SISTEMAS DIGITALES I
SDU115

UNIDAD I

CONCEPTOS BÁSICOS Y SIMPLIFICACIÓN ALGEBRAICA DE SISTEMAS DIGITALES COMBINACIONALES.

SISTEMAS DIGITALES I
SDU115

Conteo,
Operaciones Aritméticas y Representación de Números Negativos

Objetivos de Unidad

Identificar los diferentes sistemas de numeración por sus bases y sus dígitos, para la realización de conversiones entre ellos y operaciones aritméticas

Identificar las compuertas lógicas básicas por medio de sus diferentes representaciones para la aplicación apropiada en diseños de sistemas digitales de baja complejidad.

Diseñar sistemas de baja complejidad utilizando simplificación algebraica

Agenda

- Conteo
- Operaciones Aritméticas Básicas.
- Representación de números negativos.

Objetivo

Desarrollar las operaciones aritméticas básicas (Suma, resta, multiplicación y división) en cualquier sistema de numeración, por medios no mecanizados, para su posterior implementación con circuitos digitales.

Conteo y Suma en Decimal

El conocimiento básico para las operaciones aritméticas es el conteo, sumar dos cantidades equivale a unirlas en conteo, por ejemplo:

$15_{10}+13_{10}$ equivale a dibujar 15 (uno cinco) palitos y 13 (uno tres) palitos y hacer un solo conteo

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28		
|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|		

Conteo y Suma en Octal

El conteo se hará ahora en base 8, recuerde que el último dígito es 7 después sigue el cero. por ejemplo:

15_8+13_8 equivale a dibujar 15 (uno cinco) palitos y 13 (uno tres) palitos y hacer un solo conteo (todo en base 8)

<table>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td></tr>
<tr><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td></tr>
<tr><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td></tr>
<tr><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td></tr>
<tr><td>16</td><td>17</td><td>20</td><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td><td>30</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td>|</td><td></td><td></td></tr>
</table>

Conteo y Suma en Hexadecimal

El conteo se hará ahora en base 16, recuerde que después del 9 sigue la A y el último dígito es F después sigue el cero.

$10_{16}+D_{16}$ equivale a dibujar 10 (uno cero) palitos y D (De) palitos y hacer un solo conteo

1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|

1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D
|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|

1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|
11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D			
|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|			

Conteo y Suma en Binario

El conteo se hará ahora en base 2, recuerde que el último dígito es 1 después sigue el cero. El cambio es rápido por que solo son dos dígitos.

1100_2+111_2 equivale a dibujar 1010 palitos y 111 palitos y hacer un solo conteo

1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	1100
|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|

1	10	11	100	101	110	111
|	|	|	|	|	|	|

1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	1100
|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|	|
1101	1110	1111	10000	10001	10010	10011					
|	|	|	|	|	|	|					

Suma y Resta en Decimal

	1	1	1			1				3	13	14	11		6	12
	3	5	7	2	.	4	6_{10}			4	4	5	1	.	7	2_{10}
+		8	7	9	.	1	6_{10}		-		8	7	9	.	1	6_{10}
	4	4	5	1	.	6	2_{10}			3	5	7	2	.	5	6_{10}

Para restar se dice: 2 menos 6, no se puede, el 7 le presta (queda en valor de 6) una base al 2 se forma el 12. entonces se dice: cuanto le falta al 6 para llegar al 12

7	8	9	10	11	12
1	2	3	4	5	6

12 – 6 = 6

El mismo proceso para cada sistema de numeración.

Suma y Resta en Octal

	1		**1**			**1**						**0**	**12**	**3**	**12**		**2**	**10**	
		3	2	6	.	0	5_8					1	2	4	2	.	3	0_8	
+		7	1	4	.	2	3_8				-		7	1	4	.	2	3_8	
	1	2	4	2	.	3	0_8					0	3	2	6	.	0	5_8	

Para restar se dice: 0 menos 3, no se puede, el 3 le presta (queda en valor de 2) una base al 0 se forma el 10. entonces se dice: cuanto le falta al 3 para llegar al 10

4	5	6	7	10
1	2	3	4	5

10 – 3 = 5

El mismo proceso para cada sistema de numeración.

