{j+1})$ para cada $j = 0,1,2,\ldots,n-2$.

f. Una de las siguientes condiciones de frontera se cumplen :

(i) $S''(x_0) = S''(x_n) = 0$ (frontera libre o natural).

(ii) $S'(x_0) = f'(x_0)$ y
$S'(x_n) = f'(x_n)$ (frontera sujeta).

Cuando se presentan las condiciones de frontera libre, el trazador cúbico recibe el nombre de "**Trazador Natural**" y su gráfica se aproxima a la forma que tomaría una cuerda larga y flexible si la hiciéramos pasar por los puntos:

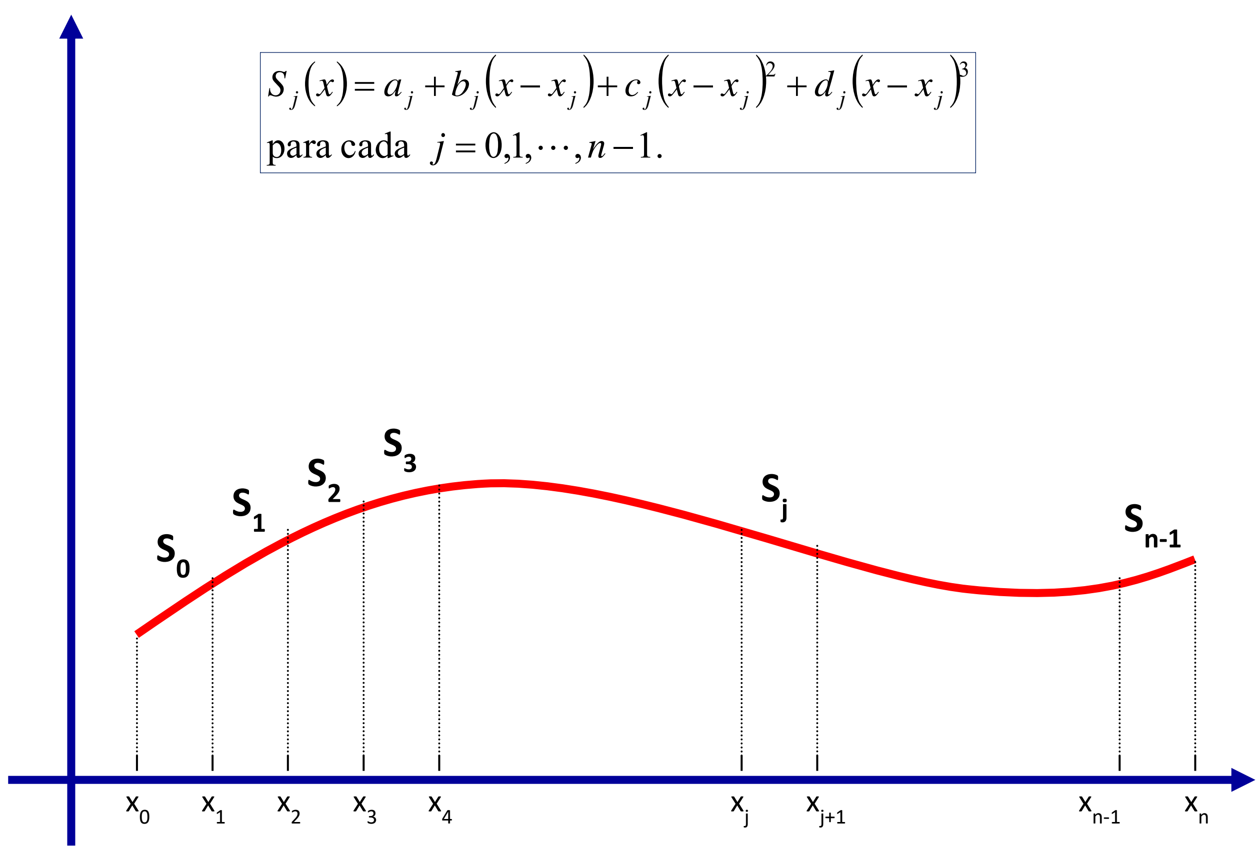
$$\{(x_0, f(x_0)), (x_1, f(x_1)), \cdots, (x_n, f(x_n))\}$$

En términos generales, en las condiciones de frontera sujeta se logran las aproximaciones más exactas, ya que abarcan más información acerca de la función.

Pero para que se cumplan este tipo de condiciones de frontera, se requiere tener valores de la derivada en los extremos o bien una aproximación a dichos valores.

La forma del polinomio de Trazador Cúbico es la siguiente:

$$S_j(x) = a_j + b_j(x - x_j) + c_j(x - x_j)^2 + d_j(x - x_j)^3$$
$$\text{para cada } \ j = 0, 1, \cdots, n-1.$$



Ejemplo:

Construya el(los) trazador(es) cúbico(s) libre(s) para los siguientes datos:

x	$f(x)$
-0.5	-0.02475
-0.25	0.3349375
0	1.101

La ejecución del algoritmo de trazadores cúbicos genera las siguientes salidas:

This is the natural cubic spline interpolation.

Choice of input method:

1. Input entry by entry from keyboard
2. Input data from a text file
3. Generate data using a function *F* nodes entered from keyboard
4. Generate data using a function F with nodes from a text file

Choose 1, 2, 3, or 4 please

1

Input n

2

Input X(0) and F(X(0)) on separate lines.

