UNIDAD II

2. 3 MÉTODO DE LA SECANTE

1. INTRODUCCIÓN

En este apartado trataremos sobre uno de los problemas más vastos de la aproximación numérica la solución de ecuaciones no lineales analizado de diferentes maneras desde la óptica analítica y su interpretación geométrica. Por lo que se estudiara el método de la secante, como un método básico de encontrar raíces de una función.

En el campo de la tecnología principalmente en la ingeniería nos encontramos generalmente con el siguiente problema determinar las raíces de la ecuación $f(x) = 0$.

2. OBJETIVOS

Conceptualizar los métodos matemáticos que resuelven ecuaciones no lineales cuyas soluciones convergen a un valor.

Analizar una muestra de datos empleando cada uno de los métodos matemáticos de la Secante

3. MÉTODO DE LA SECANTE

Debemos recordar que una de las debilidades del método de Newton es que utiliza la derivada de la función y se trata de encontrar un cero de esta. Es en este sentido que surge una diversidad de métodos y uno de ellos es el Método de la Secante que analizaremos en adelante.

Supongamos que estamos interesados en solucionar la debilidad de la metodología de Newton, empecemos por reemplazar la derivada $f'(x)$ en la secuencia que origina el método de Newton por un cociente de diferencias es decir:

$$f'(x_k) \approx \frac{f(x_k) - f(x_{k-1})}{x_k - x_{k-1}}$$

Recordemos que esta relación tiene como fundamento la definición de la derivada de *f(x)* en términos de un límite, realicemos tal sustitución enunciada y así tendremos.

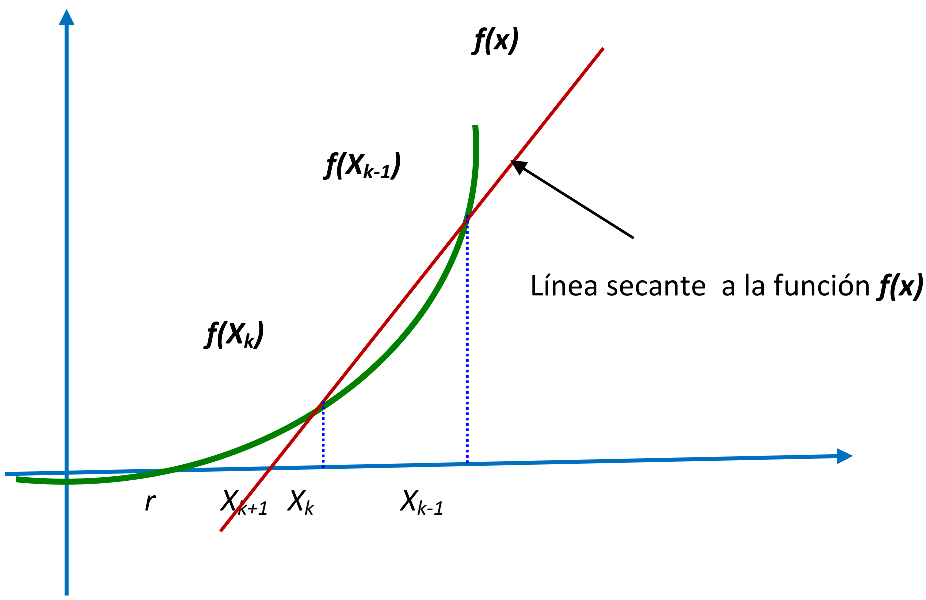
$$x_{k+1} = x_k - f(x_k)\frac{x_k - x_{k-1}}{f(x_k) - f(x_{k-1})} \ldots . k \geq 1,2,3,\ldots$$

Observemos que si calculamos x_{k+1} entonces se requiere conocer x_k y x_{k-1} esto quiere decir que se deben de dar en la problemática estos dos valores.

Así también se observa que para determinar el valor de x_k sólo se requiere un cálculo de *f(x)*.

INTERPRETACIÓN GRÁFICA

La interpretación gráfica es similar que la interpretación gráfica del método de Newton solo que en este caso se debe de considerar la línea tangente como una línea secante .



