SISTEMAS DIGITALES I
SDU115

UNIDAD I

CONCEPTOS BÁSICOS Y SIMPLIFICACIÓN ALGEBRAICA DE SISTEMAS DIGITALES COMBINACIONALES.

SISTEMAS DIGITALES I
SDU115

Algebra booleana y teoremas de Demorgan.
Compuertas lógicas básicas y comerciales.

Agenda

- Algebra de Boole
- Teoremas de Demorgan
- Compuertas lógicas básicas.

Objetivo

Implementar los axiomas y teoremas del Algebra de Boole con compuertas lógicas básicas, identificadas por medio de su símbolo, ecuación lógica y tabla de verdad, para su posterior utilización en el análisis y diseño de circuitos.

Algebra de Boole

El Algebra de Boole (George Boole 1847).

-Tiene solo dos elementos el 0 y el 1

-Tres operaciones

Producto Lógico (*) (.)

Suma Lógica (+)

Negación ($\overline{\ }$), una barra sobre la letra.

Axiomas con dos variables:

PRODUCTO			SUMA			NEGACION	
A	B	X	A	B	X	A	X
0	0	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	1		
1	1	1	1	1	1		

Algebra de Boole

Teoremas:

T1a:	$X \cdot (X + Y) = X$
T1b:	$X + X \cdot Y = X$
T2a:	$X \cdot Y + X \cdot \overline{Y} = X$
T2b:	$(X + Y) \cdot (X + \overline{Y}) = X$
T3a:	$X \cdot (Y \cdot Z) = (X \cdot Y) \cdot Z$
T3b:	$X + (Y + Z) = (X + Y) + Z$
T4a:	$X \cdot Y + \overline{X} \cdot Z + Y \cdot Z = X \cdot Y + \overline{X} \cdot Z$
T4b:	$(X + Y) \cdot (\overline{X} + Z) \cdot (Y + Z) = (X + Y) \cdot (\overline{X} + Z)$
T5a:	$\overline{X \cdot Y} = \overline{X} + \overline{Y}$
T5b:	$\overline{X + Y} = \overline{X} \cdot \overline{Y}$

Algebra de Boole

Teoremas:

T6a:	$\overline{X \cdot Y \cdot Z \ldots} = \overline{X} + \overline{Y} + \overline{Z} + \ldots$
T6b:	$\overline{X + Y + Z + \ldots} = \overline{X} \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z} \cdot \ldots$
T7:	$\overline{\overline{X}} = X$
T8a:	$X \cdot X = X$
T8b:	$X + X = X$
T9a:	$X \cdot 0 = 0$
T9b:	$X + 1 = 1$
T10a:	$X \cdot (\overline{X} + Y) = X \cdot Y$
T10b:	$X + \overline{X} \cdot Y = X + Y$

Algebra de Boole

El teorema 1 es fácilmente comprobable:

T1a: $X(X + Y) = X$

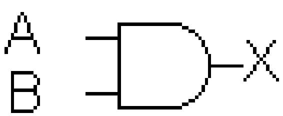
T1b: $X + XY = X$

	(T1a)	$X(X + Y) = X$
Propiedad Distributiva		$XX + XY = X$
$XX = X$	(T1b)	$X + XY = X$
factor común X		$X(1 + Y) = X$
$1+Y=1$		$X.1 = X$
$X.1= X$		$X = X$

Compuertas Lógicas Básicas

Los diseñadores crearon circuitos electrónicos digitales, para cumplir con los axiomas del algebra de Boole:

La del producto se llama AND

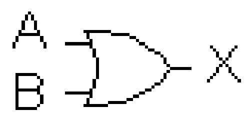


$$X = A.B$$

A	B	X
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

X <= A and B

La de la suma se llama OR

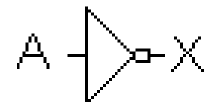


$$X = A+B$$

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

X <= A or B

La negación se llama NOT



$$X = \bar{A}$$

A	X
0	1
1	0

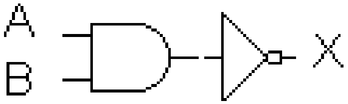
X <= not A

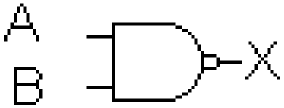
Compuertas Lógicas Básicas

Con solo esas tres compuertas se puede construir cualquier sistema digital. Algunos arreglos se construyen utilizando varias de ellas.

