UNIDAD IV

4.0 DERIVACIÓN E INTEGRACIÓN NUMÉRICA

4.6 FORMULAS COMPUESTAS DE INTEGRACION
4.7 METODOS ADAPTATIVOS DE CUADRATURA

4.6 FORMULAS COMPUESTAS DE INTEGRACION

1. INTRODUCCIÓN.

La integración compuesta son los tipos de integración numérica más comunes, su estrategia es remplazar a la función complicada o de datos tabulados por un polinomio de aproximación que es fácil de integrar.

El objetivo de la integración numérica es calcular de forma eficiente una integral definida. Por consiguiente, no interesa que el error de interpolación, *Rn(x)*, sea pequeño, sino que *En* sea pequeño.

Por ejemplo, cuando se aproxima una función *f(x)* por un polinomio *Pn(x).* Desde el punto de vista de la aproximación numérica este resultado podría ser inaceptable debido a las oscilaciones que presenta el polinomio interpolador y a las grandes diferencias que hay entre este y la función *f(x).*

Sin embargo, en la integración numérica de funciones este comportamiento no es relevante y el objetivo es que la diferencia entre la integral de la función y el polinomio sea lo menor posible.

Obsérvese que en el ejemplo presentado en el polinomio interpolador sobrevalora e infravalora la función *f(x)* en diferentes intervalos del dominio de integración. De forma que existe una compensación de áreas y el valor de la integral de *f(X) y Pn(x)* de puede ser muy parecido.

2. OBJETIVO.

En los objetivos para esta clase tenemos: Comparar los métodos de fórmulas compuestas de integración en base a los criterios de eficiencia, precisión y tolerancia, así como el analizar una muestra de datos empleando cada uno de los métodos de fórmulas compuestas de integración.

3. FORMULAS COMPUESTAS DE INTEGRACION

En términos generales, las fórmulas de Newton-Cotes no son adecuadas para utilizarse en intervalos de integración grandes.

Además, las fórmulas de Newton-Cotes se basan en los Polinomios interpolantes que emplean nodos con espacios iguales, procedimiento que resulta inexacto en intervalos grandes a causa de la naturaleza oscilatoria de los polinomios de grado superior.

Se estudiará un método *fragmentario* o también llamado segmentario para realizar la integración numérica, en el cual se aplican las fórmulas de Newton-Cotes de bajo orden.

Considerar el problema de obtener una aproximación a $\int_0^4 e^x dx$.

La regla de Simpson con $h = 2$, resulta:

$$\int_0^4 e^x dx \approx \frac{2}{3}\left(e^0 + 4e^2 + e^4\right) = 56.76958.$$

Dado que en este caso la respuesta exacta es $e^4 - e^0 = 53.59815$, el error $|-3.17143|$ es mucho mayor del que normalmente se aceptaría.

Si se desea aplicar un método fragmentario a este problema, se divide $[0,4]$ y se aplica dos veces la regla de Simpson con $h = 1$:

$$\begin{aligned}\int_0^4 e^x dx &\approx \int_0^2 e^x dx + \int_2^4 e^x dx \\ &\approx \frac{1}{3}\left(e^0 + 4e + e^2\right) + \frac{1}{3}\left(e^2 + 4e^3 + e^4\right) \\ &\approx \frac{1}{3}\left(e^0 + 4e + 2e^2 + 4e^3 + e^4\right) \\ &\approx \underline{53.86385}\end{aligned}$$

A continuación podemos ver un poco sobre como es el comportamiento del error que es muy clave al momento de considerar las estimación de un mínimo de error en los cálculos.

El error se redujo a $|-0.26570|$. Con estos resultados, se subdivide los intervalos $[0,2]$ y $[2,4]$ y se aplica la regla de Simpson con $h=\frac{1}{2}$, obteniendo así

