



## UNIDAD II

### 2.8 MÉTODO DE NEWTON MODIFICADO

#### 1. INTRODUCCIÓN

El método de Newton modificado consiste en aplicar el método de Newton univariable dos veces (para el caso de un sistema de  $n$  ecuaciones no lineales con  $n$  incógnitas, se aplicará  $n$  veces), una para cada variable.

Cuando la cantidad de raíces es impar, la función cruza al eje; cuando la cantidad es par, no lo cruza. Una raíz múltiple corresponde a un punto donde una función es tangencial al eje  $x$ , y varios valores de  $x$  hacen que  $f(x)$  sea cero.

El Método de Newton es ampliamente utilizado para encontrar las raíces de la ecuación  $f(x)=0$ , ya que converge rápidamente, la contra es que uno debe conocer la derivada de  $f(x)$  y se necesita una aproximación inicial a la raíz.

Permite aproximar las primeras  $n$  iteraciones en el método de Newton- modificado aplicado a la función  $f$  tomando como aproximación inicial  $x_0$ . Observe que no requiere construir la función  $M$  definida en el método de Newton modificado.

#### 2. OBJETIVO

Identificar las variantes de mejora entre el método de Newton modificado. Analizar una muestra de datos empleando cada los métodos matemáticos para este método.

#### 3. MÉTODO DE NEWTON MODIFICADO

La dificultad del método de Newton Raphson mejorado en el comportamiento de una función con raíces múltiples obliga a considerar una modificación del método discutido por Ralston. Como primero se desean encontrar las raíces de una función  $f(x)$ . Definimos una función nueva  $U(x)$ , dada por:

$$U(x) = \frac{f(x)}{f'(x)}$$



Se observa que la función  $U(x)$  tiene las mismas raíces que  $f(x)$ , entonces  $U(x)$  se vuelve cero en cualquier punto que  $f(x)$  es cero.

Suponiendo ahora que  $f(x)$  tiene una raíz múltiple en  $x = c$  de multiplicidad  $r$ . Esto podría ocurrir, por ejemplo, si  $f(x)$  contiene un factor  $(x-c)$ .

Entonces, podría fácilmente demostrarse que  $U(x)$  tiene una raíz en  $x = c$  de multiplicidad  $r$ , o una raíz simple. Puesto que el método de Newton es efectivo para raíces simples, podemos aplicar el método de Newton para resolver  $U(x)$  en lugar de  $f(x)$ .

De esta manera, la ecuación recursiva de este método queda:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{U(x_n)}{U'(x_n)}$$

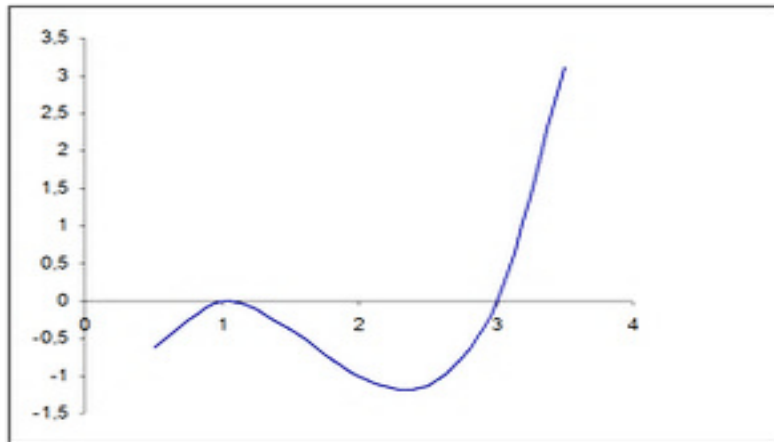
Derivando la función auxiliar  $U(x)$  queda:

$$U'(x) = 1 - \frac{f(x_n) \cdot f''(x)}{[f'(x)]^2}$$

Esto puede producir convergencia en alguno de los arreglos y divergencia en el otro es posible saber de antemano si la primera o la segunda forma convergirán para el caso de sistemas de dos ecuaciones, pero cuando  $3 \leq n$  las posibilidades son varias ( $n!$ ) y es imposible conocer cuál de estos arreglos tiene viabilidad de convergencia, por lo cual la elección se convierte en un proceso aleatorio.