Suma y Resta en Hexadecimal

	1	**1**								**0**	**12**	**12**				
		A	5	9	.	C	8_{16}			1	3	2	F	.	E	B_{16}
+		8	D	6	.	2	3_{16}		-		A	5	9	.	C	8_{16}
	1	3	2	F	.	E	B_{16}			0	8	D	6	.	2	3_{16}

Para restar se dice: 2 menos 5, no se puede, el 3 le presta (queda en valor de 2) una base al 2 se forma el 12. entonces se dice: cuanto le falta al 5 para llegar al 12

6	**7**	**8**	**9**	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**10**	**11**	**12**
1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D

12 – 5 = D El mismo proceso para cada sistema de numeración.

Suma y Resta en Binario

1	**1**	**1**	**1**		**1**			**0**	**10**	**1**	**10**		**1**	**10**
	1	0	1	.	1	1_2		1	1	0	1	.	0	0_2
+	1	1	1	.	0	1_2	-		1	1	1	.	0	1_2
1	1	0	1	.	0	0_2		0	1	0	1	.	1	1_2

Para restar se dice: 0 menos 1, no se puede, el 0 le presta (queda en valor de 0) una base al 1 se forma el 10. entonces se dice: cuanto le falta al 1 para llegar al 10

10
1

10 – 1 = 1 El mismo proceso para cada sistema de numeración.

Multiplicación en Decimal

4	7	6_{10}	X	2.	3_{10}
	1	4	2	8	
	9	5	2		
1	0	9	4.	8_{10}	

No se tienen las tablas de multiplicar en todos los sistemas de numeración. Habrá que hacerlas: 3x6 es sumar 3 veces 6 (en decimal) así:

|	|	|	|	|	|	-	|	|	|	|	|	|	-	|	|	|	|	|	|
1	2	3	4	5	6		7	8	9	10	11	12		13	14	15	16	17	18

2x7 es sumar 2 veces el 7 y así en cualquier sistema de numeración.

|	|	|	|	|	|	|	-	|	|	|	|	|	|	|
1	2	3	4	5	6	7		8	9	10	11	12	13	14

Multiplicación en Octal

4	7	6_8	X	2.	3_8
	1	6	7	2	
1	1	7	4		
1	3	6	3.	2_8	

No se tienen las tablas de multiplicar en todos los sistemas de numeración. Habrá que hacerlas: 3x6 es sumar 3 veces 6 (en octal) así:

|	|	|	|	|	|	-	|	|	|	|	|	|	-	|	|	|	|	|	|
1	2	3	4	5	6		7	10	11	12	13	14		15	16	17	20	21	22

2x7 es sumar 2 veces el 7 y así en cualquier sistema de numeración.

|	|	|	|	|	|	|	-	|	|	|	|	|	|	|
1	2	3	4	5	6	7		10	11	12	13	14	15	16

Multiplicación en Hexadecimal

4	7	6_{16}	X	2.	3_{16}
		D	6	2	
	8	E	C		
	9	C	2.	2_{16}	

No se tienen las tablas de multiplicar en todos los sistemas de numeración. Habrá que hacerlas: 3x6 es sumar 3 veces 6 (en hexadecimal) así:

|	|	|	|	|	|	-	|	|	|	|	|	|	-	|	|	|	|	|	|
1	2	3	4	5	6		7	8	9	A	B	C		D	E	F	10	11	12

2x7 es sumar 2 veces el 7 y así en cualquier sistema de numeración.

|	|	|	|	|	|	|	-	|	|	|	|	|	|	|
1	2	3	4	5	6	7		8	9	A	B	C	D	E

Multiplicación en Binario

1	1	0_2	X	1	0_2	1
		1	1	0		
	0	0	0			
1	1	0				
1	1	1	1	0_2		

No se tienen las tablas de multiplicar, pero como solo son dos dígitos serán 2 tablas la del 0 y la del 1, de forma que se obtiene la misma cantidad al multiplicar por 1 y cero al multiplicar por cero.

