



SISTEMAS DIGITALES I

SDU115

UNIDAD II

**METODOS DE SIMPLIFICACION DE SISTEMAS DIGITALES
COMBINACIONALES**

SISTEMAS DIGITALES I

SDU115

Quine McCluskey (QM) Binario

Objetivos de Unidad

Obtener la expresión mínima simplificada de una función lógica, usando para ello mapas de Karnaugh o el método de Quine McCluskey, para su posterior implementación con compuertas básicas, solo con compuertas nand o solo con compuertas nor

Agenda

- Simplificación con el método de Quine McCluskey (QM) Binario

OBJETIVO

Simplificar funciones lógicas de hasta 4 variables de entrada, siguiendo la metodología de Quine McCluskey, escribiendo los mintérminos en binario natural, obteniendo la respuesta directamente de la tabla de implicación.

El método de Quine-McCluskey

Los mapas K, tienen uso práctico hasta 6 variables de entrada

El método de Quine-McCluskey (QM) sirve para N variables de entrada.

Es un método tabular de simplificación, que facilita la mecanización de la simplificación de funciones lógicas.

Es un método sistemático de comparaciones y combinaciones, y no gráfico y visual como los mapas K.

QM se puede hacer en binario y en decimal

El método de Quine-McCluskey

PROCEDIMIENTO:

1. En la primera columna se listan los minterminos que producen un 1 a la salida de la tabla de verdad en decimal y en binario.
2. En la segunda columna se agrupan los minterminos según la cantidad de unos que tengan en su representación binaria.
3. El grupo de los que tienen cero 1s = solo el 0
4. El grupo de los que tienen un 1 podrían ser = el 1, el 2, el 4, el 8, el 16, etc.
5. El grupo de los que tienen dos 1 podrían ser= el 3, el 5, el 6, el 9, el 10, el 12, etc

Cantidad de 1's en los minterminos

| | A | B | C | D | E | |
|----|---|---|---|---|---|--------------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | Tiene 0 unos |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | Tiene 1 uno |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | Tiene 1 uno |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | Tiene 2 unos |
| 4 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | Tiene 1 uno |
| 5 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | Tiene 2 unos |
| 6 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | Tiene 2 unos |
| 7 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | Tiene 3 unos |
| 8 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | Tiene 1 uno |
| 9 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | Tiene 2 unos |
| 10 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | Tiene 2 unos |
| 11 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | Tiene 3 unos |
| 12 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | Tiene 2 unos |
| 13 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | Tiene 3 unos |
| 14 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | Tiene 3 unos |
| 15 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | Tiene 4 unos |

Columna de mintérminos y grupos

Agrupando y ordenando los mintérminos según el número de variables con valor 1.

| | A | B | C | D | |
|-----|---|---|---|---|---|
| 0) | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1) | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 2) | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 3) | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 4) | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 5) | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 6) | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 7) | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 8) | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 9) | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 10) | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 11) | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 12) | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 13) | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 14) | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 15) | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

| | A | B | C | D |
|------|---|---|---|---|
| (0) | 0 | 0 | 0 | 0 |
| (2) | 0 | 0 | 1 | 0 |
| (4) | 0 | 1 | 0 | 0 |
| (3) | 0 | 0 | 1 | 1 |
| (6) | 0 | 1 | 1 | 0 |
| (9) | 1 | 0 | 0 | 1 |
| (7) | 0 | 1 | 1 | 1 |
| (11) | 1 | 0 | 1 | 1 |
| (13) | 1 | 1 | 0 | 1 |
| (15) | 1 | 1 | 1 | 1 |

Proceso de simplificación

1. Después de agrupar se comparan todos y cada uno de un grupo superior, con todos y cada uno de un grupo inferior.
2. Se combinan en parejas aquellos que al compararlos cambien en un solo bits. Los que se pueden combinar se marcan con un cheque (✓) y los que no con un (*).
3. Los términos resultantes de las combinaciones forman la siguiente columna, las variables que no cambian conservan su valor y las que cambian de valor, se sustituyen por un guion.
4. En esa siguiente columna se escribe la pareja combinada en decimal, el término resultante de la combinación y la diferencia en decimal entre la pareja (la de arriba menos la de abajo).

Formación de parejas

Se forman parejas con aquellos términos que se pueden combinar, incluye pareja en decimal, término y diferencia.

| | A | B | C | D | |
|------|---|---|---|---|---|
| (0) | 0 | 0 | 0 | 0 | ✓ |
| (2) | 0 | 0 | 1 | 0 | ✓ |
| (4) | 0 | 1 | 0 | 0 | ✓ |
| (3) | 0 | 0 | 1 | 1 | ✓ |
| (6) | 0 | 1 | 1 | 0 | ✓ |
| (9) | 1 | 0 | 0 | 1 | ✓ |
| (7) | 0 | 1 | 1 | 1 | ✓ |
| (11) | 1 | 0 | 1 | 1 | ✓ |
| (13) | 1 | 1 | 0 | 1 | ✓ |
| (15) | 1 | 1 | 1 | 1 | ✓ |

| | A | B | C | D | |
|---------|---|---|---|---|------|
| (0,2) | 0 | 0 | – | 0 | (-2) |
| (0,4) | 0 | – | 0 | 0 | (-4) |
| (2,3) | 0 | 0 | 1 | – | (-1) |
| (2,6) | 0 | – | 1 | 0 | (-4) |
| (4,6) | 0 | 1 | – | 0 | (-2) |
| (3,7) | 0 | – | 1 | 1 | (-4) |
| (3,11) | – | 0 | 1 | 1 | (-8) |
| (6,7) | 0 | 1 | 1 | – | (-1) |
| (9,11) | 1 | 0 | – | 1 | (-2) |
| (9,13) | 1 | – | 0 | 1 | (-4) |
| (7,15) | – | 1 | 1 | 1 | (-8) |
| (11,15) | 1 | – | 1 | 1 | (-4) |
| (13,15) | 1 | 1 | – | 1 | (-2) |