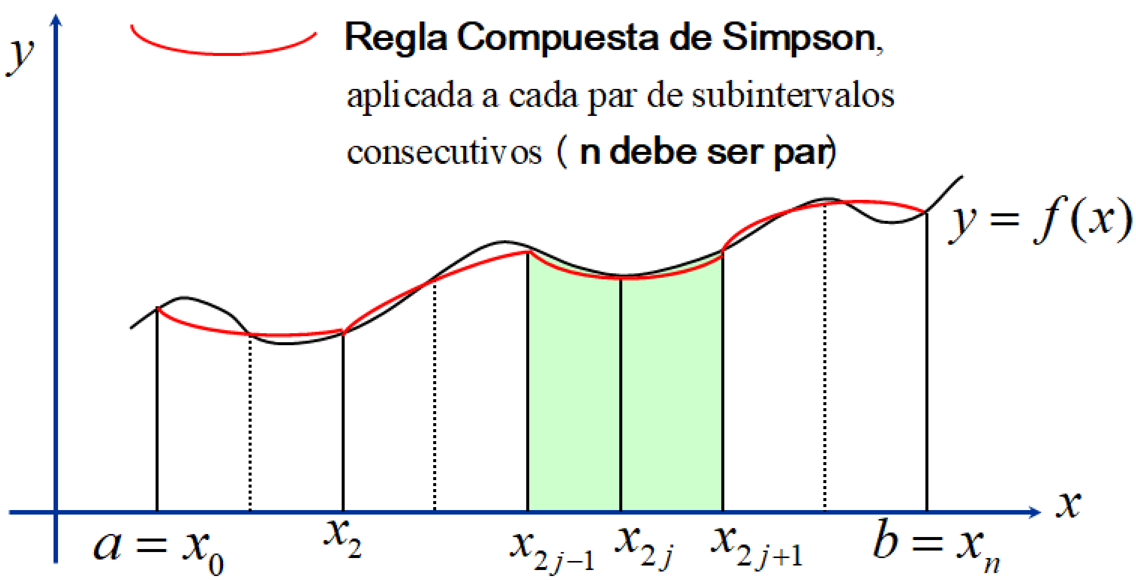
$$\int_0^4 e^x dx \approx \int_0^1 e^x dx + \int_1^2 e^x dx + \int_2^3 e^x dx + \int_3^4 e^x dx$$

$$\approx \frac{1}{6}\left(e^0 + 4e^{\frac{1}{2}} - e\right) + \frac{1}{6}\left(e + 4e^{\frac{3}{2}} + e^2\right)$$

$$+\frac{1}{6}\left(e^2 + 4e^{\frac{5}{2}} - e^3\right) + \frac{1}{6}\left(e^3 + 4e^{\frac{7}{2}} + e^4\right)$$

$$\approx \frac{1}{6}\left(e^0 + 4e^{\frac{1}{2}} + 2e + 4e^{\frac{3}{2}} + 2e^2 + 4e^{\frac{5}{2}} + 2e^3 + 4e^{\frac{7}{2}} + e^4\right)$$

Para generalizar este procedimiento, se selecciona un entero par *n*.
El Se subdivide el intervalo $[a,b]$ en n subintervalos y se aplica la regla de Simpson en cada par consecutivo de subintervalos.
Ver figura.



Con $h = \dfrac{(b-a)}{n}$ y $x_j = a + jh$ para cada $j = 0,1,\ldots,n$; se tiene

$$\int_a^b f(x)dx = \sum_{j=1}^{n/2} \int_{x_{2j-2}}^{x_{2j}} f(x)dx$$

$$= \sum_{j=1}^{n/2} \left\{ \begin{array}{r} \dfrac{h}{3}\left[f(x_{2j-2}) + 4f(x_{2j-1}) + f(x_{2j}) \right] \\ -\dfrac{h^5}{90} f^{(4)}(\xi_j) \end{array} \right\},$$

para alguna ξ_{j} con $x_{2j\text{-}2} < \xi_j < x_{2j}$, siempre que $f \in C^4\left[a,b\right]$.

Al aplicar el hecho de que, para cada $j = 1, 2, \ldots, (n/2)\text{-}1$, se tiene que $f(x_{2j})$ aparece en el término correspondiente al intervalo $\left[x_{2j\text{-}2},\ x_{2j}\right]$ y también en el término correspondiente al intervalo $\left[x_{2j\text{-}2}, x_{2j}\right]$, se puede reducir esta suma a:

$$\boxed{\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}\left[f(x_0) + 2\sum_{j=1}^{(n/2)-1} f(x_{2j}) + 4\sum_{j=1}^{n/2} f(x_{2j-1}) + f(x_n) \right]}$$

$$-\frac{h^5}{90}\sum_{j=1}^{n/2} f^{(4)}(\xi_j)$$

por ejemplo con $n = 6$:

$$\boxed{\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}\left[\begin{array}{r} f(x_0) + 2\left[f(x_2) + f(x_4)\right] + 4\left[f(x_1) + f(x_3) + f(x_5)\right] \\ + f(x_6) \end{array} \right]}$$

El error asociado con esta aproximación es

$$\mathrm{E}(f) = -\frac{h^5}{90}\sum_{j=1}^{n/2} f^{(4)}(\xi_j),$$

donde $x_{2j\text{-}1} < \xi_j < x_{2j}$ para cada $j = 1, 2, \ldots, n/2$.