Esta aleatoriedad es la mayor desventaja de este método.

Para una ecuación polinómica de grado  $n$ , se tienen  $n$  raíces (entre complejas y reales).



- Se dice que hay una raíz doble, cuando 2 términos de la ecuación son iguales a cero a un valor de x.
- Se dice que hay una raíz triple, cuando 3 términos de la ecuación son iguales a cero a un valor de x.

Cuando la cantidad de raíces es impar, la función cruza al eje; cuando la cantidad es par, no lo cruza.

“Una raíz múltiple corresponde a un punto donde una función es tangencial al eje x, y varios valores de x hacen que  $f(x)$  sea cero.”

$$X_{i+1} = X_i - \frac{f(X_i)f'(X_i)}{[f'(X_i)]^2 - f(X_i)f''(X_i)}$$

Para este método en particular son necesarios los siguientes parámetros:

- 1)  $x_i$
- 2)  $f(x_i)$
- 3)  $f'(x_i)$
- 4)  $f''(x_i)$



Ya que este método está significativamente relacionado con el método de Newton-Raphson, cuando la derivada tiende a cero, tiene problema con la convergencia.

Cuando se tiene existencia de raíces múltiples, tanto el método de Newton-Raphson como el de la secante convergen linealmente.

### ALGORITMO

- 1.- Inicio.
- 2.- Pedir la función al usuario.
- 3.- Pedir el valor inicial.
- 4.- Pedir el porcentaje de error.
- 5.- El usuario deberá seleccionar el método con el que se calculara la raíz (Newton-Raphson o Newton-Raphson mejorado).
- 6.- Se guardaran en el programa los valores de entrada.
- 7.- El programa calculara la primera derivada y la segunda derivada.
- 8.- Dependiendo de la elección para calcular la raíz, graficara la función desde un intervalo a otro.
- 9.- Los cálculos seguirán hasta que el error aproximado sea menor que el error limite, y la raíz se imprimirá.
- 10.- Fin

### EJEMPLO DE CÓDIGO DE NEWTON MODIFICADO EN MATLAB

```
% Método de Newton Modificado

clear;

clc;
fprintf('\n metodo de Newton Rapson Modificado\n\n');
funcion=input('Dame la funcion f(x) : ','s');
dfuncion=input('Dame la derivada de funcion f(x) : ','s');
d2funcion=input('Dame la segunda derivada de función f(x) : ','s');
xi=input('Dame el valor inicial de x : ');
e=input('Dame el porciento del error : ');
ea=1000;
c=1;
x=xi;
while ea>e
    g=eval(funcion);
```



```
h=eval(dfuncion);  
k=eval(d2funcion);  
j=x-(g*h)/(h^(2)-(g*k));  
ea=abs((j-x)/j*100);  
x=j;  
c=c+1;  
end  
fprintf('\n\n\nLa raiz exacta es: %d',j)  
fprintf('\n\nNumero de iteraciones: %d',c);
```

#### **4. ENLACES SUGERIDOS**

[https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9todo\\_de\\_Newton](https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9todo_de_Newton)

#### **5. BIBLIOGRAFÍA**

- Análisis Numérico, *Richard L. Burden/J. Douglas Faires*, Editorial Thomson Learning Inc.
- Métodos Numéricos Con SCILAB, Héctor Manuel Mora Escobar, Abril 2010

#### **6. GLOSARIO**

#### **7. PREGUNTAS DE AUTOEVALUACIÓN**

1. A su criterio cual puede ser una dificultad o desventaja en este método: ?
2. ¿La mayor ventaja del método a su criterio son?



## **UNIDAD II**

### **2.8 MÉTODO DE NEWTON MODIFICADO**

#### **1. PREGUNTAS DE AUTOEVALUACIÓN**

1. A su criterio cual puede ser una dificultad o desventaja en este método: ?

Respuesta: Una dificultad es, el obtener o calcular la segunda derivada de una función dada, que a veces resulta difícil su obtención o no la tiene.

2. ¿La mayor ventaja del método a su criterio son?

Respuesta: Es más rápido su convergencia, en mucho mayor que el método normal de Newton.