División en Decimal

1	0	9	4	.	8_{10}	2	.	3_{10}			
-	9	2				4	7	.	6_{10}		
	1	7	4								
-	1	6	1								
	0	1	3	8							
	-	1	3	8							
				0							

1094.8 / 2.3 = 10948 / 23 se hace la tabla del 23

23 x 1	23 + 0	23
23 x 2	23 + 23	46
23 x 3	46 + 23	69
23 x 4	69 + 23	92
23 x 5	92 + 23	115
23 x 6	115 + 23	138
23 x 7	138 + 23	161
23 x 8	161 + 23	184
23 x 9	184 + 23	207

División en Decimal (Cont.)

Viendo la División 109 / 23 toca a 4 por que, 23 x 4 es 92 y 23 x 5 da 115 lo cual se pasa de 109.

Luego se resta 92 de 109 y sobran 17, al bajar la siguiente cifra que es 4 se forma la cantidad 174.

174 / 23 toca a 7 porque 23 x 7 es 161, al restar 161 de 174 sobran 13 y al bajar la siguiente cifra que es 8 se forma la cantidad 138.

138 / 23 toca a 6 porque 23 x 6 es 138 y al restar 138 de 138 da 0. y se termina el proceso.

División en Octal

```
  1 3 6 3 . 2_8 | 2 . 3_8
- 1 1 4         |---------
  -----           4 7 . 6_8
    2 2 3
  - 2 0 5
  -------
    0 1 6 2
    - 1 6 2
    -------
          0
```

1363.2 / 2.3 = 13632 / 23 se hace la tabla del 23

23 x 1	23 + 0	23
23 x 2	23 + 23	46
23 x 3	46 + 23	71
23 x 4	71+ 23	114
23 x 5	114 + 23	137
23 x 6	137 + 23	162
23 x 7	162 + 23	205

División en Octal (Cont.)

Viendo la División 136 / 23 toca a 4 por que, 23 x 4 es 114 y 23 x 5 da 137 lo cual se pasa de 136.

Luego se resta 114 de 136 y sobran 22, al bajar la siguiente cifra que es 3 se forma la cantidad 223.

223 / 23 toca a 7 porque 23 x 7 es 205, al restar 205 de 223 sobran

16 y al bajar la siguiente cifra que es 2 se forma la cantidad 162.

162 / 23 toca a 6 porque 23 x 6 es 162 y al restar 162 de 162 da 0. y se termina el proceso.

División en Hexadecimal

	9	C	2	.	2_{16}	2 . 3_{16}
-	8	C				4 7 . 6_{16}
	1	0	2			
	-	F	5			
	0	0	D	2		
		-	D	2		
				0		

9C1.2 / 2.3 = 9C12 / 23 se hace la tabla del 23

23 x 1	23 + 0	23
23 x 2	23 + 23	46
23 x 3	46 + 23	69
23 x 4	69 + 23	8C
23 x 5	8C + 23	AF
23 x 6	AF + 23	D2
23 x 7	D2 + 23	F5
23 x 8	F5 + 23	118
23 x 9	118 + 23	13B

División en Hexadecimal (Cont.)

Viendo la División 9C / 23 toca a 4 por que, 23 x 4 es 8C y 23 x 5 da AF lo cual se pasa de 9C.

Luego se resta 8C de 9C y sobran 10, al bajar la siguiente cifra que es 2 se forma la cantidad 102.

102 / 23 toca a 7 porque 23 x 7 es F5, al restar F5 de 102 sobran D y al bajar la siguiente cifra que es 2 se forma la cantidad D2.

D2 / 23 toca a 6 porque 23 x 6 es D2 y al restar D2 de D2 da 0. y se termina el proceso.

División en Binario

$1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1_2$ | $1\ 1\ 1_2$

$-\ 1\ 1\ 1$ $1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1_2$

$1\ 0\ 0\ 0$

$-\ 1\ 1\ 1$

$0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1$

$-\ 1\ 1\ 1$

$0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1$

$-\ 1\ 1\ 1$

$0\ 1\ 1\ 0$

Como 101 en el dividendo es menor que 111 en el divisor, en el dividendo se toma 1011, la división toca a 1 y de 1011 se resta 111, da 100 y se baja el 0, formando 1000 toca a 1 y 111 se resta de 1000 dando1, al bajar a el 1 se forma el 11, menor que 111 y toca a cero……..