Teorema de la Regla Compuesta

Existe $\mu \in (a,b)$ tal que la **regla compuesta de Simpson** para n subintervalos puede escribirse con su término de error como

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}\left[f(a) + 2\sum_{j=1}^{(n/2)-1} f(x_{2j}) + 4\sum_{j=1}^{n/2} f(x_{2j-1}) + f(b) \right] - \frac{b-a}{180} h^4 f^{(4)}(\mu).$$

El algoritmo 4.1 usa la **regla compuesta de Simpson** en n subintervalos. Este es el algoritmo de cuadratura de propósito general que más se usa.

ALG041 : REGLA COMPUESTA DE SIMPSON

Para aproximar la integral $I = \int_a^b f(x)dx$:

ENTRADA: **extremos a, b; entero positivo par n.**

SALIDA: aproximación XI a I.

Paso 1: Tomar $h = (b - a)/n$.

Paso 2: Tomar $XI0 = f(a) + f(b)$;

$XI1 = 0$; (Suma de $f(x_{2i-1})$.)

$XI2 = 0$. (Suma de $f(x_{2i})$.)

Paso 3: Para $i = 1, 2, ..., n - 1$ efectuar pasos 4 y 5.

Paso 4: Tomar $X = a - ih$.

Paso 5: Si i es par entonces tomar $XI2 = XI2 + f(X)$

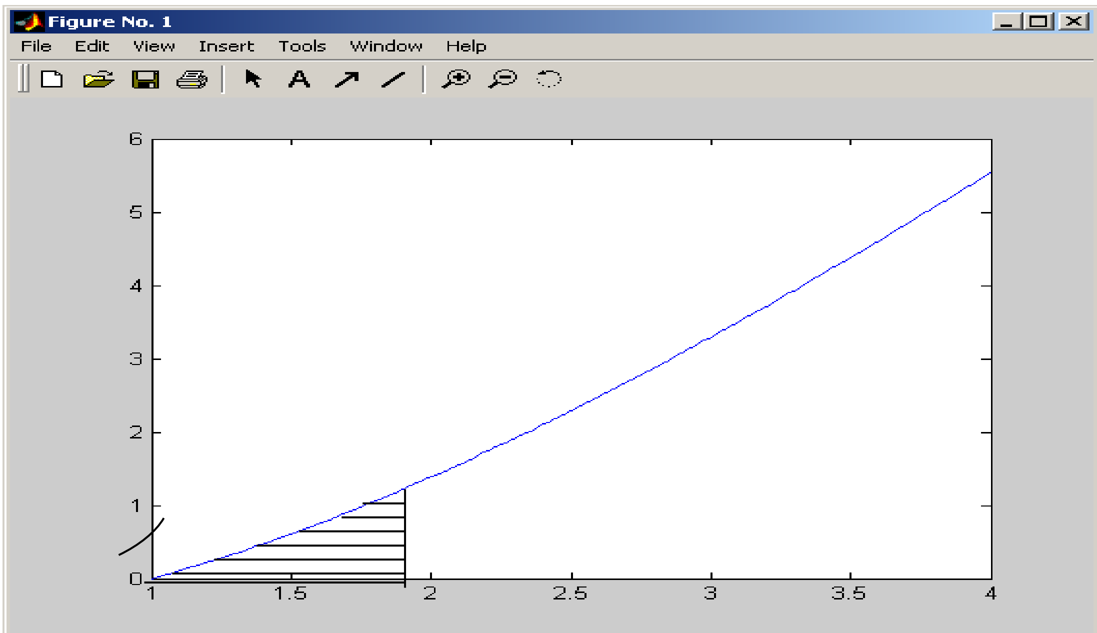
sino tomar $XI1 = XI1 + f(X)$.

Paso 6: Tomar $XI = h(XI0 - 2 \cdot XI2 + 4 \cdot XI1)/3.$

Paso 7: SALIDA (XI);

PARAR.

Según se puede mostrar en la figura siguiente



EJEMPLO 1:

Aplicar la regla compuesta de simpson con un valor de n=4 para aproximar $\int_1^2 x\ln(x)dx$

Aplicando el algoritmo 041, se tiene:

```
>> ALG041
This is Simpsons Method.

Input the function F(x) in terms of x
For example: cos(x)
 'x*log(x)'
Input lower limit of integration and upper limit of integration
on separate lines
 1
 2
```

```
Input an even positive integer N.
 4
The integral of F from   1.00000000 to   2.00000000 is  0.63630983
>>
```

El método de subdivisión se puede aplicar a cualquiera de las fórmulas de Newton-Cotes.

La regla del trapecio requiere sólo un intervalo en cada aplicación, por lo cual el entero *n* puede ser par o impar.

