

Introduction aux graphes

Introduction

Mathilde Vernet
mathilde.vernet@univ-avignon.fr

Licence Informatique, CERI
Licence Mathématiques, Institut AgES
Avignon Université

Automne 2025



Plan

1 Informations pratiques

2 Tour d'horizon

- Qu'est-ce qu'un graphe ?
- Point historique
- À quoi ça sert ?

Organisation

- Séances de cours avec M. Vernet
- Séances de TD avec F. Albuquerque, R. Figueiredo, S. Gueye, M. Vernet

Objectif du cours

- Connaître des notions de base de théorie des graphes
- Connaître quelques propriétés essentielles et savoir les démontrer
- Être capable de modéliser une situation sous forme de graphes
- Savoir identifier des problèmes de graphes à partir d'une situation donnée

Évaluation des connaissances

- Devoir sur table à mi-semestre
- Devoir sur table à la fin du semestre sur tout le programme du semestre

Grossièrement

- Des **entités** en **relation** les unes avec les autres
 - ▶ Quimporte le "type" d'entités
 - ▶ Quimporte le "type" de relations
- À la fois une **structure de données en informatique** et un **objet mathématique**

Structure de données en informatique

- Stocker des données
- Les parcourir
- Les traiter
- *Comme les tableaux, les listes, ...*

Objet mathématique

- À étudier
- Y appliquer des raisonnements
- *Comme les fonctions, les objets géométriques, ...*

- 1736 : Euler publie le premier article sur les graphes *Solutio problematis ad geometrian situs pertinentis* où est abordé le problème des sept ponts de Königsberg
Existe-t-il une promenade à partir d'un point donné qui fasse revenir à ce point en passant une fois et une seule par chacun des sept ponts de la ville de Königsberg ?



- 1766 : Euler publie une étude sur le problème du cavalier
Existe-t-il un chemin pour un cavalier passant sur chaque case d'un échiquier une et une seule fois ?
- 1847 : Kirchhoff utilise les graphes pour étudier les circuits électriques (loi de conservation de l'énergie)
- 1859 : Hamilton invente un casse-tête basé sur un dodécaèdre :
Est-il possible d'enrouler un fil autour d'un dodécaèdre en passant une et une seule fois sur chaque sommet du polyèdre ?
- 1936 : König sort le premier ouvrage portant exclusivement sur la théorie des graphes avec l'apparition du terme "graphe"

De façon générale

- Stocker des données
- Modéliser des situations
- Résoudre des problèmes

Nombreux domaines d'application

- Sciences techniques : biologie, chimie, physique, informatique,...
- Sciences humaines : géographie, histoire,...
- Monde économique : finance, logistique,...

Quelques exemples de situations

- Les liaisons aériennes par la compagnie Air France entre des aéroports
- Les liaisons ferroviaires par des TGV entre des gares
- Qui est ami avec qui sur Facebook
- Les liens familiaux entre des personnes
- Réseau informatique
- Réseau électrique
- Réseau d'eau potable
- ...

Quelques exemples des problèmes

- Routage dans un réseau de machines
- Livrer efficacement des colis à des clients
- Identifier les personnes les plus populaires dans un groupe
- Colorier des cartes
- ...

Exemple de problème historique

Est-il toujours possible de colorier avec seulement quatre couleurs n'importe quelle carte découpée en régions connexes telle que deux régions partageant une frontière reçoivent deux couleurs distinctes ?



- 1840 : Möbius fait référence à la conjecture des quatre couleurs
- 1879 : Cayley publie la conjecture, Kempe tente une preuve
- 1976 : Appel et Haken démontrent la conjecture des quatre couleurs