AND con NOT

= NAND



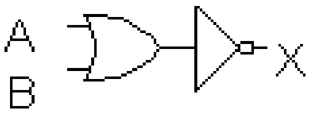


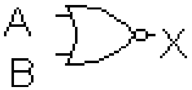
$$X = \overline{A.B}$$

A	B	X
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

OR con NOT

= NOR





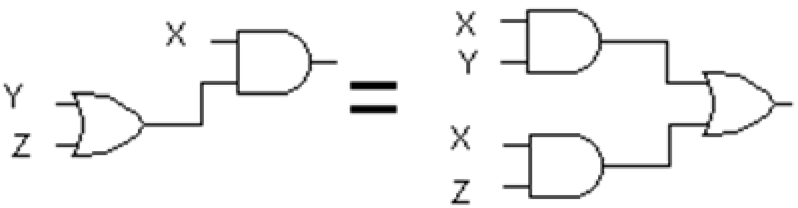
$$X = \overline{A + B}$$

A	B	X
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

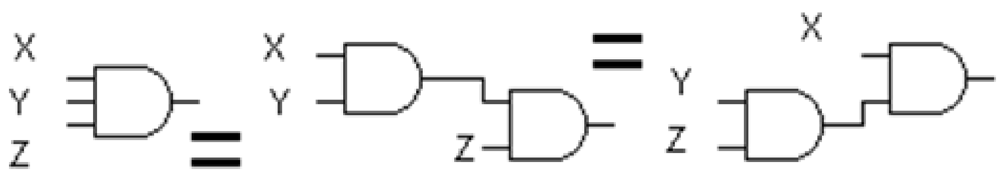
Algunos teoremas

Implementación de algunos de algunos teoremas

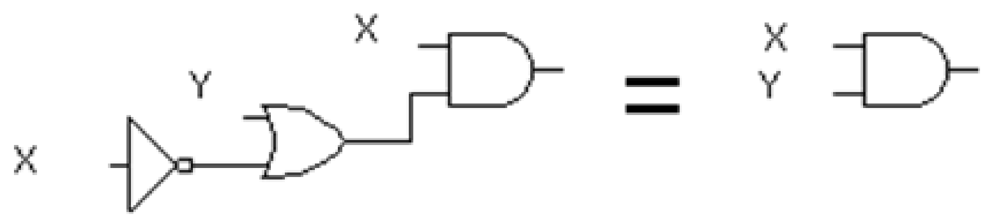
X (Y+Z) = XY + XZ



XYZ = (XY)Z = X(YZ)

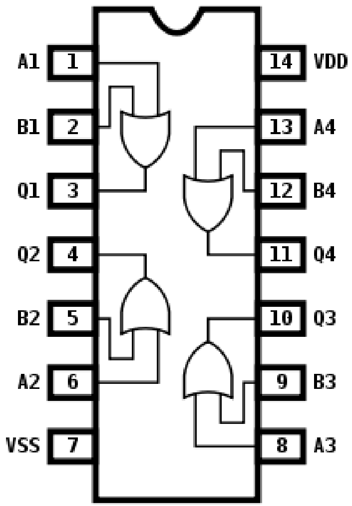


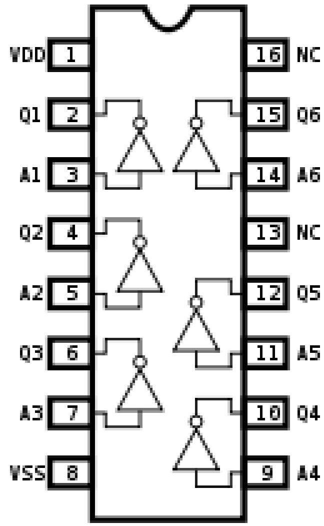
$(\bar{x} + Y)\,X$ = XY

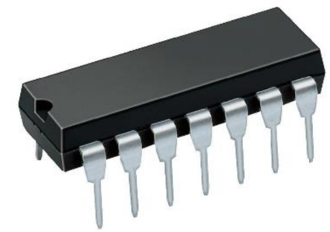


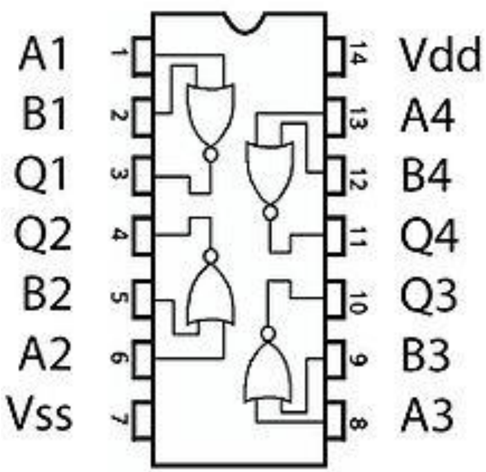
Compuertas Lógicas Básicas

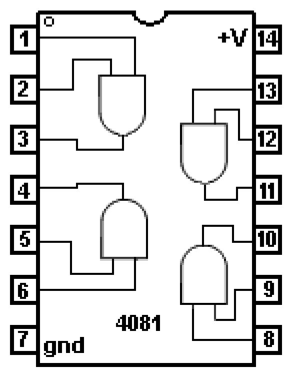
Las compuertas vienen en circuitos integrados.

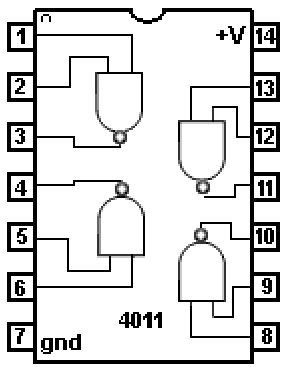


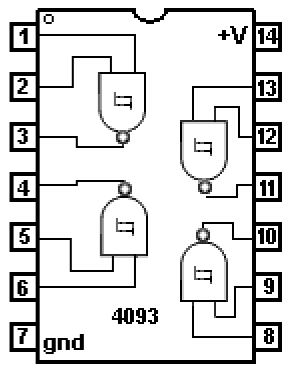












HASTA LA PRÓXIMA