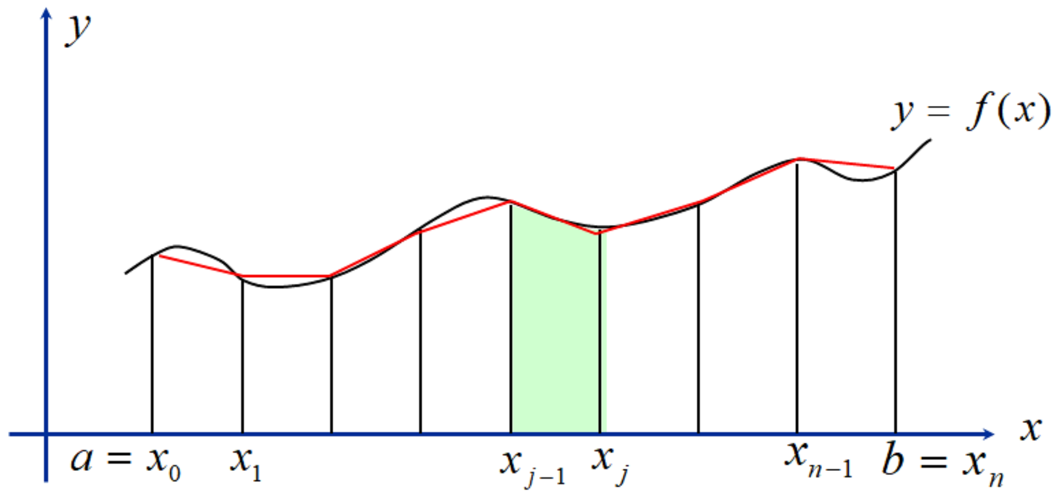
Teorema de la regla compuesta del Trapecio :

Sean $f \in C^2[a,b]$, $h = (b-a)/n$ y $x_j = a + jh$ para cada $j = 0, ..., n$. Existe una $\mu \in$ (a,b) tal que la **regla compuesta del trapecio** para *n* subintervalos puede escribirse con su término de error como:

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{2}\left[f(a) + 2\sum_{j=1}^{n-1} f(x_j) + f(b) \right] - \frac{b-a}{12} h^2 f''(\mu).$$

con n=5: $\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{2}\left[\begin{array}{c} f(x_0) + 2[f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) + f(x_4)] \\ + f(x_5) \end{array} \right]$

Ver figura.



El programa **"REG_COMP_TRAP.m"** implementa la regla compuesta del trapecio.

Teorema de la regla compuesta del punto medio :

Sea $f \in [a,b]$, n par, $h = (b - a)/(n+2)$ y $x_j = a + (j+1)/h$ para cada $j = -1, 0, 1, \ldots, n+1$. Existe una $\mu \in (a,b)$ tal que la **regla compuesta del punto medio** para $n+2$ subintervalos puede escribirse con su término de error como sigue

$$\int_a^b f(x)dx = 2h\sum_{j=0}^{n/2} f(x_{2j}) + \frac{(b-a)}{6}h^2 f''(\mu).$$

con n=6: $\int_a^b f(x)dx = 2h\left[f(x_0) + f(x_2) + f(x_4) + f(x_6) \right]$

Ver siguiente figura.

EJEMPLO 2 :

Con la regla compuesta de Simpson, considere el problema de aproximar $\int_0^{\pi} sen(x)dx$ con un error absoluto menor que 0.00002.

Regla Compuesta de Simpson : Esta regla nos da para algún μ en $(0,\pi)$.

$$\int_0^{\pi} sen(x)dx = \frac{h}{3}\left[2\sum_{j=0}^{(n/2)-1} sen(x_{2j}) + 4\sum_{j=0}^{n/2} sen(x_{2j-1})\right] - \frac{\pi h^4}{180} sen(\mu).$$

Dado que el error absoluto debe ser menor que 0.00002, la desigualdad

$$\boxed{\left|\frac{\pi h^4}{180} sen(\mu)\right| \le \frac{\pi h^4}{180}} = \frac{\pi^5}{180 n^4} < 0.00002 \qquad \left(con\ h = \frac{\pi}{n}\right)$$

sirve para determinar **n y h**.

Al completar estos cálculos se obtiene $n \ge 18$.
Si $n = 20$, entonces $h = \pi/20$, y la fórmula da

$$\int_0^{\pi} sen(x)dx = \frac{\pi}{60}\left[2\sum_{j=0}^{9} sen\left(\frac{j\pi}{10}\right) + 4\sum_{j=0}^{10} sen\left(\frac{(2j-1)\pi}{20}\right)\right]$$
$$= \underline{2.000006}.$$

Regla compuesta del trapecio : Para asegurarse del grado de exactitud al usar la regla compuesta del trapecio, se requiere que

$$\left|\frac{\pi \mathrm{h}^2}{12} sen(\mu)\right| \le \frac{\pi h^2}{12} = \frac{\pi^3}{12n^2} < 0.00002.$$

o que $n \ge 360$.