Representación de Números negativos

Se usan tres formas para diferenciar los números negativos de los positivos

- Signo y magnitud.
- Complemento a la base disminuida en 1.
- Complemento a la base.

Signo y magnitud:

El dígito mas significante se usa como signo: 0 para positivo (+) y la base menos uno para negativo (-). En los otros dígitos se escribe la magnitud en positivo.

En binario: 0 para (+) y 1 para (-).

Números negativos y positivos (cont.)

Ejemplo:

(52_{10}) +52 = 052 y -52 = 952

$+52_{10} =$	0	0	1	1	0	1	0	0_{2SM}
$-52_{10} =$	1	0	1	1	0	1	0	0_{2SM}

En la suma y la resta: Números con igual signo se suman y mantienen el signo, números de diferentes signos se restan y el resultado tiene el signo del mayor.

En la multiplicación y la división, signos iguales da mas (+) y signos diferentes da menos (-)

Números **negativos** y positivos (cont.)

Sumas y Restas en sistema de numeración binario con signo y magnitud**.**

+ 1 5		0	0	0	0	1	1	1	1
+ 4 6	+	0	0	1	0	1	1	1	0
+ 6 1		0	0	1	1	1	1	0	1

- 1 5	1	0	0	0	1	1	1	1
- 4 6	1	0	1	0	1	1	1	0
- 6 1	1	0	1	1	1	1	0	1

- 1 5	1	0	0	0	1	1	1	1
+ 4 6	0	0	1	0	1	1	1	0
+ 3 1	0	0	0	1	1	1	1	1

+ 1 5	0	0	0	0	1	1	1	1
- 4 6	1	0	1	0	1	1	1	0
- 3 1	1	0	0	1	1	1	1	1

Números negativos y positivos (cont.)

COMPLEMENTO A 1 (C´1)

En sistemas digitales se usa mucho el complemento en el sistema binario.

El complemento a la base disminuida en uno o **complemento a 1, de un número binario se obtiene cambiando unos por ceros y ceros por unos.**

0	1	1	0	0	1	0	1_2
1	0	0	1	1	0	1	$0_{C'1}$

Al obtener el complemento a 1 de nuevo se obtiene el número original.

El MSD es siempre el bit de signo, 0 + y 1 -. Es importante el número de bits.

Números **negativos** y positivos (cont.)

COMPLEMENTO A 2 (C´2)

La forma mas fácil de obtener el complemento a 2 de un número en binario es: sumarle 1 al complemento a 1.

$+42_{10}$	0	0	1	0	1	0	1	0_2
-42_{10}	1 +	1	0	1	0	1	0	$1_{2C´1}$ 1
	1	1	0	1	0	1	1	$0_{2C´2}$

La serie de 1´s y 0´s depende de la cantidad de bits utilizados, siempre el MSB es el bit de signo: 0 (+) y 1 (-).

Obtener el complemento a 2 a un número es equivalente a multiplicar por -1, es decir a cambiarle signo, ya sea positivo o negativo.

Números negativos y positivos (cont.)

Si se quiere hacer la operación K – L se verá que es lo mismo hacer K + (-L) es decir K + L C´2.

Ejemplo (27 – 15) = (+27) + (-15) = 00011011 $_2$ + 11110001 $_{c`2}$

$+27_{10}$		0	0	0	1	1	0	1	1_2
-15_{10}		1	1	1	1	0	0	0	$1_{C´2}$
	$\cancel{1}$	0	0	0	0	1	1	0	0_2

El noveno bit se ignora por trabajar con 8 bits, como 27 > 15 el resultado será positivo con bit de signo positivo. MSB 0.

Que esperar de (-27) + (+15); 11100101 $_{C´2}$
Como (-27) < (+15) el resultado es negativo escrito en C´2.

-27_{10}	1	1	1	0	0	1	0	$1_{C´2}$
$+15_{10}$	0	0	0	0	1	1	1	1_2
	1	1	1	1	0	1	0	$0_{C´2}$

Comprobar el resultado

HASTA LA PROXIMA