Formación de grupos de cuatro

Si repiten las comparaciones, es posible combinar solo los que tienen la misma diferencia. Los asteriscos son para las que no se pueden combinar.

| | A | B | C | D | | |
|---------|---|---|---|---|------|---|
| (0,2) | 0 | 0 | – | 0 | (-2) | ✓ |
| (0,4) | 0 | – | 0 | 0 | (-4) | ✓ |
| (2,3) | 0 | 0 | 1 | – | (-1) | ✓ |
| (2,6) | 0 | – | 1 | 0 | (-4) | ✓ |
| (4,6) | 0 | 1 | – | 0 | (-2) | ✓ |
| (3,7) | 0 | – | 1 | 1 | (-4) | ✓ |
| (3,11) | – | 0 | 1 | 1 | (-8) | ✓ |
| (6,7) | 0 | 1 | 1 | – | (-1) | ✓ |
| (9,11) | 1 | 0 | – | 1 | (-2) | ✓ |
| (9,13) | 1 | – | 0 | 1 | (-4) | ✓ |
| (7,15) | – | 1 | 1 | 1 | (-8) | ✓ |
| (11,15) | 1 | – | 1 | 1 | (-4) | ✓ |
| (13,15) | 1 | 1 | – | 1 | (-2) | ✓ |

| | A | B | C | D | | |
|--------------|---|---|---|---|---------|---|
| (0,2,4,6) | 0 | – | – | 0 | (-2,-4) | * |
| (0,4,2,6) | 0 | – | – | 0 | NSP | |
| (2,3,6,7) | 0 | – | 1 | – | (-1,-4) | * |
| (3,7,11,15) | – | – | 1 | 1 | (-4,-8) | * |
| (9,11,13,15) | 1 | – | – | 1 | (-2,-4) | * |

Tabla de Implicación

Con los términos con asterisco construimos una tabla de implicación.

| | A B C D | 0 | 2 | 4 | 3 | 6 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 |
|--------------|---------|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| (0,2,4,6) | 0 – – 0 | ✓ | ✓ | ✓ | | ✓ | | | | | |
| (2,3,6,7) | 0 – 1 – | | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | | | | |
| (3,7,11,15) | – – 1 1 | | | | ✓ | | ✓ | | ✓ | | ✓ |
| (9,11,13,15) | 1 – – 1 | | | | | | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| | | ✓ | | ✓ | | | | ✓ | | ✓ | |

Como el m_0 y m_4 solo están en (0,2,4,6) es obligatorio tomar dicho arreglo. Lo mismo ocurre con m_9 y m_{13} solo están en (9,11,13,15), falta incluir el 3 y el 7.

Tabla de Implicación

Si quitamos de la tabla los términos que ya utilizamos, y los mintérminos ya cubiertos queda:

| | A B C D | 3 | | 7 |
|-------------|---------|---|--|---|
| (2,3,6,7) | 0 – 1 – | v | | v |
| (3,7,11,15) | – – 1 1 | v | | v |
| | | | | |

Para incluir el 3 y el 7 podemos tomar cualquiera de los dos arreglos, dado que el 3 y 7 están en los dos, se tendrá circuito diferente pero igual tabla de verdad.

Obtención de la respuesta en SOP

Veamos la primera respuesta:

| | A B C D | 0 | 2 | 4 | 3 | 6 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 |
|--------------|---------|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| (0,2,4,6) | 0 - - 0 | ✓ | ✓ | ✓ | | ✓ | | | | | |
| (2,3,6,7) | 0 - 1 - | | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | | | | |
| (9,11,13,15) | 1 - - 1 | | | | | | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| | | ✓ | | ✓ | | | | ✓ | | ✓ | |

| | A B C D | |
|--------------|---------|------------------|
| (0,2,4,6) | 0 - - 0 | $\bar{A}\bar{D}$ |
| (2,3,6,7) | 0 - 1 - | $\bar{A}C$ |
| (9,11,13,15) | 1 - - 1 | AD |

$$X = \bar{A}\bar{D} + \bar{A}C + AD$$

Obtención de la respuesta en SOP

Veamos la segunda respuesta:

| | A | B | C | D | 0 | 2 | 4 | 3 | 6 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 |
|--------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| (0,2,4,6) | 0 | – | – | 0 | ✓ | ✓ | ✓ | | ✓ | | | | | |
| (2,3,6,7) | 0 | – | 1 | – | | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | | | | |
| (9,11,13,15) | 1 | – | – | 1 | | | | | | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| | | | | | ✓ | | ✓ | | | | ✓ | | ✓ | |

| | A | B | C | D | |
|--------------|---|---|---|---|------------------|
| (0,2,4,6) | 0 | – | – | 0 | $\bar{A}\bar{D}$ |
| (3,7,11,15) | – | – | 1 | 1 | CD |
| (9,11,13,15) | 1 | – | – | 1 | AD |

$$X = \bar{A}\bar{D} + CD + AD$$

Selección de las agrupaciones

No todos los términos con asterisco formarán parte de la respuesta.

Deben elegirse aquellas agrupaciones con las cuales se cubran todos los minterminos que dieron uno en la salida de la tabla de verdad.

Entre más minterminos tiene una agrupación mejor, entre menos agrupaciones se tomen mejor.

HASTA LA PRÓXIMA