Esto implica realizar un número de cálculos mucho mayor que los que se requieren al aplicar la regla compuesta de Simpson.

Por lo tanto, no se usará la regla compuesta del trapecio con $n = 20$ y con $h = \frac{\pi}{20}$. Al usar la regla de simpson se obtiene:

$$\begin{aligned}\int_0^{\pi} \text{sen(x)dx} &\approx \frac{\pi}{40}\left[2\sum_{j=1}^{19} sen\left(\frac{j\pi}{20}\right) + sen(0) + sen(\pi)\right] \\ &= \frac{\pi}{40}\left[2\sum_{j=1}^{19} sen\left(\frac{j\pi}{20}\right)\right] \\ &= 1.9958860\end{aligned}$$

La respuesta exacta es 2, de manera que la regla de Simpson con $n = 20$ proporciona una respuesta dentro de la cota de error requerida, lo cual evidentemente no sucede en el caso de la regla del trapecio con $n = 20$.

4.7 METODOS ADAPTATIVOS DE CUADRATURA

INTRODUCCIÓN.

A continuación estudiamos fórmulas de integración numérica o cuadratura conocidas como ecuaciones de *Newton-Cotes*. Una característica de estas fórmulas fue que la estimación de la integral se basó en valores igualmente espaciados de la función. En consecuencia, la localización de los puntos que se usaron en estas ecuaciones eran predeterminados o fijos.

Por ejemplo, la regla del trapecio se basa en obtener el área bajo la línea recta que une a los valores de la función, en los extremos del intervalo de integración. La fórmula que se utiliza para calcular esta área es

I = (a-b)[(f(a) + f(b)) / 2]

Donde a y b son límites de integración y b - a = el ancho del intervalo de integración.

Debido a que la regla del trapecio necesita los puntos extremos, existen casos donde la formula pueda dar un gran error.

Ahora, suponga que se elimina la restricción de los puntos fijos y se tuviera la libertad de evaluar el área bajo una línea recta que uniera dos puntos cualesquiera de la curva.

Al ubicar estos puntos en forma inteligente, definiríamos una línea recta que equilibrara los errores negativo y positivo. Así que, llegaríamos a una mejor estimación de la integral.

Cuadratura es el nombre de una clase de técnicas para realizar tal estrategia. Las formulas particulares de cuadratura. Antes de describir el procedimiento, mostraremos que las fórmulas de integración numérica, como la regla del trapecio, pueden obtenerse usando el método de coeficientes indeterminados. Este método se empleara después para desarrollar las fórmulas apropiadas.

En análisis numérico un método de cuadratura es una aproximación de una integral definida de una función. Una cuadratura que selecciona los puntos de la evaluación de manera óptima y no en una forma igualmente espaciada, construida para dar el resultado de una polinomio de grado $2n-1$ o menos, elegibles para los puntos x_i y los coeficientes w_i para $i=1,...,n$.

1. OBJETIVO.

En los objetivos para esta clase tenemos el cconocer los métodos adaptativos de cuadratura en base a los criterios de eficiencia, precisión y tolerancia. Analizar una muestra de datos empleando cada uno de los métodos de fórmulas compuestas de integración y el método adaptativo de cuadratura.

2. METODOS ADAPTATIVOS DE CUADRATURA

En las fórmulas compuestas se requirió el uso de nodos equidistantes.

Este procedimiento **no** es adecuado cuando se integra una función en un intervalo que contiene regiones con variaciones funcionales muy grandes y regiones con variaciones funcionales muy pequeñas.

Si el **error** de distribución debe estar distribuido uniformemente, entonces se requiere un paso de menor tamaño en las regiones donde ocurre mayor variación, que en las regiones donde la variación es menor.

Esto requiere que el método a usar prediga el grado de variación funcional y que adapte el tamaño del paso según sea la necesidad.

Por esta razón, la técnica se conoce como:

“Métodos Adaptativos de Cuadratura”

El método que se explica a continuación está basado en la **regla compuesta de Simpson**. Pero se puede extender a otros procedimientos compuestos.

