



# **SISTEMAS DIGITALES I**

## **SDU115**

### **UNIDAD II**

**METODOS DE SIMPLIFICACION DE SISTEMAS DIGITALES  
COMBINACIONALES**

# **SISTEMAS DIGITALES I**

## **SDU115**

Quine McCluskey Multivariables

# Objetivos de Unidad

Obtener la expresión mínima simplificada de una función lógica, usando para ello mapas de Karnaugh o el método de Quine McCluskey, para su posterior implementación con compuertas básicas, solo con compuertas nand o solo con compuertas nor

# Agenda

- Simplificación con el método de Quine McCluskey (QM) multivariable en Decimal

## OBJETIVO

Simplificar funciones lógicas en forma simultánea, siguiendo la metodología de Quine McCluskey, escribiendo los mintérminos en decimal, obteniendo las respuestas directamente de la tabla de implicación.

# QM Multivariable

EL PROCEDIMIENTO ES IGUAL CON ALGUNA VARIACION:

Debe incluirse en todas las agrupaciones los nombres de las funciones a las que pertenecen los términos involucrados.

En la primera columna se listan los mintérminos que producen un 1 en todas y cada una de las salidas, indicando la función a la q pertenecen, las x se toman como unos.

Dos términos se pueden combinar si: Su diferencia es negativa y potencia de dos, pero además, tienen por lo menos una función en común.

# QM Multivariable

En el término resultado de la combinación se escriben las funciones que tienen en común los combinados.

Un término se marca como combinado si todas las funciones a la que pertenece aparecen en el término resultado de la combinación

En la tabla de implicación se separan las variables de salida.

Pueden utilizarse los mismos productos para implementar las diferentes salidas.

# QM Multivariables

|     | A | B | C | D | X | Y | Z |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|
| 0)  | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1)  | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 2)  | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 3)  | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 4)  | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5)  | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 6)  | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 7)  | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 8)  | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 9)  | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 10) | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 11) | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 12) | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 13) | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 14) | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 15) | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |

Se tiene la siguiente tabla de verdad.

$$X = \sum(0 - 3, 8, 10)$$

$$Y = \sum(2, 3, 5 - 8, 10 - 12, 14, 15)$$

$$Z = \sum(8 - 10, 12 - 14)$$



# Simplificación de multi-funciones

Se agrupan los términos, indicando a que función pertenecen.

| A   | B | C | D | X | Y | Z | (0) | X    | ✓   | (0,1) X (-1) | ✓               | (10,14) YZ (-4) | ✓               | (0,1,2,3) X (-1-2) |                        |
|-----|---|---|---|---|---|---|-----|------|-----|--------------|-----------------|-----------------|-----------------|--------------------|------------------------|
| 0)  | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0   | (1)  | X   | ✓            | (0,2) X (-2)    | ✓               | (12,13) Z (-1)  | ✓                  | (0,2,8,10) X (-2-8)    |
| 1)  | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0   | (2)  | XY  | ✓            | (0,8) X (-8)    | ✓               | (12,14) YZ (-2) | ✓                  | (2,3,6,7) Y (-1-4)     |
| 2)  | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0   | (8)  | XYZ | ✓            | (1,3) X (-2)    | ✓               | (7,15) Y (-8)   | ✓                  | (2,3,10,11) Y (-1-8)   |
| 3)  | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0   | (3)  | XY  | ✓            | (2,3) XY (-1)   | *               | (11,15) Y (-4)  | ✓                  | (2,6,10,14) Y (-4-8)   |
| 4)  | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0   | (5)  | Y   | ✓            | (2,6) Y (- 4)   | ✓               | (14,15) Y (-1)  | ✓                  | (8,9,12,13) Z (-1-4)   |
| 5)  | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0   | (6)  | Y   | ✓            | (2,10) XY (-8)  | *               |                 |                    | (8,10,12,14) YZ (-2-4) |
| 6)  | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0   | (9)  | Z   | ✓            | (8,9) Z (-1)    | ✓               |                 |                    | (3,7,11,15) Y (-4-8)   |
| 7)  | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0   | (10) | XYZ | ✓            | (8,10) XYZ (-2) | *               |                 |                    | (6,7,14,15) Y (-1-8)   |
| 8)  | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1   | (12) | YZ  | ✓            | (8,12) YZ (-4)  | ✓               |                 |                    | (10,11,14,15) Y (-1-4) |
| 9)  | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1   | (7)  | Y   | ✓            | (3,7) Y(-4)     | ✓               |                 |                    |                        |
| 10) | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1   | (11) | Y   | ✓            | (3,11) Y (-8)   | ✓               |                 |                    |                        |
| 11) | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0   | (13) | Z   | ✓            | (5,7) Y (-2)    | *               |                 |                    |                        |
| 12) | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1   | (14) | YZ  | ✓            | (6,7) Y (-1)    | ✓               |                 |                    |                        |
| 13) | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1   | (15) | Y   | ✓            | (6,14) Y (-8)   | ✓               |                 |                    |                        |
| 14) | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1   |      |     |              | (9,13) Z (-4)   | ✓               |                 |                    |                        |
| 15) | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0   |      |     |              | (10,11) Y (-1)  | ✓               |                 |                    |                        |