4. ALGORITMO

1. Consiste en elegir dos puntos iniciales cualquiera x_0, x_1 para los cuales se evalúan los valores de la función: $f(X_0)$ y $f(X_1)$
2. Se traza una recta secante a la función por esos dos puntos.
3. El punto de intersección de esta recta con el eje de las abscisas (X_2, 0) constituye una segunda aproximación de la raíz.
4. *Se reemplazan los subíndices: xi = xi+1, de manera que x1* pasa a ser x_0 y x_2 pasa a ser x_1.
5. Se traza una segunda secante por los nuevos puntos x_0, x_1, obteniendo una segunda aproximación con x_2.
6. El proceso se repite n veces hasta que el punto de intersección x2 coincide prácticamente con el valor exacto de la raíz.

EJEMPLOS

Usar el método de la secante para encontrar una raíz real de la ecuación polinomial $f(x) = x^3 + 2x^2 + 10x - 20$, considere $x_0 = 0$; $x_1 = 1$, usar como criterio de convergencia la secuencia de distancias de aproximación a la raíz.

Solución

a) Aplicamos la secuencia que determina la metodología:

$$x_{k+1} = x_k - f(x_k)\frac{x_k - x_{k-1}}{f(x_k) - f(x_{k-1})} \ldots . k \geq 1,2,3,\ldots$$

$$x_2 = x_1 - f(x1)\frac{x_1 - x_0}{f(x1) - f(x_0)} \ldots . k = 1$$

Entonces x_2 = 1.53846

b) X_3 = 1.35031

c) X_4 = 1.36792

d) X_5 = 1.36881

A continuación presentamos el cuadro que se obtiene al realizar dicha metodología en el cual observaremos que se trata de un método rápido en convergencia casi tan igual que el Método de Newton pero mucho más rápido que el Método de Punto Fijo

Iteraciones k	x_k	$\lvert x_{k+1} - x_k \rvert$
0	0.00000	0.00000
1	1.00000	1.00000
2	1.53856	0.53846
3	1.35031	0.18815
4	1.36792	0.01761
5	1.36881	0.00090

Ejemplo

Usar el método de la secante para encontrar una raíz real de la ecuación polinomial $f(x) = x^3{}' - senhx + 4x^2 + 6x + 9$, considere x_0 = 7; x_1 = 8, usar como criterio de convergencia la secuencia de distancias de aproximación a la raíz.

Solución

a) Aplicamos la secuencia que determina la metodología:

$$x_{k+1} = x_k - f(x_k)\frac{x_k - x_{k-1}}{f(x_k) - f(x_{k-1})} \ldots . k \geq 1,2,3,\ldots$$

$$x_2 = x_1 - f(x1)\frac{x_1 - x_0}{f(x1) - f(x_0)} \ldots . k = 1$$

Entonces X_2 = 7.05895

b) X_3 = 7.11764

c) X_4 = 7.11289

d) X_5 = 7.11306

e) X_6 = 7.11306

A continuación se presenta el cuadro que se obtiene al realizar dicha metodología en el cual observaremos que se trata de un método rápido en convergencia casi tan igual que el Método de Newton pero mucho más rápido que el Método de Punto Fijo

iteraciones k	x_k	$\lvert x_{k+1} - x_k \rvert$
0	7.00000	
1	8.00000	1.00000
2	7.05895	0.94105
3	7.11764	0.05859
4	7.11289	0.00475
5	7.11306	0.00017
6	7.11306	0.00000

5. ENLACES SUGERIDOS

https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9todo_de_la_secante

6. BIBLIOGRAFÍA

- Análisis Numérico, Richard L. Burden/J. Douglas Faires, Editorial Thomson Learning Inc.
- Métodos Numéricos Con SCILAB, Héctor Manuel Mora Escobar, Abril 2010

7. GLOSARIO

Secante: Línea que intercepta a una función des de dos puntos determinados en una gráfica.

8. PREGUNTAS DE AUTOEVALUACIÓN

1. ¿Cuál es la característica principal o requisito inicial del Método de la Secante?

2. ¿El método de la Secante que tipo de convergencia tiene?

UNIDAD II

2.3MÉTODO DE LA SECANTE

2.3 PREGUNTAS DE AUTOEVALUACIÓN

1. ¿Cuál es la característica principal o requisito inicial del Método de la Secante?

   Respuesta: Requiere de dos puntos iniciales de *X*, para iniciar el proceso de convergencia a la raíz.

2. ¿El método de la Secante que tipo de convergencia tiene?
   Respuesta: cuadrática