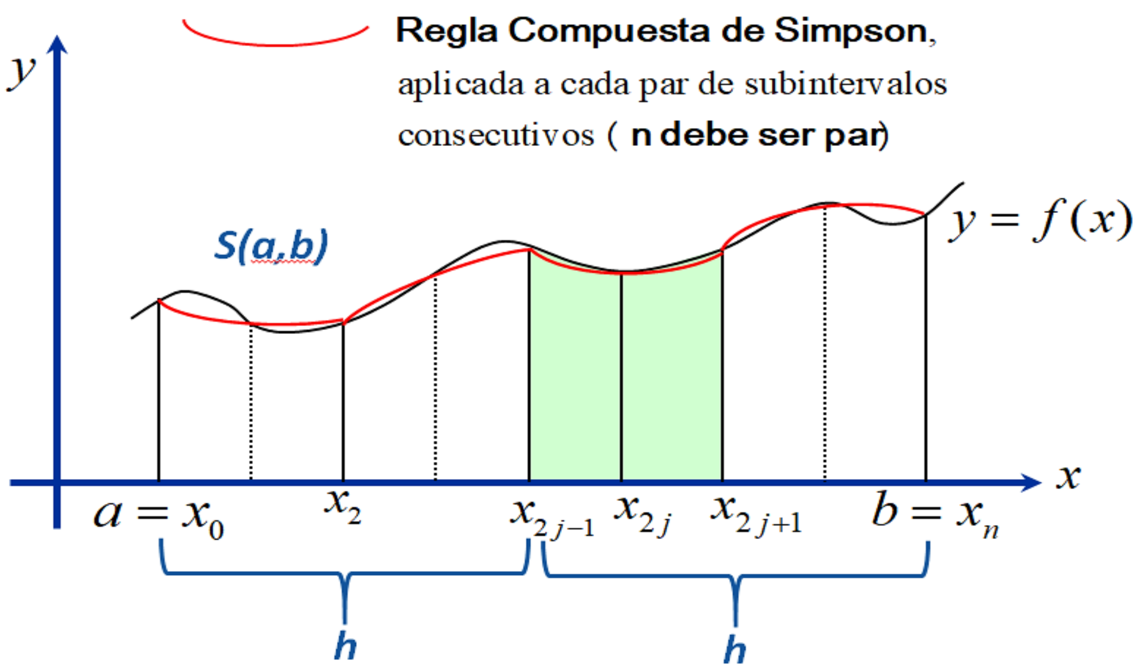
Suponga que queremos aproximar $\int_a^b f(x)dx$ con una tolerancia especificada $\varepsilon > 0$.

El primer paso del procedimiento consiste en aplicar la regla de Simpson, con el tamaño de paso $h = \dfrac{(b-a)}{2}$, con $n = 2$. Este procedimiento nos da lo siguiente: (*)

$$\int_a^b f(x)dx = S(a,b) - \frac{h^5}{90} f^{(4)}(\mu) \quad \text{para algún } \mu \text{ en } (a,b)$$

donde $S(a,b) = \dfrac{h}{3}\left[f(a) + 4f(a+h) + f(b) \right]$

El siguiente paso consiste en estimar la exactitud de nuestra aproximación, y particularmente que no se requiera encontrar y evaluar la cuarta derivada de *f*.



Para ello, primero aplicamos la Regla Compuesta de Simpson al problema tomando $n = 4$ y como tamaño del paso $\frac{(b-a)}{4} = \frac{h}{2}$ lo cual nos da :

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{6}\left[f(a) + 4f\left(a + \frac{h}{2}\right) + 2f(a+h) + 4f\left(a + \frac{3h}{2}\right) + f(b)\right]$$

$$-\left(\frac{h}{2}\right)^4 f^{(4)}(\tilde{\mu}) \quad \text{para alguna } \tilde{\mu} \text{ en } (\mathrm{a}, \mathrm{b}) \qquad (**)$$

Para simplificar la notación supongamos que :

$$S\left(a, \frac{a+b}{2}\right) = \frac{h}{6}\left[f(a) + 4f\left(a + \frac{h}{2}\right) + f(a+h)\right]$$

Y que :

$$S\left(\frac{a+b}{2}, b\right) = \frac{h}{6}\left[f(a+h) + 4f\left(a + \frac{3h}{2}\right) + f(b)\right]$$

Entonces se puede re - escribir la expresión (**) como : (***)

$$\int_a^b f(x)dx = S\left(a, \frac{a+b}{2}\right) + S\left(\frac{a+b}{2}, b\right) - \frac{1}{16}\left(\frac{h^5}{90}\right) f^{(4)}(\tilde{\mu})$$

La estimación del error se obtiene suponiendo que $\mu \approx \tilde{\mu}$, o más exactamente, que $f^{(4)}(\mu) \approx f^{(4)}(\tilde{\mu})$.
El éxito de este método depende de la exactitud de esta suposición.