-0.5

-0.02475

Input X(1) and F(X(1)) on separate lines.

-0.25

0.3349375

Input X(2) and F(X(2)) on separate lines.

0

1.101

Select output destination

1. Screen

2. Text file

Enter 1 or 2

1

NATURAL CUBIC SPLINE INTERPOLATION
The numbers X(0), ..., X(N) are:
-0.50000000 -0.25000000 0.00000000

The coefficients of the spline on the subintervals are:
for I = 0, ..., N-1

A(I)	B(I)	C(I)	D(I)
-0.02475000	1.03237500	0.00000000	6.50200000
0.33493750	2.25150000	4.87650000	-6.50200000

Con 3 nodos sólo se pueden construir dos polinomios cúbicos, uno entre x_0 y x_1 y otro entre x_1 y x_2:

$$S_0(x) = -0.02475 + 1.032375(x - (-0.5)) + 0 + 6.502(x + 0.5)^3$$

$$S_1(x) = 0.3349375 + 2.2515(x - (-0.25)) + 4.8765(x + 0.25)^2 - 6.502(x + 0.25)^3$$

Ahora aplique el algoritmo para el siguiente ejemplo, en el que se le proveen los valores de la derivada en los extremos.

Ejemplo: Construya el trazador sujeto para el caso anterior si conoce que:

$$f'(-0.5) = 0.751 \quad \text{y} \quad f'(0) = 4.002$$

This is Clamped Cubic Spline Interpolation.

Choice of input method:

1. Input entry by entry from keyboard

2. Input data from a text file

3. Generate data using a function F with nodes entered from keyboard

4. Generate data using a function F with nodes from a text file

Choose 1, 2, 3, or 4 please

1

Input n

2

Input X(0) and F(X(0)) on separate lines

-0.5

-0.02475

Input X(1) and F(X(1)) on separate lines

-0.25
0.3349375
Input X(2) and F(X(2)) on separate lines
0
1.101

Enter F'(X(0)) and F'(X(N)) on separate lines
0.751
4.002
Select output destination
1. Screen
2. Text file

Enter 1 or 2
1

CLAMPED CUBIC SPLINE INTERPOLATION

The numbers *X(0), ..., X(N)* are:

-0.50000000 -0.25000000 0.00000000

The coefficients of the spline on the subintervals are:

for I = 0, ..., N-1

A(I)	B(I)	C(I)	D(I) .
-0.02475000	0.75100000	2.50100000	1.00000000
0.33493750	2.18900000	3.25100000	1.00000000

Así, los polinomios cúbicos, entre *x0* y *x1* y entre *x1* y *x2* son:

$$S_0(x) = -0.02475 + 0.751(x-(-0.5)) + 2.501(x+0.5)^2 + (x+0.5)^3$$
$$S_1(x) = 0.3349375 + 2.189(x-(-0.25)) + 3.251(x+0.25)^2 + (x+0.25)^3$$

4. ENLACES SUGERIDOS

https://es.wikipedia.org/wiki/Interpolaci%C3%B3n_polin%C3%B3mica_de_Hermite

https://es.wikipedia.org/wiki/Spline

5. BIBLIOGRAFÍA

- Análisis Numérico, *Richard L. Burden/J. Douglas Faires*, Editorial Thomson Learning Inc.
- Métodos Numéricos Con SCILAB, Héctor Manuel Mora Escobar, Abril 2010

6. GLOSARIO

7. PREGUNTAS DE AUTOEVALUACIÓN

1. ¿En qué consiste el método de interpolación de Hermite?

2. ¿Qué son las diferencias divididas Regresivas?

3. ¿Qué son los trazadores cúbicos?

4. ¿Cuántos nodos mínimo necesita este método para un su funcionamiento?

UNIDAD III

3.7 INTERPOLACIÓN DE HERMITE

3.8 TRAZADORES CÚBICOS

1. PREGUNTAS DE AUTOEVALUACIÓN

1. ¿En que consiste el método de interpolación de Hermite?

   Respuesta: Es un método de interpolación que utiliza varios nodos y su nombre es debido a a que en el cálculo hay diferencias o resta de los dos nodos más próximo así como la división entre la imagen (*f(x)*) de estos nodos, y de la forma triangular que forman los nuevos nodos tomando los de las parte superior del triángulo.

2. ¿Qué son las diferencias divididas Regresivas?

   Respuesta: Es un método de interpolación que utiliza varios nodos y su nombre es debido a a que en el cálculo hay diferencias o resta de los dos nodos más próximo así como la división entre la imagen (*f(x)*) de estos nodos, y de la forma triangular que forman los nuevos nodos tomando los de las parte inferior del triángulo.

3. ¿Qué son los trazadores cúbicos?

   Respuesta: Los trazadores cúbicos (cubic splines) naturales se utilizan para crear una función que interpola un conjunto de puntos de datos. Esta función consiste en una unión de polinomios cúbicos, uno para cada intervalo, y está construido para ser una función con derivada primera y segunda continuas. El 'spline' cúbico natural también tiene su segunda derivada igual a cero en la coordenada x del primer punto y el último punto de la tabla de datos..

4. ¿Cuántos nodos mínimo necesita este método para un su funcionamiento?

   Respuesta: dos nodos con tres es aun mejor.