# Simplificación de multi-funciones

Se agrupan los términos, indicando a que función pertenecen.

|                 |   |                 |   |                        |   |                                   |
|-----------------|---|-----------------|---|------------------------|---|-----------------------------------|
| (0,1) X (-1)    | ✓ | (10,14) YZ (-4) | ✓ | (0,1,2,3) X (-1-2)     | * | (2,3,6,7,10,11,14,15) Y (-1-4,-8) |
| (0,2) X (-2)    | ✓ | (12,13) Z (-1)  | ✓ | (0,2,8,10) X (-2-8)    | * |                                   |
| (0,8) X (-8)    | ✓ | (12,14) YZ (-2) | ✓ | (2,3,6,7) Y (-1-4)     | ✓ |                                   |
| (1,3) X (-2)    | ✓ | (7,15) Y (-8)   | ✓ | (2,3,10,11) Y (-1-8)   | ✓ |                                   |
| (2,3) XY (-1)   | * | (11,15) Y (-4)  | ✓ | (2,6,10,14) Y (-4-8)   | ✓ |                                   |
| (2,6) Y (-4)    | ✓ | (14,15) Y (-1)  | ✓ | (8,9,12,13) Z (-1-4)   | * |                                   |
| (2,10) XY (-8)  | * |                 |   | (8,10,12,14) YZ (-2-4) | * |                                   |
| (8,9) Z (-1)    | ✓ |                 |   | (3,7,11,15) Y (-4-8)   | ✓ |                                   |
| (8,10) XYZ (-2) | * |                 |   | (6,7,14,15) Y (-1-8)   | ✓ |                                   |
| (8,12) YZ (-4)  | ✓ |                 |   | (10,11,14,15) Y (-1-4) | ✓ |                                   |
| (3,7) Y(-4)     | ✓ |                 |   |                        |   |                                   |
| (3,11) Y (-8)   | ✓ |                 |   |                        |   |                                   |
| (5,7) Y (-2)    | * |                 |   |                        |   |                                   |
| (6,7) Y (-1)    | ✓ |                 |   |                        |   |                                   |
| (6,14) Y (-8)   | ✓ |                 |   |                        |   |                                   |
| (9,13) Z (-4)   | ✓ |                 |   |                        |   |                                   |
| (10,11) Y (-1)  | ✓ |                 |   |                        |   |                                   |

# Tabla de Implicación

Con los términos con asterisco construimos la tabla de implicación.

|                                      | X |   |   |   |   |    | Y |   |   |   |   |   |    |    |    |    | Z  |   |   |    |    |    |    |
|--------------------------------------|---|---|---|---|---|----|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|---|---|----|----|----|----|
|                                      | 0 | 1 | 2 | 3 | 8 | 10 | 2 | 3 | 5 | 6 | 7 | 8 | 10 | 11 | 12 | 14 | 15 | 8 | 9 | 10 | 12 | 13 | 14 |
| (2,3,6,7,10,11,14,15) Y<br>(-1-4, 8) |   |   |   |   |   |    | ✓ | ✓ |   | ✓ | ✓ |   | ✓  | ✓  |    | ✓  | ✓  |   |   |    |    |    |    |
| (8,10,12,14) YZ (-2-4)               |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   | ✓ | ✓  |    |    | ✓  | ✓  | ✓ |   | ✓  | ✓  |    | ✓  |
| (8,9,12,13) Z (-1-4)                 |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    | ✓ | ✓ |    | ✓  | ✓  |    |
| (0,2,8,10) X (-2-8)                  |   |   |   |   |   |    | ✓ |   |   |   |   | ✓ | ✓  |    |    |    |    |   |   |    |    |    |    |
| (0,1,2,3) X (-1-2)                   |   |   |   |   |   |    | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |   |   |    |    |    |    |    |   |   |    |    |    |    |
| (5,7) Y (-2)                         |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   | ✓ | ✓  |    |    |    |    |   |   |    |    |    |    |
| (8,10) XYZ (-2)                      |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |   |   |    |    |    |    |
| (2,10) XY (-8)                       |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |   |   |    |    |    |    |
| (2,3) XY (-1)                        |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |   |   |    |    |    |    |
|                                      |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |   |   |    |    |    |    |
|                                      |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |   |   |    |    |    |    |

# Selección de las agrupaciones

No todos los términos con asterisco formarán parte de la respuesta.