Si la suposición es exacta, entonces al igualar las integrales de (*) y (***) implica que:

$$S\left(a,\frac{a+b}{2}\right)+S\left(\frac{a+b}{2},b\right)-\frac{1}{16}\left(\frac{h^5}{90}\right)f^{(4)}(\tilde{\mu})\approx S(a,b)-\frac{h^5}{90}f^{(4)}(\mu)$$

Así,

$$\frac{h^5}{90}f^{(4)}(\mu)\approx\frac{16}{15}\left[S(a,b)-S\left(a,\frac{a+b}{2}\right)-S\left(\frac{a+b}{2},b\right)\right]$$

Al utilizar esta estimación en (***) se obtiene la estimación del error: $\left|\int_a^b f(x)\,dx-S\left(a,\frac{a+b}{2}\right)-S\left(\frac{a+b}{2},b\right)\right|$

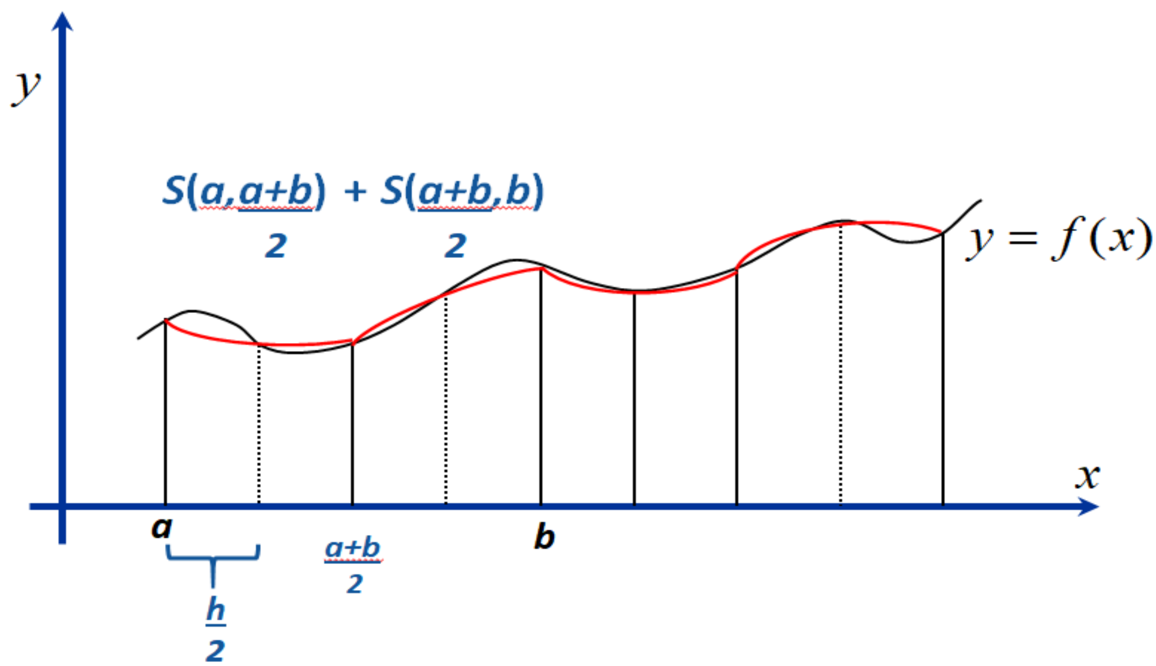
$$\approx\frac{1}{15}\left|S(a,b)-S\left(a,\frac{a+b}{2}\right)-S\left(\frac{a+b}{2},b\right)\right|$$

Este resultado significa que $S\left(a,\frac{a+b}{2}\right)+S\left(\frac{a+b}{2},b\right)$ aproxima a $\int_a^b f(x)dx$ unas 15 veces mejor de lo que concuerda con el valor conocido $S(a,b)$.

Por tanto, si $\left|\mathrm{S}(\mathrm{a},\mathrm{b})-S\left(a,\frac{a+b}{2}\right)-S\left(\frac{a+b}{2},b\right)\right|<15\varepsilon$ $(\lozenge)$

Esperamos tener $\left|\int_a^b f(x)dx-S\left(a,\frac{a+b}{2}\right)-S\left(\frac{a+b}{2},b\right)\right|<\varepsilon$ $(\lozenge\lozenge)$

Y se supone que $S\left(a,\frac{a+b}{2}\right)+S\left(\frac{a+b}{2},b\right)$ es una aproximación suficiente exacta a $\int_a^b f(x)dx$



EJEMPLO: Para mostrar la exactitud de la estimación del error que se da en las ecuaciones $(\lozenge)$ y $(\lozenge\lozenge)$

considere su aplicación a la integral $\int_0^{\frac{\pi}{2}} sen(x)dx = 1.$

Al aplicar el método se tiene:

$$S\left(0,\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\frac{\pi}{4}}{3}\left[sen(0)+4sen\left(\frac{\pi}{4}\right)+sen\left(\frac{\pi}{2}\right)\right] = \frac{\pi}{12}\left(2\sqrt{2}+1\right)$$

$$= 1.002279878 \quad \text{y}$$

$$S\left(0,\frac{\pi}{4}\right)+S\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\frac{\pi}{8}}{3}\left[sen(0)+4sen\left(\frac{\pi}{8}\right)+2sen\left(\frac{\pi}{4}\right)+4sen\left(\frac{3\pi}{8}\right)+sen\left(\frac{\pi}{2}\right)\right]$$

$$= 1.000134585$$

Por tanto, $\frac{1}{15}\left|S\left(0,\frac{\pi}{2}\right)-S\left(0,\frac{\pi}{4}\right)-S\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right)\right| = 0.000143020$

Esto se aproxima muy bien al error real:

$$\left| \int_0^{\frac{\pi}{2}} sen(x)dx - 1.000134585 \right| = 0.000134585$$

Aunque $D^{(4)} sen(x) = sen(x)$ varía significativamente en el intervalo $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

Cuando la estimación del error en $(\diamond)$ difiere por mas de 15ε no es válida, aplicamos la regla de Simpson de manera individual a los sub-intervalos $\left[a, \frac{a+b}{2}\right]$ y $\left[\frac{a+b}{2}, b\right]$.

Después utilizamos el procedimiento de estimación del error para determinar si la aproximación a la integral en cada intervalo se encuentra dentro de una tolerancia $\frac{\varepsilon}{2}$. De ser así, sumamos las aproximaciones para producir una aproximación a la integral deseada con una tolerancia de ε.

En caso de que la aproximación en uno de los subintervalos no se encuentre dentro de la tolerancia $\frac{\varepsilon}{2}$, subdividimos dicho subintervalo y repetimos el procedimiento en dos subintervalos para determinar si la aproximación en cada subintervalo tiene una exactitud de $\frac{\varepsilon}{4}$. Continuamos este procedimiento de partir en mitades hasta que cada parte esté dentro de la tolerancia requerida.

Aunque podemos construir problemas en los que nunca se obtendrá esta tolerancia, el procedimiento suele ser eficaz, porque con cada subdivisión, por lo general la exactitud de de la aproximación incrementa en un factor de 16, aunque sólo se requiere un factor de 2.

El algoritmo 043, detalla este procedimiento. Pero la tolerancia inicial se fija en **10*ε*** en lugar de **15*ε***

Esto se hace para compensar el error en la suposición de que las cuartas derivadas son iguales, y en los problemas en donde se sabe que la derivada varía mucho se puede escoger un valor menor.

Ejemplo de Aplicación del Algoritmo

Encuentre la integral de ***f(x)=(100/x2)sen(10/x)*** para ***x*** en [**1,3**]. Use una tolerancia de $\boldsymbol{10^{-4}}$ y ***n=4***.

Execution del **ALG043**

This is Adaptive Quadrature with Simpsons Method.

Input the function F(x) in terms of x

For example: cos(x)

y = (100/x^2) * (sin(10/x))

Input lower limit of integration and upper limit of integration on separate lines

1

3

Input tolerance.

1e-4

Input the maximum number of levels.

100

The integral of F from 1 to 3 is

-1.42601481 to within 1.00000000e-004

The number of function evaluations is: 93

3. ENLACES SUGERIDOS

https://es.wikipedia.org/wiki/F%C3%B3rmulas_de_Newton%E2%80%93Cotes

4. BIBLIOGRAFÍA

- Análisis Numérico, *Richard L. Burden/J. Douglas Faires*, Editorial Thomson Learning Inc.
- Métodos Numéricos Con SCILAB, Héctor Manuel Mora Escobar, Abril 2010

5. GLOSARIO

6. PREGUNTAS DE AUTOEVALUACIÓN

1. ¿Qué son las formulas compuestas de integración?
2. ¿Cuáles son los métodos vistos en clase?
3. ¿Explique la Regla compuesta del Trapecio?
4. ¿Explique la Regla compuesta de Simpson?
5. ¿Qué es el método adaptativo de la Cuadratura?
6. ¿Mencione un método adaptativo de la Cuadratura?
7. ¿Cuál es la fórmula a considerar en el algoritmo?