Deben elegirse aquellas agrupaciones con las cuales se cubran todos los mintérminos que dieron uno en la salida de la tabla de verdad.

Entre más mintérminos tiene una agrupación mejor, entre menos agrupaciones se tomen mejor (Siempre que se incluyan todos los mintérminos con salida 1 en la tabla de verdad).

# Obteniendo las ecuaciones

$$X = (0,2,8,10) X (-2-8) + (0,1,2,3) X (-1-2)$$

$$X = \bar{B}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}$$

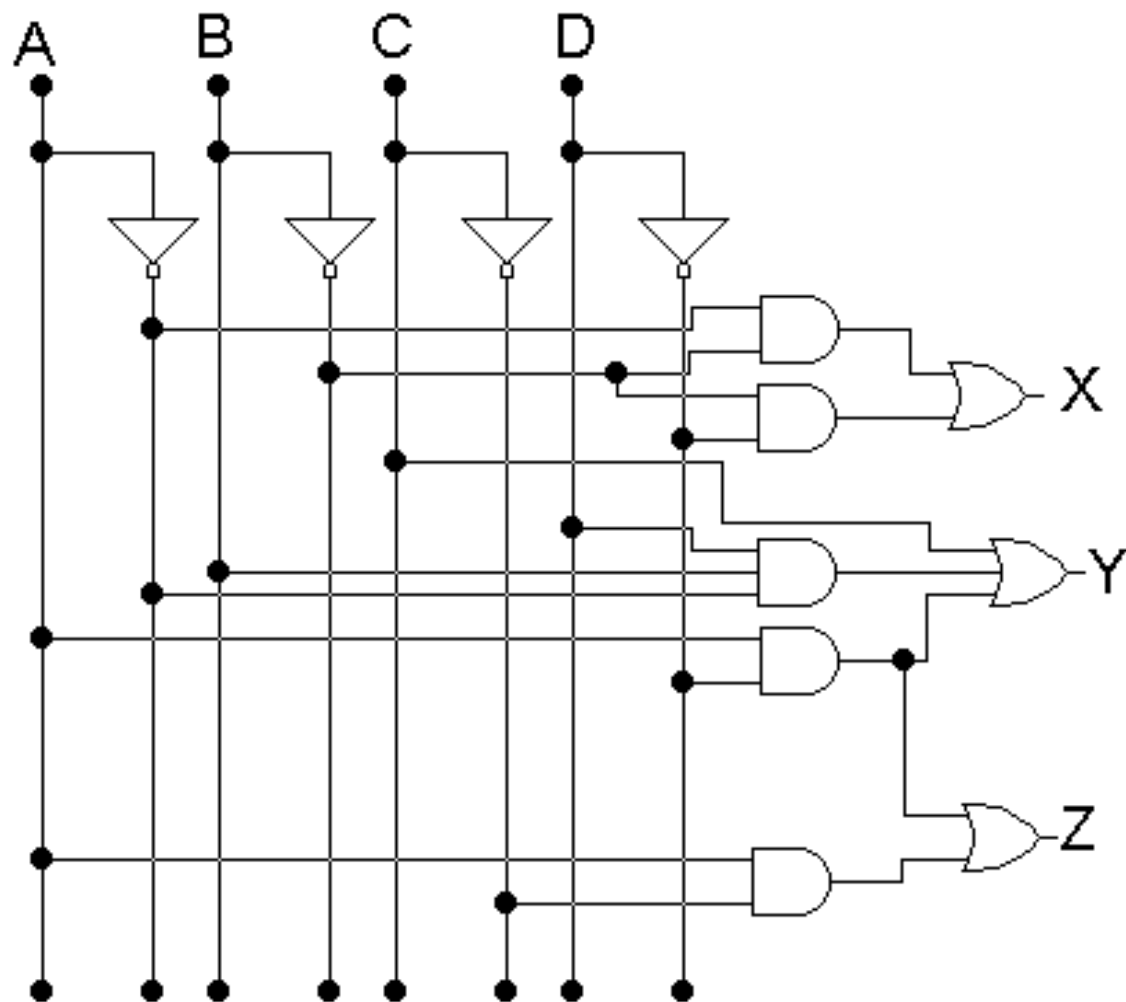
$$Y = (2,3,6,7,10,11,14,15) Y (-1-4,-8) + (8,10,12,14) YZ (-2-4) + (5,7) Y (-2)$$

$$Y = C + A\bar{D} + \bar{A}BD$$

$$Z = (8,10,12,14) YZ (-2-4) + (8,9,12,13) Z (-1-4)$$

$$Z = A\bar{D} + A\bar{C}$$

# Circuito.



**HASTA LA PRÓXIMA**